

TNO-rapport**TNO 2023 R10316****Akoestisch onderzoek excitatie en
liggerpositie van stalen verkeersbruggen**

Defensie & Veiligheid
Oude Waalsdorperweg 63
2597 AK Den Haag
Postbus 96864
2509 JG Den Haag

www.tno.nl

T +31 88 866 10 00

Datum	April 2023
Auteur(s)	Ir. M.G. Dittrich, Dr. ir. A.P. Berkhoff, R. Kurylek MSc
Rubricering rapport	TNO Publiek
Aantal pagina's	82 (incl. bijlagen)
Aantal bijlagen	3
Opdrachtgever	Rijkswaterstaat WVL
Projectnaam	Excitatie geluid van stalen verkeersbruggen
Projectnummer	060.45022

Alle rechten voorbehouden.

Niets uit deze uitgave mag worden vermenigvuldigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of op welke andere wijze dan ook, zonder voorafgaande toestemming van TNO.

Indien dit rapport in opdracht werd uitgebracht, wordt voor de rechten en verplichtingen van opdrachtgever en opdrachtnemer verwezen naar de Algemene Voorwaarden voor opdrachten aan TNO, dan wel de betreffende terzake tussen de partijen gesloten overeenkomst.

Het ter inzage geven van het TNO-rapport aan direct belanghebbenden is toegestaan.

© 2023 TNO

Inhoudsopgave

1	Inleiding	3
2	Modellering excitatie	4
2.1	Bestaande modellen en aannames	4
2.2	Puntexcitatie	7
2.3	Stochastische aanstoting en effectieve admittantie	9
2.4	Statistische methodes.....	12
2.5	Beschikbare meetdata en numerieke modellen	12
2.6	Gebruikte FEM model.....	13
2.7	Berekeningen effect excitatietype en verdeling	13
2.8	Vergelijking resultaten voor positionering en verdeling excitatie	25
2.9	Berekeningen tijdsafhankelijke excitatie	25
2.10	Analyse en synthese.....	27
3	Effect positionering langsdliggers	30
3.1	Voorkomende constructies	30
3.2	Rekenmodellen en varianten	32
3.3	Resultaten.....	35
3.4	Analyse en synthese.....	42
4	Conclusies en aanbevelingen	43
4.1	Conclusies	43
4.2	Aanbevelingen	45
5	Referenties	46
	Bijlage(n)	
	A FEM modellen	
	B Eigenfrequenties en eigentrilvormen	
	C Overdrachtsfuncties Lp-La	

1 Inleiding

Achtergrond

Geluid van stalen verkeersbruggen, met name laagfrequent geluid, is nog steeds een potentiële bron van hinder bij zowel nieuwe als bestaande verkeersbruggen. Hoewel diverse maatregelen bekend zijn en methodes voor modellering beschikbaar zijn, zijn er nog open vragen ten aanzien van modellering en effectiviteit van maatregelen. In 2019 is een inventarisatierapport door TNO opgesteld waarin een overzicht van projecten, de stand van kennis en een werkplan voor benodigd onderzoek beschreven zijn [1].

Idealiter zou in de ontwerpfase of bij renovatie de geluidafstraling moeten worden beoordeeld met rekenmodellen die zowel de te verwachten geluidemissie als het effect van eventueel benodigde ontwerpmaatregelen kunnen voorspellen.

Twee van de thema's waarvoor nader onderzoek nodig is, benoemd in het inventarisatie rapport, zijn de modellering van de excitatie van het brugdek en het effect van dekverstijving. In dit onderzoek worden deze topics nader onderzocht.

Scope

De focus van dit onderzoek is laagfrequent geluid van stalen verkeersbruggen bij het overrijden van de brug door zware voertuigen. Daarbij wordt met name ingegaan op de modellering waarmee ook maatregelen te beoordelen zijn.

Doelstelling

De doelstelling is tweeledig:

- 1 verbetering van de modellering van de aanstoting van laagfrequent geluid (LFG) afgestraald door stalen verkeersbruggen;
- 2 bepaling van het effect van de positionering van langsliggers onder de rijsporen van zwaar verkeer op de geluidemissie.

