

Rapport No. E 040 - 74
Subfaculteit der Psychologie
Rijksuniversiteit Leiden

OORDELEN EN BESLISSEN IN ONZEKERHEID

C.A.J. Vlek
Rijksuniversiteit, Leiden

en

W.A. Wagenaar
Instituut voor Zintuigfysiologie, Soesterberg

(tekst van hoofdstuk 14 van J.A.
Michon, L.F.W. de Klerk en E.G.
Eijkman (red.): Handboek der Psy-
chonomie)

Voorwoord

Voor u ligt de wat ons betreft definitieve versie van hoofdstuk 14 van het in 1975 te publiceren "Handboek der Psychonomie". In de voorbereidingsfase is gebleken, dat de belangstelling voor deze tekst vóórtijdige beschikbaarstelling in een of andere vorm rechtvaardigt. Wij doen dat middels dit rapport op zeer bescheiden schaal, en raden niet-onmiddellijk geïnteresseerden aan om te wachten op het verschijnen van het Handboek.

De typografische verzorging van dit rapport heeft in handen gelegen van mevr. H.V.M. Gebbink-van der Linden van het I.Z.F. te Soesterberg en mevr. M. van Sprang-van Beek van de R.U. te Leiden. Het werd geproduceerd o.l.v. de heer J. de Koning door de reproductieafdeling van de Subfaculteit der Psychologie te Leiden, waar ook de tekeningen zijn gemaakt door de heer G. van der Post.

Enkele begeleidende opmerkingen zijn noodzakelijk. De figuren en tabellen, bij het oorspronkelijke manuscript los toegevoegd, volgen in dit rapport steeds onmiddellijk de bladzijde waarop ze werden aangekondigd. De voetnoten staan op een afzonderlijke bladzijde volgend op de lijst van literatuurverwijzingen. Enige voorzichtigheid lijkt geboden met het verwijzen naar en citeren uit dit verhaal: vanwege de omvang is het niet uitgesloten dat delen van het manuscript verder zullen moeten worden ingekort.

Vanzelfsprekend zullen wij het bijzonder waarderen als lezers van dit rapport ons willen attenderen op onduidelijkheden, onjuistheden, drukfouten en andere ongerechtigheden, die de aantrekkelijkheid van het geheel verminderen.

Leiden / Soesterberg, november 1974

CAJV / WAW

Inhoudsopgave

	pag.
1. Inleiding	1
1.1. Een eenvoudig voorbeeld: het kopen van een autoverzekering	2
1.2. Een ingewikkelder voorbeeld: de afsluiting van de Oosterschelde	4
1.3. Wat is een beslissingsprobleem?	5
1.4. Beslissen en probleem-oplossen	6
1.5. Voorlopige taxonomie van beslissingsproblemen	7
2. Theoretische gezichtspunten	8
3. Normatieve beslissingstheorie	10
3.1. Notatie afspraken	10
3.2. Waarschijnlijkheid, voorwaardelijke waarschijnlijkheid en de stelling van Bayes	12
3.3. Objectieve, subjectieve en persoonlijke waarschijnlijkheid	14
3.4. Verwachte waarde en rationaliteit	15
3.5. Waarde en nut	16
3.6. De utiliteitscurve voor geld	17
3.7. Nuts-axioma's	18
3.8. Voorbeeld: een goed gedefinieerd beslissingsprobleem	20
3.9. Intermezzo: aspecten van beslissingsanalyse	21
3.10. Alternatieve beslissingscriteria	22
4. Methoden voor het toekennen van waarschijnlijkheden	23
4.1. Methode van de minimum verkoopprijs	23
4.2. Methode van de equivalente urn	25
4.3. Vaststellen van continue waarschijnlijkheidsverdelingen	25
4.4. Scoringsregels	26
5. Methoden voor het quantificeren van nut	27
5.1. Methode van de indifferente weddenschap	28
5.2. Methode van de equivalente gok	29
5.3. Het nut van multi-dimensionele consequenties	29
5.4. Additief nut; de onverschilligheidscurve	30
5.5. Het lexicografisch nutsmodel	32
5.6. Een methode voor het meten van multidimensioneel nut	32
5.7. Tijdsvoorkeuren	33
6. Empirisch onderzoek over subjectieve waarschijnlijkheid	34
6.1. Het leren van waarschijnlijkheden	35
6.2. Een normatief model voor waarschijnlijkheidsleren	36
6.3. Herziening van waarschijnlijkheden in het licht van informatie	37
6.4. Strategieën bij de quantificering van evidentie	43
6.5. Kans en vaardigheid: externe versus interne onzekerheid	45
7. Kiezen tussen onzekere alternatieven	47
7.1. Kenmerken van weddenschappen en onderzoeksprocedures	48
7.2. Toetsen van nutsaxioma's	49
7.3. Directe toetsen van het verwachte nutsmodel	50
7.4. Interactie van waarschijnlijkheid en nut	53
7.5. Intermezzo: de Petersburgse paradox	55
7.6. Descriptief-axiomatische theorieën over (risico-)voorkeuren	57

8. Meerstaps-beslissingssituaties	61
8.1. Sequentieel beslissen: het kopen van informatie	61
8.2. Dynamisch beslissen: aanpassing en controle in een veranderende omgeving	64
9. Slecht-gedefinieerde problemen; maximalisering versus tevredenstelling	68
10. Relaties met andere terreinen van onderzoek; toepassingen	72
11. Inleidende en overzichtsliteratuur	74
12. Literatuurverwijzingen	76

1. Inleiding

Begin oktober 1962 ontdekte de regering van de Verenigde Staten dat Sovjet-Russische technici bezig waren om op het Castristische Cuba bases aan te leggen voor geleide projectielen. De daarop volgende veertien dagen, voorafgaande aan 22 oktober 1962, waren gevuld met koortsachtig overleg tussen diverse machtsgroeperingen binnen de Amerikaanse regering. De Russische actie werd beschouwd als een onduldbare aanslag op de integriteit van het grondgebied van de Verenigde Staten. Ten laatste werden twee verschillende reacties overwogen. Enerzijds waren het vooral de generaals die aandrongen op een massale bombardementsactie waarmee tenminste 95% van de op Cuba aanwezige lanceerinrichtingen buiten werking zouden worden gesteld. Burger-adviseurs en leden van de regering gaven echter de voorkeur aan de wat minder krijgshafte actie van een blokkade-ter-zee van het eiland Cuba. In het eerste geval zou men, als tenminste een gevreesde Russische tegenaanval uitbleef, de zaak zelf hebben geklaard. In het tweede geval ging het om een meer indirecte actie, waarop, naar men rekende, de Sovjet-Unie zou reageren met het verwijderen van de raketten. In "Essence of decision; explaining the Cuban missile crisis" beschrijft G.T. Allison (1971) de voorgeschiedenis van het conflict en het binnenskamerse touwtrekken rond de uiteindelijk gekozen oplossing: "en aldus was de beslissing, welke Kennedy op maandagavond 22 oktober wereldkundig maakte, voor een deel zijn eigen keuze en voor een deel het gevolg van een wirwar van onjuiste waarnemingen, foutieve communicatie en verkeerde informatie, van marchanderen, pousseren, trekken en doordouwen, alsmede van een mengeling van nationale veiligheidsbelangen en regerings-calculaties welke in meer conventionele geschriften over deze crisis zijn beschreven" (vertaald naar Allison, 1971, p. 210).

Wie belang stelt in de formele beschrijving van de processen die aan deze beslissing ten grondslag hebben gelegen zou o.m. de volgende vragen kunnen stellen. Wat was de positie van degene die uiteindelijk verantwoordelijk was? Welke instanties controleerden de informatiestroom die naar de beslissers toeliep? Kon de beslissers de relevante informatie adequaat verwerken? Welke en wiens doelstellingen werden met de beslissing nagestreefd? Uit hoeveel en welke alternatieve handelwijzen kon worden gekozen? Op welke wijze kwamen deze handelwijzen onder de aandacht van de beslissers? Welke consequenties van ieder alternatief werden wel/niet overwogen? Hoe werden deze consequenties gewaardeerd tegen de achtergrond van de aanvaarde doelstellin-

gen? Welke onzekere factoren speelden een rol? Hoe werd daarover meer zekerheid verkregen? Werd de waarschijnlijkheid van bepaalde reacties van de tegenstander adequaat beoordeeld? Werden er formele regels gehanteerd om alle relevante aspecten tegen elkaar af te wegen, en zo ja: welke?

Het moet duidelijk zijn dat "het nemen van een beslissing" zowel vanuit verschillende gezichtspunten alsook op verschillende niveau's van (gedrags-) organisatie kan worden gezien. Er zijn beslissingen waaraan een intensief sociaal verkeer voorafgaat, en beslissingen die individueel worden genomen. Soms kan men door eigen activiteiten het beslissingsprobleem zelf ingrijpend veranderen; soms ook kan men slechts kiezen tussen een aantal mogelijkheden. De keuze van een beroep of studierichting vergt een zorgvuldiger overweging dan het uitzoeken van een drankje in een café. Of, en waar, men zich bij optredende jeuk het lijf zal krabben lijkt geen beslissingsanalyse waard te zijn.

In dit hoofdstuk houden we ons bezig met beslissingssituaties waarbij in de regel een fase van wikkelen en wegen voorafgaat aan de uiteindelijke keuze. Daarbij gaan we uit van één ondeelbare beslissingsinstantie. We zullen ons dus niet bekommeren om sociale interactiepatronen, de invloed van belangengroepen, overredingstechnieken of stemprocedures. Deze zaken beïnvloeden vaak de inhoud en het verloop van individuele beslissingsprocessen. Zij zijn dan bijv. mede bepalend voor de wijze waarop iemand zijn stem uitbrengt. Aan de bestudering van sociaal-psychologische factoren moet echter het onderzoek naar individuele beslissingsprocessen voorafgaan.

1.1. Een eenvoudig voorbeeld: het kopen van een autoverzekering

Stel u hebt besloten een kleine auto te kopen om daarmee ten hoogste 20.000 km. per jaar te rijden voor privé doeleinden. Na telefonisch contact met een verzekeringsagent beseft u dat de wagen op drie manieren kan worden verzekerd:

- 1) Tegen betaling van f 300,-- jaarpremie wordt alle schade vergoed die u eventueel aan derden toebrengt; de schade aan uw eigen auto komt echter steeds geheel voor uw rekening; deze verzekering wordt aangeduid met "W.A.".
- 2) Tegen betaling van f 500,-- jaarpremie wordt alle schade aan derden vergoed, en tevens alle schade aan de eigen auto, voorzover die per geval de f 400,-- te boven gaat; deze verzekering wordt aangeduid met "W.A./casco".

- 3) Tegen betaling van f 700,-- jaarpremie wordt alle schade aan derden vergoed en tevens alle eigen schade voorzover die per geval de f 200,-- te boven gaat. We noemen dit een "all-risks" verzekering.

We nemen aan, dat u er op uit bent de jaarlijkse kosten aan premie en eigen autoschade zoveel mogelijk te beperken: doel is de verwachte kosten te minimaliseren. Een kritische vraag is daarom: weegt het extra bedrag aan premie voor een duurdere polis op tegen het verminderde risico dat u daarmee loopt? Om de vraag te beantwoorden is het van belang om na te gaan welke omvang de eigen schade per jaar zou kunnen belopen, en wat de totale kosten bij een dergelijke omvang zijn. Veronderstel dat eenmalige gevallen van eigen schade ten bedragen van resp. 0, 200, 400, 600, 1000 en 2000 gulden als mogelijkheden in aanmerking komen. In tabel 1 is weergegeven wat de gezamenlijke kosten van premie en eigen risico dan zullen zijn.

tabel 1 hier

Om de vraag: "Welke polis kan ik nu het beste kiezen?" te beantwoorden, is het zinvol om het beslissingsprobleem in een aantal componenten te ontbinden. Later kan dan aan de hand van een of andere integratie-regel een algehele waardering van ieder keuze-alternatief worden opgesteld.

In het voorbeeld zoals uiteengelegd in tabel 1, zijn te onderscheiden:

- 1) De alternatieve handelwijzen waartussen men kan kiezen (de drie verzekeringen).
- 2) Een aantal omstandigheden die zich zouden kunnen voordoen, maar (gedeeltelijk) buiten onze controle staan (ongevallen van een zeker formaat; we nemen aan dat men zelf er op uit is deze te vermijden).
- 3) Een aantal (financiële) consequenties van ieder keuze-alternatief; deze worden mede bepaald door het optreden van een of andere omstandigheid (ongeval).

Om tussen de drie verzekeringen te kiezen zal men nu een schatting willen maken van de kans dat men per jaar bij tenminste één ongeval met een zeker eigen schadebedrag betrokken raakt. Verzekeringsmaatschappijen houden daarover statistieken bij. Zij zullen u tamelijk nauwkeurig de ongevalsverwachting voor de doorsnee autorijder kunnen meedelen. Toch hebt u daar weinig aan als u bijv. meent een bijzonder veilige rijder te zijn, of misschien juist een brokkenmaker. U zult bij het kopen van een verzekeringspolis vooral willen afgaan op uw eigen verwachtingen ten aanzien van het betrokken ra-

Tabel 1

Waartussen: u kunt kiezen:	Wat u kan overkomen: eigen schade ten bedrage van:					
	f 0	f 200	f 400	f 600	f 1.000	f 2.000
W.A. (premie: f 300, eigen risico: alles)	f 300	f 500	f 700	f 900	f 1.300	f 2.300
W.A./casco (premie: f 500, eigen risico: f 400)	f 500	f 700	f 900	f 900	f 900	f 900
All-risks (premie: f 700, eigen risico: f 200)	f 700	f 900	f 900	f 900	f 900	f 900

Tabel 1. Netto gezamenlijke kosten van jaarpremie en schade aan eigen voertuig bij eenmalig ongeval; de cellen van de tabel geven de som van het premiebedrag en de ongevalschade voorzover de laatste kleiner is dan of gelijk aan het eigen-risico bedrag.

ken bij ongevallen.

Een soortgelijke redenering geldt voor de ernst van de consequenties. Deze is gemakkelijk in geldsbedragen uit te drukken, zoals tabel 1 laat zien. Maar tabel 1 houdt geen rekening met uw persoonlijke rijkdom of armoede, waardoor uw relatieve waardering voor geldsbedragen mede wordt bepaald. De beslissing over de te kopen verzekeringspolis zou moeten zijn afgestemd op uw eigen waardering van de mogelijke kosten van premie en mogelijke ongevalsschade.

De zojuist besproken componenten van een beslissingsprobleem zullen verderop uitvoerig aan de orde komen. Voordat we dat doen, constateren we dat het "verzekeringsvoorbeeld" een duidelijk te omschrijven situatie betreft, waarin de beslisser weet wat hij wil, en tevens over alle informatie kan beschikken die nodig is om een uiteindelijke keuze te maken. Dikwijls is dat slechts het geval bij eenvoudige beslissingssituaties.

1.2. Een ingewikkelder voorbeeld: de afsluiting van de Oosterschelde

In 1953 brak tijdens een storm-springvloed een groot aantal dijken door van de Zeeuwse en Zuidhollandse eilanden. Ongeveer 1700 mensen verloren het leven, waarbij vaak hele dorpen werden gedecimeerd. Om aan herhaling te ontkomen werd spoedig daarna het "Delta-plan" ter afsluiting van de zee-armen ontwikkeld. Daaronder valt ook de Oosterschelde, welke in 1978 met een dam zou moeten zijn afgesloten. Milieu-bewuste groepen zijn zich de laatste jaren steeds meer het belang van de Oosterschelde als natuurgebied, verzameling van visgronden en recreatiegebied, gaan realiseren. Het plan ter afsluiting van de zee-arm wordt de laatste tijd dan ook heftig bestreden. Een poging deze situatie beslissingstheoretisch te analyseren onthult al snel, dat de alternatieve handelwijzen afhankelijk zijn van het resultaat van een vooraf gemaakte doelstellingenanalyse. De beslisser moet eerst weten wat hij wil. In de Oosterschelde-kwestie is het aanvankelijk overheersende doel: veiligheid, inmiddels verruimd met de doelstellingen: behoud van milieu en visserij. Dit gewijzigde pakket van doelstellingen heeft geleid tot een verruiming van het aantal voorgestelde keuze-alternatieven. Daarvan kunnen worden genoemd¹⁾: (a) totale afsluiting met een dam; (b) voorlopige afsluiting met een "geperforeerde blokkendam", vervolgens een stormvloedkering; (c) geen afsluiting, maar ophoging tot "Delta-hoogte" van de dijken die dit getijdebekken omgeven. Niet geheel zeker is en zal voorlopig blijven, wat precies

de consequenties op korte zowel als lange termijn zullen zijn van ieder van de keuze-alternatieven. Sommige discussiepartners zullen geneigd zijn bepaalde consequenties in het geheel niet op te merken en andere juist te benadrukken. Voorzover men over een verzameling van consequenties per alternatief beschikt, verschilt men van mening over de waarschijnlijkheid en de waarde van een aantal consequenties.

1.3. Wat is een beslissingsprobleem?

Het lijkt er bij de besproken voorbeelden om te gaan dat de beslisser zich in een expliciete cognitieve activiteit rekenschap moet geven van (a) de aanwezige alternatieve handelwijzen ("waartussen kan ik kiezen?"); (b) de mogelijke consequenties van ieder alternatief ("waartoe kan ieder keuze-alternatief leiden?"); (c) de subjectieve waarde of het nut van iedere consequentie ("wat is het mij waard?"); en (d) de kans dat zich onafhankelijke omstandigheden voordoen, die de relevante consequenties tot gevolg hebben ("hoe waarschijnlijk acht ik de omstandigheid, welke me die en die consequentie oplevert?"). De beslisser beoogt met zijn keuze tussen de beschikbare alternatieven een gewenst doel te bereiken. In het algemeen zal dat doel neerkomen op een verandering van de status quo, die daardoor aantrekkelijker wordt. Na het kopen van een verzekeringspolis is men van het ergste risico verlost. "Iets doen" aan de Oosterschelde vermindert de kans op herhaling van een watersnood.

Of de beslisser het gewenste doel (in het algemeen: welzijnsverhoging) kan bereiken, zal tevens afhangen van de middelen die hem ter beschikking staan om een eenmaal gekozen handelwijze in praktijk te brengen. Zo gezien kan een beslissingsprobleem als volgt worden gedefinieerd:

Een beslissingsprobleem doet zich voor wanneer een beslisser (a) een discrepantie waarneemt tussen een bestaande toestand - de status quo - en een gewenste, hij (b) de motivatie heeft en (c) over de middelen beschikt om deze discrepantie op te heffen, waarbij (d) het realiseren van een te kiezen handelwijze een onomkeerbare investering van zijn handelingspotentieel vraagt, en (e) de consequenties van ieder keuze-alternatief geheel of gedeeltelijk onzeker zijn.

1.4. Beslissen en probleem-oplossen

Deze definitie roept de vraag op naar het verschil tussen beslissingsproblemen en 'traditionele' problemen, zoals die in onderzoek en theorie over probleem-oplossen worden opgevat. De volgende (vertaalde) omschrijving van Newell & Simon (1972, p. 72) suggereert dat het verschil niet groot is: "Een persoon ziet zich geconfronteerd met een probleem, wanneer hij iets verlangt en niet onmiddellijk weet welke acties hij kan ondernemen om het te verkrijgen". In de toelichting maken Newell en Simon duidelijk dat een probleem vooral een probleem is doordat de oorspronkelijke verzameling van mogelijke oplossingen (handelingsalternatieven) zeer groot kan zijn, en dat de feitelijke oplossing daarin moeilijk te vinden is. Bij het achtereenvolgens nagaan van mogelijke alternatieven weet men vaak direct wanneer het om 'de oplossing' gaat. Bovendien zijn aan dit testen van mogelijke oplossingsalternatieven dikwijls geringe consequenties verbonden.

Het lijkt er op dat beslissingsproblemen en 'traditionele' problemen op een continuüm liggen. Daarbij worden beslissingsproblemen vooral gekenmerkt door de onzekerheid over en de ernst van de (toekomstige) consequenties, waardoor het testen van een handelwijze op zijn feitelijke consequenties niet mogelijk is en men voor de evaluatie met het begrip 'verwachting' moet gaan werken.

Bij de studie van het probleem-oplossen wordt onderscheid gemaakt tussen goed- en slecht-gedefinieerde problemen: "Een probleem, dat wordt voorgelegd aan een informatie-verwerkend systeem, is goed-gedefinieerd als er een, door het systeem uitvoerbare, toets bestaat, welke bepaalt of een als oplossing voorgestelde zaak ook werkelijk een oplossing is" (vertaald naar: Newell & Simon, 1972, p. 73). Een goed-gedefinieerd beslissingsprobleem heeft de volgende eigenschappen: (a) de verzameling van te kiezen alternatieve handelwijzen is volledig bekend; (b) van iedere handelwijze zijn, tot aan een bepaalde tijdshorizon, alle relevante consequenties bekend; (c) de waarschijnlijkheid van consequenties-bepalende omstandigheden en de subjectieve waarde of het nut van consequenties kunnen in beginsel door de beslisser worden gequantificeerd; (d) de beslisser heeft een tevoren gespecificeerd doel voor ogen, dat neerkomt op vermeerdering van de aantrekkelijkheid van de toestand waarin hij zich bevindt.

1.5. Voorlopige taxonomie van beslissingsproblemen

In de psychologische literatuur worden beslissingsproblemen in hoofdzaak volgens drie dimensies ingedeeld: (1) riskant versus risicovrij; (2) éénstaps versus meerstaps- en (3) goed-gedefinieerd versus slecht-gedefinieerd.

(1) In een riskant beslissingsprobleem bestaat er onzekerheid over het al of niet optreden van consequenties van tenminste één van de te kiezen handelwijzen. Strikt risico-vrije situaties, waarin de beslisser precies weet hoe ieder keuze-alternatief zal bevallen, zijn in werkelijkheid zeldzaam²⁾.

(2) In een éénstapsbeslissingsprobleem moet de beslisser slechts eenmaal een keuze maken, welke geen consequenties heeft voor toekomstige beslissings-situaties. Bij reeksen van dergelijke keuzen binnen een experiment wordt er van uitgegaan dat de opeenvolgende stadia sequentieel onafhankelijk zijn, en steeds nieuwe beslissingssituaties representeren.

Meerstapsbeslissingsproblemen worden onderverdeeld in sequentiële en dynamische. In sequentiële meerstapsproblemen hebben de achtereenvolgende stappen betrekking op hetzelfde probleem. Wanneer achtereenvolgens informatie wordt ingewonnen over een nieuw huis, waarbij het verkrijgen van informatie geld kost, staat de beslisser steeds voor de keuze wát te kopen: al of niet het huis, óf wel nog meer informatie. Daarbij moet gelden dat (1) de serie opeenvolgende beslissingsproblemen onafhankelijk is van de beslissingen die per stap worden genomen, zodat (2) men automatisch de totale optimale strategie volgt als men per stap doet wat het beste is.

Dynamische meerstapsproblemen onderscheiden zich vooral doordat stapsgewijze beslissingen wél invloed hebben op de serie opeenvolgende problemen. Bij het kiezen van een route door een stad is een vorige beslissing bepalend voor de plaats waar men zich nu bevindt en het daarmee verbonden nieuwe keuze-probleem. In het dynamische geval geldt dan ook niet meer dat de optimale strategie kan worden samengesteld uit de optima per stap.

(3) Het derde indelingscriterium is het belangrijkste, maar tegelijk het meest grove; er kunnen onderverdelingen van worden gemaakt. Goed-gedefinieerde beslissingsproblemen werden onder 1.4 al omschreven. Een beslissingsprobleem is in principe slecht-gedefinieerd, wanneer het een van de daar aangegeven kenmerken mist. Het kan zijn dat niet de gehele verzameling van te kiezen alternatieve handelwijzen is gegeven, zoals wanneer men een beslissing moet nemen over het indammen van de groei van het autoverkeer. Een heel ander slecht-gedefinieerd probleem doet zich voor wanneer er slechts enkele

duidelijke keuze-alternatieven zijn, waarvan de relevante consequenties niet geheel zijn te overzien. Het kiezen door parlementariërs vóór of tegen een bepaald wetsontwerp is daarvan een voorbeeld.

2. Theoretische gezichtspunten

Fundamenteel onderzoek kan hypothese-vormend of hypothese-toetsend zijn. In het tweede geval is het gericht op het toetsen van onderdelen van een theorie, die uiteindelijk aanvaard, verworpen of gewijzigd kan worden. Welke theoretische gezichtspunten bestaan er over het nemen van beslissingen? Het blijkt dat we hier onderscheid moeten maken tussen normatieve en descriptieve theorieën.

Een normatieve theorie gaat uit van een aanvaarde doelstelling, en houdt iedereen, die dat doel nastreeft vóór, wat hij moet doen om het ook te bereiken, gegeven de beschikbare informatie. Het aanvaarde doel kan worden geformaliseerd in een axioma-stelsel, en de theorie geldt dan voor iedereen die bereid is de axioma's te onderschrijven en zich vervolgens logisch te gedragen. Normatieve theorieën in bijv. economie en bedrijfskunde vormen de basis van z.g. optimaliseringstechnieken.

Nu zijn er tenminste twee manieren om zich anders te gedragen dan de normatieve theorie voorschrijft. In de eerste plaats kan men falen bij het uitvoeren van de operaties die tot optimalisering leiden. De beschikbare informatie wordt dan verkeerd geïnterpreteerd of op onjuiste wijze gecombineerd tot een eindoordeel. Ten tweede kan iemand in de praktijk een ander doel nastreven dan bij de toetsing van de theorie wordt aangenomen. In een beslissingssituatie kan men bijv. niet alleen uit zijn op het maximaliseren van geldelijk gewin, maar tevens op verhoging van gemak en snelheid van de oplossing. In beide gevallen wordt gedrag waargenomen dat afwijkt van de theoretische norm.

Het is dan zaak een descriptieve theorie te ontwikkelen die beschrijft en verklaart wat de beslisser dan wèl doet. Hierbij bestaan weer twee mogelijkheden: de theorie of het model voorspelt het uiterlijk waarneembare gedrag op correcte wijze zonder zich te bekommeren om wat er feitelijk in de beslisser omgaat; ófwel de theorie voldoet aan het criterium van imiteerbaarheid (De Zeeuw & Wagenaar, 1974): zij omvat louter operaties die een beslisser werkelijk zou kunnen uitvoeren. In het eerste geval zou men kunnen

spreken van een gegevens-beschrijvend model, in het tweede van een proces-model (Green, 1968).

Voor het nemen van beslissingen-in-onzekerheid is omstreeks 1950 de statistische beslissingstheorie tot ontwikkeling gebracht. Het ontbreken van succesvolle mededingers van deze theorie is er de oorzaak van dat het merendeel van het psychologisch onderzoek naar beslissingsgedrag totnogtoe vnl. in het kader van normatieve modellen, ontleend aan de theorie, is verricht. De theorie is echter slechts bruikbaar in het verband van goed-gedefinieerde beslissingsproblemen. Zij kan m.a.w. aangeven hoe iemand behoort te reageren op een probleem dat qua structuur reeds geheel en al gegeven is. Over het actieve proces van doelstellingen-analyse en probleemstructurering in slecht-gedefinieerde beslissingssituaties heeft de normatieve theorie weinig te zeggen. Wel zijn er suggesties uit af te leiden over hoe zo'n proces zou kunnen of moeten verlopen.

In een breder kader wordt psychologisch onderzoek naar beslissingsprocessen gestimuleerd vanuit verschillende theoretische gezichtspunten. De normatieve theorie van individueel beslissen is eigenlijk een verbijzondering van de mathematische speltheorie (Von Neumann & Morgenstern, 1944), die in zijn algemeenheid niet aan de orde zal komen. Het signaal-detectie model als toepassing van de statistische beslissingstheorie op het nemen van sensorische beslissingen wordt in dit boek door Eijkman (hfdst. 6) behandeld.

Lewin's theorie over het aspiratie-niveau (Lewin, Dembo, Festinger & Sears, 1944; Siegel, 1957) en de daaruit ontwikkelde motivatietheorie van J.W. Atkinson (Atkinson & Birch, 1970) hebben onderzoek gestimuleerd dat gericht is op de rol van persoonlijkheidsvariabelen bij de keuze tussen alternatieve handelwijzen. Festinger's (1964) cognitieve dissonantietheorie concentreert zich op post-decisionele verschijnselen. Op het gebied van groepsbeslissingen heeft veel aandacht gekregen het verschijnsel dat groepen na overleg meer risico zouden nemen dan de afzonderlijke individuen, het zgn. "risky shift phenomenon" (Dion, Baron en Miller, 1970; Meertens en Wilke, 1971). Verschijnselen als conflict, competitie, coalitievorming en samenwerking worden bestudeerd in het kader van twee- of méérpersoons mathematische spellen (Davis, 1970; Rapoport, 1970). Individueel voorkeursgedrag wordt in de economie bestudeerd in het kader van de z.g. consumententheorie.

Uit de sociale economie stamt het probleem van de rationele combinatie van individuele voorkeurspatronen zodat een collectieve beslissing mogelijk wordt (Arrow, 1951; Coombs, 1964, hfdst. 18).

Tenslotte is veel beschrijvend onderzoek naar risiconamen en de rol van onzekerheid verricht door Cohen (1964, 1972) en Kogan en Wallach (1964, 1967). Interessant is om te constateren dat een aantal psychologische theorieën is te vertalen tot het raamwerk van de normatieve beslissingstheorie (Barclay, 1971; Edwards, 1961; Feather, 1959a).

3. Normatieve beslissingstheorie

De theorie rust op twee steunpunten: de theorie van de z.g. Bayesiaanse statistische inferentie en de utiliteitstheorie. De Bayesiaanse statistiek (Phillips, 1973, geeft een goede inleiding) is een coherente leer over het herzien van waarschijnlijkheidsverdelingen in het licht van (steekproef-) informatie.

De utiliteitstheorie omvat een verzameling axioma's over coherent keuzegedrag. Als in deze axioma's is voldaan geldt dat beslissingsgedrag gericht is op het maximaliseren van (verwacht) nut van te kiezen handelwijzen.

3.1. Notatie-afspraken

(1) Bij het nemen van een beslissing kan altijd uit een aantal alternatieven worden gekozen: A_1, A_2 etc. Voorbeeld: iemand kan gaan zwemmen of gaan vissen. (2) Er is vaak een onzekere factor in het spel; over de mogelijke uitkomsten kunnen we hypothesen opstellen: H_1, H_2 etc. Voorbeeld: het zal al of niet gaan regenen. De kans dat H_1 bevestigd wordt geven we aan met $p(H_1)$. (3) Het gekozen alternatief heeft, gecombineerd met een uitkomst van de onzekere factor, een consequentie: C_1, C_2 etc. Voorbeeld: iemand vangt veel vis door het kiezen van 'vissen' en de omstandigheid van 'goed visweer'. (4) Tenslotte hebben we vaak een aantal informaties: D_1, D_2 etc. Voorbeeld: het weerbericht.

Veelal kan de beslissingssituatie worden beschreven als een soort wed-denschap: er is bijv. een kans p op het verkrijgen van C_1 , en een kans $(1-p)$ op C_2 . Voorbeeld: er is een kans p dat de vis bijt, $(1-p)$ dat ze niet bijt. We noteren dit als $[C_1, p, C_2]$. Wanneer er meer dan twee consequenties in het geding zijn gebruiken we een notatie als $[C_1, \frac{1}{2}; C_2, \frac{1}{2}; C_3, \frac{1}{2}]$, hetgeen

betekent: verkrijg C_1 met een kans $\frac{1}{2}$, C_2 met een kans $\frac{1}{2}$, C_3 met een kans $\frac{1}{4}$.

Vaak wordt een proefpersoon gevraagd de meest aantrekkelijke van een aantal weddenschappen te kiezen. Voorbeeld: iemand gaat vissen of zwemmen. Kiest hij 'vissen' dan is er een kans p op een goede vangst (C_1), $(1-p)$ op een slechte vangst (C_2). Kiest hij 'zwemmen', dan is er een kans q dat het weer goed blijft (lekker zwemmen = C_3) en kans $1-q$ dat het weer omslaat (rillend van de kou het water in en uit = C_4). De beslissingssituatie kan dus worden beschreven als een keuze uit de weddenschappen $[C_1, p, C_2]$ en $[C_3, q, C_4]$. Voorkeuren (tussen zulke weddenschappen) geven we aan met $\succ$ als het een sterke, $\succeq$ als het een zwakke voorkeursrelatie betreft. Onverschilligheid voor de ene of de andere weddenschap wordt aangegeven met $\sim$. Ordinale relaties tussen getallen worden op de conventionele manier aangeduid: $>$, $\geq$ of $=$.

Hebben we te doen met een volledige (uitputtende) verzameling van elkaar wederzijds uitsluitende, relevante omstandigheden, dan spreken we van de mogelijke uitkomsten van een onzekere factor. Tesaamen vormen deze de steekproefruimte (bijv. de zes mogelijke uitkomsten van een worp met een dobbelsteen). We denken ons deze ruimte opgebouwd uit discrete uitkomsten $E_1, E_2, \dots$ etc. De hypothesen kunnen betrekking hebben op het voorkomen van een enkele uitkomst of van een deelverzameling van uitkomsten $S_1, S_2, \dots$ etc. (bijv. het werpen van een even aantal ogen). Twee deelverzamelingen zijn disjunct wanneer ze geen uitkomst gemeenschappelijk hebben; ze zijn overlappend wanneer ze één of meer uitkomsten gemeenschappelijk hebben (bijv. "even" en "onder de drie"). De verzameling van alle uitkomsten in twee of meer deelverzamelingen noemen we de vereniging van die verzamelingen, aangeduid met het teken $\cup$. De doorsnijding van deelverzamelingen bestaat uit de uitkomsten die ze gemeenschappelijk hebben; we gebruiken daarvoor het teken $\cap$. Een voorwaarde geven we aan met een verticale streep, bijv. $p(H_1|D_1)$ betekent de kans dat H_1 waar is gegeven de informatie D_1 . Uit het dagelijks leven: de kans om snoek te vangen, gegeven dat het regent.

Een verzameling van genummerde alternatieven $(A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_n)$ wordt verkort genoteerd als $\{A_i | i=1, \dots, n\}$. Een waarschijnlijkheidsverdeling $\{p(H_1), p(H_2), \dots, p(H_i), \dots, p(H_n)\}$ wordt analoog genoteerd als $\{p(H_i) | i=1, \dots, n\}$.

3.2. Waarschijnlijkheid, voorwaardelijke waarschijnlijkheid en de stelling van Bayes

Laat E_i een uitkomst zijn van de onzekere factor E . De waarschijnlijkheid $p(E_i)$ heeft drie basiseigenschappen:

a) $0 \leq p(E_i) \leq 1$; of: de kans dat gebeurtenis E_i zich voordoet is minimaal 0, maximaal 1.

b) Wanneer slechts n verschillende uitkomsten E_i mogelijk zijn, geldt:

$$\sum_{i=1}^n p(E_i) = 1; \text{ of: één van de mogelijke uitkomsten moet zich voordoen.}$$

c) $p(E_1 \cup E_2) = p(E_1) + p(E_2)$; of: de kans dat minstens één van een aantal disjuncte gebeurtenissen zich voordoet is gelijk aan de som van de kansen op deze gebeurtenissen.

Behalve deze basiseigenschappen is onafhankelijkheid een belangrijk begrip. Naast de meer bekende betekenissen als in "onafhankelijke variabele" en "onafhankelijke steekproeven" heeft in de waarschijnlijkheidstheorie onafhankelijkheid van deelverzamelingen een zeer specifieke betekenis: twee deelverzamelingen S_1 en S_2 zijn onafhankelijk wanneer de kans dat een uitkomst uit de doorsnijding $S_1 \cap S_2$ voorkomt gelijk is aan $p(S_1) \cdot p(S_2)$. Zo zijn bij het gooien met een dobbelsteen "even" en "onder de vier" niet onafhankelijk omdat de kans op twee ogen niet gelijk is aan $p(\text{even}) \cdot p(\text{onder de vier})$. "Even" en "deelbaar door drie" zijn wel onafhankelijk, "even" en "oneven" weer niet.

De kans dat een uitkomst behoort tot S_1 als we al weten dat hij tot S_2 behoort, noemen we een voorwaardelijke waarschijnlijkheid; dit is gelijk aan de kans dat een uitkomst behoort tot $S_1 \cap S_2$, als we al weten dat hij in S_2 zit. Nu geldt dat de relatieve frequentie van uitkomsten uit $S_1 \cap S_2$ gelijk is aan $\frac{S_1 \cap S_2}{S_2}$. De kans om een uitkomst uit de doorsnijding aan te treffen is daarom

$$p(S_1|S_2) = \frac{p(S_1 \cap S_2)}{p(S_2)}. \quad (1)$$

Wanneer de voorwaarde S_2 ons geen informatie geeft, d.w.z. wanneer

$$p(S_1) = p(S_1|S_2) = \frac{p(S_1 \cap S_2)}{p(S_2)},$$

vinden we $p(S_1) \cdot p(S_2) = p(S_1 \cap S_2)$, wat het kenmerk van onafhankelijkheid is. Dus: wanneer twee deelverzamelingen onafhankelijk zijn, verandert het voorkomen van de ene niets aan de kans op het voorkomen van de andere.

Van formule (1) kunnen we de regel van Bayes afleiden, die iets zegt over de kans dat een hypothese H_i bevestigd wordt wanneer we een bepaald gegeven D_j hebben. Het gaat dus om het bepalen van $p(H_i|D_j)$.

D_j is bevestigend voor H_i wanneer we een uitkomst hebben uit de doorsnijding $H_i \cap D_j$ (wat hetzelfde is als $D_j \cap H_i$). Nu geldt volgens (1):

$$p(H_i \cap D_j) = p(H_i|D_j) \cdot p(D_j),$$

en

$$p(D_j \cap H_i) = p(D_j|H_i) \cdot p(H_i).$$

Gelijkstelling van de twee rechter leden geeft de regel van Bayes:

$$p(H_i|D_j) = \frac{p(D_j|H_i) \cdot p(H_i)}{p(D_j)}. \quad (2)$$

Voor een uitputtende verzameling van n elkaar wederzijds uitsluitende, hypothetische omstandigheden, geldt:

$$\sum_{i=1}^n p(H_i) = \sum_{i=1}^n p(H_i|D_j) = 1. \quad (3)$$

In woorden: ongeacht de vóór-informatie moet één van de hypothesen bevestigd worden. Wanneer deze optelling in beide leden van Bayes' regel wordt uitgevoerd, verkrijgen we:

$$1 = \frac{\sum_{i=1}^n [p(H_i) \cdot p(D_j|H_i)]}{p(D_j)},$$

en daaruit volgt:

$$p(D_j) = \sum_{i=1}^n [p(H_i) \cdot p(D_j|H_i)]. \quad (4)$$

Substitutie van (4) in (2) leidt tot de stelling van Bayes:

$$p(H_i|D_j) = \frac{p(H_i) \cdot p(D_j|H_i)}{\sum_{i=1}^n [p(H_i) \cdot p(D_j|H_i)]}. \quad (5)$$

In deze stelling komt tot uitdrukking dat de waarschijnlijkheid van een hypothese H_1 , in het licht van informatie D_j , te maken heeft met de voorwaardelijke kans dat D_j voorkomt onder alle alternatieve hypothesen. In de klassieke statistiek wordt bij hypothese-toetsing uitsluitend uitgegaan van de nulhypothese en de steekproefverdeling $\{p(D_j|H_0) | j=1, \dots, m\}$. Is voor een gegeven steekproefinformatie de kans $p(D_j|H_0)$ klein genoeg, dan wordt H_0 als data-generator verworpen en H_1 aanvaard. Het argument van de 'Bayesianen' is dat ook de alternatieve hypothesen bij de toetsing moeten worden betrokken.

Het controversiële element in de discussie tussen Bayesianen en klassieke statistici betreft de a priori waarschijnlijkheidsverdeling $\{p(H_i) | i=1, \dots, n\}$, waarin alle voorafgaande informatie besloten ligt. Omdat het vaststellen van zo'n verdeling een hachelijke zaak is, waarvan het resultaat sterk afhangt van degene die de vaststelling doet, postuleerde Bayes (1763) veiligheidshalve dat $p(H_i) = 1/n$ voor alle i , een zgn. uniforme verdeling. Edwards, Lindman & Savage (1963) hebben aangetoond, dat bij redelijk diagnostische steekproefinformatie variaties in de a priori waarschijnlijkheidsverdeling er niet veel toe doen, omdat de convergentie naar de a posteriori waarschijnlijkheidsverdeling vrij snel verloopt.

3.3. Objectieve, subjectieve en persoonlijke waarschijnlijkheid

De interpretatie van het mathematische waarschijnlijkheidsbegrip is onderhevig aan een controverse, met name wanneer het er om gaat een getalwaarde aan p toe te kennen. Hoe meten we waarschijnlijkheid? In de klassieke statistiek wordt waarschijnlijkheid opgevat als de limiet van een relatieve frequentie: de frequentistische interpretatie. Het probleem hierbij is natuurlijk dat we nooit een oneindig aantal proefnemingen kunnen doen; hoe kunnen we dan weten of de kans op het gooien van 6 ogen gelijk is aan $1/6$? Een gedeeltelijk antwoord op deze vraag is dat we de 'echte' waarde van p alleen maar kunnen schatten, omdat iedere steekproef eindig is. Wanneer we de kans schatten door enige malen een steekproef van N uitkomsten te bekijken, zal de gevonden waarde blijken te schommelen tussen zekere grenzen. Deze relatieve frequenties zijn binomiaal verdeeld. We kunnen dan bepalen tussen welke waarden de 'echte' p moet liggen wanneer we een bepaalde relatieve frequentie waarnemen, echter steeds met een (quantificeerbaar) risico dat p buiten die grenzen ligt.

Een ander probleem ontstaat met betrekking tot zinnen als: de kans dat Mr. X tot president wordt gekozen is 0,65. Er is maar één verkiezing, en Mr. X wordt gekozen of niet. We kunnen dus zelfs geen beperkte steekproef trekken om een relatieve frequentie te bepalen. Wat betekent het begrip 'kans' hier? Het antwoord van de subjectivisten (zie Kyburg en Smokler, 1964) is dat een waarschijnlijkheid gezien moet worden als de mate van geloof die iemand aan een uitspraak hecht. De schatting $p(E) = 0,5$ betekent dan, dat de schatter bereid is om bij een weddenschap f 1,-- in te zetten wanneer hij minstens het dubbele bedrag krijgt uitbetaald bij voorkomen van E. Deze opvatting heeft tot gevolg dat men de numerieke waarden van waarschijnlijkheden alleen kan bepalen door vragen te stellen aan proefpersonen over hun voorkeuren tussen weddenschappen. Een voor de hand liggende toepassing van dit idee is het schatten van de a priori waarschijnlijkheidsverdeling $\{p(H_i) \mid i=1, \dots, n\}$ in een Bayesiaanse statistische toetsingsprocedure.

Het centrale probleem van de subjectivistische interpretatie is dat de door proefpersonen geschatte kansen wel degelijk de drie basiseigenschappen van kansen moeten bezitten: ze moeten consistent zijn. Het is gemakkelijk aar te tonen dat proefpersonen die subjectieve waarschijnlijkheden niet op consistente wijze hanteren, geld moeten verliezen bij het aangaan van weddenschappen. In het algemeen voldoen antwoorden van proefpersonen niet aan strikte axioma's; daarom is het begrip persoonlijke waarschijnlijkheid geïntroduceerd, een waarschijnlijkheid geschat door een 'ideale' consistente schatter. De hoop is dat subjectieve waarschijnlijkheid, zij het vertroebeld door het feit dat een proefpersoon zijn 'ware' kansen niet altijd nauwkeurig rapporteert, veel zal lijken op persoonlijke waarschijnlijkheid. Experimentele technieken zijn er veelal op gericht om antwoorden te verkrijgen die zo dicht mogelijk liggen bij de 'ware' kansen. De hypothese dat deze ware waarschijnlijkheden bestaan, en de soms impliciete hypothese dat ze identiek zouden zijn met persoonlijke waarschijnlijkheden, worden besproken door De Zeeuw & Wagenaar (1974). Meetprocedures komen in par. 4 aan de orde.

3.4. Verwachte waarde en rationaliteit

Een centraal begrip bij het meten van subjectieve waarschijnlijkheid is de verwachte waarde (winstverwachting), in het volgende afgekort als EV (= 'expected value'). Wij kunnen de winstverwachting van een weddenschap vergelijken met een vast bedrag; bijv. wanneer iemand f 10,-- ontvangt als het morgen

regent, en hij is er niet zeker van dat het morgen regent, is zijn winstverwachting kleiner dan f 10,--. Frequentisten vatten verwachte waarde op als de gemiddelde winst in het limietgeval van een oneindig vaak herhaalde weddenschap. De subjectivisten volgen Bayes (1763) die als eerste poneerde dat de verwachte waarde een voor de schatter direct toegankelijke en rapporteerbare grootte is. Hij definieerde verwachte waarde als het product van subjectieve waarschijnlijkheid $p(H)$ en de eventuele winst C :

$$EV = p(H) \cdot C. \quad (6)$$

Er is dan een bedrag te noemen dat groter is dan de verwachte waarde. Voor dit bedrag zal men de gelegenheid om mee te doen in de weddenschap graag verkopen. Er zijn ook bedragen te noemen kleiner dan de verwachte waarde. Er is één bedrag B gelijk aan de verwachte waarde. De schatter mag geen voorkeur hebben tussen meedoen aan de weddenschap (met $EV = p(H) \cdot C$) en directe ontvangst van het bedrag, B , het zgn. indifferente bod. Door het bepalen hiervan vinden we $p(H)$ als volgt:

$$B = p(H) \cdot C \rightarrow p(H) = \frac{B}{C}. \quad (7)$$

In het geval van n hypothetische omstandigheden H_i , ieder met een consequentie C_i verbonden, is de verwachte waarde van de weddenschap gedefinieerd als:

$$EV = \sum_{i=1}^n p(H_i) \cdot C_i. \quad (8)$$

Aan het meten van subjectieve waarschijnlijkheid middels verwachte waarde ligt de veronderstelling ten grondslag dat de proefpersoon zal trachten zijn winst te maximaliseren. De neiging tot maximaliseren is een vorm van rationaliteit. Een beslisser is rationeel wanneer zijn gedrag in overeenstemming is met een aantal fundamentele regels, die gericht zijn op een aangenomen doel (zie Lee, 1971, hfdst. 1). In par. 3.7. wordt een mogelijk stel regels besproken.

3.5. Waarde en nut

In de voorgaande paragrafen hebben we al gezien dat $p(H_i)$ subjectief kan

zijn, d.w.z. dat deze niet gelijk hoeft te zijn aan een door de proefleider bepaalde kans. Men moet hiermee bij het berekenen van verwachte waarden rekening houden. Zo kan men onderscheid maken tussen objectief en subjectief verwachte waarde. Eenzelfde overweging geldt met betrekking tot de uitgeloofde winst C. Dit kan duidelijk gemaakt worden met het volgende voorbeeld.

Wachtend op de laatste trein in een klein plaatsje zonder hotel ontdekt u dat u niet meer dan f 10,-- bezit, terwijl een treinkaartje f 20,-- kost. Een plaatselijke gokker biedt u nu de volgende weddenschap aan: u zet uw tientje in en ontvangt f 20,-- wanneer u met een dobbelsteen bij de eerste keer "zes" gooit. Normaal gesproken is dit spel voor u erg onvoordelig; u berekent snel dat de verwachte waarde bedraagt:

$$EV = 1/6(f\ 20,--) - 5/6(f\ 10,--) = -f\ 5,--.$$

Maar tegelijkertijd realiseert u zich dat uw tientje waardeloos is, terwijl twee tientjes een spoorkaartje en een warm bed betekenen. In dat geval wordt de verwachte subjectieve waarde of utiliteit ($EU = \text{'expected utility'}$) zoiets als:

$$EU = 1/6 \times (\text{het nut van een spoorkaartje} + \text{warm bed}) - 5/6 \times (\text{het nut van een niet-toereikend tientje}).$$

De uitkomst hiervan kan heel goed positief zijn! Om dit soort redenen is er onderscheid gemaakt tussen waarde en nut of utiliteit. Utiliteit is een psychologische grootheid die aangeeft hoezeer iemand iets subjectief waardeert.

3.6. De utiliteitscurve voor geld

Een utiliteitscurve geeft het verloop van nut als een functie van waarde. Geldbedragen vormen een alomtegenwoordige waarde-dimensie. Van de utiliteitscurve voor geldbedragen wordt vaak aangenomen dat hij negatief versneld is, d.w.z. het extra nut van "iets er bij" is altijd kleiner dan het mindere nut van "iets er af". Dit laat zich eenvoudig demonstreren door iemand voor te stellen met u om f 100,-- te wedden op de uitkomst van een worp met een eerlijke munt. Wie weigert weegt het mogelijke verlies van f 100,-- zwaarder dan de mogelijke winst van hetzelfde bedrag. Deze asymmetrische waardering ten aanzien van grote bedragen 'er bij' of 'er af' is de bestaansgrond van het verzekeringsbedrijf.

Anderzijds zijn er genoeg aanwijzingen, dat, althans voor kleine bedragen, sommige mensen best bereid zijn om te gokken, bijv. in casino's. Voor zulke mensen, die om kleine bedragen willen wedden, maar zich tegen grote verliezen verzekeren, zou de, door Friedman & Savage (1948) voorgestelde, utiliteitscurve van Fig. 1 kunnen gelden. Op de waardeschaal heeft de status

Fig. 1 hier

quo van de beslisser een centrale plaats. Van daaruit worden bedragen 'er bij' of 'er af' gewaardeerd. Rond de status quo bestaat in de nutscurve een positief versneld gedeelte, dat de risico-bereidheid voor kleine bedragen weerspiegelt. Het convexe gedeelte ligt ingebed in een negatief versneld gedeelte, dat de neiging tot het vermijden van grote risico's weerspiegelt. Wanneer risico wordt opgevat als iets dat evenredig is met de spreiding van mogelijke winst en verlies van een weddenschap, dan kan uit Fig. 1 een 'ideaal risico-niveau' worden afgeleid. Bij de bespreking van "Portfolio Theorie" in par. 7.6 komt dit begrip nader aan de orde.

3.7. Nuts-axioma's

Nut of utiliteit is operationeel meetbaar in het kader van een theorie over voorkeursgedrag. Deze theorie berust op axioma's, welke oorspronkelijk werden geformuleerd door Van Neumann en Morgenstern (1944) en later Savage (1954).

De belangrijkste zijn hieronder weergegeven.³⁾ Bedacht moet worden, dat in het geval van risico-vrije keuze-alternatieven de consequentie samenvalt met het keuze-alternatief (u kiest een boek en krijgt het ook).

1. Alle consequenties in kwestie kunnen worden gerangordend naar aantrekkelijkheid: voor ieder paar (C_1, C_2) geldt: $C_1 \succ C_2$; $C_2 \succ C_1$; of $C_1 \sim C_2$.
2. De ordening van consequenties is transitief: Als $C_1 \succ C_2$, en $C_2 \succ C_3$, dan geldt $C_1 \succ C_3$.
3. We kunnen een mengsel van consequenties maken door een weddenschap $[C_1, p, C_2]$ samen te stellen. Voor zulke waarschijnlijkheidsmengsels geldt: als $C_1 \succ C_2 \succ C_3$ kunnen we een p vinden zodanig dat $[C_1, p, C_3] \succ C_2$, en een q zodanig dat $C_2 \succ [C_1, q, C_3]$. In de rangorde van consequenties moet een mengsel van C_1 en C_3 dus iedere plaats tussen C_1 en C_3 kunnen krijgen. Dit garandeert de continuïteit van de op te stellen nutsschaal.
4. $C_1 \succ C_2 \succ C_3$ impliceert $C_1 \succ [C_1, p, C_2]$ en $[C_2, p, C_3] \succ C_3$. Deze zng. domi-

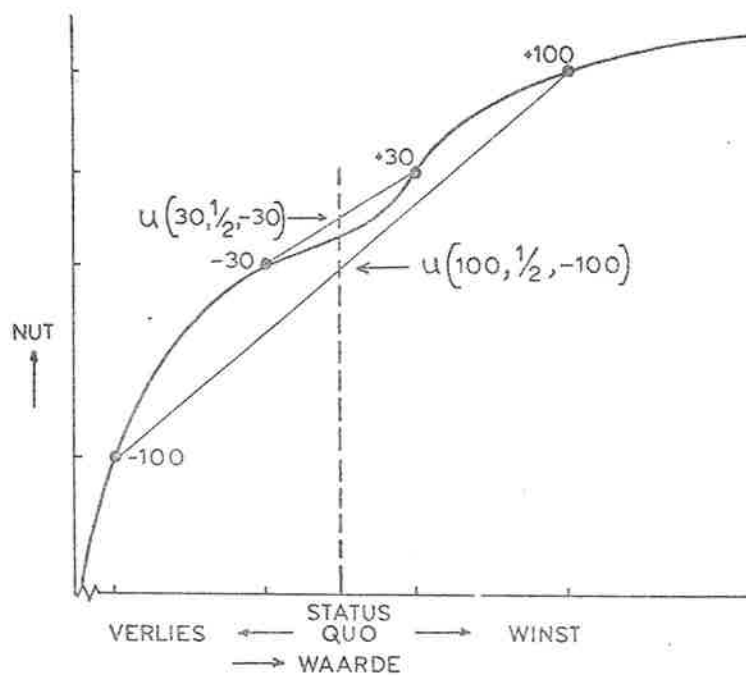


Fig. 1. Utiliteitscurve zoals voorgesteld door Friedman & Savage (1948). Het positief versnelde gedeelte verklaart risico-name voor kleine bedragen. Van boven naar beneden geven de drie snijpunten met de stippellijn resp. het nut weer van de weddenschap $[f\ 30, --, \frac{1}{2}, -f\ 30, --]$, de status quo, en de weddenschap $[f\ 100, --, \frac{1}{2}, -f\ 100, --]$. De 'kleine' weddenschap is aantrekkelijker, de 'grote' minder aantrekkelijk dan de status quo.

nantie-voorwaarde houdt in dat een weddenschap niet aantrekkelijk is wanneer men er wel slechter maar niet beter van kan worden, terwijl een weddenschap altijd geprefereerd wordt wanneer men er wel beter maar niet slechter van kan worden. Ook moet gelden: $[C_1, p, C_1] \sim C_1$, of: men heeft geen voorkeur voor wel of niet wedden als men er niet beter of slechter van kan worden.

5. $C_1 \succ C_2$ impliceert $[C_1, p, C_3] \sim [C_2, p, C_3]$: even aantrekkelijke consequenties zijn in een beslissingsprobleem verwisselbaar. Dit axioma rechtvaardigt het vervangen van weddenschappen door consequenties met gelijk nut (zgn. nutsequivalenten).
6. $[(C_1, p, C_2), q, C_2] \sim [C_1, p, q, C_2]$. De consequentie van een weddenschap kan zijn dat men een andere weddenschap mag aangaan. Het nut van consequenties is onafhankelijk van de weddenschapstructuur.

Als het keuzegedrag van een beslisser aan deze axioma's voldoet, dan bestaat er een nutsfunctie U welke aan consequenties C_i reële getallen $u(C_i)$ toekent, zodanig dat geldt⁴⁾:

$$C_1 \succ C_2, \text{ impliceert: } u(C_1) \geq u(C_2),$$

en

$$u[C_1, p, C_2] = pu(C_1) + (1-p)u(C_2). \quad (9)$$

U is een intervallschaal, waarvan nulpunt en schaaleenheid arbitrair worden gekozen, zodat een lineaire transformatie $au(C_i) + b$, $a > 0$, aan de geldigheid van (de twee leden van) deze stelling niets afdoet. Het tweede lid van de stelling geeft aan hoe het verwachte nut van een weddenschap-met-onzekere-consequenties wordt berekend: als de som van het nut van de consequenties, waarbij iedere consequentie wordt gewogen met zijn kans van optreden.

De axioma's definiëren het gedrag van een 'ideale' beslisser; proefpersonen zullen zich natuurlijk niet zonder meer volgens deze axioma's gedragen. Het is bijv. niet zeker dat een voorkeursrangordening altijd transitief is (zie het voorbeeld in par. 5.3). Het is ook mogelijk dat een weddenschap 'alleen voor de sport' aantrekkelijk is, ook al kan men er niet beter van worden (zgn. utiliteit van gokken). Daarom zijn de axioma's in psychologisch opzicht niet meer dan toetsbare hypothesen over menselijk gedrag. In par. 7.2 zullen we daarop terugkomen.

3.8. Voorbeeld: een goed gedefinieerd beslissingsprobleem

Stel dat een beslisser wordt geconfronteerd met een knikkerzak, waarin zich drie soorten knikkers bevinden: rode, blauwe en gele, totaal 100 in getal. De proporties van de drie soorten zijn bijv. 0,50, 0,30 en 0,20, maar onbekend blijft welke proportie bij welke kleur hoort. Beslist moet worden welke kleur knikkers in de zak het meest voorkomt. Noemt de beslisser de juiste kleur, dan levert hem dat 100 punten op, anders verliest hij 50 punten. Het probleem kan worden voorgesteld in de uitbetalingsmatrix van tabel 2.

tabel 2 hier

Hierin stellen de $H_j | j=1, 2, 3$, de mogelijke hypothesen voor, de $A_i | i=1, 2, 3$, de keuze-alternatieven, terwijl de C_{ij} de consequenties weergeven. Wanneer nu zonder meer een beslissing zou moeten worden genomen gaat een rationele beslisser af op het verwachte nut per alternatief. Daarbij is het rationeel om een uniforme waarschijnlijkheidsverdeling aan te houden: $p(H_j) = 1/3$ voor $j=1, 2, 3$. Onder de wat gemakkelijke aanname dat het nut van C_{ij} gelijk is aan het corresponderende puntenaantal, is nu het (verwachte) nut van keuze-alternatief A_1 gelijk aan:

$$\begin{aligned} u(A_1) &= 1/3(100) + 1/3(-50) + 1/3(-50) = 0 \\ &= \sum_{j=1}^3 p(H_j)u(C_{1j}), \end{aligned} \quad (10)$$

en het valt gemakkelijk in te zien dat $u(A_i)=0$ voor $i=1, 2, 3$.

Om nu meer over de inhoud van de knikkerzak te weten te komen kan de beslisser informatie 'kopen' in de vorm van de willekeurige trekking van één knikker per keer à raison van 10 punten. De informatiekosten beïnvloeden netto winst en verlies; de informatie zelf werkt zekerheidsverhogend. De vraag is nu: hoe vaak moet de beslisser een willekeurige trekking uit de knikkerzak kopen om het verwachte nut van het aldus uitgebreide spelletje te maximaliseren? Omdat mogelijke winst en verlies bij ieder besluit tot kopen veranderen, terwijl ook de waarschijnlijkheden der hypothesen zich wijzigen op grond van de verkregen steekproefinformatie, hebben we nu te doen met een méérstaps-, sequentieel beslissingsprobleem, dat in het beslissings-

Tabel 2

		feitelijk meest voorkomende kleur is:		
		H_1 : rood	H_2 : blauw	H_3 : geel
standpunt besliser: de meest voorkomende kleur is:	A_1 : rood	$C_{11} = 100$	$C_{12} = -50$	$C_{13} = -50$
	A_2 : blauw	$C_{21} = -50$	$C_{22} = 100$	$C_{23} = -50$
	A_3 : geel	$C_{31} = -50$	$C_{32} = -50$	$C_{33} = 100$

Tabel 2. Uitbetalingsmatrix behorende bij het voorbeeld besproken in par. 3.8.
(p.20)

De getallen geven aan wat de besliser krijgt als hij een rij-alternatief kiest, en een kolom-uitkomst waar blijkt te zijn.

diagram of de beslissingsboom van Fig. 2 kan worden voorgesteld.

Fig. 2 hier

Conventioneel is om in zo'n representatie keuzevorken aan te duiden met een vierkantje: de beslisser kan op dat punt zelf het initiatief nemen. Kansvorken, waarop de beslisser de uitkomst van een onzekere factor moet afwachten, worden aangeduid met een cirkeltje. Fig. 2 laat zien dat op het eerste keuzepunt (A) de beslisser 4 alternatieven heeft. Hij kan besluiten te zeggen dat een van de drie kleuren het meeste voorkomt (A_1 , A_2 , of A_3), dan wel deze eigenlijke beslissing opschorten (A_4) om nieuwe informatie te kopen teneinde zijn onzekerheid te reduceren. In het laatste geval komt hij na het kopen van een knikker (D) - waarvan hij de feitelijke kleuren (D_1 , D_2 , of D_3) maar moet afwachten - via de terugkoppelingslus weer op het oorspronkelijke keuzepunt terug.

H_1 , H_2 en H_3 representeren de hypothesen dat resp. 'rood', 'blauw' en 'geel' de feitelijk meest voorkomende kleuren zijn. De expressie (N, f_1, f_2) vat samen dat men op een gegeven moment in totaal N knikkers heeft 'gekocht' waarvan er f_1 rood, f_2 blauw en $(N-f_1-f_2)$ geel zijn. Het aantal knikkers maal de prijs per knikker bepaalt met welk bedrag winst en verlies worden vermindert ($-10N$). Wordt de beslisser gevraagd om na het kopen van de eerste knikker, welke bijv. blauw (D_2) blijkt te zijn, de knoop door de hakken, dan zal hij uitgaan van de a posteriori waarschijnlijkheidsverdeling $\{p(H_j|D_2)\}_{j=1, 2, 3}$. Het (verwachte) nut van alternatief A_i , d.i. de gewogen som van het nut van de puntenaantallen, is dan:

$$u(A_i|D_2) = \sum_{j=1}^3 p(H_j|D_2)u(C_{ij}). \quad (11)$$

3.9. Intermezzo: aspecten van beslissingsanalyse

Om het in Fig. 2 weergegeven meerstapsprobleem te kunnen oplossen moet een aantal deelproblemen worden opgelost. De technologie voor het formuleren van een beslissingsprobleem, en het vervolgens stapsgewijze oplossen daarvan, wordt aangeduid met de term beslissingsanalyse (Brown, Kahr & Peterson, 1974; Lindley, 1971; Raiffa, 1968; Schlaifer, 1969). Nadat het probleem gestructureerd is - wat veelal de lastigste fase is - moeten achtereenvolgens de volgende deeltaken worden uitgevoerd: (a) het toekennen van waarschijnlijkheden

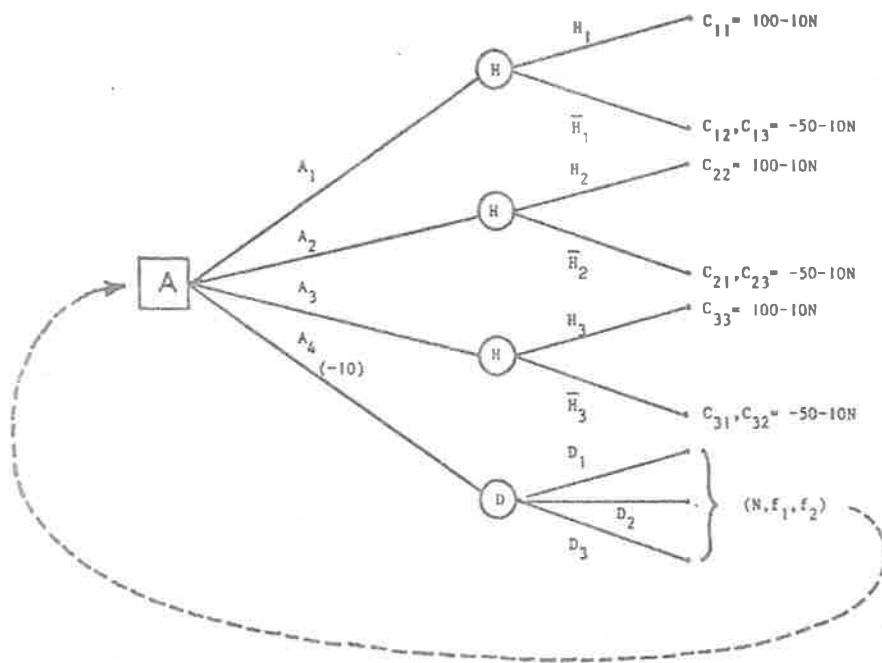


Fig. 2. Beslissingsboom-representatie van het voorbeeld besproken in par. 3.8.
(p.21)

aan de uitkomsten van onzekere factoren; (b) het vaststellen van het nut van mogelijke consequenties; en (c) het bepalen van de waarde van nieuwe informatie teneinde over het inwinnen daarvan te kunnen beslissen. Met de formule voor het verwachte nut kan dan ieder keuze-alternatief worden geëvalueerd, nadat m.b.v. de stelling van Bayes waarschijnlijkheden zijn herzien in het licht van de verzamelde informatie. Het vooraf bepalen van de waarde van te kopen informatie in een beslissingsanalyse wordt door Wendt (1969) behandeld:

3.10. Alternatieve beslissingscriteria

Er moet op worden gewezen dat beslissers rationeel kunnen zijn terwijl zij een ander doel nastreven dan het maximaliseren van verwachte waarde of nut. Dit treedt bijv. op wanneer de waarschijnlijkheden verbonden met de diverse uitkomsten niet in aanmerking genomen (kunnen) worden. Coombs, Dawes & Tversky (1970) noemen voor dat geval de volgende mogelijkheden:

- a) Maximax criterium: kies het alternatief dat onder de gunstigste omstandigheden de grootste winst oplevert.
- b) Maximin criterium: kies het alternatief dat onder de ongunstigste omstandigheden de grootste winst oplevert.
- c) Pessimisme-optimisme criterium: bepaal voor ieder alternatief een gewogen som van de gunstigste en ongunstigste resultaten en kies het alternatief met de hoogste som (bijv. met een weging 0,50/0,50).
- d) Minimax spijt methode: bereken voor iedere omstandigheid hoeveel spijt van ieder van de mogelijke keuzen zou hebben, waarbij spijt is gedefinieerd door het verschil tussen maximale winst bij de beste keuze, en de actuele winst. Kies het alternatief waarbij de grootste spijt zo klein mogelijk is.
- e) Hoogste gemiddelde waarde: middel per alternatief de waarden van de mogelijke consequenties, en kies het alternatief met het hoogste gemiddelde. Het voorbeeld in tabel 3 (Coombs c.s., 1970, p. 142) geeft vijf alternatieve besluiten die afhankelijk van het beslissingscriterium ieder op hun beurt optimaal zijn.

tabel 3 hier

Tabel 3

keuze-alternatief	uitkomsten van de onzekere factor			criteriumwaarde bij toepassing van:				
	E ₁	E ₂	E ₃	maximax	maximin	optimisme/ pessimisme (0,50/0,50)	minimax regret	hoogste gemid- delde waarde
A ₁	10 (0)	0 (5)	0 (8)	10	0	5	8	3.3
A ₂	5 (5)	5 (0)	5 (3)	5	5	5	5	5.0
A ₃	9 (1)	2 (3)	2 (6)	9	2	5.5	6	4.3
A ₄	6 (4)	1 (4)	4 (4)	6	1	3.5	4	3.7
A ₅	8 (2)	0 (5)	8 (0)	8	0	4	5	5.3

Tabel 3. Uitbetalingsmatrix (linkergedeelte) met cijfers ontleend aan Coombs (p.22) c.s. (1970, blz. 142). Tussen haakjes staat de grootte van de 'spijt' (per kolom: hoogste celwaarde minus betreffende celwaarde). Het rechtergedeelte geeft de criteriumwaarde bij vijf alternatieve beslissingscriteria. Omcirkeld is de waarde bij het keuze-alternatief dat volgens dat criterium het beste is.

4. Methoden voor het toekennen van waarschijnlijkheden

Het toekennen van waarschijnlijkheden aan onzekere omstandigheden is een onalledaagse taak, waar mensen in de regel moeite mee hebben. De kans, dat binnen vijf minuten uw telefoon overgaat, de kans dat iemand voor een 3 jaar na nu af te leggen examen slaagt, de kans dat het tussen 1 november en Kerstmis zal sneeuwen: zij betreffen alle onzekere omstandigheden waarover de beslisser een aantal, maar niet voldoende, gegevens heeft om er zijn waarschijnlijkheid op te baseren. Waarschijnlijkheden zijn de quantitative uitdrukkingen van evidentie over het optreden van een toekomstige omstandigheid.

De informatiebasis van een waarschijnlijkheid kan meer of minder multidimensioneel zijn. De kans dat een dobbelsteen op 5 valt is nog wel rechtstreeks op een schaal van 0 tot 1 aan te geven (probeer het ook eens met twee of drie dobbelstenen, tegelijkertijd geworpen). Schatten van de kans dat het tussen 1 november en Kerstmis zal sneeuwen vereist een grotere cognitieve inspanning, waardoor de beslisser in de verleiding kan komen om 'zo maar iets te zeggen'. Er bestaat een aantal procedures om de beslisser aan te moedigen tot een nauwkeurige schatting. Deze gaan er alle van uit dat (a) de waarschijnlijkheidsschatting het resultaat is van een beslissing tussen een (groot) aantal mogelijke numerieke waarden, en (b) de beslisser het verwachte nut van zijn schatting maximaliseert. De meetprocedure moet dus zodanig zijn ingericht, dat het verwachte nut het hoogst is voor die schatting die overeenkomt met de 'ware' waarschijnlijkheid p . De kans dat de aanname van nutsmaximalisering geldig is, kan worden verhoogd door beslissers te oefenen met het waarschijnlijkheidsbegrip uit te leggen en hen de methode te laten oefenen. De Finetti (1965) noemt een aantal voorwaarden voor het optimale gebruik van zulke methoden.

Formeel berust de meetprocedure op het kiezen tussen alternatieven met onzekere-consequenties, waarbij het nut van de consequenties bekend wordt verondersteld. Voor het gemak wordt vaak aangenomen, dat het nut van consequenties een lineaire functie is van de waarde van die consequenties, zodat dan waarschijnlijkheid in termen van waarde wordt vastgesteld.

4.1. Methode van de minimum-verkoopprijs

Stel de beslisser moet de waarschijnlijkheden van een binaire gebeurtenis $\{H, \bar{H}\}$ quantificeren. Laat H bijv. de omstandigheid voorstellen dat bin-

nen een maand de regering valt. De beslisser wordt nu het recht geboden om een weddenschap te spelen. Hij wint f 10,-- als H zich voordoet - met een kans $p(H)$ -; blijkt de regering niet binnen een maand te zijn gevallen, dan verliest hij f 5,--. In formele notatie luidt de weddenschap $[f\ 10,--, p(H), -f\ 5,--]$.

De beslisser moet nu het minimum bedrag v (van verkoopprijs) noemen waarvoor hij bereid is het recht op deze weddenschap te verkopen. Om de beslisser te dwingen dit nauwkeurig te doen, deelt de proefleider of adviseur mee, dat hij het recht op de weddenschap zal overnemen als $v \leq a$, waarbij a de aankoopprijs is, welke de proefleider in zijn hoofd heeft. De beslisser krijgt dan a . Blijkt dat $v > a$, dan moet de beslisser de weddenschap spelen. De situatie, waarmee de beslisser wordt geconfronteerd is weergegeven in de uitbetalingsmatrix van tabel 4.

tabel 4 hier

Onder deze voorwaarden - en bij de aanname dat het nut van de geldsbedragen lineair is in geld over het interval $[-f\ 5,--, f\ 10,--]$ - kan worden aangetoond dat $v \geq 0$ moet worden gekozen dat $v = p(H)(f\ 10,--) + (1-p(H))(-f\ 5,--)$. Af te leiden valt dan, dat $p(H)$, de waarschijnlijkheid, die de beslisser impliciet toekent aan de uitkomst H, gelijk is aan:

$$p(H) = \frac{v - (-f\ 5,--)}{(f\ 10,--) - (-f\ 5,--)}.$$

Details en bewijs voor het optimale karakter van deze methode geven Becker, De Groot en Marschak (1964). Deze auteurs bevelen de methode aan voor het meten van nut, waarbij de kans $p(H)$ bekend wordt verondersteld. Het is duidelijk dat de methode ook omgekeerd, zoals hier, kan worden gebruikt.

In een door Toda (1951) gesuggereerde variant op deze methode speelt de beslisser een spel tegen de proefleider. Daarin moet de beslisser een faire weddenschap voorstellen, waarna de proefleider voor zichzelf de aantrekkelijkste kant van de weddenschap kiest. Alleen bij een volstrekt faire weddenschap, waarin de voorgestelde winst-bedragen omgekeerd evenredig zijn aan de winstkansen, verkeert de beslisser dan in een gelijkwaardige positie t.o.v. zijn tegenspeler. De methode is onlangs door een van ons in detail uiteengezet (Vlek, 1973a).

Tabel 4

	H	$\bar{H}$
$v \leq a$	a	a
$v > a$	f 10,--	-f 5,--

(verkoop weddenschap)

(speel weddenschap)

Tabel 4. Uitbetalingsmatrix bij de methode van de minimum-verkoopprijs.
(p.24)

4.2. Methode van de equivalente urn

Raiffa (1968) en Schlaifer (1969) bevelen een methode aan waarin twee weddenschappen met dezelfde consequenties moeten worden vergeleken. Stel dat de waarschijnlijkheid $p(H)$ moet worden vastgesteld. Als C_1 en C_2 mogelijke consequenties zijn, $C_1 \neq C_2$, dan kan de volgende weddenschap worden geformuleerd: $[C_1, p(H), C_2]$: win C_1 als H bevestigd wordt, en anders C_2 . Voor het opstellen van een vergelijkingsweddenschap wordt uitgegaan van een urn waarin zich twee soorten kralen bevinden, stel 1.000 rode en witte. De kans om willekeurig uit de urn een rode knikker te trekken is p_r . De vergelijkingsweddenschap laat de beslisser dezelfde consequenties verkrijgen, maar nu als gevolg van het trekken van een rode, resp. witte knikker uit de urn: $[C_1, p_r, C_2]$.

De beslisser moet nu de proportionele samenstelling van de urn zódanig inrichten dat het hem om het even is welke van de twee weddenschappen hij gaat spelen, zodat geldt: $u[C_1, p(H), C_2] = u[C_1, p_r, C_2]$. Dit kan alleen het geval zijn wanneer $p_r = p(H)$. De waarschijnlijkheid die de beslisser aan H wil toekennen, wordt dus rechtstreeks in p_r uitgedrukt, en is onafhankelijk van het nut van C_1 en C_2 .

4.3. Vaststellen van continuë waarschijnlijkheidsverdelingen

De tot nog toe besproken procedures richten zich alle op de waarschijnlijkheden van een binaire gebeurtenis. Het is niet moeilijk om ze te gebruiken bij het quantificeren van continuë waarschijnlijkheidsverdelingen. Voor het vaststellen van iemands subjectieve waarschijnlijkheidsverdeling van de lengten van volwassen personen kan men bijv. uit het totale plausibele lengte-interval een aantal waarden nemen. Bij iedere lengte kan vervolgens gewed worden op het feit of een willekeurig 'getrokken' persoon langer of korter zal zijn dan die lengte. De aldus verkregen optimale waarschijnlijkheids-schattingen kunnen in een grafiek van de cumulatieve waarschijnlijkheidsverdeling van lengte worden weergegeven, waarna een best passende rechte in een standaard-score-versus-lengte diagram het aflezen van de parameters van de verdeling mogelijk maakt. Een alternatieve methode is die van de 'opeenvolgende onderverdelingen' van de onafhankelijke variabele (lengte) in gelijk-waarschijnlijke intervallen. Winkler (1967a, b) wijdt aan deze en verwante methoden een uitvoerige bespreking. Zie ook (in Raiffa, 1968, p. 161 e.v.)

het gesimuleerde tweegesprek tussen een beslissingsadviseur en zijn cliënt, waarbij een continuë waarschijnlijkheidsverdeling door de laatste moet worden vastgesteld.

4.4. Scoringsregels

Men kan een beslisser vragen om voor alle mogelijke uitkomsten van een onzekere factor aan te geven hoe waarschijnlijk deze zijn. Voor deze schatting ontvangt hij een beloning volgens een betalingsschema dat zó is ingericht dat hij een maximum score verwacht als en alleen als hij zijn subjectieve waarschijnlijkheden nauwkeurig rapporteert. Een dergelijke scoringsregel wordt door Shuford, Albert & Massengill (1966) toelaatbaar genoemd.

Er zijn verschillende zulke systemen te bedenken. Van Naerssen (1962) stelde de logaritmische en quadratische scoringsregels voor. Onafhankelijk daarvan ontwikkelde Toda (1963) eveneens de logaritmische en quadratische scoringsregels, en voegde daar een zgn. sferische regel aan toe.

Laat $\{p(H_i) | i=1, \dots, n\}$ de verzameling waarschijnlijkheden zijn die een beslisser er op na houdt t.a.v. de hypothesen $\{H_1, H_2, \dots, H_1, \dots, H_n\}$ over de uitkomsten van een onzekere factor; $\sum_{i=1}^n p(H_i) = 1$. De meest nauwkeurige schatting van die waarschijnlijkheden is dan $\{r_1, r_2, \dots, r_i, \dots, r_n\}$, waarbij $r_i = p(H_i)$ voor $i=1, \dots, n$ en $\sum_{i=1}^n r_i = 1$. Een scoringsregel kent aan iedere schatting van de waarschijnlijkheidsverdeling $\{p(H_i) | i=1, \dots, n\}$ een score toe zódanig dat de door de beslisser verwachte score alleen maximaal is als $r_i = p(H_i)$ voor alle i . De feitelijke score is een functie van de geschatte verdeling $\{r_i | i=1, \dots, n\}$ en de uitkomst welke in werkelijkheid optreedt. Bij gegeven schattingen r_i en een bevestiging van $H_j | j=1, \dots, n$, is de te behalen score c voor de drie scoringsregels als volgt:

Logaritmische regel: $c_l(r_1, \dots, r_n | H_j) = \log r_j;$ (12)

Quadratische regel: $c_{kw}(r_1, \dots, r_n | H_j) = 2r_j - \sum_{i=1}^n r_i^2;$ (13)

Sferische regel: $c_{sf}(r_1, \dots, r_n | H_j) = \frac{r_j}{\sqrt{\sum_{i=1}^n r_i^2}}.$ (14)

Als de te behalen score algemeen wordt voorgesteld als $c(r_1, \dots, r_n | H_j)$, dan kan de door de beslisser verwachte score worden geschreven als:

$$E[c(r_1, \dots, r_n | H_j)] = \sum_{j=1}^n p(H_j) c(r_1, \dots, r_n | H_j). \quad (15)$$

De verwachte score is een parabool-achtige functie van $r_1, \dots, r_n$ met een maximum bij $r_i = p(H_i)$. De parabool-vorm maakt dat de curve in de nabijheid van dit maximum tamelijk vlak is. In de praktijk heeft dat tot gevolg dat een beslisser niet te zeer 'gestraft' wordt wanneer zijn schattingen r_i enigszins van de ware waarschijnlijkheden $p(H_i)$ afwijken. Dit vlakke maximum vormt bij het gebruik van scoringsregels een notoir probleem, waar de eerder besproken meetmethoden vrij van zijn.

Een omvattende behandeling van het meetprobleem en een tamelijk volledige inventarisatie van voorhanden procedures zijn te vinden in een monografie van Staël von Holstein (1970). Een meer op toepassingen gericht overzicht geven Hampton, Moore & Thomas (1973). Schaefer en Borcharding (1973) doen verslag van een studie waarin beslissers getoetst werden in het gebruik van enkele van de besproken methoden.

5. Methoden voor het quantificeren van nut

Bij een gegeven alternatief-met-onzekere-consequenties wordt de onzekerheid weerspiegeld in (persoonlijke of subjectieve) waarschijnlijkheden. Nut of utiliteit is de subjectieve uitdrukking van het waarde-aspect. Waarschijnlijkheid en nut kunnen meettechnisch dan ook analoog worden behandeld.

Waarschijnlijkheid wordt geschat op een schaal met twee duidelijke eindpunten: $p(H) = 0$ geeft weer dat men H volstrekt uitgesloten acht; $p(H) = 1$ daarentegen, dat men volstrekt zeker is van het optreden van H . Bij het schatten van nut zijn die eindpunten minder absoluut. Het nut-van-iets-voor-iemand moet altijd worden gezien tegen de achtergrond van arbitrair vastgestelde uitgangspunt en meeteenheid. Als uitgangspunt werd wel genomen iemands 'tegenwoordige vermogen', ook wel met 'status quo' aangeduid. In de nieuwere literatuur wordt aanbevolen om het nut van iets te betrekken op twee extremen, nl. de aller-ellendigste en de aller-plezierigste denkbare consequentie van het beslissingsprobleem, waarvan het nut resp. op 0 en 1 worden vastgelegd. Dan kan ook de relatieve aantrekkelijkheid van de eigen 'status quo' worden

geschat. Deze kan immers opschuiven als gevolg van de genomen beslissing, terwijl de uiteinden van de nutsschaal constant blijven.

Wordt nut op een dergelijke interval-schaal gequantificeerd, dan spreekt men wel van cardinale utiliteit. Dit is een begrip van eerbiedwaardige ouderdom, dat tussen plm. 1915 en 1950 enige tijd uit de gratie is geweest, toen enkele invloedrijke economen meenden dat nut slechts op een ordinale schaal behoefde te worden gemeten om het gedrag van 'de markt' te kunnen voorspellen. Edwards (1954) wijdt aan dit probleem een korte historische bespreking.

Ook bij het schatten van nut kan men weer onderscheiden tussen eenvoudige en ingewikkelde 'stimuli'. De subjectieve waarde van een tarwebrood lijkt gemakkelijker aan te geven dan die van een nog ongelezen boek, en het nut van het laatste weer gemakkelijker dan dat van een verworven diploma. Bij het gebruik van een graderingsschaal kan men dus weer in de verleiding komen om 'zomaar iets te zeggen'. Een extra moeilijkheid is, dat veel voorwerpen en gebeurtenissen al een objectieve, dat is: collectief overeengekomen, waarde hebben. De vraag: "hoeveel maal aantrekkelijker dan f 10,-- is f 20,-- voor u?" is daardoor nauwelijks goed te beantwoorden.

In overeenstemming met de axioma's van de utiliteitstheorie (par. 3.7) wordt nut dan ook afgeleid uit keuzegedrag: verkiest iemand A boven B, dan leiden we af: $u(A) \geq u(B)$; is iemand onverschillig tussen A en B, dan concluderen we: $u(A) = u(B)$. Bij de volgende twee methoden wordt niet gelet op de dimensionaliteit van de betreffende stimuli. Of we het nu hebben over een zeker geldsbedrag dan wel over de gevolgen van het aanvaarden van een betrekking: zodra een (samenstel van) consequentie(s) duidelijk is omschreven worden deze methoden gelijkelijk toegepast. De fundamentele aanname is dat de beslisser er steeds op uit is om het verwachte nut van zijn keuze te maximaliseren.

5.1. Methode van de indifferente weddenschap

De beslisser wordt geconfronteerd met de weddenschap $[C_1, p_r, C_2]$ waarin p_r de kans voorstelt om uit een urn met 1.000 rode en witte kralen willekeurig een rode kraal te trekken. Vraag: voor welke waarde van p_r is het de beslisser om het even deze weddenschap al of niet te spelen? Ofwel: kies p_r zo dat het nut van de weddenschap gelijk is aan het nut van nul: $u(0) = u[C_1, p_r, C_2] = p_r u(C_1) + (1-p_r)u(C_2)$, zie formule 9. Voor het vaststellen van nul-punt en schaaleenheid kunnen twee nutswaarden arbitrair worden gekozen: stel

$u(C_2) = 0$ en $u(0) = 1$. Dan geldt: $1 = p_r u(C_1)$, en $u(C_1) = 1/p_r$. Deze wat verouderde (Mosteller en Nogee, 1951) methode is inmiddels verfijnd tot de volgende standaard procedure, welke wordt aanbevolen door o.a. Lindley (1971) en Raiffa (1968).

5.2. Methode van de equivalente gok

Van het op te lossen beslissingsprobleem wordt vastgesteld welke resp. de meest en minst aantrekkelijke consequenties C^+ en C^- zijn. Van deze uitersten wordt arbitrair vastgesteld dat $u(C^+) = 1$ en $u(C^-) = 0$. Het nut van een tussenliggende consequentie C wordt nu gemeten door de beslisser te doen komen tot onverschilligheid tussen het direct verkrijgen van C , met $u(C)$, en een weddenschap $[C^+, p_r, C^-]$. Daarin wordt C^+ verkregen wanneer een willekeurig getrokken kraal uit een 'standaard urn' met 1.000 rode en witte kralen, rood blijkt te zijn; anders wordt C^- verkregen. De beslisser moet zelf de proportie rode kralen p_r zodanig instellen dat $u(C) = u[C^+, p_r, C^-] = p_r u(C^+) + (1-p_r)u(C^-) = p_r(1) + (1-p_r)(0) = p_r$. Het nut van C , en van andere consequenties tussen C^+ en C^- , wordt dus rechtstreeks in de variabele p_r uitgedrukt.

5.3. Het nut van multi-dimensionele consequenties

Het zonder meer quantificeren van nut en waarschijnlijkheid is voldoende voor de oplossing van een welomschreven beslissingsprobleem. Over het nut van voorwerpen of gebeurtenissen kunnen echter meer vragen worden gesteld. De utiliteitstheorie heeft zich vooral ontwikkeld met betrekking tot risicovrije alternatieven en in het kader van de consumenten-theorie. Vragen die daarbij aan de orde komen zijn o.m.: "hoe dragen de materiële kenmerken van een voorwerp of gebeurtenis (stimulus) bij tot het totale nut er van?" en "hoe verloopt het nut als functie van deze onderliggende nuts-dimensies?" Zijn de relevante stimuli materieel op één dimensie te beschrijven, bijv. in aantallen of uitgedrukt in objectieve waarde, dan is een nutscurve op te stellen (par. 3.6).

Voor multi-dimensionele stimulusverzamelingen, waarbij men een nuts-(hyper)vlak zou kunnen opstellen, zijn de in 5.1 en 5.2 besproken methodes dikwijls te globaal en rechtstreeks. De vraag rijst, of het nut van zulke complete stimuli niet veeleer in stappen moet worden vastgesteld, en vervolgens op een of andere wijze getotaliseerd.

Of er sprake is van multi-dimensioneel nut kan soms worden afgeleid uit het bestaan van een intransitief voorkeurspatroon. Een klassiek voorbeeld is gegeven door May (1954). Daarin worden drie meisjes gerangordend op ieder van drie criteria (nutsdimensies), zoals in tabel 5.

tabel 5 hier

Als de uiteindelijke voorkeur vanuit de afzonderlijke criteria wordt bepaald, kan het volgende gebeuren. Stel dat iemand, in een gepaarde vergelijking, een meisje prefereert wanneer ze volgens tenminste 2 criteria aantrekkelijker is. Dan geldt voor tabel 5: $A \succ B$, $B \succ C$, en $C \succ A$. Dit voorkeurspatroon laat niet toe dat de samengestelde aantrekkelijkheid van ieder meisje op één nutsschaal wordt weergegeven. Het probleem is inherent aan het hier gebruikte recept van de paarsgewijze dimensionele vergelijking⁵⁾, en kan worden opgelost door o.m. de nutsdimensies verschillend te wegen.

Het ligt voor de hand om te stellen, dat recepten voor het quantificeren van multi-dimensioneel nut gebaseerd moet zijn op een voor de betreffende stimuli geldig nutsmodel. Er zijn verschillende mogelijkheden.

5.4. Additief nut; de onverschilligheidscurve

Multi-dimensionele consequenties C_i zijn te beschrijven in termen van een aantal onderliggende materiële dimensies, bijv. $C_1 = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n\}$ en $C_2 = \{y_1, y_2, \dots, y_i, \dots, y_n\}$. In de theorie van het additieve nut wordt gesteld dat, voor bijv. C_1 ,

$$u(C_1) = u(x_1) + u(x_2) + \dots + u(x_i) + \dots + u(x_n), \quad (16)$$

en dus:

$$C_1 \succeq C_2 \text{ als en alleen als } u(x_1) + u(x_2) + \dots + u(x_n) \geq u(y_1) + u(y_2) + \dots + u(y_n). \quad (17)$$

In de praktijk wordt er vaak van uitgegaan dat $u(x_i) = a + bx_i$, hetgeen er toe leidt, dat $u(C)$ kan worden geschreven als een lineaire meervoudige-regressie vergelijking. Fishburn (1967) geeft een opsomming van methoden voor het schatten van additief nut.

Het additieve nutsmodel kan worden getoetst met behulp van additief conjunct meten (zie hoofdstuk 2). Daarin wordt beoogd om het samengestelde nut

Tabel 5

meisje	intellect	uiterlijk	rijkdom
A	1	2	3
B	2	3	1
C	3	1	2

Tabel 5. Voorkeursrangnummers per nutsdimensie bij het evalueren van drie
(p.30) meisjes op aantrekkelijkheid.

en het nut van de afzonderlijke dimensies van een stimulus $C = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n\}$ tegelijkertijd vast te stellen. Gezocht wordt naar functies F en f_i zodanig dat geldt:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n f_i(x_i), \quad (18)$$

terwijl F monotoon is met de rangorde van voorkeuren over de onderscheiden multi-dimensionele stimuli.

In de consumenten-theorie wordt het model voor additief nut vaak gebruikt voor de beschrijving van zgn. goederen-bundels: de consument moet het totale nut van te kopen goederen-pakketten weten te schatten vóórdat hij zijn geld besteedt.

Daarbij wordt vaak een hoeveelheid van het ene goed afgewogen tegen een hoeveelheid van een ander goed.

Stel dat x en y de eenheid van twee goederensoorten voorstellen, die onafhankelijk van elkaar zijn, d.w.z. niet complementair (zaaigoed en tuingrond) of rechtstreeks in elkaar uit te drukken (sigaretten en dubbeltjes). In een keuzeprocedure kan worden vastgesteld welke combinaties van hoeveelheden x en y de beslisser alle even aantrekkelijk vindt. Stel dat de beslisser tussen de volgende goederen-bundels onverschillig is: $(9x, 1y)$, $(6x, 2y)$, $(4x, 3y)$, $(2x, 4y)$, $(1x, 6y)$, $(0x, 10y)$. Bij vergelijking van de eerste 2 paren blijkt dat een afname van $9x$ naar $6x$ gecompenseerd moet worden met een toename van $1y$ naar $2y$. In de laatste 2 paren moet een afname van $1x$ gecompenseerd worden met een toename van $4y$. Het ziet er naar uit dat als men veel van x heeft, men bereid is om relatief veel er van in te ruilen tegen weinig van y . Heeft men daarentegen weinig van x , dan wil men voor het afstaan van een weinig x juist veel y ter compensatie ontvangen. Dit variërend verloop van de compensatiegrootte ("marginal rate of substitution") staat bekend als de wet van het afnemend marginaal nut (bij bezit van een toenemende hoeveelheid van hetzelfde goed). De wet is te illustreren aan een zng. onverschilligheidscurve, welke is op te stellen door de 6 hierboven gegeven coördinaatparen in te tekenen in een x - y -ruimte, zie Fig. 3.

Fig. 3 hier

De onverschilligheidscurve speelt in de consumenten-theorie een belangrijke rol. In de psychologie werden het begrip en een eerste experimentele

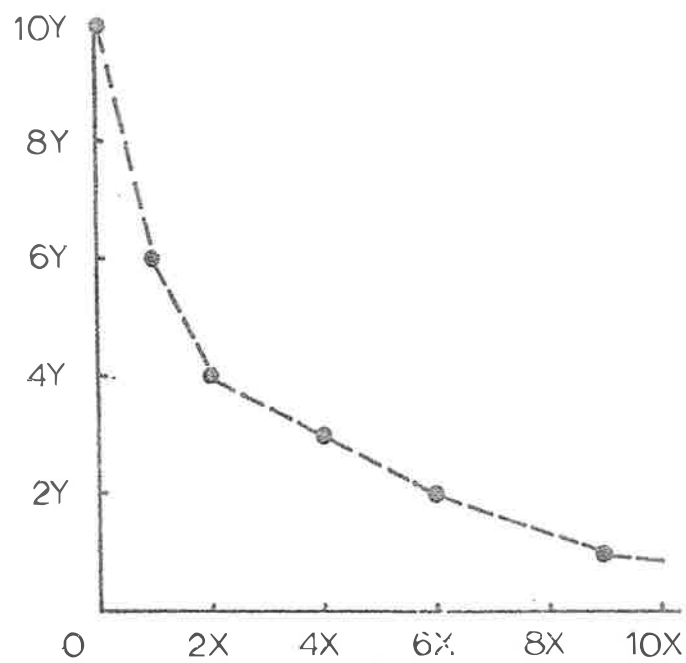


Fig. 3. Onverschilligheidscurve voor bundels van goederen x en y. De punten op de curve zijn de beslisser alle even lief. Punten rechtsboven de curve worden geprefereerd boven die op de curve, welke weer worden geprefereerd boven de punten linksonder de curve.

studie geïntroduceerd door Thurstone (1931). Als schaalmethode is het opstellen van onverschilligheidscurves door psychologen sterk verwaarloosd. MacCrimmon & Toda (1969) laten zien hoe simpel het eigenlijk is. Toda (1971, 1974) ontwikkelde een methode om uit onverschilligheidscurves de afzonderlijke nutscurves voor de samenstellende goederensoorten af te leiden.

5.5. Het lexicografisch nutsmodel

Stel $C_1 = \{x_1, x_2, x_3\}$ en $C_2 = \{y_1, y_2, y_3\}$ zijn twee drie-dimensionele getallencombinaties. Een zwakke lexicografische ordening van deze combinatie aangeduid met de relatie $\leq$, wordt gedefinieerd als volgt:

$$C_1 \leq C_2 \text{ als en alleen als: } [x_1 > y_1] \text{ of } [x_1 = y_1 \text{ en } x_2 > y_2] \\ \text{of } [x_1 = y_1, x_2 = y_2 \text{ en } x_3 > y_3]. \quad (19)$$

De ordening verloopt analoog aan het rangschikken van een naam in een alfabetische lijst. Stel nu, dat C_1 en C_2 hierboven multidimensionele consequenties voorstellen. In het lexicografisch nutsmodel wordt gesteld, dat aan x_i en y_i ($i=1, 2, 3$), getallen $u(x_i)$ en $u(y_i)$ kunnen worden toegekend, zodanig dat geldt:

$$C_1 \leq C_2 \text{ als en alleen als: } \{u(x_1), u(x_2), u(x_3)\} \leq \{u(y_1), u(y_2), u(y_3)\}. \quad (20)$$

De additieve en lexicografische nutsmodellen kunnen als 2 extremen van elkaar worden beschouwd. In het additieve model zijn de afzonderlijke nutsdimensies volstrekt compensatoir; in het lexicografisch model zijn zij dat volstrekt niet. Het lexicografisch model vereist dan ook een rangordening naar belangrijkheid van de relevante nutsdimensies, waarna de lager-geordende dimensies nog slechts een rol spelen wanneer de stimuli op hogere dimensies equivalent zijn.

De volgende methode verschaft een tussen-oplossing, met gebruikmaking van de basismethode van 5.2.

5.6. Een methode voor het meten van multidimensioneel nut

Van een verzameling multidimensionele consequenties worden eerst de relevante nutsdimensies vastgesteld. Bij het vergelijken van woningen identifi-

ceert men als zodanig bijv. de prijs, het aantal kamers, afstand naar de eigen werkgelegenheid, enzovoort. Het idee van de methode is dat het nut van deze dimensies afzonderlijk kan worden vastgesteld met gebruikmaking van de methode van de equivalente gok.

Daartoe is het nodig dat de beslisser per dimensie vaststelt wat resp. de meest en minst aantrekkelijke consequenties zijn. Als C_i^+ en C_i^- deze twee uitersten zijn op de i -de dimensie met $u(C_i^+) = 1$ en $u(C_i^-) = 0$, dan wordt vervolgens een tussenliggende consequentie C_i geëvalueerd door een proportie rode kralen p_r voor de standaard urn te kiezen zodanig dat $u(C_i) = u[C_i^+, p_r, C_i^-] = p_r$. Wanneer de nutsfuncties over de afzonderlijke dimensies zijn vastgesteld, kan de beslisser aan iedere dimensie een gewicht toekennen, dat de relatieve belangrijkheid van die dimensie weergeeft. Die gewichten zullen in het algemeen variëren met de spreiding van de consequenties per nutsdimensie: dimensies met een grote spreiding krijgen een groter gewicht dan dimensies waarop de consequenties nauwelijks van elkaar verschillen. Strikt genomen moeten (en kunnen) ook de belangrijkheids-gewichten uit keuzegedrag worden afgeleid. Het samengestelde nut van een consequentie is gelijk aan de gewonnen som van het nut op de afzonderlijke dimensies.

5.7. Tijdsvoorkeuren

De multi-dimensionaliteit van een consequentie kan daarin bestaan, dat op ieder van een reeks opeenvolgende tijdstippen een bepaald aspect aan de beslisser toevalt. Het is aannemelijk dat hetzelfde menu verschillend wordt gewaardeerd als de volgorde van de gangen verandert. Bij het kiezen van een betrekking kan men te doen hebben met een aantal zekere consequenties die op achtereenvolgende tijdstippen optreden. Tijdsvoorkeuren spelen eveneens een duidelijke rol bij het kiezen tussen kopen 'op afbetaling' en 'tegen contante betaling'.

Een materieel-enkelvoudige consequentie, bijv. geldsbedragen, kan worden geschreven als $C = \{x_1, x_2, \dots, x_i, \dots, x_n\}$, waarbij x_i aan de beslisser toevalt in de i -de tijdsperiode. Stel dat $u_i(x)$ de nutscurve voor x is in de i -de periode. De vraag is dan: (1) Hoe verloopt $u_i(x)$ als een functie van de tijd? En: (2) Hoe wordt het totale nut $u(C)$ samengesteld uit het nut van hetgeen de opeenvolgende perioden opleveren:

$$u(C) = F[u_1(x_1), u_2(x_2), \dots, u_i(x_i), \dots, u_n(x_n)]? \quad (21)$$

Het uiteindelijke nutsmodel geeft het tijdsvoorkeurs-patroon van de beslisser weer. Deze kan ongeduldig zijn en dus een relatief hoge waardering hebben voor vroegtijdige resultaten. Als hij extreem ongeduldig is, kan een lexicografische ordening toepasselijk zijn; het alternatief dat in de eerste periode het meeste oplevert, wordt gekozen, ongeacht wat er later nog toevalt. Het omgekeerde is natuurlijk het geval bij een (extreme) voorkeur voor uitstel van resultaten. Iemands voorkeurspatroon kan verder constant zijn in de tijd, of juist een voorliefde voor afwisseling weerspiegelen.

Modellen voor tijdsvoorkeuren zijn pas onlangs in ontwikkeling gekomen. Er is, zeker in de psychologie, nauwelijks enig empirisch onderzoek over verricht. Het ligt voor de hand om het leer-psychologisch onderzoek naar effecten van onmiddellijke versus uitgestelde beloning er mee in verband te brengen.

Multidimensionele utiliteitstheorie is gericht op het formuleren van axioma's en daaruit afgeleide stellingen over rationeel keuzegedrag. Het totale nut van de keuze-alternatieven wordt daarbij op een bepaalde wijze afhankelijk gesteld van (1) materiële nutsdimensies, (2) opeenvolgende tijdsperiodes, en (3) al of niet onzekere omstandigheden. Concreet: hoe aantrekkelijk iets is wordt bepaald door (1) waar het uit bestaat, (2) wanneer men het verkrijgt, en (3) met welke zekerheid men het dan verkrijgt.

De laatste jaren is de belangstelling voor modellen en schattingsprocedures voor meer-dimensioneel nut sterk toegenomen. Overzichtelijke behandelingen geven Fishburn (1968), Fischer (1972), Keeney (1969) en Von Winterfeldt en Fischer (1973). Huber (1974) en Hull, Moore & Thomas (1973) geven een indruk van het gebruik en de bruikbaarheid van multidimensionele utiliteitsmodellen in praktische (bedrijfs- en beheers-)situaties.

6. Empirisch onderzoek over subjectieve waarschijnlijkheid

Bij het reageren op onzekere evidentie kunnen vooralsnog worden onderscheiden (a) het leren van waarschijnlijkheden op grond van frequentistische ervaring; (b) het herzien van de a priori waarschijnlijkheid van een hypothese in het licht van nieuwe informatie; (c) de rol van vereenvoudigende strategieën bij het quantificeren van onzekere evidentie; en (d) effecten van externe versus interne onzekerheid.

Het onderzoek op dit gebied heeft van psychologische zijde grote aandacht gekregen. Oorzaken daarvan lijken te zijn (a) het feit dat bestudering kan plaats vinden aan de hand van betrekkelijk eenvoudig te realiseren proefopzetten, en (b) de traditionele belangstelling van (experimentele) psychologen voor processen van informatieverwerking.

6.1. Het leren van waarschijnlijkheden

Laat $\{E_i | i=1, \dots, n; n \geq 2\}$ een uitputtende verzameling van elkaar wederzijds uitsluitende 'omstandigheden' (stimuli, gebeurtenissen) zijn. De E_i zijn bijv. lengten van personen, typen vliegtuigen, kleurschakeringen, of mogelijke posities in een rij van lichtsignalen. Met iedere E_i correspondeert een element van de verzameling $\{\pi_i | i=1, \dots, n\}$, waarin π_i de feitelijke relatieve frequentie-van-voorkomen van E_i voorstelt in een willekeurige sequentiële steekproef. De beslisser kan nu worden gevraagd om vóór ieder optreden van een E_i te voorspellen welke het zal worden, of - na een aantal E_i -optredens - te schatten met welke relatieve frequentie iedere E_i voorkomt.

Voorbeeld: op zekere ochtend gaat door een tochtdeur een willekeurige sequentie van mannen en vrouwen een warenhuis binnen. Stel dat de proportie binnengaande vrouwen gedurende de ochtend stationair is, d.w.z. niet systematisch varieert. Een deurwacht zou dan kunnen worden gevraagd om steeds te voorspellen of de volgende binnengaande persoon een vrouw (E_1) of man (E_2) is. Daarnaast, of in plaats daarvan, zou de deurwacht na enige tijd de proportie binnengaande vrouwen (π_1) kunnen schatten. Hier geldt dus $n = 2$.

Dit paradigma staat bekend als het 'probability learning experiment'. Er wordt o.m. mee bestudeerd of en hoe proefpersonen de feitelijke relatieve frequentie van de mogelijke stimuli leren (zie Estes, 1972; en Jones, 1971, voor recente samenvattingen). Daarbij wordt vnl. de proportie voorspel-antwoorden als afhankelijke variabele gebruikt, in experimenten waarin zelden meer dan 2 mogelijke stimuli een rol spelen. Stemt de voorspel-proportie overeen met de feitelijke stimulus-frequentie, dan spreekt men van 'probability matching'. De voorspel-proportie is als maat echter beslissingstheoretisch inadequaat.

Vanuit de beslissingstheorie is men geïnteresseerd in de vraag hoe beslis-sers een relatieve frequentie-verdeling leren, en men zou dat nagaan aan de hand van geschatte relatieve frequenties of waarschijnlijkheden. De oudere literatuur over 'probability learning' verschaft daarover weinig informatie.

Daarbij komt, dat enkele gevestigde resultaten uit situaties met slechts 2 verschillende stimuli zich niet laten generaliseren naar situaties met meer dan 2 stimuli (Vlek, 1970, geeft een overzicht).

6.2. Een normatief model voor waarschijnlijkheidsleren

Laat $E_i | i=1, \dots, n$, in een populatie voorkomen met proporties π_i , $0 \leq \pi_i \leq 1$ $\sum_{i=1}^n \pi_i = 1$. Vat de willekeurige aanbidding van N E_i -gebeurtenissen op als een steekproef uit die populatie, en laat de frequentie van E_i in die steekproef gegeven zijn door r_i , $0 \leq r_i \leq N$, $\sum_{i=1}^n r_i = N$. Het model beschouwt het leren van een relatieve frequentie-verdeling als het herzien van een multi-variate a priori waarschijnlijkheidsverdeling over de verzameling van mogelijke verschillende populatiesamenstellingen, in het licht van de aangeboden steekproefinformatie. De onzekerheid van de beslisser over de juistheid van iedere hypothese, $\{p_1, \dots, p_i, \dots, p_n\}$, over de samenstelling kan dan worden voorgesteld als de $(n-1)$ -variante variant van de bèta-verdeling,

$$f(p_1, \dots, p_i, \dots, p_{n-1}) = K \prod_{i=1}^n (p_i)^{a_i-1}, \quad (22)$$

$0 < p_i < 1$, $a_i > 0$, voor alle i , $\sum_{i=1}^n p_i = 1$, $p_n = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} p_i$; K is een normaliserende constante. Deze verdeling wordt de Dirichlet verdeling genoemd (Wilks, 1962) en is voor $n = 2$ identiek aan de meer vertrouwde bèta-verdeling.

Het proces van herziening start met een stel aanvangswaarden voor a_i , die de a priori waarschijnlijkheidsverdeling specificeren. Kiest men bijv. $a_i = 1$ voor alle i , dan stelt $f(p_1, \dots, p_{n-1})$ een uniforme verdeling voor (wat niet hetzelfde is als te menen dat $p_i = 1/n$ voor alle i). Gedurende de observatie van een willekeurige steekproef van $r_1 + r_2 + \dots + r_n = N$ elementen uit de populatie verandert de a priori verdeling in een a posteriori verdeling met parameters $a_i^1 = a_i + r_i$. Op enig tijdstip gedurende het revisie-proces is de beste schatting van de populatie-proporties gegeven met het gemiddelde van de waarschijnlijkheidsverdeling van formule (22). Formule (23) hieronder geeft dat gemiddelde; formule (24) laat het herziene gemiddelde zien, waarin de oorspronkelijke a_i zijn vervangen door $a_i^1 = a_i + r_i$.

$$E(p_i) = \frac{a_i}{\sum_{i=1}^n a_i}; \quad (23)$$

$$E(p_i) = \frac{a_i + r_i}{\sum_{j=1}^n (a_j + r_j)} \quad (24)$$

Volgens formule (24) wordt het gemiddelde van de multivariate 'onzekerheids-verdeling' van de beslisser meer en meer door de steekproef-proporties bepaald, naarmate N (en dus in het algemeen r_i) groter wordt. Het model voor-spelt dus 'probability matching', maar het optimale revisie-proces verloopt sneller dan men van zichzelf zou verwachten.

Verder trekt het model zich niets aan van het schaal-type van de stimulus-variabele E_i . Als echter E_i een geordende variabele is (lengte van mensen, positie in een rij signalen) dan kan er een regelmatige relatie bestaan tussen E_i en π_i , welke door de beslisser als extra hulpmiddel kan worden be-nut.

Bij empirische tests van formule (24) als model voor het leren van rela-tieve frequentieverdelingen is moeilijk te onderscheiden tussen de rol van de aanvangswaarden a_i , en de mate van verwerking van de steekproefinformatie r_i . Het model blijkt in situaties met 2 stimuli het verloop van de schattingen bij toenemende steekproefinformatie redelijk te voorspellen (Beach, Rose, Sayeki, Wise & Carter, 1970; DuCharme & Peterson, 1969; Peterson & Phillips, 1966). Tests voor $n > 2$ zijn nog niet in de literatuur gerapporteerd.

6.3. Herziening van waarschijnlijkheden in het licht van informatie

De stelling van Bayes (formule (5)) is een normatief model voor het her-zien van de waarschijnlijkheid van een hypothese in het licht van nieuwe (steekproef-)informatie. Het model kan getoetst worden in situaties waar sprake is van 2 of meer hypothesen, en verschillende mogelijke gegevens over die hypothesen. De omstandigheden waarop de hypothesen betrekking hebben, worden daarom ook wel data-generatoren genoemd en formeel gedefinieerd als voorwaar-delijke waarschijnlijkheidsverdelingen $\{p(D_j|H_i), j=1, \dots, m; i=1, \dots, n\}$.

6.3.1. Het 'urnen-en-kralen'-paradigma

Het meeste empirisch onderzoek is verricht aan de hand van het 'urnen-en-kralen'-paradigma (Rouanet, 1961), ook bekend als het "bookbag-and-pokerchip-paradigm" (Phillips and Edwards, 1966). Daarin wordt de beslisser geconfron-teerd met 2 urnen, waarvan urn H_1 gevuld is met proporties p_r rode en $(1-p_r)$ witte kralen. In urn H_2 zijn die proporties precies omgekeerd. Zonder dat de

beslissers kan zien welke, wordt een van de urnen met een bepaalde a priori kans $p(H_i) | i=1, 2$, gekozen om er de beslissers een willekeurige steekproef uit voor te leggen. De steekproef omvat N kralen, waarvan er r rood zijn en w wit. De beslissers moet aangeven wat de a posteriori waarschijnlijkheid is dat de steekproef uit urn H_i werd genomen. In dit 2-hypothesen geval is het praktisch om de stelling van Bayes in ratio-vorm te gebruiken, uitgaande van formule (2):

$$\frac{p(H_1|D_j)}{p(H_2|D_j)} = \frac{p(H_1)p(D_j|H_1)}{p(H_2)p(D_j|H_2)}, \quad (25)$$

waarbij $p(D_j)$ uit formule (2) wegvalt. Formule (25) wordt ook wel geschreven als:

$$\Omega_1 = \Omega_0 \cdot L, \quad (26)$$

d.w.z., de verhouding van de a posteriori waarschijnlijkheden is gelijk aan die van de a priori waarschijnlijkheden maal de aannemelijkheids-verhouding L ('likelihood ratio'; $p(D_j|H_i)$ is een 'likelihood'). In de onderhavige situatie representeert $D_j = (N, r)$ een steekproef van N kralen, waarvan er r rood zijn. De aannemelijkheids-verhouding kan m.b.v. de binomiaal-vergelijking worden geschreven als:

$$L = \frac{p(D_j|H_1)}{p(D_j|H_2)} = \frac{p(r|N, p_r)}{p(r|N, 1-p_r)} = \frac{\binom{N}{r} (p_r)^r (1-p_r)^w}{\binom{N}{r} (1-p_r)^r (p_r)^w} = \left(\frac{p_r}{1-p_r} \right)^{r-w}. \quad (27)$$

Met substitutie van L wordt formule (26) in logaritmische vorm:

$$\log \Omega_1 = \log \Omega_0 + (r-w) \log \left[p_r / (1-p_r) \right]; \quad (28)$$

$\log \Omega_1$ is een lineaire functie van $r-w$, waarbij $\log \Omega_0$ als intercept en $\log [p_r / (1-p_r)]$ als hellingscoëfficiënt fungeren. Naarmate p_r extremer wordt, is bij dezelfde gegevens de herziening dus groter. Vaak geldt $p(H_1) = p(H_2)$, zodat $\Omega_0 = 1$, en $\Omega_1 = p(H_1|D_j) / [1 - p(H_1|D_j)] = L$. Daaruit valt af te leiden dat $p(H_1|D_j) = L / (L+1)$. $\log L$ wordt vaak de 'Bayesian log likelihood ratio' (BLLR) genoemd. Uit de a posteriori waarschijnlijkheidsschattingen van be-

slissers kan men dan een 'subjective log likelihood ratio' (SLLR) afleiden. Een maat voor de nauwkeurigheid van de beslisser is $SLLR/BLLR$, de nauwkeurighedsverhouding. Bij $SLLR/BLLR > 1$, $= 1$, of < 1 wordt de revisie resp. radicaal, optimaal of conservatief genoemd.

In het 'urnen-en-kralen'-experiment zijn H_1 en H_2 formeel binomiale verdelingen. Alternatieve data-generatoren zijn de multinomiale en de normale verdeling. De laatste is bijv. relevant wanneer een beslisser, gegeven de lengte x van een willekeurige persoon, de waarschijnlijkheid moet geven dat die persoon tot het vrouwelijk (H_1) of het mannelijk (H_2) geslacht behoort.

6.3.2. Bevindingen en verklaringen

Revisie van opinie in het 'urnen-en-kralen'-experiment, oorspronkelijk bestudeerd ter vergelijking met het gedrag van een optimale beslisser, is geleidelijk een probleem op zichzelf geworden. Overheersend in de uitkomsten van deze experimenten is het conservatisme in de subjectieve a posteriori waarschijnlijkheden, tot uiting komend in een nauwkeurighedsverhouding kleiner dan 1. Dit werd geïnterpreteerd als een menselijk onvermogen om evidentie op zijn juiste diagnostische waarde te schatten. Om hieraan tegemoet te komen werden mens-machine systemen voor probabilistische informatieverwerking beproefd (zgn. P.I.P.-systems, zie Edwards, Phillips, Hays & Goodman, 1968; Schum, Goldstein & Southard, 1966).

In uiteenlopende variaties van de basisproefopzet werd gevonden dat het conservatisme in schattingen van $p(H_1|N, r)$ toeneemt met de steekproefgrootte N , en naarmate de populatieparameter p_r extremer is (Peterson, Schneider & Miller, 1965; Phillips & Edwards, 1966), terwijl het met veranderende r -w behoorlijk constant blijft. Werd de informatie sequentieel aangeboden, en moest na ieder nieuw steekproef-element een herziening plaats vinden, dan was het eindresultaat minder conservatief dan na een vergelijkbare steekproef, die simultaan verwerkt moest worden (Sanders, 1968). De proefopzet is ook benut voor het vergelijken van verschillende methoden voor het schatten van waarschijnlijkheid. Daarbij bleek dat antwoorden op een visuele log Ω_1 -, of Ω_1 -schaal minder conservatief zijn dan die op een waarschijnlijkheidsschaal (Phillips & Edwards, 1966), terwijl directe Ω_1 -schattingen niet verschillen van antwoorden verkregen m.b.v. een quadratische scorings-regel (Sanders, 1968, zie ook 4.4). Deze bevindingen zijn door verscheidene andere auteurs bevestigd (Manz, 1970; Slovic & Lichtenstein, 1971, geven overzichten).

Voor het conservatisme-verschijnsel is een aantal verklaringen naar voren gebracht. Peterson, DuCharme & Edwards (1968) en Wheeler & Beach (1968) veronderstelden dat ppn het Bayesiaanse model (formule (28)) coherent toepasten op subjectieve steekproefverdelingen $\{p(r|N, p_r)|r=0, 1, \dots, N\}$ en $\{p(r|N, 1-p_r)|r=0, 1, \dots, N\}$, welke een grotere variantie hadden - conservatiever waren - dan de statistische verdelingen (de zgn. misperceptie hypothese). Ook in subjectief geschatte steekproefverdelingen bleek het conservatisme toe te nemen met steekproefgrootte N en extremitet van p_r . Bovendien bleek dat grotere vertrouwdheid met het binomiale proces het conservatisme in schattingen van zowel $p(r|N, p_r)$ als $p(H_1|N, r)$ deed afnemen. Daarmee leek het effect redelijk verklaard.

Phillips & Edwards (1966) veronderstelden dat ppn de optimale 'Bayesiaanse' aannemelijkheids-verhouding L tot een macht $c < 1$ verhieven alvorens er een a posteriori waarschijnlijkheid uit af te leiden (mis-aggregatie hypothese). DuCharme (1970) constateerde dat bij het schatten van $p(H_1|N, r)$ de extreme uiteinden van de antwoordschaal vermeden werden, en wees er op dat ppn voor $1/10 < n_1 < 10$ nauwelijks conservatief waren. Deze antwoord-voorkeur lijkt equivalent aan het uit numerieke beoordelingstaken bekende centrale tendentie effect (antwoord-voorkeur hypothese).

Winkler & Murphy (1973) zoeken de verklaring voor het conservatisme-verschijnsel eerder in de ervaring met realistische inferentie-taken, die ppn in de laboratoriumsituatie met zich meebrengen. Het Bayesiaanse model veronderstelt dat opeenvolgende gegevens 'voorwaardelijk onafhankelijk' zijn, d.w.z. $p(D_j \cap D_k | H_i) = p(D_j | H_i) p(D_k | H_i)$. Gaan proefpersonen er, op grond van veelvuldige dagelijkse ervaring, van uit dat opeenvolgende gegevens afhankelijk zijn, dan zal $p(H_i)$ minder ver worden herzien. Ook zijn in werkelijkheid de parameters van data-generatoren (in ons geval: p_r en $1-p_r$) vaak onstabiel, terwijl de meeste gegevens een lage diagnostische waarde hebben, d.w.z. L niet extreem. Onzekerheid over de waarde van p_r en een antwoord-tendens naar niet-extreme waarschijnlijkheden leiden beide tot conservatisme.

Behalve dat gegevens vaak weinig betekenis hebben, kunnen ze ook onbetrouwbaar zijn. De rechter die de kans moet vaststellen dat een verdachte schuldig is, zal zijn opinie minder herzien na een belastende getuigenverklaring van iemand die als een notoire fantast bekend staat, dan wanneer de getuige betrouwbaar wordt geacht. In dit voorbeeld is sprake van 'getrapte' informatieverwerking: eerst wordt vastgesteld welke feiten waar zijn in het licht van de getuigenverklaring; vervolgens gaat het om de schuldigheid van

de verdachte in het licht van de feiten. Gettys & Willke (1969) en Schum & DuCharme (1971) hebben het Bayesiaanse model op deze situatie toegepast. Aan de getrapte verwerking van onzekere evidentie, ook wel hiërarchische of cas-cadische inferentie genoemd, is onlangs een speciaal nummer gewijd van Organizational Behavior and Human Performance (zie Peterson e.a., 1973).

Over het gedrag van ppn in de specifieke situatie van het 'urnen-en-kralen' experiment heeft de volgende hypothese veld gewonnen. Volgens het normatieve model (formule (28)) moet de pp voor een optimale revisie drie soorten gegevens integreren: (1) de a priori waarschijnlijkheid $p(H_1)$, weerspiegeld door π_0 ; (2) de populatieparameter p_r ; en (3) de informatie uit de steekproef, N ($= r+w$) en r . Voor ongeoefende proefpersonen is die informatie-verwerkingstaak te ingewikkeld. In hun pogingen tot vereenvoudiging verwaarlozen zij de meer indirecte informatie $p(H_1)$ en p_r om zich te kunnen concentreren op onmiddellijk en concreet aanwezige taak-aspecten: de informatie uit de steekproef. De meest effectieve onafhankelijke variabele bij de totstandkoming van een $p(H_1|N, r)$ -schatting is r/N , de proportie rode kralen in de aangeboden steekproef.

Deze steekproef-proportie-hypothese werd getoetst door Beach, Wise & Barclay (1970), waarbij steekproeven van grootte $4 \leq N \leq 10$, met r variërend van 0 tot N , en $p_r = 0,80$ of $p_r = 0,60$, simultaan dan wel sequentieel werden aangeboden. Voor simultaan te verwerken steekproeven bleek $p(H_1|N, r)$ een lineaire functie van r/N te zijn; voor successief te verwerken steekproeven waren a posteriori waarschijnlijkheidsschattingen 'conservatief Bayesiaans', hetgeen wijst op een kromlijnige relatie tussen geschatte en optimale $p(H_1|N, r)$. Marks & Clarkson (1972) rapporteren op grond van een eigen experiment verdere evidentie voor deze hypothese. Deze auteurs presenteren tevens een nauwkeurige analyse van de voorwaarden waaronder $p(H_1|N, r)$ -schattingen al of niet conservatief zijn wanneer r/N de basis van die schattingen is. De meest stabiele resultaten - toeneming van conservatisme met $p_r > 0,50$ en met N - vinden hierin een afdoende verklaring. De geobserveerde kromlijnigheid in de grafiek van geschatte versus optimale $p(H_1|N, r)$ voor extreme r/N -waarden kan aanvullend door het centrale tendentie effect worden verklaard.

Men kan zich met De Swart (1972; zie ook Marks & Clarkson, 1973) afvragen of niet toch moet worden vastgehouden aan een beschrijvingsmodel van meer Bayesiaanse allure, waarin geringe effecten van p_r en $r-w$, en de grotere optimaliteit van sequentiële revisies een plaats krijgen. De vraag rijst dan of men met een goed-passend, maar complex data-beschrijvingsmodel ook een

toepasselijk procesmodel heeft gevonden. Al eerder heeft Green (1968) gewezen op de twijfelachtige waarde van beschrijvingsmodellen zoals het 'stimulus-sampling' model (Atkinson & Estes, 1963) voor 'probability learning'

en het Bayesiaanse model voor de herziening van waarschijnlijkheden; de modellen beschrijven de experimentele gegevens aardig; de vraag is of ze ook gelden voor het psychologisch proces dat er aan ten grondslag ligt (zie ook: De Zeeuw & Wagenaar, 1974). De 'steekproef-proportie-hypothese' (a) geeft een spaarzame beschrijving van de gegevens, en (b) sluit aan bij ander onderzoek op het gebied van beslissingsprocessen, waar de gedachte dat proefpersonen de cognitieve belasting zoveel mogelijk proberen te reduceren aan betekenis en aanhang wint (Slovic, 1972).

Resteert de verklaring van Peterson e.a. (1968) en Wheeler & Beach (1968) dat conservatieve subjectieve steekproefverdelingen ten grondslag zouden liggen aan conservatieve $p(H_1|N, r)$ -schattingen. Deze verklaring heeft twee kanten. In de eerste plaats moet de veronderstelling dat ppn het Bayesiaanse model als interne rekenregel gebruiken van de hand worden gewezen. De regel van Bayes beschrijft de relatie tussen de voorwaardelijke waarschijnlijkheden $p(H|D)$ en $p(D|H)$ en zegt er niet bij dat de een uit de ander moet worden afgeleid. Zo kan het ook bij ppn zijn. Bijvoorbeeld: alledaagse informatie over frequenties van lengten x van vrouwen (H_1) en mannen (H_2) is op een bepaalde wijze in het geheugen opgeslagen. De vraag naar schattingen van de normaalverdelingen $p(x|H_i)$ $i=1, 2$, en die naar schattingen van $p(H_i|x)$ voor een aantal waarden van x , doen via verschillende responsekanalen een beroep op dezelfde onderliggende informatie-structuur. Goede coherentie tussen de twee soorten schattingen lijkt het gevolg daarvan en niet van het feit dat de pp de ene waarschijnlijkheid schat om er de andere uit te berekenen (Vlek, 1973b).

In de tweede plaats gaat het om de toepasselijkheid van het begrip 'subjectieve steekproefverdeling'. In een studie van Cohen & Hansel (1955) leverden 10-15 jaar oude ppn volstrekt verschillende steekproefverdelingen wanneer verschillende procedures werden gehanteerd. Wagenaar (1971) toonde aan dat binomiale steekproefverdelingen conservatief waren wanneer ze als frequentieverdeling moesten worden geschat, maar radicaal wanneer ze achteraf berekend werden uit door ppn geproduceerde willekeurige reeksen. Dit soort experimenten wekt het vermoeden dat ppn aan de opgedragen taak interpretatie geven, welke decisie-theoretisch niet 'zuiver op de graat' zijn

Bij de, stapsgewijze bekeken, sequentiële herziening van waarschijnlijkheden hebben ppn de neiging om gegevens, welke een favoriete hypothese verder bevestigen, zwaarder te wegen dan gegevens die de hypothese ontkrachten. Voor dit verschijnsel, dat het 'inertie effect' wordt genoemd (Pitz, Downing & Reinhold, 1967) kunnen 2 verklaringen worden gegeven. Eén mogelijkheid is dat ppn ter vermindering van cognitieve dissonantie (Festinger, 1964) weinig van zins zijn hun eenmaal ingenomen standpunt t.a.v. een hypothese te wijzigen, de zgn. 'commitment' hypothese. De alternatieve, 'expectancy' hypothese stelt dat ppn bij tijd en wijle tegensprekende evidentie verwachten, ook als de favoriete, maar probabilistische, hypothese in feite waar is. Uitgaande van deze 2 verklaringshypothesen kunnen tegenovergestelde voorspellingen worden gedaan over de inertie t.a.v. het eerste tegensprekende gegeven in een reeks. Onder de 'commitment' hypothese zou het effect vroeg in de reeks het grootst moeten zijn; de 'expectancy' hypothese voorspelt het omgekeerde. De resultaten van verscheidene experimenten ondersteunen de 'commitment' hypothese (Grabitz, 1971a, b; Pitz, 1969). Verwante resultaten werden verkregen door Alker & Hermann (1971) in een van de weinige studies waarin de (onbetekend gebleken) rol van persoonlijkheidsvariabelen bij waarschijnlijkheidsherziening werd bestudeerd.

Tenslotte dient vermeld, dat het Bayesiaanse model op zijn validiteit is getoetst in enkele studies over de waarneming van persoonlijke eigenschappen en interpersoonlijke relaties (De Swart, 1971; McNeel & Messick, 1970; Lovie & Davies, 1970). Op grond van empirische resultaten concluderen deze auteurs dat een Bayesiaanse analyse van 'sociale' informatieverwerking zinvol en veelbelovend is.

6.4. Strategieën bij de quantificering van evidentie

Het is welbekend dat bij het gebruik van numerieke beoordelingsschalen andere factoren meespelen dan uitsluitend het 'zuivere' subjectieve oordeel over de stimulusituatie. Voorbeelden zijn de effecten van context, anker- en eindstimuli, schaalgrenzen, centrale tendentie, en het aantal categorieën en de breedte van de beschikbare response-schaal (Johnson, 1972, hfdst. 9). Het ligt voor de hand dat sommige van die effecten ook bij het schatten van waarschijnlijkheden een rol spelen.

Een bijkomend aspect van beslissingstaken is dat een toepasselijke response niet rechtstreeks een functie is van de concreet gegeven stimulusitu-

atie, maar door integratie van verscheidene stimuluskenmerken daaruit moet worden afgeleid. Overmatige cognitieve belasting kan daarbij vereenvoudigende strategieën te voorschijn roepen, waardoor het gedrag van een pp incoherent en suboptimaal lijkt.

Kahneman & Tversky (1972) en Tversky & Kahneman (1973) gingen na welke cognitieve principes ppn toepassen bij het schatten van waarschijnlijkheden. Representativiteit, cognitieve beschikbaarheid en effecten van ankerstimuli zijn daarbij als verklarings-principes naar voren gekomen. Een steekproef wordt waarschijnlijker geacht naarmate zijn uiterlijke kenmerken representatiever zijn voor de populatie of het data-generatie proces. Steekproefgrootte is daarbij irrelevant. Tversky en Kahneman vonden dan ook bij verschillende taken, dat geschatte binomiale steekproefverdelingen bij uiteenlopende steekproefgrootten vrijwel identiek waren. Dit resultaat impliceert bijv. dat ppn bereid zijn er evenveel onder te verwedden dat een willekeurige steekproef van 10 jonggeborenen meer dan 8 jongens bevat, als dat er per 100 babies meer dan 80 jongens voorkomen (of per 1000 meer dan 800). Bij toenemende steekproefgrootte neemt in werkelijkheid die kans snel af. De rol van representativiteit komt ook in andere taken naar voreh. De effectiviteit van de steekproefproportie in herziening-van-waarschijnlijkheid taken kan er bijv. onder gerangschikt worden.

Volgens het principe van cognitieve beschikbaarheid wordt een gebeurtenis waarschijnlijker geacht naarmate men soortgelijke gebeurtenissen gemakkelijk kan bedenken. Relatieve frequentie van voorkomen is daarvoor een bepalende factor, maar ook de opvallendheid van een gebeurtenis, of het gemak waarmee er gevallen van kunnen worden geconstrueerd. Daarom zullen ppn geneigd zijn te zeggen dat er méêr verschillende groepjes van 2, dan groepjes van 8 personen kunnen worden gevormd uit een totaal van 10, terwijl $\binom{10}{2} = \binom{10}{8}$; of dat er meer Engelse woorden zijn die met de letter k beginnen dan hem in derde positie hebben, terwijl in feite het omgekeerde waar is. Artsen zullen de kans dat een depressieve patiënt zelfmoord pleegt overschatten, wanneer zij zich de depressieve zelfmoordgevallen beter herinneren dan de patiënten die wensten voort te leven.

Anker-effecten spelen een rol aan de antwoord-kant van het schattingsproces. Waarschijnlijkheids-verdelingen worden soms geschat m.b.v. percentielen ("geeft de lengte van een willekeurige persoon vergeleken bij wie 10% van de populatie langer is"), en soms in termen van overschrijdingskansen ("wat is de kans dat een willekeurig iemand langer is dan 1.80 m?"). Natuur-

lijke aanvangswaarde voor het schatten van percentielen is het gemiddelde van de verdeling. Voor het schatten van overschrijdingskansen is dat 0,50, het midden van de waarschijnlijkheidsschaal. Als ppn die aanvangswaarden als ankers hanteren en van daaruit vervolgens een onvoldoende bijstelling in de richting van de eigenlijke schatting verrichten, zal de uiteindelijke waarschijnlijkheids-verdeling op grond van percentiel-schattingen te radicaal zijn, en die op grond van de overschrijdingskansen te conservatief. Deze verwachting werd inderdaad bevestigd (Tversky & Kahneman, 1975).

6.5. Kans en vaardigheid: externe versus interne onzekerheid

Staat de kans op een bepaalde omstandigheid gedeeltelijk onder controle van de beslisser, dan kan men spreken van interne onzekerheid of trefkans, welke o.m. afhankelijk is van persoonlijke vaardigheden. Externe onzekerheid of toevalskans hangt uitsluitend af van het 'gedrag van de omgeving'. Dat mensen effectiever zouden reageren op de consequenties ('reinforcement') van hun eigen daden, naarmate ze het optreden daarvan kunnen beïnvloeden, werd al door Rotter (1966) gesuggereerd. Reageren beslissers ook verschillend bij interne en externe onzekerheid?

Onderzoek over deze vraagstelling berust i.h.a. op de volgende proefopzet. In de calibratie-fase van het experiment moet de pp een prestatietaak verrichten, waarin voor verschillende moeilijkheidsgraden asymptotische succesfrequenties worden vastgesteld. Als taken worden bijv. gebruikt het gooien van pijltjes in een roos of ringen om een staaf, het werpen van een bal in een doel, of het behalen van criteriumniveaus bij reactietijden. De gemeten relatieve succesfrequentie wordt opgevat als de trefkans bij een gegeven moeilijkheids criterium. Getracht wordt prestatie-criteria te vinden waarvoor de trefkans gelijk is aan een aantal toevalskansen die gerealiseerd worden met bijv. een roulettewiel of een aangepast 'rad van avontuur'. Vervolgens wordt pp geconfronteerd met vergelijkbare weddenschappen, waarin winst en verlies afhangen van succes op de prestatietaak, resp. van het toevalskansmechanisme, terwijl ook combinaties van tref- en toevalskansen voorkomen. Vraag is welke soort weddenschappen de voorkeur krijgt, dan wel bij welke soort het meeste risico (= grootte van de verlieskans) wordt genomen.

In een klassiek experiment van Cohen & Hansel (1959) konden ppn een prijs winnen als een bal over een tafel in een doel werd gerold. Een poging daartoe mocht echter pas worden gedaan, als uit een urn met rode en witte

kralen willekeurig een rode kraal was getrokken. Door variatie van de urnproporties en van de doelbreedte konden Cohen en Hansel hun ppn laten kiezen tussen 'lage-trefkans/hoge-urnproportie' en 'hoge-trefkans/lage-urnproportie', waarbij de totale winstkans, het product van trefkans en urnproportie, gelijk gehouden werd. De voorkeur van ppn bleek overwegend uit te gaan naar de lage trefkans/hoge urnproportie combinatie, en die voorkeur was het meest uitgesproken bij de handigste ppn.

In een verwant experiment observeerde Howell (1971) dat ppn voor drie niveau's van totale winstkans de voorkeur gaven aan weddenschappen, waarbij de winstkans was samengesteld als lage-trefkans/hoge-toevalskans. Later kon Howell (1972) aantonen, dat die voorkeur o.a. moest worden toegeschreven aan significante overschatting van de relatieve succesfrequentie, een overschatting welke groter was naarmate de succesfrequentie lager was. Proefpersonen lijken dus te zelfverzekerd wanneer de kans op winst van eigen vaardigheid afhangt.

Een andere verklaring voor deze experimentele resultaten kan zijn, dat de feitelijke trefkans, op het kritieke moment van het kiezen-om-te-spelen van een weddenschap, hoger is dan in een voortraak, waarin onder aanzienlijk neutralere condities succesfrequenties worden gecalibreerd. Deze verklaring kan ook gelden voor verwante experimenten, waarin door ppn meer risico werd genomen in vergelijkbare trefkans- dan in toevalskanssituaties (Feather, 1959b; Littig, 1962). Overschatting van eerder gecalibreerde succesfrequenties leidt er toe dat de ppn een gegeven risico als minder groot zien dan de proefleider dacht te hebben vastgesteld.

In een recent onderzoek van Rijsman (1973) wordt het risico-nemen bij tref- en toevalskansen in een sequentiële keuze-situatie bestudeerd. Daarbij werd duidelijk dat subjectieve trefkansens tijdens een testserie veranderen als gevolg van informatie over uitkomsten. Die trefkans-herziening kan formeel als een waarschijnlijkheids-leerproces worden opgevat (par. 6.1 en 6.2).

Al of niet vermeende controle van een beslisser over de grootte van een winstkans speelde ook een rol bij Strickland, Lewicki & Katz (1966). Hun ppn zetten bij een 'dobbelsteen-weddenschap' méér in, wanneer ze de dobbelsteen nog moesten werpen, dan wanneer deze reeds geworpen was, maar de uitkomst (onder de beker) hen nog onbekend was.

7. Kiezen tussen onzekere alternatieven

Na Von Neumann en Morgenstern's boek (1944) en Savage's "The foundations of statistics" (1954) waren er vier gedaanten van een keuzetheorie die op het begrip 'verwachting' is gebaseerd. Tabel 6 geeft ze weer, tesamen met de Engelstalige aanduiding en de wiskundige formule voor de verwachting, uitgaande van de weddenschap $[C_1, p, C_2]$.

tabel 6 hier

In tabel 6 staat p voor 'objectieve', $s(p)$ voor subjectieve waarschijnlijkheid; $v(C)$ geeft de 'objectieve', $u(C)$ de subjectieve waarde of het nut van C aan. 'Objectief' staat voor 'collectief overeengekomen'. De EV-, SEV-, EU-, en SEU-regels vormen 4 modellen voor het evalueren van een alternatief-met-onzekere-consequenties. Onderzoek naar keuzen tussen weddenschappen is er op gericht deze modellen te toetsen en ze zo nodig te veranderen. Het resultaat heeft bijzondere consequenties voor het meten van kans en nut in het kader van een beslissingsanalyse, omdat nutsmaximalisering daarbij een essentiële aanname is (par. 4 en 5).

Bij de toetsing heeft het SEU-model de grootste belangstelling gekregen. Daarbij doen zich drie problemen voor. In de eerste plaats ontbreekt het deze algebraïsche modellen aan een adequate foutentheorie. Ze gaan er daarentegen van uit dat ppn oneindig gevoelig zijn voor verschillen in de relevante variabelen. In de tweede plaats ontbreekt het aan toepasselijke procedures om, onafhankelijk van de aannamen van het model, kans en nut afzonderlijk te meten, zodat daarop gegronde voorspellingen met feitelijk voorkeursgedrag kunnen worden vergeleken. Toetsen welke niet afhankelijk zijn van de manier waarop kans en nut worden gemeten verdienen dan ook sterk de voorkeur. Ten derde zijn de EU-, SEV-, en SEU-modellen moeilijk toetsbaar omdat iedere pp er zijn eigen waarschijnlijkheden en/of nutsfunctie op na kan houden. Met name het SEU-model heeft hierdoor zulk een algemeenheid dat het vrijwel niet falsificeerbaar is. Probleem is om noodzakelijke én voldoende voorwaarden te vinden waaraan een voorkeurspatroon moet voldoen om het model geldig te verklaren.

Tabel 6

		waarschijnlijkheid van uitkomst	
		'objectief'	subjectief
waarde van consequentie	'objectief'	verwachte waarde: (EV: expected value) $pv(C_1) + (1-p)v(C_2)$	subjectief verwachte waarde (SEV: subjecti- vely expected value): $s(p)v(C_1) + (1-s(p))v(C_2)$
	subjectief	verwacht nut (EU: expected utility) $pu(C_1) + (1-p)u(C_2)$	subjectief verwacht nut (SEU: subjectively ex- pected utility) $s(p)u(C_1) + (1-s(p))u(C_2)$

Tabel 6. Vier varianten van een keuze-model gebaseerd op het begrip
(p. 47) 'verwachting'.

7.1. Kenmerken van weddenschappen en onderzoeksprocedures

Bij (experimentele) weddenschappen worden geldelijke of anderszins waardevolle consequenties verbonden aan 2 of meer onzekere omstandigheden. Daarbij gebruikte kansmechanismen zijn bijv. een urn met 2 of meer soorten kralen, een in sectoren verdeelde draaischijf met een kritisch punt van stilhouden (vgl. 'rad van avontuur'), of een doos met genummerde lottokaartjes.

Formeel kan een weddenschap worden opgevat als een waarschijnlijkheidsverdeling over consequenties. Het gemiddelde, ofwel het eerste moment, van die verdeling is onder het SEU-model gelijk aan het subjectief verwachte nut, dat het voorkeurspatroon van een rationele beslisser uitsluitend bepaalt. Omdat ppn in werkelijkheid niet zo rationeel blijken, is bij de vroege experimenten ook gekeken naar hogere momenten van de verdeling rondom de verwachting, met name het tweede moment, de variantie. Van de weddenschap $[C_1, p, C_2]$ is de variantie:

$$\sigma^2[C_1, p, C_2] = p(1-p)(C_1 - C_2)^2. \quad (29)$$

Naast de slechts 'indirect gegeven' momenten van de kansverdeling, is een weddenschap ook gekenmerkt door de grootte van de winst- en verlieskansen en -bedragen. Dat het onmogelijk is om bij een gewone weddenschap verwachte waarde en variantie onafhankelijk te variëren zonder daarbij systematische variaties in de uiterlijke kenmerken teweeg te brengen, blijkt uit tabel 7, ontleend aan een studie van Van der Meer (1963, p. 243).

tabel 7 hier

Als ppn, per winstkans, steeds de laatste rij prefereren, tonen zij dan een voorkeur voor de indirect gegeven grootste variantie, of voor het direct zichtbare grootste winstbedrag? Ook bij constante verwachte waarde en variantie blijkt dat de winstkans omgekeerd varieert met het winstbedrag (vgl. de eerste rijen bij winstkansen 0,2; 0,5 en 0,8).

Weddenschappen als in tabel 7 worden vaak afzonderlijk of in paren aan ppn aangeboden, die dan ofwel een fair bod op iedere weddenschap moeten doen, ofwel per paar hun voorkeur moeten aanduiden. Na uitleg van de feitelijke weddenschaaps-situatie wordt meestal volstaan met schriftelijke aanbieding, waarbij ppn een testboekje moeten doorwerken, dat per bladzijde een (paar)

Tabel 7

winstkans	winstbedrag	verlieskans	verliesbedrag	$V[C_1, p, C_2]$	$\sigma^2[C_1, p, C_2]$
0,2	f 1,00	0,8	f 0,25	0	0,25
0,2	f 2,00	0,8	f 0,50	0	1,00
0,2	f 5,00	0,8	f 1,25	0	6,25
0,2	f 10,00	0,8	f 2,50	0	25,00
0,2	f 20,00	0,8	f 5,00	0	100,00
0,5	f 0,50	0,5	f 0,50	0	0,25
0,5	f 1,00	0,5	f 1,00	0	1,00
0,5	f 2,50	0,5	f 2,50	0	6,25
0,5	f 5,00	0,5	f 5,00	0	25,00
0,5	f 10,00	0,5	f 10,00	0	100,00
0,8	f 0,25	0,2	f 1,00	0	0,25
0,8	f 0,50	0,2	f 2,00	0	1,00
0,8	f 1,25	0,2	f 5,00	0	6,25
0,8	f 2,50	0,2	f 10,00	0	25,00
0,8	f 5,00	0,2	f 20,00	0	100,00

Tabel 7. Weddenschappen met constante verwachte waarde, drie niveau's (p. 48) van winstkans, en verschillende variantie, gebruikt door Van der Meer (1963).

weddenschap(pen) bevat.

Het gaat hier om éénstaps-beslissingen, waarbij wordt aangenomen dat het nut van pp's status quo gedurende de serie constant is. Daarom wordt informatie over uitkomsten uitgesteld tot na de test-afname. Er wordt dan soms een willekeurige selectie van weddenschappen 'echt gespeeld', opdat deelname voor de pp de moeite waard is. Wordt iedere weddenschap tijdens de test-serie gespeeld, dan is er sprake van een sequentiële méérstaps-beslissingsituatie, waarin de status quo - in termen van lopende winst- en verliesrekening - steeds verandert.

7.2. Toetsen van nutsaxioma's

Transitiviteit is een kern-axioma van elke keuzetheorie. Het voorkeurspatroon: $A \succ B$, $B \succ C$, $C \succ A$ wordt een intransitieve of circulaire triade genoemd. Wordt een verzameling alternatieven beoordeeld volgens de methode van paarsgewijze vergelijkingen, dan is na te gaan hoeveel van alle te vormen triaden circulair blijken. Het transitiviteits-axioma is, meestal terloops, in menig onderzoek getoetst. Het bestaan van stabiele circulaire triaden kon daarbij niet worden aangetoond. De conclusie kan daarom zijn dat intransitiviteit in voorkeursgedrag vooral het gevolg is van willekeurige keuzen en/of van nauwelijks waarneembare verschillen in aantrekkelijkheid (Davis, 1958). Door speciale constructie van keuze-problemen kan intransitiviteit echter worden uitgelokt (Tversky, 1969). De proefpersonen van Weinstein (1968) bevestigden diens hypothese dat het opstellen van een transitieve voorkeursrangordening gemakkelijker gaat naarmate ppn de (jonge) volwassenheid dichterbij zijn genaderd.

Een belangrijke implicatie van de Von Neumann en Morgenstern (1944) axioma's is het postulaat, dat voorkeuren tussen onzekere alternatieven onafhankelijk zijn van gemeenschappelijke consequenties. Een voorbeeld, waarvoor bij de meeste mensen dit postulaat niet opgaat kreeg bekendheid als 'de paradox van Allais' (1953), waarbij het om vier alternatieven gaat:

A_1 : win f 5.000,-- met zekerheid;

A_2 : win f 5.000,-- met $p=0,89$; win f 25.000,-- met $p=0,10$; win f 0,-- met $p=0,01$;

A_3 : win f 5.000,-- met $p=0,11$; win f 0,-- met $p=0,89$;

A_4 : win f 25.000,-- met $p=0,10$; win f 0,-- met $p=0,90$.

Bij confrontatie met het paar (A_1, A_2) prefereren de meeste mensen A_1 , om de kleine kans op f 0,-- te vermijden. In termen van (objectief) verwacht nut volgt daaruit: $u(5.000) > 0,89u(5.000) + 0,10u(25.000)$, zodat $0,11u(5.000) > 0,10u(25.000)$. Hieruit volgt weer dat $u(A_3) > u(A_4)$, maar de meeste mensen prefereren A_4 boven A_3 , vooral vanwege de 'vrijwel gelijke' kans op een veel grotere winst.

Als de winsten afhankelijk zijn van het trekken van een getal uit een verzameling lotto-kaartjes genummerd van 1 tot 100, dan kan de situatie - inzichtelijker - worden voorgesteld als in tabel 8 (Savage, 1954, p. 101).

tabel 8 hier

A_1 en A_2 , resp. A_3 en A_4 hebben, als een kaartje met nummer 12-100 wordt getrokken, identieke consequenties, zodat de voorkeur, per paar, daarvan niet afhankelijk behoort te zijn. Tabel 8 maakt duidelijk dat voor het uitspreken van consistente voorkeuren ($A_1 \rightarrow A_2$ en $A_3 \rightarrow A_4$, of omgekeerd) slechts nodig is vast te stellen of $0,11u(5.000) \stackrel{?}{\geq} 0,10u(25.000)$.

Door zakenlieden met quasi-werkelijke beslissingsproblemen te confronteren kon MacCrimmon (1968) nagaan of in het keuzegedrag fundamentele principes als de irrelevantie van identieke consequenties, transitiviteit, dominantie (par. 3.7) en onafhankelijkheid van kans en nut werden geëerbiedigd. Behoudens op het punt van transitiviteit bleek de normatieve beslissingstheorie geen goede beschrijving van het keuzegedrag te geven. De meeste ppn onderkenden echter - bij nader inzien - de schending van de postulaten als 'vergissingen', welke ze bereid waren te corrigeren als daartoe de gelegenheid werd geboden. MacCrimmon concludeert dat het belangrijk is om beslissers in de logica van de theorie te oefenen.

7.3. Directe toetsen van het verwachte nutsmodel

Het al eerder door andere auteurs geobserveerde verschijnsel van systematische waarschijnlijkheids- en variantievoorkeuren werd uitvoerig onderzocht door Van der Meer (1963) in een van de eerste studies waarin de zgn. Unfolding Theory van Coombs (1964) werd toegepast. Van der Meer liet ppn keuzen uit paren weddenschappen aangeven, waaruit voorkeursrangordes werden afgeleid. De matig-transitieve voorkeurspatronen bleken beïnvloed door de grootte van de winstkans, de verwachte waarde (en of die positief of negatief

Tabel 8

		uitkomst		
		trek kaartje met nummer		
		1	2-11	12-100
keuze- alternatief:	A ₁	5.000	5.000	5.000
	A ₂	0	25.000	5.000
	A ₃	5.000	5.000	0
	A ₄	0	25.000	0

Tabel 8: Savage's (1954) voorstelling van de situatie bij de zgn. paradox
(p. 50) van Allais.

was) en de variantie van de weddenschappen. De onmogelijkheid indirecte en uiterlijke weddenschapskenmerken onafhankelijk te variëren maakt het moeilijk om vast te stellen of ppn gebruik maken van alternatieve beslissingscriteria (par. 3.10).

Aan de hand van keuzen tussen weddenschappen van de eenvoudigste vorm: "win C met kans p en anders 0" werden, met positief gevolg, volledige en zgn. metingsvrije toetsen van het SEU-model uitgevoerd door Coombs, Bezeminder & Goode (1967), Tsversky (1967) en Wallsten (1971). Coombs c.s. stelden vast dat het SEU-model door zijn algemeenheid voorkeursdata altijd beter zal beschrijven dan de 'lagere' modellen, EV, EU en SEV. Zij presenteerden een aantal stellingen op grond waarvan voorkeurspatronen onderscheiden konden worden, welke noodzakelijk waren voor bevestiging van resp. het EV-, EU-, SEV- of SEU-model. Het SEU-model bleek de voorkeuren van meer dan 90% van de ppn het beste te verklaren. Voor de andere modellen, m.n. EV, waren deze percentages aanzienlijk lager.

Tversky (1967) benutte het feit dat $u[C, s(p), 0]$ in logaritmische termen een additieve representatie heeft: $\log u[C, s(p), 0] = \log s(p) + \log u(C)$, waarin $s(p)$ de subjectieve correspondent van een gegeven kans voorstelt. Logarithmen van geschatte faire prijzen van weddenschappen kunnen worden verzameld in een matrix waarin winsten C variëren over de rijen en gegeven kansen p over de kolommen. Als additiviteit opgaat moet het mogelijk zijn rij-, kolom- en celwaarden te herschalen zódanig dat de rangorde van de oorspronkelijke celwaarden behouden blijft, en de nieuwe celwaarden gelijk zijn aan de som van corresponderende rij- en kolomwaarden. Een additief conjuncte meetprocedure (zie hoofdstuk 2) volvoert deze herschaling en levert tegelijkertijd subjectieve interval-schalen voor $\log s(p)$ en $\log u(C)$.

In Tversky's (1967) studie bleek deze additieve representatie door de gegevens ondersteund te worden, echter alleen als werd aangenomen ófwel dat subjectieve kansen niet optelden tot 1, ófwel dat een speciaal nut werd toegerekend aan het gokken per se. Het laatste houdt in dat C hoger wordt gewaardeerd in het kader van een weddenschap, dan als zekere consequentie. Deze extra 'utility of gambling' (Royden, Suppes & Walsh, 1959) is strijdig met het SEU-model, dat uitgaat van zgn. risico-invariantie van het nut van consequenties (zie axioma 4, par. 3.7).

Burisch (1970) merkt op dat Tversky's (1967) resultaten beïnvloed kunnen zijn door optimistische overschattingen van de winstkans. Deze factor kan worden uitgeschakeld door weddenschappen van het type $[C_1, p, C_2]$ te nemen,

waarvoor geldt dat $u(C_1) = u(C_2)$. Als het nut van C_1 en C_2 afzonderlijk wordt vastgesteld, kan worden voorspeld, dat $u[C_1, s(p), C_2] = u(C_1)$, (of $u(C_2)$). Het verschil tussen onafhankelijke metingen voor deze twee grootheden geeft dan het 'nut van gokken'. De meerderheid van de ppn in Burisch' experiment vertoonden inderdaad een positief nut van gokken, maar de auteur verzwakt deze uitkomst door te melden dat het moeilijk was om materieel-verschillende consequenties C_1 en C_2 te vinden, waarvoor gold $u(C_1) = u(C_2)$.

'Natuurlijk' gokgedrag is bestudeerd bij paardenraces (McGlothlin, 1956), op een kermis (Munson, 1962) en in casino's (Fryback, Goodman & Edwards, 1973; Hochauer, 1970), waar meestal 'bijna-faire' weddenschappen worden gespeeld met een verwachte waarde iets kleiner dan 0. De aanname dat de status quo van de beslisser tijdens het spel constant blijft, gaat hier echter niet meer op, omdat iedere weddenschap steeds gespeeld wordt en daardoor invloed heeft op de beurs van de gokker. McGlothlin (1956) vond dan ook sequentiële effecten: verliezers zetten op een volgende ronde gemiddeld méér in. Hochauer (1970) concludeert dat het roulette-spel als een méérstaps-beslissingsprobleem beschouwd moet worden. En het is niet verwonderlijk dat Fryback c.s. (1973) besluiten, dat de aantrekkelijkheid van een weddenschap niet alleen afhangt van de kenmerken van die weddenschap.

Bestudering van keuzegedrag in een reeks éénstaps-beslissingen werd opnieuw gestimuleerd door een artikel van Slovic en Lichtenstein (1968). Daar-in wordt het probleem van de onderlinge afhankelijkheid van indirecte en directe weddenschapskenmerken opgelost met gebruikmaking van zgn. dubbelwedden-schappen. In één dubbelweddenschap worden winst en verlies door onafhanke-lijke kansmechanismen bepaald: "win C_1 als uit urn P een rode kraal wordt ge-trokken; win C_2 (meestal negatief) als uit urn Q een rode kraal wordt getrok-ken". Als uit urn P of Q een witte kraal wordt getrokken wint of verliest de pp niets. Urnen P en Q bevatten rode en witte kralen in onafhankelijke pro-porties. De trekking uit beide urnen gebeurt gelijktijdig. Een dubbelwedden-schap kan formeel worden genoteerd als $[C_1, p, 0; C_2, q, 0]$, waarbij C_1 en C_2 consequenties zijn, en p en q onafhankelijke kansen. De keuze tussen de dubbelweddenschappen $A_1 = [f 10, --, p_1=0,80, f 0, --; -f 8, --, q_1=0,60, f 0, --]$ en $A_2 = [f 9, --, p_2=0,60, f 0, --; -f 3, --, q_2=0,70, f 0, --]$ kan worden voor-gesteld in de beslissingsboom van Fig. 4.

Fig. 4 hier

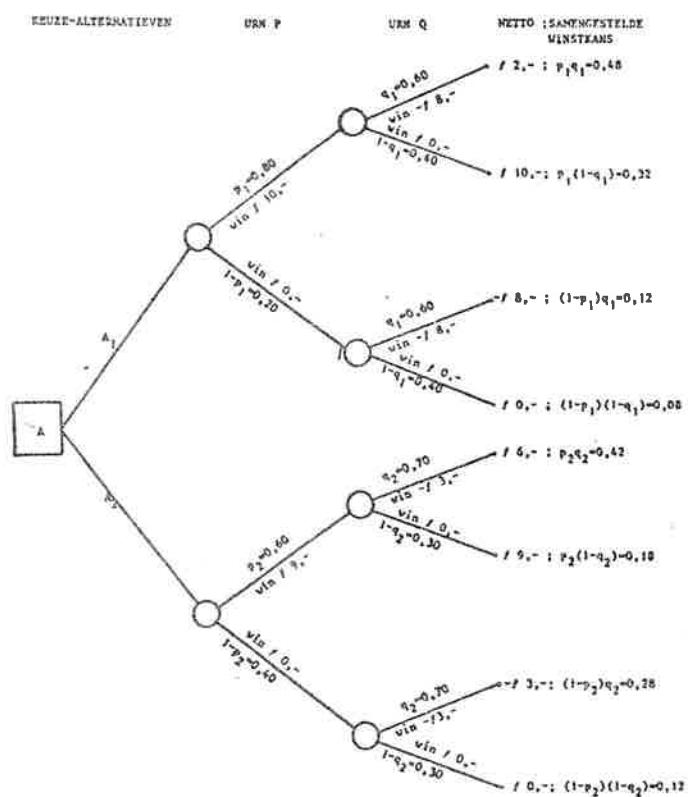


Fig. 4. Beslissingsboom-representatie van de in par. 7.3 besproken keuze tussen de dubbelweddenschappen $[f\ 10,--; 0,80, f\ 0,--; -f\ 8,--; 0,60, f\ 0,--]$ en $[f\ 9,--; 0,60, f\ 0,--; -f\ 3,--; 0,70, f\ 0,--]$.

De laatste kolommen van Fig. 4 geven de netto consequenties en de samengestelde ('netto') kansen daarop, welke tezamen de impliciete waarschijnlijkheidsverdeling vormen. Deze laatste bepaalt de impliciete weddenschap $[C_1 + C_2, pq; C_1, p(1-q); C_2, (1-p)q; 0, (1-p)(1-q)]$, waarin C_1 en C_2 de consequenties en p en q de kansen voorstellen in de beide 'helften' van de weddenschap. De verwachte waarde van een dubbelweddenschap is gelijk aan $pC_1 + qC_2$, de variantie is $p(1-p)C_1^2 + q(1-q)C_2^2$.

De gedachte achter Slovic en Lichtenstein's (1968) studie was dat ppn bij de beoordeling van zo'n weddenschap afgaan op de uiterlijke 'risico-dimensies' p , q , C_1 en C_2 . Het gebruik van deze informatie zou afhankelijk zijn van het verwerkingsvermogen van de ppn en overeenkomstig het belang dat zij aan iedere dimensie toekenden. Gebruik van dubbelweddenschappen maakt het mogelijk om de vier risico-dimensies onafhankelijk van elkaar te variëren. Een regressie-analyse op faire biedingen of geschaalde 'aantrekkelijkheid' levert dan de belangrijkheidsgewichten.

In een tweetal experimenten toonden Slovic en Lichtenstein aan dat de kans op winst p en de grootte van het verlies C_2 belangrijker factoren waren dan resp. q of C_1 . Bij het noemen van een fair bod werd het meest uitgegaan van de grootte van het verlies C_2 , terwijl bij het beoordelen op een 'aantrekkelijkheidsschaal' vooral gelet werd op de winstkans p . Als de belangrijkheid van een risico-dimensie ten dele geïnduceerd wordt door de gebruikte antwoordmethode is het mogelijk om paren weddenschappen te construeren, waarbij de pp de ene weddenschap verkiest, maar voor de andere meer biedt (Lichtenstein en Slovic, 1971, 1973). Payne en Braunstein (1971) bevestigden de notie, dat weddenschappen overwegend op hun uiterlijke kenmerken beoordeeld worden. Zij vonden in een experiment waarin de impliciete waarschijnlijkheidsverdeling van dubbelweddenschappen constant werd gehouden, dat verwachte waarde en variantie een secundaire rol speelden (zie ook Payne, 1973). Andriessen (1971)⁶⁾ repliceerde Slovic en Lichtenstein's (1968) studie en voegde er een conditie aan toe waarin winst en verlies afhingen van vaardigheids-afhankelijke trefkansen. In die conditie bleek dat ppn meer gewicht gaven aan winst- en verliesbedragen dan aan -kansen, hetgeen de onzekerheid over eigen trefkansen kan hebben weerspiegeld.

7.4. Interactie van waarschijnlijkheid en nut

Onzekere omstandigheden kunnen consequenties hebben die in waarde ver-

schillen. Rationele schattingen van de kans op die omstandigheden worden daar door niet beïnvloed. Uit 'probability learning' studies (par. 6.1) is echter bekend dat ppn een van twee onzekere stimuli vaker voorspellen, wanneer daaraan een hogere, van de voorspelling onafhankelijke, consequentie gekoppeld is (zie bijv. Irwin & Graae, 1968).

In een onderzoek van Pruitt & Hoge (1965) moesten ppn reeksen van 24 binaire onzekere gebeurtenissen observeren, en vervolgens de 25e gebeurtenis voorspellen, er op wedden, of er de kans van schatten. Onafhankelijk van hun voorspelling vielen aan ppn in de verschillende condities geldbedragen van verschillende grootte toe als een bepaalde stimulus optrad. Onder alle drie antwoordwijzen bleek dat de waarde van de onafhankelijke consequentie de subjectieve waarschijnlijkheid van de kritische stimulus sterk beïnvloedde, hoewel dit effect minder werd als de pp tot nauwkeurigheid werd aangemaand. Ook in een experiment van Slovic (1966) en in een interessante veldstudie van Rothbart (1970) werd gevonden dat waarschijnlijkheden beïnvloed werden door de waarde van consequenties.

Een speciaal geval van wisselwerking tussen kans en nut is de houding van ppn t.o.v. ambiguïteit in de beslissingssituatie. Bij de bespreking van het normatieve model voor waarschijnlijkheidsleren (par. 6.2) werd duidelijk dat beslissers méér of minder informatie kunnen hebben over een populatie-proportie. In het algemeen kan een waarschijnlijkheid met meer of minder zekerheid worden geschat. Die onzekerheid kan worden geformaliseerd als een 'tweede-orde' waarschijnlijkheidsverdeling (zie Savage, 1954, p. 58, voor een kritische bespreking).

Enige faam kreeg de proefopzet, waarin Ellsberg (1961) ppn liet kiezen uit paren weddenschappen, waarin dezelfde consequenties optraden met kansen waarover géén, resp. grote onzekerheid bestond. In het ene paar was winst/verlies afhankelijk van een trekking uit een urn met een proportie $p_1 = 0,50$ rode (i.t.t. witte) kralen. Van urn 2 werd ppn slechts verteld dat de proportie rode kralen p_2 kon liggen 'ergens' tussen 0 en 1. Tabel 9 geeft de situatie weer.

tabel 9 hier

C_1 en C_2 stellen consequenties voor, $u(C_1) > u(C_2)$. Als wordt aangenomen dat de pp een uniforme, of in ieder geval symmetrische tweede-orde waarschijnlijkheidsverdeling over de ambiguë kans $0 \leq p_2 \leq 1$ er op na houdt, dan geeft het ge-

Tabel 9

	trek uit urn 1 $p_1 = 0,50$ rood wit		trek uit urn 2 $0 \leq p_2 \leq 1$ rood wit	
	A_1	C_1 C_2	A_3	C_1 C_2
wed op rood	A_1	C_1 C_2	A_3	C_1 C_2
wed op wit	A_2	C_2 C_1	A_4	C_2 C_1

Tabel 9. Uitbetalingsmatrix-representatie van keuzen uit ambiguë en niet-am-
(p.54) biguë weddenschappen, ontworpen door Ellsberg (1961).

middeelde daarvan de beste schatting van p_2 : $\bar{p}_2 = 0,50$. Een rationele pp zou dus onverschillig moeten zijn bij confrontatie met de paren (A_1, A_2) en (A_3, A_4) .

De meeste ppn uit Ellsberg's studie waren dat ook, waaruit bleek dat $s(p_1) = s(p_2) = 0,50$. Bij confrontatie met de paren (A_1, A_3) en (A_2, A_4) bleek echter de voorkeur van de meeste ppn uit te gaan naar A_1 , resp. A_2 , de niet-ambiguë alternatieven. Uit $A_1 \succ A_3$ volgt dat $s(p_1) > s(p_2)$; terwijl $A_2 \succ A_4$ impliceert dat $s(p_1) < s(p_2)$. Kortom, de meeste ppn houden er in deze situatie incoherente waarschijnlijkheden op na, hetgeen verband houdt met het willen vermijden van ambiguïteit. Becker & Brownson (1964) varieerden de onzekerheid over p_2 door ppn verschillende intervallen op te geven waarbinnen p_2 werkelijk viel. In deze studie bleek dat ppn er geld voor over hadden om de ambiguë weddenschap te kunnen inruilen voor een niet-ambiguë, en wel te meer naarmate de ambiguïteit groter was.

In een theoretische analyse van dit probleem stelden Toda en Shuford (1965) dat het nut van consequenties in een beslissingssituatie mede bepaald wordt door een voortdurend veranderende context. In de Ellsberg-situatie moet worden aangenomen dat een extra nuts-component is gelegen in het 'goed schatten' van p_2 . Blijkt p_2 na afloop veel groter resp. veel kleiner te zijn dan men dacht, dan geeft dat de pp minder voldoening. Als deze daarop bij zijn keuze binnen (A_1, A_3) en (A_2, A_4) anticipeert, kan het gevonden effect van ambiguïteit worden verklaard. Ook Smith (1969) concludeert dat er eerder sprake is van coherente nuts-verschillen dan van incoherente waarschijnlijkheden. Zie ook Sherman (1974).

7.5. Intermezzo: de Petersburgse paradox

Aan de hand van de Petersburgse paradox (Bernoulli, 1738) kunnen we illustreren hoeveel moeilijkheden de psychologische interpretatie van beslissingdrag zelfs in een eenvoudige situatie kan opleveren. In de dagen van Bernoulli was het volgende spel populair in het Russische St. Petersburg. Stel u gooit een 'eerlijk' muntstuk totdat 'kop' voor de eerste maal verschijnt. De kans dat dat op de eerste worp gebeurt is $\frac{1}{2}$, dat het op de 2e worp gebeurt $\frac{1}{2^2}$, enzovoort. Als het bij de n^{de} worp gebeurt, krijgt u $f(2,--)^n$ uitgekeerd en stopt het spel. De verwachte waarde er van:

$$(2^{-1} \cdot 2) + (2^{-2} \cdot 2^2) + (2^{-3} \cdot 2^3) \dots \text{etc.}, \text{ is oneindig groot.}$$

Om het spel te mogen spelen zoudt u dus bereid moeten zijn ieder willekeurig bedrag te bieden. Over het algemeen echter hebben proefpersonen niet veel geld voor dit spel over. Waarom niet? We zullen een negental (onderling niet-uitsluitende) verklaringen kort bespreken.

De (1) klassieke (Bernoulli's) verklaring is de veronderstelde afname in de helling van de utiliteitscurve: bij grote bedragen zou nut veel langzamer toenemen dan waarde. In het product van kans en nut gaan dan de kleine kansen overheersen, waardoor de latere termen in de berekening van het verwachte nut praktisch nul worden. Aan de andere kant is het natuurlijk ook mogelijk (2) dat nut en waarde gelijk zijn, maar dat de waarschijnlijkheden te onnauwkeurig worden geschat: de kleine kansen op lange runs van 'munt' worden op nul geschat, en de verwachte waarde (nut) gaat dan snel naar een eindige limiet. Deze eerste twee verklaringen houden verband met (3) de waarneming van exponentieel groeiende functies; de kans op langere runs van 'munt' neemt exponentieel af, terwijl de winst exponentieel toeneemt. Een dergelijk exponentieel verloop wordt meestal onvolledig in rekening gebracht (Wagenaar, 1975). Wanneer nu zowel de afname van de waarschijnlijkheid overschat, en de groei van de winst onderschat worden, zal de verwachte waarde zeer veel kleiner uitvallen.

Invloed hierop kan ook hebben (4) het kromlijnige verband tussen de feitelijke en de subjectieve getallenschaal. De Stevens' exponent (zie hfdst. 6) voor de psychofysische functie van de getallen-schaal is ongeveer 0,4 (Rule, 1971). Wanneer de subjectief niet zo snel toenemende waarde (>1) niet wordt gecompenseerd door een subjectief wat langzamer dalende kans ($0 < p < 1$) zal de verwachte waarde van het spel wederom sterk worden beperkt.

Het mis-schatten van de kansen kan worden beïnvloed door (5) de zgn. 'gambler's fallacy': mensen verwachten dat na een lange run van 'munt' de kans op 'kop' veel groter is dan 0,5, omdat 'kop' en 'munt' met gelijke frequentie moeten voorkomen (vgl. de illusie, welke Tversky & Kahneman (1971) de 'wet van de kleine getallen' noemden).

(6) De in par. 7.4 behandelde interactie van waarschijnlijkheid en nut kan het eenvoudige EV-model natuurlijk verstoren. Daarbij kan (7) de beoordeelaar met een eindige horizon werken, bijv. door de verwachte waarde over maximaal 5 worpen te schatten, omdat hij het 'eenvoudig niet verder kan overzien'. Vervolgens (8) kan de proefpersoon een irrationele wegings-combinatie van kans en nut maken in zijn schatting van het verwachte nut (Slovic & Lichtenstein, 1968; zie par. 7.3). Tenslotte (9) kunnen andere beslissingscrite-

ria (par. 3.10) dan maximalisering van verwachte waarde of nut worden gehanteerd: een maximin criterium leidt bijv. tot weigering het spel te spelen, omdat tegenover een hoog bod bij spoedig optreden van 'kop' slechts een geringe winst staat. In combinatie met een eindige horizon leidt dit tot interessante mogelijkheden.

Constaterend dat de verwachte waarde van het spel bij éénmalig spelen een moeilijk te bevatten grootte is, laat Feller (1964, p. 251) zien dat een fair bod moet afhangen van het aantal keren dat men het spel mag spelen. Pas op de lange duur zullen nl. de zeldzame extreem hoge winsten de veelvuldiger lage winsten aanvullen tot een aantrekkelijk gemiddelde. Oppe (1970) stelt dat de paradox dan ook eerder een mathematische dan een psychologische is.

7.6. Descriptief-axiomatische theorieën over (risico-)voorkeuren

Inconsistenties in feitelijk keuzegedrag, irrationele waarschijnlijkheidsvoorkeuren en effecten van variantie hebben geleid tot de ontwikkeling van descriptieve theorieën. Enerzijds is ruimte geschapen voor toevallige fluctuaties in de waarneming van nut, dan wel in het toepassen van beslissingsregels. Dat resulteerde in probabilistische keuzetheorieën waarin de rationaliteitspostulaten van de normatieve theorie aanzienlijk werden afgezwakt (Luce en Suppes (1965) geven een grondig overzicht, zie ook Tversky, 1972). Aan de andere kant wordt veel empirisch-beschrijvend onderzoek verricht naar aard en rol van de begrippen 'risico' en 'het nemen van risico' (zie Kogan & Wallach, 1967). 'Beslissen in onzekerheid' wordt daarbij echter dikwijls gelijkgesteld aan 'risico nemen'. Een nauwkeuriger definitie van risico is gewenst.

In de normatieve beslissingstheorie komt de risico-houding van een beslisser tot uiting in de vorm van de nutsfunctie (par. 3.6.). Daarbij wordt risico vermijden (resp. zoeken) weergegeven door negatief (resp. positief) versnelde stukken in de nutsfunctie; zie Fig. 1).

Het feit dat het begrip 'risico' regelmatig opduikt in de literatuur over beslissen in onzekerheid, en de vraag of risico een afzonderlijke rol speelt naast verwachte waarde of nut, vormen de uitgangspunten van een aantal descriptief-axiomatische theorieën over keuzen tussen onzekere alternatieven en de waarneming van risico.

In hun zgn. Portfolio Theorie maken Coombs & Huang (1968) drie aannamen

over de subjectieve waardering van onzekere alternatieven: (a) een weddenschap wordt gekenmerkt door zijn verwachte waarde en het waargenomen risico-niveau; (b) voor weddenschappen van een constante verwachte waarde houdt de beslisser er een uni-modale voorkeursfunctie over risico op na, d.w.z. er is een ideaal risico-niveau waarboven of -beneden de voorkeur voor weddenschappen met die verwachte waarde minder is; (c) bij keuzen tussen weddenschappen, die evenver van het ideale risico-niveau afliggen gaat de voorkeur uit naar de weddenschap met de hoogste verwachte waarde.

Deze drie aannamen vormen noodzakelijke en voldoende voorwaarden voor het bestaan van een voorkeursruimte zoals weergegeven in Fig. 5. Ieder punt in deze ruimte stelt een weddenschap voor met een bepaalde verwachte waarde (ab-

Fig. 5 hier

scis) en een zeker risico-niveau (ordinaat). De gestippelde lijnen zijn voor het ogenblik irrelevant, de getrokken lijnen stellen onverschilligheidscurves voor. Deze representeren verzamelingen weddenschappen welke onderling even sterk worden geprefereerd. Het buigpunt van zo'n onverschilligheidscurve stelt het ideale risico-niveau voor. Daarboven en daarbeneden moet de afwijking van het ideale risico gecompenseerd worden door een toename in verwachte waarde om de betreffende weddenschap even aantrekkelijk te houden als die in het ideale punt.

Portfolio Theorie is een deterministische theorie, welke de rangordening van voorkeuren over riskante alternatieven voorspelt. De theorie zelf zegt niets over het begrip 'waargenomen risico'. Hierover zijn afzonderlijke theorieën geformuleerd.

Pollatsek en Tversky (1970) stelden axioma's op voor de waarneming van het risico van meervoudige weddenschappen. Wanneer men gelijktijdig de weddenschappen $[C_1, p, C_2]$ en $[C_3, q, C_4]$ speelt, is de samengestelde verdeling van de netto consequenties: $[C_1+C_3, pq; C_1+C_4, p(1-q); C_2+C_3, (1-p)q; C_2+C_4, (1-p)(1-q)]$, zie ook Fig. 4. Een samengestelde weddenschap kan ook bestaan uit N onafhankelijke herhalingen van één weddenschap $[C_1, p, C_2]$, notatie $N * [C_1, p, C_2]$. Naarmate N toeneemt zal de samengestelde waarschijnlijkheidsverdeling over netto consequenties een normale verdeling benaderen (centrale limietstelling).

Pollatsek en Tversky's (1970) voornaamste axioma stelt dat van twee samengestelde weddenschappen met één gelijke component (deelweddenschap), deze

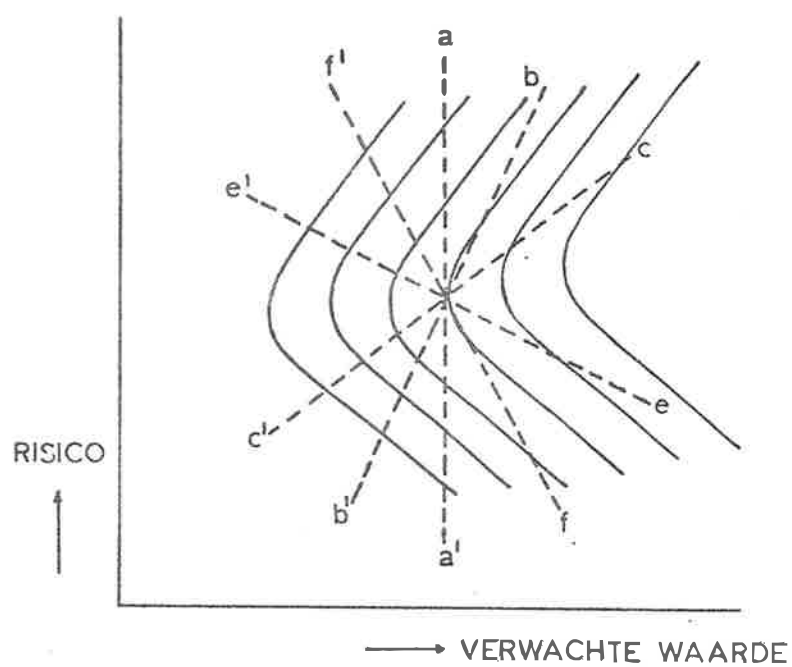


Fig. 5. Een verzameling onverschilligheidscurven volgens Portfolio Theorie.
(p.58)

De gestippelde lijnen worden gebruikt bij het opstellen van voorspel-
lingen over voorkeurspatronen.

gemeenschappelijke component voor het verschil in risico irrelevant is. Uit hun axioma's volgt de stelling dat het risico van een samengestelde weddenschap gelijk is aan de som van het risico van de componenten, en dat het risico van een weddenschap een lineaire functie is van zijn verwachte waarde en variantie, waarbij de vrije parameter het relatieve gewicht is dat aan deze twee wordt toegekend.

Huang (1971) stelde axioma's op voor het waarnemen van risico bij weddenschappen, die waarschijnlijkheidsmengsels van eenvoudiger weddenschappen waren: $[C_1, p, C_2]$, t , $[C_3, q, C_4]$. In woorden: "Speel weddenschap $[C_1, p, C_2]$ met kans t , speel weddenschap $[C_3, q, C_4]$ met kans $(1-t)$ ".

Volgens Huang's belangrijkste axioma ligt het risico van zo'n samengestelde weddenschap tussen het risico van de componenten in. Met haar 4 axioma's kunnen tenminste 2 stellingen worden bewezen: (1) het risico van een waarschijnlijkheidsmengsel van weddenschappen is een gewogen som van het risico van de componenten, waarbij de kans om die componenten te spelen de gewichten vormen; (2) het 'verwachte risico' van een weddenschap is gelijk aan een gewogen som van het 'risico' van de individuele consequenties, met de kans op die consequenties als gewichten. De gelijkenis van deze tweede stelling met de hoofdstelling uit de normatieve beslissingstheorie (formule (9)) is frappant; het is echter onduidelijk welke interpretatie moet worden gegeven aan het 'risico' van individuele consequenties (Huang spreekt over een functie R die het risico van weddenschappen aanduidt, en een functie R' , gedefinieerd over individuele consequenties).

Verskillende implicaties van de zojuist besproken theorieën zijn op hun geldigheid getoetst. Coombs en Bowen (1971a) toetsten de stelling van Pollatsek en Tversky (1970) dat waargenomen risico uitsluitend afhangt van verwachte waarde en variantie van een weddenschap. Het bleek dat bij gelijke verwachte waarde en variantie ook de winstkans bepalend is voor het waargenomen risico.

Portfolio Theorie kan, als complete keuzetheorie, getoetst worden onafhankelijk van welke theorie over risico-waarneming men er op na houdt, mits men bepaalde zwakke aannamen over risico aanvaardt. Aan de hand van de gestippelde lijnen in Fig. 5 kan men een aantal predicties opstellen. Zo hebben weddenschappen welke liggen langs de lijn $a-a'$ dezelfde verwachte waarde. De voorkeursrangordening daarvan geeft dus een direct beeld van de veronderstelde uni-modale voorkeursfuncties over risico van de pp , waarbij het ideale risico-niveau wordt aangewezen door de meest geprefereerde weddenschap. Langs

het segment b' van de lijn $b'-b$ nemen risico en verwachte waarde beide toe. Dit samengaan zal er toe leiden dat het keuzepatroon het verwachte waardecriterium goed volgt. Op het segment b van de lijn $b'-b$ neemt de verwachte waarde echter toe (naar rechts boven), terwijl het risico zich van het ideale punt verwijdt. De tegengestelde werking van risico en verwachte waarde zal er hier toe leiden dat verwachte waarde als beslissingscriterium minder goed zal opgaan. Er kan in het algemeen een geleidelijke afname in de geldigheid van het verwachte waardecriterium worden voorspeld langs de lijn $b'-b$. Omdat veranderingen in risico langs de lijn $c'-c$ minder groot zijn, zal daar een minder sterke afname in de toepasselijkheid van het verwachte waardecriterium optreden. Omgekeerde voorspellingen kunnen worden opgesteld voor de lijnen $e'-e$ en $f'-f$. Coombs en Huang (1970) vonden in de voorkeursrangordeningen van hun 24 ppn een aanzienlijke bevestiging van deze predicties.

Coombs & Bowen (1971b) toetsten de risico-theorieën van Pollatsek en Tversky (1970) en van Huang (1971). Samengestelde weddenschappen werden op twee manieren aangeboden: (a) als samenstel van twee elementaire weddenschappen, met de wijze van samenstelling; en (b) als samengestelde waarschijnlijkheidsverdeling over netto-consequenties. Huang's theorie over verwacht risico ging beter op dan Pollatsek en Tversky's additieve theorie (die het ook bij Coombs en Bowen (1971a) al slecht deed).

Belangrijker was dat beide theorieën minder opgingen bij presentatie van een samenstel van elementaire weddenschappen dan wanneer expliciet de samengestelde kansverdeling over netto-consequenties werd gepresenteerd. Er lijkt bevestiging uit te volgen voor de positie van Slovic en Lichtenstein (1968) en Payne en Braustein (1971), dat weddenschappen op hun direct zichtbare dimensies worden beoordeeld. Als men bij meervoudige weddenschappen de samengestelde kansverdeling rechtstreeks presenteert zal elke theorie die het keuzepatroon op grond daarvan voorspelt, beter opgaan dan wanneer die verdeling door de pp moet worden afgeleid uit afzonderlijk gepresenteerde componenten van een samenstel.

Samenvattend kan gesteld worden dat Coombs en Huang's (1968) Portfolio Theorie vooralsnog veelbelovend lijkt, mits een goede theorie wordt bedacht voor de waarneming van het risico van een alternatief-met-onzekere-consequenties. Ook een foutentheorie wordt des te noodzakelijker naarmate men er in slaagt het risico van een onzeker alternatief nauwkeurig te bepalen. En voor de eventuele geldigheid van de theorie in reële situaties van enige ingewikkeldheid lijkt een theoretische aanvulling over het beoordelen en quantificeren van onzekere evidentie onmisbaar.

8. Meerstaps-beslissingssituaties

8.1. Sequentieel beslissen: het kopen van informatie

Een bijzonder alternatief-met-onzekere-consequenties in iedere beslissings-situatie is het inwinnen van informatie teneinde de eigenlijke beslissing meer verantwoord te kunnen nemen. Omdat deze activiteit herhaald kan worden totdat voldoende zekerheid is verkregen, gaat het hier in beginsel om sequentiële meêrstaps-beslissingsproblemen, waarbij nutsmaximalisering per stap tevens nutsmaximalisering over alle stappen inhoudt. In de Engels-talige literatuur worden deze problemen aangeduid met de term 'optional stopping' of 'deferred decision making'.

De informatie zal de zekerheid van de beslisser verhogen, maar ook kosten met zich meebrengen. Een beslissing tot informatie-kopen zal daarom moeten afhangen van (a) wat men al weet, hetgeen is gequantificeerd in a priori waarschijnlijkheden; (b) hoeveel men met de eigenlijke beslissing kan verdienen, c.q. verliezen, omdat dit de waarde van informatie relativeert; en (c) wat de informatie kost. Gesteld dat men de informatie bij stukjes en beetjes kan inwinnen, dan is het niet per se optimaal om tevoren éénmalig te besluiten hoe vaak men wil kopen of hoeveel, omdat immers onbekend is hoe de informatie per stap zal uitvallen. De beslissingsregel voor het inwinnen van informatie is eenvoudig: koop nieuwe informatie als het verwachte (extra) nut er van groter is dan de kosten die je er voor moet maken.

Aan het omgaan met informatie bij beslissen zijn dus twee aspecten te onderscheiden: (a) het bepalen van het verwachte nut of de waarde van informatie, en (b) het opstellen van beslissingsregels over het al of niet inwinnen er van. Theoretische beschouwingen over het eerste aspect vindt men in werk over beslissingsanalyse (Lindley, 1971; Raiffa, 1968; Schlaifer, 1969) en in een studie van Wendt (1969). Wendt confronteerde ppn met een urnen-en-kralen situatie (par. 6.3.1), waarin zij een willekeurige trekking konden kopen om daardoor hun kansen op een juiste beslissing over de 'ware' urn te vergroten. Aan de eigenlijke beslissing, en ook aan het kopen van informatie, waren geldelijke consequenties verbonden. Taak van de ppn was om voor de informatie een faire prijs te noemen. In twee experimenten, waarin resp. de a priori waarschijnlijkheid der urnen, de diagnostische waarde van steekproeven en de grootte van winst en verlies systematisch werden gevarieerd, vond Wendt dat ppn in het algemeen gevoelig waren voor de relevante variabelen, maar in on-

voldoende mate. Hij schreef dat toe aan het feit dat de gebruikte methode van *faire* prijsbepaling, die van Becker, DeGroot & Marschak (1964; zie par. 4.1) ppn niet voldoende aanmoedigde om accuraat te zijn. Het is aannemelijk dat hier ook centrale tendentie- en/of ankereffecten het conservatieve gebruik van de antwoord-schaal mede hebben veroorzaakt.

Het tweede aspect, het informatie-kopen zelf, en hoeveel, heeft grotere theoretische en experimentele belangstelling ondervonden. Het sequentieel trekken van steekproeven om bij voldoende geïnformeerdeheid te stoppen is in feite een lastig mathematisch-statistisch probleem, dat tot nog toe slechts voor een aantal beperkte, wel-omschreven gevallen is opgelost (zie DeGroot, 1970). Bij-benadering-optimale modellen werden door Edwards (1965) in de psychologische literatuur geïntroduceerd. Rapoport & Burkheimer (1971) geven een overzicht van theoretische modellen voor de twee-keuzen-situatie.

Empirische studies over informatie-kopen in een beslissingscontext zijn betrekkelijk gering in aantal. In het algemeen is de proef zo ingericht, dat een pp moet beslissen tussen 2 of meer mogelijke waarden voor de parameter van een data-generatieproces, waarbij tegen betaling steekproeven kunnen worden genomen. Bij een juiste beslissing wordt een beloning verstrekt, en omgekeerd. Soms wordt gevraagd bij de beslissing aan te geven hoe zeker men is dat de genomen beslissing juist is.

De ppn van Irwin & Smith (1957) moesten beslissen of het gemiddelde van getallen op een reeks kaarten groter of kleiner dan nul was, aan de hand van willekeurige trekkingen er uit. Ppn bleken gemiddeld méér kaartjes te trekken naarmate (a) de beloning groter was, (b) het trekken van een kaartje goedkoper, (c) het gemiddelde van de getallenverdeling dichter bij nul lag, en (d) de spreiding van de getallenverdeling groter was.

Een variatie op de basisproefopzet is om aan ppn te vragen een vast zekerheidscriterium aan te nemen, en vervolgens informatie te kopen totdat de zekerheid t.a.v. een bepaalde hypothese het aangenomen criterium juist heeft overschreden. Bij de gekochte hoeveelheid informatie kan dan de 'objectieve' waarschijnlijkheid van de aangewezen hypothese worden berekend, dan wel de statistische foutenkans dat toch nog de alternatieve hypothese waar is. Zulke experimenten zijn verricht door enkele auteurs, die allen werkten met het urnen-en-kralen paradigma in de twee-hypothesen variant.

Pruitt (1961) presenteerde ppn een willekeurige sequentiële steekproef uit een van de urnen, al of niet voorafgegaan door de vraag om alvast zonder informatie 'voorlopig' een hypothese te willen aanhangen. De groep zonder

voorafgaande vraag deed over de aard van de urn een uitspraak na een vrijwel optimale hoeveelheid informatie geobserveerd te hebben. De groep die voorafgaand aan de informatie voorlopig een hypothese had aangenomen, bleek veel méér informatie nodig te hebben om die aanname ongedaan te maken en de alternatieve hypothese te aanvaarden. Het resultaat kan worden geïnterpreteerd als het effect van asymmetrische a priori waarschijnlijkheden, welke in de groep die zich tevoren voorlopig moest uitspreken waren geïnduceerd. Pitz (1969) heeft het effect in verband gebracht met het eerder besproken 'inertie-effect' bij de sequentiële revisie-van-opinie (par. 6.3). Een soortgelijk effect kwam ook naar voren in de studie van Rouanet (1961), waar variaties in a priori waarschijnlijkheden voorspelde effecten hadden op informatie-koopgedrag wanneer de informatie het a priori standpunt verder bevestigde. Ging de informatie echter tegen de a priori waarschijnlijkheden in, dan werd met de laatste volstrekt geen rekening gehouden. Wendt (1966) leidde uit de voor een beslissing benodigde hoeveelheid informatie het zgn. 'subjectieve significantie-niveau' af en verkreeg resultaten verwant aan die van Irwin & Smith (1957): in het algemeen zijn ppn wel gevoelig voor de relevante beslissingsvariabelen.

Men kan zich bij deze studies afvragen in hoeverre ppn er in kunnen slagen om van beslissing tot beslissing een vast zekerheidscriterium aan te houden, dat dan door de proefleider uit de gekochte informatie wordt afgeleid. Een meer valide antwoordvorm lijkt de beslissing tot kopen zelf, en hoe vaak die wordt genomen.

Verschillende experimenten met deze afhankelijke variabele zijn uitgevoerd door Pitz c.s.. Pitz, Reinhold & Geller (1969) confronteerden ppn met een symmetrische, 2-keuzen urnen-en-kralen situatie, met winst en verlies bij goede, resp. foute beslissing. Beslist moest worden of een serie willekeurig getrokken kralen werd genomen uit een urn met 60% rode (en de rest wit) of uit een met 40% rode kralen. In zo'n symmetrische situatie is, juist als bij de herziening van waarschijnlijkheden, het absolute verschil $|r-w|$ tussen het aantal rode en witte kralen in de sequentiële steekproef de relevante informatie-variabele. Pitz c.s. (1969) gingen na in hoeverre hun ppn ieder van drie mogelijke strategieën volgden bij het besluit het kopen van informatie te stoppen: ppn stoppen als (a) $|r-w|$, (b) de steekproefgrootte N , ofwel (c) het aantal rode kralen r in de steekproef een kritische waarde heeft bereikt. Als van strategie (a) werd uitgegaan, dan zou op grond van de gegevens geconcludeerd moeten worden dat het kritische verschil $|r-w|$ afnam

naarmate de steekproef groter werd.

Dit zou betekenen dat mensen bij méér informatie met relatief minder zekerheid t.a.v. een juiste beslissing genoeg nemen. In een verwant experiment van Sanders & Terlinden (1967) kwam deze tendens ook naar voren. Strategie (b) bleek bij de ppn van Pitz c.s. (1969) niet houdbaar. Redelijk ondersteund door de gegevens werd strategie (c) waarbij Pitz c.s. echter opmerken dat een precieser descriptief model gewenst is. Dat het kritische verschil $|r-w|$ afneemt met toenemende steekproefgrootte, kan het gevolg zijn van de wijze waarop de pp de informatie (niet-adequaate) verwerkt, of van het feit dat ieder stukje informatie subjectief duurder wordt naarmate het later in de steekproef voorkomt, ook al worden de objectieve informatiekosten constant gehouden.

Het evalueren en vervolgens al of niet inwinnen van informatie voor een beslissing-in-onzekerheid vereist een ingewikkelde intuïtief-statistische activiteit aan de kant van de beslisser. Rapoport & Burkheimer (1971) gaan in op het probleem dat informatie-koopgedrag moeilijk is te evalueren, enerzijds door de veelheid van relevante onafhankelijke variabelen, anderzijds tengevolge van het vaak geringe verschil in verwacht nut tussen de optimale en daarvan afwijkende beslissingen. Het optreden van vereenvoudigende strategieën, die in de praktijk nog niet eens zoveel minder opleveren ook, ligt hier wel voor de hand.

8.2. Dynamisch beslissen: aanpassing en controle in een veranderende omgeving

8.2.1. Definities, regels en indeling

Dynamische meerstapsproblemen (zie Kleiter, 1974; Toda, 1968) worden gekenmerkt door een serie $x_n, y_n, \dots, x_i, y_i, \dots, x_1, y_1, x_0$, waarbij x beslissingssituaties zijn en y beslissingen. Merk op dat de stappen achterwaarts worden geteld. Na iedere beslissing ontstaat een nieuwe situatie, die afhangt van de vorige beslissing en de vorige situatie. Daarnaast kan er ook een toevalsvariabele e bestaan die mede de volgende situatie bepaalt. In dat geval wordt gesproken van stochastische problemen. Algemeen geldt dus: $x_i = t(x_{i+1}, y_{i+1}, e_{i+1})$. De functie t wordt de transformatieregel genoemd. Uit de reeks achtereenvolgende beslissingssituaties kan een totaal-winst worden berekend. Deze winst wordt toegekend volgens een criteriumfunctie R . De taak voor de beslisser is in het algemeen om beslissingen zodanig te nemen dat R maximaal is. De optimale strategie geeft y als functie van x , zodanig dat $R = \max$.

Voor het bepalen van deze strategie is de techniek van het dynamisch programmeren essentieel (Bellman, 1957; Rapoport, 1967a). Daarbij wordt uitgegaan van het principe dat als $(x_i, \dots, x_0)$ de optimale route van x_i naar x_0 aangeeft, deze route altijd deel zal uitmaken van de optimale route in de serie $(x_n, \dots, x_i, \dots, x_0)$. Of, met andere woorden, een optimale strategie voor de situatie x_i is onafhankelijk van de wijze waarop x_i is bereikt. Deze regel geeft de mogelijkheid om achterwaarts een serie optimale beslissingen vast te stellen. Uitgaande van een bepaald x_0 wordt de combinatie (x_1, y_1, x_0) gezocht welke de hoogste winst geeft. Daarna wordt een paar (x_2, y_2) bepaald zó dat de combinatie (x_2, y_2, x_1) een maximale winst geeft. Zo voortgaande ontstaat tenslotte een relatie tussen x_i en de y_i , die de criteriumfunctie maximaliseert.

Aan dynamische beslissingsproblemen zijn ondermeer de volgende aspecten te onderkennen. (1) Deterministisch of stochastisch; dit slaat op de aanwezigheid van een random variabele e ; (2) eindig of oneindig aantal stappen; bij eindige problemen kan het einde weer bepaald zijn door een stochastische variabele; (3) adaptief of niet-adaptief; bij adaptieve problemen heeft de beslisser geen volledige informatie over de transformatieregel, de criteriumfunctie, of e . In de loop van de opeenvolgende beslissingen moet deze informatie worden geleerd.

Een aparte groep problemen wordt gevormd door de zgn. Markov-problemen, waarbij de overgang van x_i naar x_{i-1} door een overgangsmatrix van waarschijnlijkheden wordt bepaald. Voor dergelijke problemen wordt de optimale strategie gevonden met een door Howard (1960) beschreven iteratieve procedure.

8.2.2. Experimenten

Een van de eerst bestudeerde gevallen van dynamisch beslissen is het door Toda (1962) geïntroduceerde 'fungus-eater game'. Het gaat daarbij om een schimmel-etende robot die op de planeet Taros uranium verzamelt. Iedere keer dat hij schimmel eet, mist hij een stuk uranium, maar als hij niet eet gaat hij dood. Zaak is nu om zoveel te eten dat hij niet vroegtijdig overlijdt, maar tegelijkertijd zo weinig dat de verzamelde hoeveelheid uranium maximaal is. Het blijkt dat ppn in meerderheid een strategie kiezen waarbij schimmel gekozen wordt wanneer de voorraad tot een bepaald minimum is geslonken. Dit gedrag ligt niet ver af van de optimale strategie.

Een vaker bestudeerd probleem is het reader's control problem (Thomas, 1962), waarbij het gaat om een taak die wel wat op sturen lijkt. De transfor-

matieregel is $x_{i-1} = ax_i - by_i$, met een criteriumfunctie $R_i = -(x_i^2 + y_i^2)$. Als y zo klein gekozen wordt dat $-by_i$ te verwaarlozen is, zullen de situaties x exponentieel oplopen als $a > 1$. Er is dan sprake van oversturing die een hoge kostenscore veroorzaakt. Wanneer y echter te groot wordt gekozen zal men weliswaar de situaties x in bedwang houden, maar de kostenfunctie loopt toch op door de grote y (oversturing). Ray (1963) vond dat ongeveer 50% van zijn ppn in dit probleem redelijk optimaal te werk gaan; de verhouding van werkelijk verlies en theoretisch minimaal verlies lag in de buurt van 1.1. Bij de overige ppn vond even vaak onder- als oversturing plaats. Rapoport (1966) verkreeg in een stochastische variant van dit paradigma minder goede resultaten. Als mogelijke verklaring stelde hij een model op waarin de ppn zich optimaal gedragen binnen een planning horizon die zich beperkt tot slechts drie stappen. Een dergelijke modificatie van de optimale strategie, die het gedrag beter beschrijft, wordt een vereenvoudigd model (constrained model) genoemd.

Een derde klasse vormen de dynamische bevoorradings-problemen. Een voorraad (x) wordt van tijd tot tijd aangevuld met een door de beslisser vast te stellen hoeveelheid (y) , terwijl steeds een (meestal door toeval bepaalde) hoeveelheid e wordt verkocht. De transformatieregel is dus $x_{i-1} = x_i + y_i - e_i$. In de criteriumfunctie zijn de inkoopprijs, de opslagkosten en de opbrengst verdisconteerd. Rapoport (1967b) stelde met behulp van dit paradigma vast dat inzicht in het gedrag van de variabele e geen effect heeft op de gekozen strategie. Daarnaast bleek echter dat ppn recency-effecten vertonen: verschillen tussen e_i en e_{i-1} worden als trend in de vraag opgevat, die het verwachtingspatroon voor de volgende scap beïnvloedt. Kleiter (1970) vond een sterker 'recency-effect' wanneer de gemiddelde vraag plotseling toenam doordat een constante bij e werd opgeteld. Deze resultaten wijzen er op dat de aard van een 'random' parameter door de ppn niet altijd goed wordt begrepen.

8.2.3. Meerstapsweddenschappen

In een weddenschap met winstkans $p > 0,5$ moet een gedeelte y van het aan de pp gegeven kapitaal x worden ingezet. De transformatieregel is $x_{i-1} = x_i + ry_i$ (bij winst) en $x_{i-1} = x_i - sy_i$ (bij verlies). De optimale strategie is om altijd het gehele kapitaal in te zetten, met de kans $(1-p)^i$ om bankroet te gaan na i ronden. Deze strategie berust op maximalisering van de winst. Bij maximalisering van utiliteit geldt echter dat, in het geval van een negatief versnelde utiliteitscurve, steeds een vast gedeelte van x ingezet moet worden (proportioneel stationair systeem). Rapoport en Jones (1970)

lieten zien dat ppn in dit geval geen van beide strategieën systematisch toepassen. De relatieve inzet wordt mede bepaald door winst en verlies in vorige ronden en door de grootte van het overgebleven kapitaal. Een uitbreiding van dit paradigma verkrijgt men door te laten inzetten op alle alternatieve uitkomsten van een weddenschap met méér dan 2 uitkomsten. Ook hier volgen de ppn geen proportioneel stationair systeem (Rapoport, 1970).

Problemen bij het toetsen van vereenvoudigde modellen. Dynamische beslissingen zijn nog weinig onderzocht, onder meer omdat het beschrijven van gedrag d.m.v. een 'constrained model' verschillende problemen oplevert. Ten eerste is er de moeilijkheid dat gemiddelden over ppn meestal geen informatie geven over de strategieën van individuele ppn. Modellen moeten dus per pp worden geconstrueerd.

Daarnaast is er de mogelijkheid dat de pp een eenvoudige suboptimale strategie hanteert die niet door aanpassing van de optimale strategie verkregen kan worden. Zo vond Toda (zie 1968) in het 'reader's control problem' dat een bijna optimaal resultaat bereikt kan worden door y te kiezen als lineaire functie van x .

Tenslotte bestaat er de 'vloek van de ongevoeligheid' (Rapoport, 1975): verschillende modellen leiden tot praktisch ononderscheidbare voorspellingen, en het is moeilijk om criteriumfuncties zodanig te ontwerpen dat een pp door de mand valt zodra hij enige andere strategie dan de optimale gebruikt.

8.2.4. Voorbeeld

Het volgende voorbeeld illustreert hoe het reader's control problem op een praktijksituatie toegepast zou kunnen worden. Er worden daarbij simplificerende aannamen gedaan, o.a. dat een aantal factoren gemakkelijk quantificeerbaar is.

Stel dat een gemeenteraad moet beslissen over uitbreiding van het politiecorps i.v.m. toenemende criminaliteit. Het aantal misdaden x_n groeit met een factor a per jaar wanneer er geen bestrijding plaats vindt. De preventieve werking van een politie-agent is b misdaden per jaar. De transformatieregel is dan $x_{i-1} = a x_i - b y_i$; hierin is y_i de sterkte van het politiecorps, die eens per jaar ($i, i-1$, etc.) gewijzigd kan worden. Stel dat de schade voor de gemeenschap evenredig is met het kwadraat van het aantal misdaden, terwijl de kosten van het politiecorps evenredig zijn aan het kwadraat van het aantal agenten (het is aannemelijk dat beide kostenfuncties positief versneld zijn). De criteriumfunctie wordt dan $R_i = -(c \cdot x_i^2 + d y_i^2)$; hierin zijn c en d

constanten die bijv. te maken hebben met de gemiddelde schade van een misdaad en het gemiddelde salaris van een agent.

Het is duidelijk dat opheffen van het politiecorps leidt tot enorme toename van de criminaliteit, terwijl het uitroeien van de misdadigheid gigantische kosten met zich meebrengt. Het zou de taak van een gemeenteraad kunnen zijn om de kosten te minimaliseren, eventueel over een beperkte periode.

9. Slecht-gedefinieerde problemen; maximalisering versus tevredenstelling

Vanaf par. 3 hebben we ons bezig gehouden met theorie en empirisch onderzoek over oordelen en beslissen in goed-gedefinieerde situaties. In zo'n situatie weet de beslisser steeds waartussen hij kan kiezen. Zijn voornaamste taak is de subjectieve waardering van ieder voorliggend alternatief-met-onzekere-consequenties. Op deze uit de economie stammende benadering is vanuit de organisatie-leer al vroeg (Simon, 1947) kritiek gekomen. Samengevat luidt deze als volgt.

De normatieve beslissingstheorie kan slechts van toepassing zijn nadat een keuzeprobleem volledig is gedefinieerd, d.w.z. nadat belangrijk voorbereidend werk is verricht. Het doel van de normatieve theorie: maximalisering, kan pas worden bereikt na aanzienlijke vereenvoudiging van de werkelijke situatie. Tijdens die voorbereidingsfase is een proces van probleemformulering aan de gang, waarbij vindbaarheid goed van pas komt (Ekel, 1971), terwijl nieuwe informatie over doeleinden, alternatieven en/of consequenties de kijk op het probleem drastisch kunnen wijzigen (Bresson & Matalon, 1969). Wie deze kritiek niet aanvaardt, moet de verregaande aanname van de normatieve theorie accepteren, dat de beslisser op elk tijdstip volledig is geïnformeerd m.b.t. de mogelijke keuze-alternatieven en de gevolgen van ieder alternatief, terwijl hij de kans op en het nut van deze gevolgen weet te quantificeren (zie de kenmerken van een goed-gedefinieerd beslissingsprobleem in par. 1.4). De normatieve theorie is dan ook eerder een theorie over de structuur van de taakomgeving, dan een psychologische beslissingstheorie (Newell & Simon, 1972, hfdst. 3).

Een meer omvattende psychologische theorie zou rekening moeten houden met het volgende. In een slecht-gedefinieerde probleemsituatie bevindt de beslisser zich in een bestaande toestand, die om een of andere reden minder aantrekkelijk voor hem is dan een gewenste toestand. Moeilijkheden kunnen al onmiddellijk

lijk ontstaan naar de mate waarin de beslisser zijn eigen bestaande toestand niet voldoende onderkent, dan wel niet goed weet waar hij heen wil. Om de gewenste toestand te bereiken moet de beslisser alternatieve handelwijzen bedenken, die de bestaande toestand veranderen in de richting van de gewenste. Daarbij blijven er geregeld nieuwe alternatieven denkbaar, terwijl de consequenties van ieder alternatief vervagen naarmate zij verder in de toekomst liggen. Ter illustratie diene het voorbeeld van de Oosterschelde-dichting in par. 1.2.

In een weinig geformaliseerde analyse stellen Bresson & Matalon (1969), dat een realistische beslissingstheorie er van uit moet gaan (a) dat een beslissing geen unieke daad is, maar deel uit maakt van een steeds voortschrijdend proces; (b) dat een beslissing ontbonden kan worden in elementaire keuzen, waarvan sommige betrekking hebben op na te streven doelen en andere op te hanteren nutsdimensies; (c) dat een beslisser steeds een veranderlijke deelverzameling van alle mogelijke keuze-alternatieven in beschouwing neemt; (d) dat sommige elementaire keuzen over doeleinden en nutsdimensies kunnen worden herzien; (e) dat nutsdimensies en beslissingscriteria in de tijd kunnen veranderen; en (f) dat uitstel van de beslissing kostbaar kan zijn.

Hoe wordt het beslissingsprobleem in zulke slecht-gedefinieerde, dynamische situaties aangepakt? In een beschouwing over politieke beslissingen bespreekt Scholten (1973) 6 stappen, welke genomen moeten worden om een vraagstuk rationeel op te lossen: (1) het formuleren van de vraag die beslist moet worden; (2) het formuleren en rangschikken van de na te streven doeleinden; (3) het onderzoek naar de mogelijke beslissingen; (4) het nagaan van alle gevolgen van de mogelijke beslissingen; (5) het rangschikken van de mogelijke beslissingen in het licht van de doeleinden; en (6) het eigenlijke kiezen van het antwoord, dat de doeleinden het meest nabij komt. Simon (1960) noemt drie fasen: (1) informatie-activiteit, waarin de omstandigheden worden onderzocht die om een beslissing vragen; (2) ontwerp-activiteit, waarbij mogelijke gedragslijnen worden opgesteld, ontwikkeld en geanalyseerd; en (3) keuze-activiteit, waarbij een speciale gedragslijn wordt geselecteerd uit de beschikbare.

Het gaat er bij deze en andere oplossingsschema's om dat de beslisser in zijn slecht-gedefinieerde situatie aan het definiëren slaat, zodat in een open veld van doeleinden en keuzemogelijkheden een gesloten gedeelte ontstaat, waarbinnen evaluatie en keuze mogelijk worden. Twee vragen rijzen onmiddellijk: hoe verloopt dit definiërings- of afgrenzingsproces? En: wanneer wordt

een afgegrensd deel van het probleemveld als 'gesloten' beschouwd ?

Met Simon (1947) kunnen we constateren dat het menselijk vermogen tot het beschrijven en oplossen van problemen zeer gering is, in verhouding tot de omvang van de problemen waarvoor in de werkelijkheid een rationele oplossing wordt vereist. We nemen daarom aan, dat een beslisser een vereenvoudigd model van de werkelijke situatie formuleert. Binnen deze vereenvoudigde voorstelling van zaken gedraagt de beslisser zich vervolgens rationeel. We spreken dan van beperkte of subjectieve rationaliteit. Het proces van afgrenzing van een deel van de werkelijke situatie heeft de opstelling van zo'n vereenvoudigde representatie tot doel. De belangrijke rol die bestaande geheugenstructuren, waarnemingsschema's en leervermogens van de beslisser daarbij spelen, wordt besproken door o.a. Newell & Simon (1972).

In een slecht gedefinieerde beslissingssituatie zal het onmogelijk zijn het alternatief te kiezen met het hoogste verwachte nut. De alternatieven zijn immers niet voorhanden. De beslisser zal daarom moeten zoeken naar een aanvaardbaar alternatief, dat hem tevreden stelt. Noodgedwongen wordt hier het criterium van maximalisering vervangen door dat van tevredenstelling ('satisficing'): in het veld van denkbare alternatieven zet de beslisser zijn zoekgedrag voort totdat tenminste één aanvaardbaar alternatief is gevonden. Zodra dat het geval is kan het probleem als afgegrensd (en soms ook opgelost) worden beschouwd⁷⁾.

Wat maakt dat de beslisser een keuze-alternatief als 'goed genoeg' zal bestempelen? De beslisser is met een bepaald keuze-alternatief tevreden, wanneer de aantrekkelijkheid ervan zijn aspiratie-niveau (Lewin, Dembo, Festinger & Sears, 1944; zie ook Siegel, 1957; Starbuck, 1963) teboven gaat. Volgens de theorie van het aspiratie-niveau is het 'effectieve nut' van een consequentie mede afhankelijk van het feit of het 'nut-zonder-meer' van die consequentie het aspiratie-niveau al of niet teboven gaat: Stel $u(C)$ is het 'nut-zonder-meer' van een consequentie C , $u(L)$ is het nut van het aspiratie-niveau L , S staat voor 'succes' en F voor 'falen'. Het effectieve nut van C , $u^*(C)$, kan dan worden geschreven als:

$$u^*(C) = \begin{cases} u(C) + u(S), & \text{als } u(C) \geq u(L) \\ u(C) + u(F), & \text{als } u(C) < u(L) \end{cases} \quad (30)$$

waarbij bedacht moet worden dat $u(S) \gg u(F)$. Een soortgelijke dichotomie kan worden aangebracht bij de evaluatie van keuze-alternatieven in termen van ver-

wacht nut. Daardoor ontstaan de klassen van 'acceptabele' en 'onacceptabele' alternatieven. Bij meer dan één aanvaardbaar alternatief kan natuurlijk binnen de betreffende klasse worden gemaximaliseerd.

Of een alternatief aanvaardbaar is, hangt af van de positie van het aspiratie-niveau L . Empirisch onderzoek daarover (Child & Whiting, 1954) laat de volgende conclusies en generalisaties toe. Succes leidt tot verhoging, falen tot verlaging van L . Hoe meer succes, des te groter de kans dat L stijgt, en omgekeerd. L wordt beïnvloed door fluctuaties in het zelfvertrouwen van de beslisser. Bij falen zal een beslisser er eerder van afzien om een toekomstig aspiratie-niveau 'in te stellen' dan bij succes. Effecten van falen op L zijn wisselvalliger dan effecten van succes. Wanneer aanvaardbare alternatieven gemakkelijk worden gevonden, of wanneer de kans op het vinden daarvan hoog wordt geacht, zal het aspiratie-niveau stijgen, en omgekeerd. Simon (1959) ging er van uit dat het zoeken naar nieuwe keuze-alternatieven gestaakt worden zodra en zolang bekende alternatieven aanvaardbaar zijn. De Brabander (1972) stelt vast dat dit tot een strak zoekgedrag leidt, terwijl in werkelijkheid ook bij beschikbaarheid van aanvaardbare alternatieven vaak wordt doórgesocht. De Brabander verklaart dit door te wijzen op het verlangen naar opheffing van bestaande taakspanning, en de leergierigheid t.a.v. de kans op aantrekkelijker alternatieven. We kunnen daaraan toevoegen, dat het in onze cultuur geheiligde beginsel van ontwikkeling en groei (economisch of anderszins) kan worden vertaald in een voortdurende geleidelijke escalatie van aspiratie-niveaus.

Het aspiratie-niveau als criterium voor het identificeren van aanvaardbare alternatieven heeft bij multi-dimensionele alternatieven vorm gekregen als het conjunctieve en het disjunctieve keuze-model. In het conjunctieve model wordt een alternatief pas gekozen als het op alle relevante nutsdimensies een bepaalde vastgestelde waarde overschrijdt. In het disjunctieve model wordt slechts vereist dat op één, of een subset, van de nutsdimensies een bepaalde (meestal hoge) waarde wordt overschreden. Voorbeeld van het eerste is een examenbeoordeling, die pas voldoende is als alle onderdelen voldoende zijn. Voorbeeld van het tweede is een personeelsbeoordeling, waarbij een specialist wordt gezocht die slechts in een of enkele opzichten 'goed' is.

Het criterium van tevredenstelling is aanleiding geweest voor het onderscheid tussen maximalisering en tevredenstelling als, wellicht situatie-gebonden, persoonlijkheidseigenschappen. Van 'maximaliseerders' zou men kunnen voorspellen dat zij in een slecht-gedefinieerde probleemsituatie langer zul-

len zoeken om het onderste uit de kan te vinden. 'Tevredenstellers' zullen eerder stoppen. Tussen maximaliseerders en tevredenstellers kunnen gradaties worden verondersteld, waarbij verschillen in aspiratie-niveau tot langer of korter zoekgedrag zullen leiden. Een technisch probleem bij het toetsen van zulke hypothesen is het vinden van een goede operationalisatie van het aspiratie-niveau. Het onderzoek van Becker & Siegel (1962) geeft daarvan een voorbeeld. In de praktijk komt het neer op het formuleren van minimum-doelen.

Psychologie en organisatieleer hebben aan deze benadering van beslissen in slecht-gedefinieerde situaties in zeer verschillende mate aandacht besteed. De overheersende aandacht van psychologen voor kans, nut en kiezen tussen kant-en-klare weddenschappen, wordt door organisatie-deskundigen wat schouderophalend afgedaan, omdat de voornaamste problemen van de laatste veeleer liggen op het gebied van doelbepaling, en het vinden van geschikte beleidsalternatieven met hun consequenties. Charnes & Stedry (1966), Stagner (1969) en Stedry & Kay (1966) geven een indruk van het soort onderzoek dat op dit terrein wordt gedaan. Koziellecki (1971) vat de theorie kort samen en bespreekt enkele onderzoeks-hypothesen.

Het moet na het voorgaande duidelijk zijn, dat 'oordelen en beslissen in onzekerheid' niet alleen slaat op beschikbare keuze-alternatieven, maar tevens op doelbepaling en probleemformulering. Behalve waarschijnlijkheids- en nutstheorie zijn daarom op zijn minst ook theorieën en onderzoek over motivatie en probleemoplossen in het geding.

10. Relaties met andere terreinen van onderzoek; toepassingen

In het benutten van theorie en empirisch feitenmateriaal over beslissen moet worden onderscheiden tussen (a) toepassing van de normatieve theorie in de vorm van een technologie voor beslissingsanalyse, en (b) toepassing van descriptieve theoretische begrippen en gegevens over het verloop van individuele beslissingsprocessen. In verband met de lengte van het voorafgaande zullen we volstaan met enkele korte opmerkingen.

Na introductie in de psychologie is het onderzoek over voorkeurs- en beslissingsgedrag gedivergeerd in (1) de economische studie van consumentengedrag, en (2) het psychologische onderzoek naar determinanten van keuzen tussen weddenschappen. In de psychologie is daardoor het economisch model voor

de beschrijving van consumentengedrag op de achtergrond geraakt (maar zie Katona, 1963), zodat resultaten van psychologisch onderzoek ook niet hebben kunnen leiden tot de herziening van dat model, waarvan o.a. Van Praag (1968) de noodzaak aantoonde. Met de opkomst van de economische psychologie in Nederland zal ongetwijfeld het contact tussen economen en psychologen worden versterkt. Voor dat contact is vooral sterk gepleit door Simon (zie Simon & Stedry, 1969; zie verder Arrow, 1963; Tobin & Dolbear, 1963).

De mogelijkheid om informatieverwerking ten behoeve van een gerechtelijke beslissing in te richten volgens de stelling van Bayes (par. 3.2) is nagegaan door o.a. Finkelstein & Fairley (1970) en Lindley (1975). De noodzaak voor meer rationele informatieverwerking op dit gebied is onlangs weer eens klemmend aangetoond door Lubasch (1974). De zaak is sterk controversieel, wat moge blijken uit een artikel van Tribe (1971) die de mogelijkheid van "trial by mathematics" heftig van de hand wees. Soortgelijke pogingen tot het ontwikkelen van een 'mens-formule-systeem' van informatieverwerking bij medische beslissingen zijn ondernomen door o.a. Gustafson (1969).

Het ideaal van iedere beslissingstheoreticus moet wel zijn om uiteindelijk iets verstandigs te kunnen zeggen over zulke ingewikkelde processen als die van politieke besluitvorming. Braybrooke & Lindblom (1963) analyseren deze klasse van problemen in globale trekken; zij wijzen terloops op de zeer beperkte bruikbaarheid van de normatieve beslissingstheorie. Behalve met het feit, dat de omvang van politieke beslissingssituaties de capaciteit van individuele beslissers dikwijls teboven gaat, hebben we hier ook te maken met het probleem van de 'collectieve keuze'. De leden van een collectief kunnen er t.a.v. dezelfde verzameling keuze-alternatieven verschillende voorkeursrangordeningen op na houden. Probleem is dan om daaruit op rationele wijze een meerderheidsrangordening te destilleren. Arrow (1951) heeft dit probleem helder uiteengezet. Coombs (1964, hfdst. 18) brengt het in verband met zijn "theory of data". Intriligator (1973) stelt een probabilistisch model ter oplossing voor. Een extra probleem doet zich voor als de leden van het collectief verschillende verzamelingen van keuze-alternatieven voor ogen hebben (de een wil bijv. kiezen uit {A, B, C}, een ander uit {A, D, E}). MacGrimmon (1974) bespreekt kort de recente "economic theory of teams" en presenteert empirische resultaten, om aan te tonen hoe dit probleem kan worden; resp. wordt opgelost. Allison (1971) bespreekt 4 modellen voor het nemen van collectieve beslissingen.

Wat de politieke besluitvorming betreft moet er verder op worden gewezen

dat de Nederlandse overheid in 1971 een "Commissie voor de Ontwikkeling van Beleidsanalyse" heeft ingesteld. Opvallend in de bijdragen tot het tijdschrift "Beleidsanalyse", door die commissie uitgegeven, is de nadruk die gelegd wordt op het belang van 'doelstellingen-analyse', een van de eerste stappen bij de oplossing van slecht-gedefinieerde beslissingsproblemen. Hoe nodig 'beleidsanalyse' is, illustreert de welhaast anecdotische geschiedenis over de bestemming van de Bijlmermeer, verteld door De Lange en Masset (1968). De aan de normatieve theorie ontsproten beslissingsanalyse werd vnl. voor bedrijfskundige problemen ontworpen (zie Raiffa, 1968). Beslissen in welke organisatie dan ook is een activiteit die is ingebed in een ruimer kader van bestaande gewoonten, vooroordelen, al of niet in brede kring aanvaarde doelstellingen, en een gegeven machtsstructuur. Verschillende aspecten van dat ruimere kader en hun relevantie voor individuele beslissingsprocessen worden besproken door MacCrimmon (1972).

Door ontwikkelingspsychologen wordt aandacht geschonken aan de ontwikkeling van het vermogen tot oordelen en beslissen in onzekerheid.

De ontwikkeling van hetkansbegrip en de daarvoor noodzakelijke denkoperaties (Piaget & Inhelder, 1951; Hoemann & Ross, 1971) zijn verhelderd in onderzoek, dat uitnodigt tot méér. Schmidt (1970) ontdekte dat, bij het kiezen tussen alternatieven met onzekere consequenties, kinderen van gemiddeld 4,8 jaar oud maximaliseerden op winstbedrag, die van gemiddeld 6,5 jaar op winstkans, terwijl kinderen ouder dan 8 jaar aan het alternatief met de hoogste verwachte winst de voorkeur gaven. Gebruik van relevante beslissingsvariabelen hangt blijkbaar af van het ontwikkelingsstadium waarin de beslisser verkeert. Nader ontwikkelings-psychologisch onderzoek op dit gebied werd aangekondigd door Smitsman (1974).

11. Inleidende en overzichtsliteratuur

De literatuur over moderne beslissingstheorie en gedragswetenschappelijk onderzoek naar beslissen is gevarieerd en verspreid over verschillende disciplines. De belangrijkste theoretische bronnen zijn Von Neumann & Morgenstern (1944) en Savage (1954). Een vroeg symposium werd vastgelegd door Thrall, Coombs & Davis (1954). Bibliografieën zijn samengesteld door Edwards (1969), Houle (1973) en Aoki, Chipman & Fishburn (1971). Inleidende hoofdstukken over mathematische beslissingspsychologie geven Bresson (1965) en Coombs, Dawes & Tversky (1970). Tamelijk economisch georiënteerd zijn het eerste li-

teratuuroverzicht van Edwards (1954) en de colloquiumverslagen van het Franse "Centre National de la Recherche Scientifique" (1961, 1969). Vanaf 1961 heeft het onderwerp 'beslissen' een gevestigde plaats in de Annual Review of Psychology, getuige hoofdstukken van Edwards (1961), Becker & McClintock (1967) en Rapoport & Wallsten (1972). Een heruitgave van enkele klassieke artikelen werd verzorgd door Edwards en Tversky (1967). Kyburg & Smokler (1964) verzamelen een aantal klassieke theoretische beschouwingen over persoonlijke waarschijnlijkheid. Monografieën over nutstheorie en beslissen-in-onzekerheid geven resp. Fishburn (1970) en Schneeweiss (1966). Een tekstboek over beslissingstheorie en -gedrag werd geschreven door Lee (1971), die ook ingaat op 'probability learning', signaal-detectie-theorie voor externe ruisverdelingen, en mathematische speltheorie. Verslagen van twee Europese conferenties over subjectieve waarschijnlijkheid, nut en beslissen zijn samengesteld door De Zeeuw, Vlek en Wagenaar (1970) en door Wendt & Vlek (1975). Een twintigtal beschouwingen over beslissen op het terrein van bedrijfs- en bestuurskunde werd geredigeerd door Van Dam & Moerland (1974). Voor wie belangstelling heeft voor de technologie van beslissingsanalyse is er een goed leesbaar boekje van Lindley (1971), dat bestudering van de meer doorwrochte Raiffa (1968), Schlaifer (1969), en Brown, Kahr & Peterson (1974) vergemakelijkt. Niet-vaakeconomische tijdschriften, waarin veel beslissingsliteratuur een plaats vindt zijn Management Science, Organizational Behavior and Human Performance, Decision Sciences, en het meer wijsgerig getinte Theory and Decision.

12. Literatuurverwijzingen

- Alker, H.A., and Hermann, M.G. Are Bayesian decisions artificially intelligent? The effect of task and personality on conservatism in processing information. Journal of Personality and Social Psychology, 1971, 19, 31-41.
- Allais, M. Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: critique des postulats et axiomes de l'école Américaine. Econometrica, 1953, 21, 503-546.
- Allison, G.T. Essence of decision: explaining the Cuban missile crisis. Boston: Little, Brown & Co., 1971.
- Andriessen, J.H. Comments on a new risk taking model. Acta Psychologica, 1971, 35, 173-187.
- Aoki, M., Chipman, J.S., and Fishburn, P.C. A selected bibliography of works relating to the theory of preferences, utility, and demand. In J.S. Chipman, L. Hurwicz, M.K. Richter and H.F. Sonnenschein (Eds.): Preferences, utility, and demand; a Minnesota symposium. New York: Harcourt, Brace, Jovanovich, 1971, 437-492.
- Arrow, K. Social choice and individual values. New York: Wiley, 1951.
- Arrow, K.J. Utility and expectation in economic behavior. In S. Koch (Ed.): Psychology: a study of a science. Vol. 6. New York: McGraw-Hill, 1963, 724-763.
- Atkinson, J.W., and Birch, D. The dynamics of action. New York: Wiley, 1970.
- Atkinson, R.C., and Estes, W.K. Stimulus sampling theory. In R.D. Luce, R.R. Bush, and E. Galanter (Eds.): Handbook of mathematical psychology. Vol. II. New York: Wiley, 1963.
- Barclay, S. Expected value in psychological models. Report no. 71-1-11, Department of Psychology, University of Washington. March, 1971.
- Bayes, Th. An essay towards solving a problem in the doctrine of chances. Philosophical Transactions of the Royal Society, 1763, 53, 370-418; herdrukt in Biometrika, 1958, 45, 293-315.
- Beach, L.R., Wise, J.A., and Barclay, S. Sample proportions and subjective probability revisions. Organizational Behavior and Human Performance, 1970, 5, 183-190.
- Beach, L.R., Rose, R.M., Sayeki, Y., Wise, J.A., and Carter, W. Probability learning: response proportions and verbal estimates. Journal of Experimental Psychology, 1970, 86, 165-170.
- Becker, G.M., and McClintock, C.G. Value: behavioral decision theory. Annual Review of Psychology, 1967, 18, 239-286.
- Becker, G.M., and Siegel, S. Utility and level of aspiration. American Journal of Psychology, 1962, 75, 115-120.

- Becker, G.M., De Groot, M.H., and Marschak, J. Measuring utility by a single-response sequential method. Behavioral Science, 1964, 9, 226-232.
- Becker, S.W., and Brownson, F.O. What price ambiguity? or the role of ambiguity in decision making. Journal of Political Economy, 1964, 72, 62-73.
- Bellman, R. Dynamic programming. Princeton: Princeton University Press, 1957.
- Bernoulli, D. Specimen theoriae novae de mensura sortis. *Commentarii academiae scientiarum imperiales petropolitanae*, 1738, 5, 175-192; vertaald door L. Sommer ("Exposition of a new theory on the measurement of risk"), Econometrika, 1954, 22, 23-36; herdrukt in G.A. Miller: Mathematics and psychology. New York: Wiley, 1964, 36-52.
- Braybrooke, D., and Lindblom, C.E. A strategy of decision; policy evaluation as a social process. New York: The Free Press, 1963.
- Bresson, F. Les décisions. In P. Fraisse & J. Piaget (Eds.): Traité de psychologie expérimentale. VIII. Language, communication et décision. Paris: Presses Universitaires de France, 1965, 221-306.
- Bresson, F., and Matalon, B. Thème pour une famille de modèles de décisions réelles. In Centre National de la Recherche Scientifique, 1969.
- Brown, R.V., Kahr, A.S., and Peterson, C.R. Decision analysis for the manager. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1974.
- Burisch, M. An attempt to demonstrate utility of gambling. Acta Psychologica, 1970, 34, 367-374.
- Centre National de la Recherche Scientifique: "La décision" (1961) en "La décision 2" (1969). Editions du C.N.R.S., Paris.
- Charnes, A., and Stedry, A.C. Search-theoretical models of organization control by budgeting multiple goals. Management Science, 1966, 12, 457-482.
- Child, I.L., and Whiting, J.W.M. Determinants of level of aspiration: evidence from everyday life. In H. Brand (Ed.): The study of personality. New York: Wiley, 1954.
- Cohen, J. Behaviour in uncertainty. New York: Basic Books, 1964.
- Cohen, J. Psychological probability, or the art of doubt. London: Allen & Unwin, 1972.
- Cohen, J., and Hansel, C.E.M. The idea of a distribution. British Journal of Psychology, 1955, 66, 111-121.
- Cohen, J., and Hansel, C.E.M. Preferences for different combinations of chance and skill in gambling. Nature, 1959, 183, 841-842.
- Coombs, C.H. A theory of data (chapter 18: On the problem of social utility and majority decision). New York: Wiley, 1964.

- Coombs, C.H., and Bowen, J.N. A test of VE-theories of risk and the effect of the central limit theorem. Acta Psychologica, 1971, 35, 15-28 (a).
- Coombs, C.H., and Bowen, J.N. Additivity of risk in portfolios. Perception and Psychophysics, 1971, 10, 43-46 (b).
- Coombs, C.H., and Huang, L.C. A portfolio theory of risk preference. Michigan Mathematical Psychology Program, MMPP 68-5, 1968.
- Coombs, C.H., and Huang, L.C. Tests of a portfolio theory of risk preference. Journal of Experimental Psychology, 1970, 85, 23-29.
- Coombs, C.H., Bezeminder, T.G., and Goode, F.M. Testing expectation theories of decision making without measuring utility or subjective probability. Journal of Mathematical Psychology, 1967, 4, 72-103.
- Coombs, C.H., Dawes, R.M., and Tversky, A. Mathematical psychology; an elementary introduction. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1970.
- Davis, J.M. The transivity of preferences. Behavioral Science, 1958, 3, 26-33.
- Davis, M. Game theory. New York: Basic Books, 1970.
- De Brabander, B. A dynamic model of the innovativeness of search in organizational decision making. Tijdschrift voor Sociale Wetenschappen, 1972, 17, 331-341.
- De Condorcet, J.A.N.C. Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix. Paris: 1785.
- De Finetti, B. Methods for discriminating levels of partial knowledge concerning a test item. British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 1965, 18, 87-123.
- DeGroot, M.H. Optimal statistical decisions. New York: McGraw-Hill, 1970.
- De Lange, J., and Masset, L.M.A. De Bijlmermeer; een voorbeeld van een besluitvormingsproces. Acta Politica, 1968/'69, 4, 5-31.
- De Swart, J.H. Opinion revision and the influence of corresponding and conflicting adjectives. Acta Psychologica, 1971, 35, 198-206.
- De Swart, J.H. A comment on Marks and Clarkson's explanation of conservatism. Acta Psychologica, 1972, 36, 417-419.
- De Zeeuw, G., and Wagenaar, W.A. Are subjective probabilities probabilities? In C.-A.S. Staël von Holstein (Ed.): The concept of probability in psychological experiments. Dordrecht (Neth.): Reidel, 1974.
- De Zeeuw, G., Vlek, C.A.J., and Wagenaar, W.A. Subjective probability: theory, experiments, applications. Proceedings of a research conference on subjective probability, Amsterdam. 1970. Acta Psychologica, 1970, 34, 129-397.
- Dion, K.L., Baron, R.S., and Miller, N. Why do groups make riskier decisions than individuals? In L. Berkowitz (Ed.): Advances in experimental social psychology, Vol. 5. New York: Academic Press, 1970.

- DuCharme, W.M. A response bias explanation of conservative human inference. Journal of Experimental Psychology, 1970, 85, 66-74.
- DuCharme, W.M., and Peterson, C.R. Proportion estimation as a function of proportion and sample size. Journal of Experimental Psychology, 1969, 81, 536-541.
- Edwards, W. The theory of decision making. Psychological Bulletin, 1954, 51, 380-417; herdrukt in Edwards and Tversky (1967).
- Edwards, W. Behavioral decision theory. Annual Review of Psychology, 1961, 12, 473-498; herdrukt in Edwards and Tversky (1967).
- Edwards, W. Optimal strategies for seeking information: models for statistics, choice reaction times, and human information processing. Journal of Mathematical Psychology, 1965, 2, 312-329.
- Edwards, W. A bibliography of research on behavioral decision processes to 1968. Memorandum Report No. 7, Human Performance Center, Department of Psychology, University of Michigan, U.S.A., January 1969.
- Edwards, W., and Tversky, A. (Eds.). Decision Making. Harmondsworth: Penguin, 1967.
- Edwards, W., Lindman, H., and Savage, L.J. Bayesian statistical inference for psychological research. Psychological Review, 1963, 70, 193-242. Herdrukt in R.D. Luce, R.R. Bush, and E. Galanter (Eds.): Readings in mathematical psychology. Vol. II. New York: Wiley, 1965.
- Edwards, W., Phillips, L.D., Hays, W.L., and Goodman, B.C. Probabilistic information processing systems: design and evaluation. IEEE Transactions on Systems Science and Cybernetics, 1968, SSC-4, 248-265.
- Ekel, J. Creative thinking in decision making. Studia Psychologica, 1971, 13, 286-292.
- Ellsberg, D. Risk, ambiguity, and the Savage axioms. Quarterly Journal of Economics, 1961, 75, 643-669.
- Estes, W.K. Research and theory on the learning of probabilities. Journal of the American Statistical Association, 1972, 67, 81-102.
- Feather, N.T. Subjective probability and decision under uncertainty. Psychological Review, 199, 66, 150-164 (a).
- Feather, N.T. Success probability and choice behavior. Journal of Experimental Psychology, 1959, 58, 257-266 (b).
- Feller, W. An introduction to probability theory and its applications. Third edition; Volume I. New York: Wiley, 1964.
- Festinger, L. Conflict, decision, and dissonance. Stanford (Calif.): Stanford University Press, 1964.

- Finkelstein, M.O., and Fairley, W.B. A Bayesian approach to identification evidence. Harvard Law Review, 1970, 83, 489-517.
- Fischer, G.W. Multidimensional value assessment for decision making. Technical Report No. 037230-2-T, Engineering Psychology Laboratory, University of Michigan, 1972.
- Fishburn, P.C. Methods for estimating additive utilities. Management Science, 1967, 13, 435-453.
- Fishburn, P.C. Utility theory. Management Science, 1968, 14, 335-378.
- Fishburn, P.C. Utility theory for decision making. New York: Wiley, 1970.
- Friedman, M., and Savage, L.J. The utility analysis of choices involving risk. Journal of Political Economy, 1948, 56, 279-304. Herdrukt in G.J. Stigler and K.E. Boulding (Eds.): Readings in price theory. Homewood (Ill.): Irwin, 1952, 57-96.
- Fryback, D.G., Goodman, B.C., and Edwards, W. Choices among bets by Las Vegas gamblers: absolute and contextual effects. Journal of Experimental Psychology, 1973, 98, 271-278.
- Gettys, C., and Willke, T. The application of Bayes' theorem when the true data state is uncertain. Organizational Behavior and Human Performance, 1969, 4, 125-141.
- Grabitz, H.-J. Zur Beziehung von Inertia Effekt und sequentieller Position widersprechender Ereignisse bei der Revision subjektiver Wahrscheinlichkeiten. Psychologische Forschung, 1971, 35, 35-45 (a).
- Grabitz, H.-J. Die Bewertung von Information vor Entscheidungen in Abhängigkeit von der verfolgten Alternative und der Verlässlichkeit der Information. Zeitschrift für Sozialpsychologie, 1971, 2, 382-388 (b).
- Green, B.F. Descriptions and explanations: A comment on papers by Hoffman and Edwards. In B. Kleinmuntz (Ed.): Formal representation of human judgment. New York: Wiley, 1968.
- Gustafson, D.H. Evaluation of probabilistic information processing in medical decision making. Organizational Behavior and Human Performance, 1969, 4, 20-34.
- Hampton, J.M., Moore, P.G., and Thomas, H. Subjective probability and its measurement. Journal of the Royal Statistical Society, Series A (general), 1973, 136, 21-42.
- Hochauer, B. Decision making in roulette. Acta Psychologica, 1970, 34, 357-366.
- Hoemann, H.W., and Ross, B.M. Children's understanding of probability concepts. Child Development, 1971, 42, 221-236.
- Houle, A. Bibliographie: statistique Bayésienne / Bibliography: Bayesian statistics. Faculté des Sciences de l'Administration, Université Laval, Quebec, Canada, 1973.
- Howard, R.A. Dynamic programming and Markov processes. New York: Wiley, 1960.

- Howell, W.C. Uncertainty from internal and external sources; a clear case of overconfidence. Journal of Experimental Psychology, 1971, 89, 240-243.
- Howell, W.C. Compounding uncertainty from internal sources. Journal of Experimental Psychology, 1972, 95, 6-13.
- Huang, L.C. The expected risk function. Michigan Mathematical Psychology Program. MMP 71-6, 1971.
- Huber, G.P. Multi-attribute utility models: a review of field and field-like studies. Management Science, 1974, 20, 1393-1402.
- Hull, J., Moore, P.G., and Thomas, H. Utility and its measurement. The Journal of the Royal Statistical Society, Series A (general), 1973, 136, 226-247.
- Intriligator, M.D. A probabilistic model of social choice. The Review of Economic Studies, 1973, 50, 553-560.
- Irwin, F.W., and Graae, C.N. Tests of the discontinuity hypothesis of the effects of independent outcome values upon bets. Journal of Experimental Psychology, 1968, 76, 444-449.
- Irwin, F.W., and Smith, W.A.S. Value, cost and information as determiners of decision. Journal of Experimental Psychology, 1957, 54, 229-232.
- Johnson, D.M. A systematic introduction to the psychology of thinking. New York: Harper & Row, 1972.
- Jones, M.R. From probability learning to sequential processing: a critical review. Psychological Bulletin, 1971, 76, 153-185.
- Kahneman, D., and Tversky, A. Subjective probability: a judgment of representativeness. Cognitive Psychology, 1972, 3, 430-454.
- Katona, G. Psychological analysis of economic behavior. New York: McGraw-Hill, 1963.
- Keeney, R.L. Multi-dimensional utility functions: theory, assessment, and application. Technical Report No. 43, Operations Research Center, M.I.T., Boston, 1969.
- Kleiter, G.D. Adaptation to shift in a computer-controlled decision task. Ongepubliceerd manuscript, Universiteit Salzburg, 1970; aangehaald in Kleiter (1974).
- Kleiter, G.D. Mehrstufige Entscheidungsmodelle in der Psychologie. Psychologische Beiträge, 1974, 16, 93-127.
- Kogan, N., and Wallach, M.A. Risk taking: a study in cognition and personality. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1964.
- Kogan, N., and Wallach, M.A. Risk taking as a function of the situation, the person, and the group. In New directions in psychology, Vol. III. New York: Holt, Rinehart & Winston, 1967.

- Kozielecki, J. Elements of a psychological decision theory. Studia Psychologica, 1971, 13, 53-59.
- Krantz, D.H., Luce, R.D., Suppes, P., and Tversky, A. Foundations of measurement. Volume I. Additive and polynomial representations. New York: Academic Press, 1971.
- Kyburg, H.E., and Smokler, H.E. (Eds.). Studies in subjective probability. New York: Wiley, 1964.
- Lee, W. Decision theory and human behavior. New York: Wiley, 1971.
- Lewin, K., Dembo, T., Festinger, L., and Sears, P. Level of aspiration. In J. McV. Hunt (Ed.): Personality and the behavior disorders. New York: Ronald, 1944, 333-378.
- Lichtenstein, S., and Slovic, P. Reversals of preference between bids and choices in gambling decisions. Journal of Experimental Psychology, 1971, 89, 46-55.
- Lichtenstein, S., and Slovic, P. Response-induced reversals of preference in gambling: an extended replication in Las Vegas. Journal of Experimental Psychology 1973, 101, 16-20.
- Lindley, D.V. Making decisions. New York: Wiley, 1971.
- Lindley, D.V. Probabilities and the law. In Wendt and Vlek (1975).
- Littig, L.W. Effects of skill and chance orientations on probability preferences. Psychological Reports, 1962, 10, 67-70.
- Lovie, A.D., and Davies, A.D.M. An application of Bayes' Theorem to person perception. Acta Psychologica, 1970, 34, 322-327.
- Lubasch, A.H. Study of US judges finds glaring gap in sentencing. New York Times, 7 September 1974, p. 31.
- Luce, R.D., and Krantz, D.H. Conditional expected utility. Econometrica, 1971, 39, 253-271.
- Luce, R.D., and Suppes, P. Preference, utility and subjective probability. In R.D. Luce, R.R. Bush, and E.H. Galanter (Eds.): Handbook of mathematical psychology. Vol. III. New York: Wiley, 1965.
- MacCrimmon, K.R. Descriptive and normative implications of the decision-theory postulates. In K. Borch and J. Mossin (Eds.): Risk and uncertainty. New York: MacMillan, 1968.
- MacCrimmon, K.R. Managerial decision making. In J.W. McGuire (Ed.): Contemporary management - issues and view points. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1972.
- MacCrimmon, K.R. Descriptive aspects of team theory. Management Science, 1974, 20, 1323-1334.
- MacCrimmon, K.R., and Toda, M. The experimental determination of indifference curves. The Review of Economic Studies, 1969, 36, 433-451.

- Manz, W. Experiments on probabilistic information processing. Acta Psychologica, 1970, 34, 184-200.
- Marks, D.F., and Clarkson, J.K. An explanation of conservatism in the bookbags-and-pokerchips situation. Acta Psychologica, 1972, 36, 145-160.
- Marks, D.F., and Clarkson, J.K. Conservatism as non-Bayesian performance: a reply to De Swart. Acta Psychologica, 1973, 37, 55-63.
- May, K.O. Intransitivity, utility, and aggregation in preference patterns. Econometrica, 1954, 22, 1-13.
- McClothlin, W.H. Stability of choices among uncertain alternatives. American Journal of Psychology, 1956, 69, 604-615.
- McNeel, S.P., and Messick, D.M. A Bayesian analysis of subjective probabilities of interpersonal relationships. Acta Psychologica, 1970, 34, 311-321.
- Meertens, R.W., and Wilke, H. Risiconame door individuen en groepen; inventarisatie en evaluatie van onderzoek. Nederlands Tijdschrift voor de Psychologie en haar Grensgebieden, 1971, 26, 403-453.
- Mosteller, F., and Nogee, P. An experimental measurement of utility. Journal of Political Economy, 1951, 59, 371-404; herdrukt in Edwards and Tversky (1967).
- Munson, R.F. Decision making in an actual gambling situation. American Journal of Psychology, 1962, 75, 640-643.
- Newell, A., and Simon, H.A. Human problem solving. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1972.
- Oppe, S. De Petersburg paradox. Hypothese, 1969-1970, 14, 89-93.
- Payne, J.W. Alternative approaches to decision making under risk: moments versus risk dimensions. Psychological Bulletin, 1973, 80, 439-453.
- Payne, J.W., and Braunstein, M.L. Preferences among gambles with equal underlying distributions. Journal of Experimental Psychology, 1971, 87, 13-18.
- Peterson, C.R. e.a. "Special issue on hierarchical inference". Organizational Behavior and Human Performance, 1973, 10, 315-431.
- Peterson, C.R., and Phillips, L.D. Revision of continuous subjective probability distributions. IEEE Transactions on Human Factors in Electronics, 1966, HFE 7, 19-22.
- Peterson, C.R., DuCharme, W.M., and Edwards, W. Sampling distributions and probability revisions. Journal of Experimental Psychology, 1968, 76, 236-243.
- Peterson, C.R., Schneider, R.J., and Miller, A.J. Sample size and the revision of subjective probabilities. Journal of Experimental Psychology, 1965, 69, 522-527.

- Phillips, L.D. Bayesian statistics for social scientists. London: Nelson, 1973.
- Phillips, L.D., and Edwards, W. Conservatism in a simple probability inference task. Journal of Experimental Psychology, 1966, 72, 346-354.
- Piaget, J., and Inhelder, B. La genèse de l'idée du hasard chez l'enfant. Paris: Presse Universitaire de France, 1951.
- Pitz, G.F. An inertia effect (resistance to change) in the revision of opinion. Canadian Journal of Psychology, 1969, 23, 24-33.
- Pitz, G.F., Downing, L., and Reinhold, H. Sequential effects in the revision of subjective probabilities. Canadian Journal of Psychology, 1967, 21, 381-393.
- Pitz, G.F., Reinhold, H., and Geller, E.S. Strategies of information seeking in deferred decision making. Organizational Behavior and Human Performance, 1969, 4, 1-19.
- Pollatsek, A., and Tversky, A. A theory of risk. Journal of Mathematical Psychology, 1970, 7, 540-553.
- Fruitt, D.G. Informational requirements in making decisions. American Journal of Psychology, 1961, 74, 433-439.
- Fruitt, D.G., and Hoge, R.D. Strength of the relationship between the value of an event and its subjective probability as a function of method of measurement. Journal of Experimental Psychology, 1965, 69, 483-489.
- Raiffa, H. Decision analysis; introductory lectures on choices under uncertainty. Reading (Mass.): Addison-Wesley, 1968.
- Rapoport, A. A study of human control in a stochastic multistage decision task. Behavioral Science, 1966, 11, 18-32.
- Rapoport, A. Dynamic programming models for multistage decision making tasks. Journal of Mathematical Psychology, 1967, 4, 48-71 (a).
- Rapoport, A. Variables affecting decisions in a multistage inventory task. Behavioral Science, 1967, 12, 194-204 (b).
- Rapoport, A. Minimization of risk and maximization of expected utility in multistage betting games. Acta Psychologica, 1970, 34, 375-386.
- Rapoport, A. Research paradigms for studying dynamic decision behavior. In Wendt and Vlek (1975).
- Rapoport, A., and Burkheimer, G.J. Models for deferred decision making. Journal of Mathematical Psychology, 1971, 8, 508-538.
- Rapoport, A., and Jones, L.V. Gambling behavior in two-choice multistage betting games. Journal of Mathematical Psychology, 1970, 7, 163-187.
- Rapoport, A., and Wallsten, T.S. Individual decision behavior. Annual Review of Psychology, 1972, 23, 131-176.
- Rapoport, A. N-person game theory. Ann Arbor: University of Michigan Press, 1970.

- Ray, H.W. The application of dynamic programming to the study of multistage decision processes in the individual. Dissertatie, Ohio State University, Columbus, 1963; samengevat in Dissertation Abstracts, 1964, 24, 4820-4821.
- Rothbart, M. Assessing the likelihood of a threatening event: English Canadians' evaluation of the Quebec separatist movement. Journal of Personality and Social Psychology, 1970, 15, 109-117.
- Rotter, J.B. Generalized expectancies for internal versus external control of reinforcement. Psychological Monographs, 1966, 80 (1, whole no. 609).
- Rouanet, H. Études de décisions expérimentales et calcul de probabilités. In: La décision, rapport du Colloque International du C.N.R.S., Editions du C.N.R.S., Paris 1961, 33-43.
- Royden, H.L., Suppes, P., and Walsh, K. A model for the experimental measurement of the utility of gambling. Behavioral Science, 1959, 4, 11-18.
- Rule, S.J. Discriminability scales of number for multiple and fractional estimates. Acta Psychologica, 1971, 35, 328-333.
- Rijsman, J.B. Dynamic risk taking in a skill- and chance task with either test or game instructions. Manuscript, Katholieke Hogeschool Tilburg, 1973.
- Sanders, A.F. Choice among bets and revision of opinion. Acta Psychologica, 1960, 28, 76-83.
- Sanders, A.F., and Ter Linden, W. Decision making during paced arrival of probabilistic information. In A.F. Sanders (Ed.): Attention and performance. Amsterdam: Noord-Hollandse Uitgeversmaatschappij, 1967.
- Savage, L.J. The foundations of statistics. New York: Wiley, 1954.
- Schaefer, R., and Borchering, K. The assessment of subjective probability distributions: a training experiment. Acta Psychologica, 1973, 37, 117-129.
- Schlaifer, R. Analysis of decisions under uncertainty. New York: McGraw-Hill, 1969.
- Schmidt, H.D. Allgemeine Entwicklungspsychologie. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1970.
- Schneeweiss, H. Entscheidungskriterien bei Risiko. Berlin/Heidelberg/New York: Springer, 1966.
- Scholten, G.H. Politieke beslissingen. Maandblad Bedrijfskunde, 1973, 45, 149-152; ook in Van Dam en Moerland (1974).
- Schum, D.A., and DuCharme, W.M. Comments on the relationship between the impact and the reliability of evidence. Organizational Behavior and Human Performance, 1971, 6, 111-131.
- Schum, D.A., Goldstein, I.L., and Southard, J.F. Research on a simulated Bayesian information-processing system. IEEE Transactions on Human Factors in Electronics, 1966, 7, 37-48.
- Sherman, R. The psychological difference between ambiguity and risk. The Quarterly Journal of Economics, 1974, 88, 166-169.

- Shuford, E.H.jr., Albert, A., and Massengill, H.E. Admissible probability measurement procedures. Psychometrika, 1966, 31, 125-145.
- Siegel, S. Level of aspiration and decision making. Psychological Review, 1957, 64, 253-262.
- Simon, H.A. Administrative behavior; a study of decision making processes in administrative organization. New York: MacMillan, 1947; 2nd edition, 1957.
- Simon, H.A. Theories of decision making in economics and behavioral science. The American Economic Review, 1959, 49, 253-283.
- Simon, H.A. The new science of management decision. New York: Harper, 1960. Vertaald als: Besluitvorming: een moderne bedrijfswetenschap. Deel 57 uit serie "Mens en medemens". Utrecht: Spectrum, 1964.
- Simon, H.A., and Stedry, A.C. Psychology and economics. In G. Lindzey & E. Aronson (Eds.): Handbook of social psychology. 2nd edition, volume V. Reading (Mass.): Addison-Wesley, 1969.
- Slovic, P. Value as a determiner of subjective probability. IEEE Transactions on Human Factors in Electronics, 1966, 7, 22-28.
- Slovic, P. From Shakespeare to Simon: speculations - and some evidence - about man's ability to process information. Oregon Research Institute, Research Monograph, 1972, 12, no. 12.
- Slovic, P., and Lichtenstein, S. Relative importance of probabilities and payoffs in risk taking. Journal of Experimental Psychology Monograph, 1968, 78, 3, part 2, 1-18.
- Slovic, P., and Lichtenstein, S. Comparison of Bayesian and regression approaches to the study of information processing in judgment. Organizational Behavior and Human Performance, 1971, 6, 649-744.
- Smith, V.L. Measuring nonmonetary utilities in uncertain choices: the Ellsberg test. Quarterly Journal of Economics, 1969, 83, 324-329.
- Smitsman, A. Ontwikkeling van beslissen onder onzekerheid. Intern rapport vakgroep Ontwikkelingspsychologie, K.U. Nijmegen, najaar 1974.
- Stael von Holstein, C.-A. Assessment and evaluation of subjective probability distributions. The Economic Research Institute, Stockholm School of Economics, 1970.
- Stagner, R. Corporate decision making: an empirical study. Journal of Applied Psychology, 1969, 53, 1-13.
- Starbuck, W.H. Level of aspiration theory and economic behavior. Behavioral Science, 1963, 8, 128-136.
- Stedry, A.C., and Kay, E. The effect of goal difficulty on performance: a field experiment. Behavioral Science, 1966, 11, 459-470.

- Strickland, L.H., Lewicki, R.J., and Katz, A.M. Temporal orientation and perceived control as determinants of risk taking. Journal of Experimental Social Psychology, 1966, 2, 143-151.
- Thomas, R.E. Development of new techniques for analysis of human controller dynamics. AMRL-TDR-62-65, Wright-Patterson AFB, Ohio, U.S.A. 1962.
- Thrall, R.M., Coombs, C.H., and Davis, R.L. (Eds.). Decision processes. New York: Wiley, 1954.
- Thurstone, L.L. The indifference function. Journal of Social Psychology, 1931, 2, 139-167.
- Tobin, J., and Dolbear, F.T.jr. Comments on the relevance of psychology to economic theory and research. In S. Koch (Ed.): Psychology: a study of a science. Volume 6. New York: McGraw-Hill, 1963, 677-684.
- Toda, M. Measurement of intuitive probability by a method of game. Japanese Journal of Psychology, 1951, 22, 29-40 (in het Japans, met Engelse samenvatting).
- Toda, M. The design of a fungus-eater: a model of human behavior in an unsophisticated environment. Behavioral Science, 1962, 7, 164-183.
- Toda, M. Measurement of subjective probability distributions. Report No. 3, Division of Mathematical Psychology, Institute for Research, State College, Pennsylvania, 1963.
- Toda, M. Algebraic models in dynamic decision theory. In C.A.J. Vlek (Ed.): Algebraic models in psychology. Proceedings of the NUFFIC International Summer Session in Science, The Hague, 1968, 105-160.
- Toda, M. Indifference-map method for estimating utility functions. Hokkaido Report of Psychology HRP-1-71-12, Hokkaido University, Sapporo, Japan, August 1971.
- Toda, M. A computational procedure for obtaining additive utility functions from observed indifference curves. Hokkaido Report of Psychology, HRP-3-74-14, Hokkaido University, Sapporo, Japan, March, 1974.
- Toda, M., and Shuford, E.H. Utility, induced utilities, and small worlds. Behavioral Science, 1965, 10, 238-254.
- Tribe, L.H. Trial by mathematics: precision and ritual in the legal process. Harvard Law Review, 1971, 84, 1329-1393.
- Tversky, A. Additivity, utility, and subjective probability. Journal of Mathematical Psychology, 1967, 4, 175-201; herdrukt in Edwards en Tversky (1967).
- Tversky, A. Intransitivity of preferences. Psychological Review, 1969, 76, 31-48.
- Tversky, A. Elimination by aspects: a theory of choice. Psychological Review, 1972, 79, 281-299 (a).

- Tversky, A., and Kahneman, D. The belief in the law of small numbers. Psychological Bulletin, 1971, 76, 105-110.
- Tversky, A., and Kahneman, D. Availability: a heuristic for judging frequency and probability. Cognitive Psychology, 1973, 5, 207-232.
- Tversky, A., and Kahneman, D. Judgment under uncertainty: heuristics and biases. In Wendt and Vlek (1975).
- Van Dam, C., en Moerland, P.W. (Red.). Beslissen; een twintigtal beschouwingen over het terrein van de bedrijfs- en bestuurskunde. Deventer: Kluwer, 1974 (zie ook Maandblad Bedrijfskunde, 1973, 45, 85-169).
- Van der Meer, H.C. Decision making: the influence of probability preference, variance preference, and expected value on strategy in gambling. Acta Psychologica, 1963, 21, 231-259.
- Van Naerssen, R.F. A scale for the measurement of subjective probability. Acta Psychologica, 1962, 20, 159-166.
- Van Praag, B.M.S. Individual welfare functions and consumer behaviour. Amsterdam: Noord-Hollandse Uitgeversmaatschappij, 1968.
- Vlek, C.A.J. Multiple probability learning: associating events with their probabilities of occurrence. In A.F. Sanders (Ed.): Attention and performance III; Acta Psychologica, 1970, 33, 207-232.
- Vlek, C.A.J. The fair betting game as an admissible procedure for assessment of subjective probabilities. British Journal of Mathematical and Statistical Psychology, 1973, 26, 18-30 (a).
- Vlek, C.A.J. Coherence of human judgment in a limited probabilistic environment. Organizational Behavior and Human Performance, 1973, 9, 460-481 (b).
- Von Neumann, J., and Morgenstern, O. Theory of games and economic behavior. Princeton: Princeton University Press, 1944; 3rd edition, 1953; ook: New York: Wiley Science Editions, 1964.
- Von Winterfeldt, D., and Fischer, G.W. Multi-attribute utility theory: models and assessment procedures. Paper prepared for Fourth Research Conference on Subjective, Probability, Utility and Decision Making, Rome. September 1973. Proceedings in voorbereiding.
- Wagenaar, W.A. On the measurement of "the" subjective sampling distribution. Institute for Perception RVO-TNO Report No. IZF 1971-20.
- Wagenaar, W.A. Misperception of exponential growth. Manuscript, aangeboden aan Perception and Psychophysics, 1975.
- Wallsten, T.S. Subjectively expected utility theory and subjects' probability estimates: use of measurement-free techniques. Journal of Experimental Psychology, 1971, 88, 31-40.

- Weinstein, A.A. Transitivity of preference: a comparison among age groups. Journal of Political Economy, 1968, 76, 307-311.
- Wendt, D. Versuche zur Erfassung eines subjektiven Verlässlichkeitsniveaus. Zeitschrift für Psychologie, 1966, 172, 40-81.
- Wendt, D. Value of information for decisions. Journal of Mathematical Psychology, 1969, 6, 430-443.
- Wendt, D., and Vlek, O. (Eds.). Subjective probability, utility, and decision making. Proceedings of an interdisciplinary research conference (Rome, September 1973). Dordrecht: Reidel, 1975.
- Wheeler, G., and Beach, L.R. Subjective sampling distributions and conservatism. Organizational Behavior and Human Performance, 1968, 3, 36-46.
- Wilks, S.S. Mathematical statistics. 2nd edition. New York: Wiley, 1962.
- Winkler, R.L. The assessment of prior distributions in Bayesian analysis. Journal of the American Statistical Association, 1967, 62, 776-800 (a).
- Winkler, R.L. The quantification of judgment: some methodological suggestions. Journal of the American Statistical Association, 1967, 62, 1105-1120 (b).
- Winkler, R.L., and Murphy, A.H. Experiments in the laboratory and the real world. Organizational Behavior and Human Performance, 1973, 10, 252-270.

Voetnoten

Voetnoot 1, p.4: Dit wordt geschreven in de zomer van 1974.

Voetnoot 2, p.7: Onderwerp van dit hoofdstuk is beslissen-in-onzekerheid. Het kiezen tussen risico-vrije alternatieven is daarvan een bijzonder geval, dat onderwerp is van diverse utiliteitstheorieën. Met nadruk moet worden gewezen op het bestaan van descriptief-axiomatische theorieën voor risico-vrije keuzen, waarvan Luce & Suppes (1965) een breed overzicht geven. Op dit terrein werd onlangs een interessante nieuwe ontwikkeling gepresenteerd (Tversky, 1972).

Voetnoot 3, p.18: Een aantrekkelijker verzameling axioma's is voorgesteld door Luce & Krantz (1971; minder technisch uiteengezet in: Krantz, Luce, Suppes & Tversky, 1971). In hun theorie van het voorwaardelijk verwachte nut is de verzameling van relevante omstandigheden afhankelijk van het alternatief dat wordt overwogen; nut wordt gedefinieerd over handelwijzen i.p.v. consequenties; kans en nut worden m.b.v. conjuncte meetprocedures simultaan vastgesteld. In het eindige geval kunnen echter Luce & Krantz' (1971) en Savage's (1954) theorieën in elkaar worden vertaald.

Voetnoot 4, p.19: Waarde en nut van een weddenschap zijn gedefinieerd als de verwachte waarde en het verwachte nut van de uitkomst. Soms spreekt men niettemin van de verwachte waarde en het nut van de weddenschap. In de formules zullen we deze onnauwkeurigheid vermijden.

Voetnoot 5, p.30: Als de criteria worden vervangen door drie verschillende 'kiezers' en als de cijfers hun voorkeursrangordening weergeven, dan geeft tabel 5 een illustratie van het z.g. "Condorcet-effect" bij collectieve keuzen: een meerderheidsrangordening is niet mogelijk (De Condorcet, 1785).

Voetnoot 6, p.53: In dit artikel staan enkele storende drukfouten.

Voetnoot 7, p.70: Afgrenzing wordt natuurlijk ook bereikt, wanneer de beslissers er van overtuigd is geraakt alle mogelijke alternatieven gevonden te hebben, zodat na evaluatie kan worden gekozen. Alsdan is echter het probleem goed- gedefinieerd en kan er gemaximaliseerd worden. Deze oplossing wordt nagestreefd in formele beslissingsanalyses (par. 3.9.).