Voor de modellering van excitatie zijn de onderzoeksvragen:

- welke ruimtelijke verdeling van de excitatie is het meest geschikt, rekening houdend met de rijlijnen en de invloed van op- en afrijden?
- welke verdeling in de tijd en voertuigeigenschappen zijn mogelijk relevant?
- speelt rijnsnelheid een rol en hoe is dit te modelleren?

Voor de positionering van de langsliggers is de onderzoeksvraag:

- wat is het effect van de positionering van langsdragers op de geluidafstraling?

Methodiek

Analyses zijn uitgevoerd met behulp van bestaande numerieke (FEM) en waar van toepassing, statistische modellen, en beschikbare meetdata.

Deze modellen worden waar nodig aangepast ter beantwoording van de bovenstaande vragen.

Leeswijzer

De modellering van de excitatie wordt besproken in hoofdstuk 2, het effect van de positionering van hoofdliggers in hoofdstuk 3, gevolgd door conclusies en aanbevelingen in hoofdstuk 4.

2 Modellerings excitatie

Voor de excitatie van laagfrequent geluid van stalen verkeersbruggen wordt vaak uitgegaan van een vlak krachtspectrum gelijkmatig verdeeld over het dek.

In voorgaande studies zijn numeriek enkele varianten getest, waaronder punt- of lijn- excitatie, waarbij uiteindelijk een gelijkmatig verdeelde random excitatie als meest geschikt werd geacht. Een dergelijke verdeling levert een gelijkmatige excitatie op die alle relevante trillingsmodes aanstoot. Dit is enkele keren toegepast voor vergelijkende evaluatie van maatregelen aan de constructie.

De verdeling van de ruimtelijke aanstoting over het dek, bijvoorbeeld de rijsporen van zware voertuigen en de bijdragen van op- en afrijden (voor- en achterkant) en midden rijdek zijn minder goed bekend.

Naast de ruimtelijke verdeling speelt mogelijk ook het verloop in de tijd een rol.

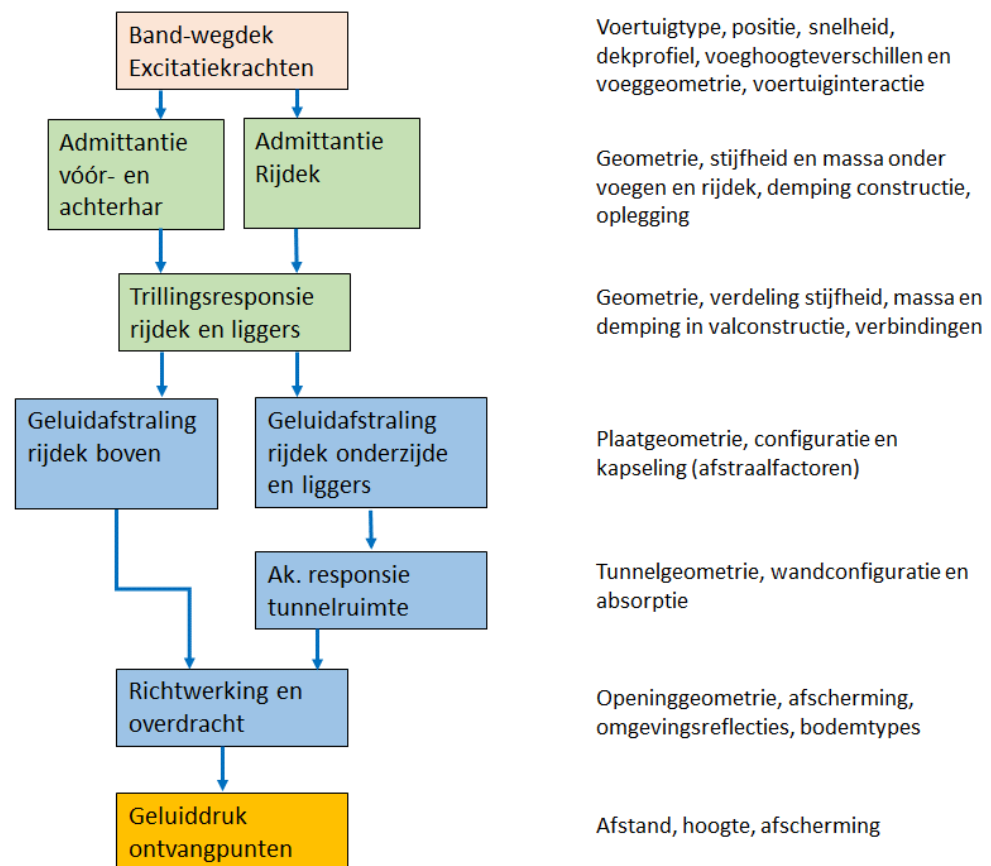
Vragen zijn:

- welke ruimtelijke verdeling is het meest geschikt, rekening houdend met de rijlijnen en de invloed van op- en afrijden?
- welke verdeling in de tijd en voertuigeigenschappen zijn mogelijk relevant?
- speelt snelheid een rol en hoe is dit te modelleren?

Deze vragen worden geanalyseerd met behulp van numerieke en indien van toepassing, statistische modellen. Uitkomst van de analyse is een verbeterde en/of met metingen te valideren excitatiemodel.

2.1 Bestaande modellen en aannames

Een rekenmodel voor geluid van stalen verkeersbruggen is eerder schematisch voorgesteld volgens onderstaand schema. Dit is als hybride model te beschouwen omdat sommige delen soms met meetdata worden ingevuld, of verschillende rekenmethodes worden toegepast, zoals numerieke methodes zoals FEM of statistische energie analyse (SEA). Rechts staan ook relevante invloedsfactoren aangegeven.

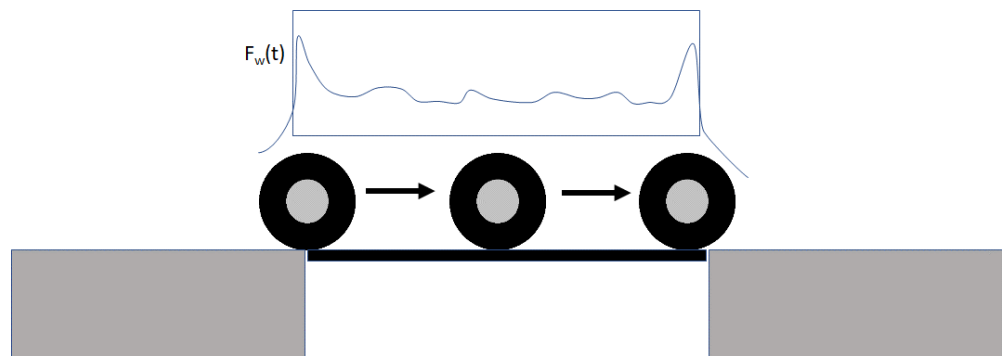


Figuur 1 Schema hybride rekenmodel voor bruggeluid met rechts de invloedsfactoren.

De excitatie van het wegdek ontstaat ten gevolge van band-wegdekkrachten van meerdere banden die tegelijk over het wegdek rollen. Voor de eenvoud, en met name als het gaat om effecten van geluidreducerende maatregelen wordt voor de excitatie een constante krachtspectrum aangenomen dat aangrijpt op één of meerdere punten, langs een lijn of verdeeld over het oppervlak van de rijsporen van de banden, of over het hele rijdek verdeeld.

De verdeling van de excitatiekrachten langs het dek tijdens een passage is schematisch afgebeeld in figuur 2, waarin de beweging van één wiel over de voegen en over het rijdek weergegeven is, met een indicatie van de kracht op het wielcontactvlak als functie van de tijd.

De grootste toename en afname van de excitatiekracht vindt plaats bij en op- en afrijden bij de voegen. Vanuit het rijdek gezien is er een plotselinge toename van de kracht. Dit kan nog eens hoger zijn indien er sprake is van een hoogteverschil tussen kade en dek. De krachten tijdens het rollen over de rest van het dek zijn in principe minder impulsief. Hier staat tegenover dat het dek aan de uiteinden (vóór- en achterhar) veel stijver is dan de rest van het dek.



Figuur 2 Schematische weergave van de excitatiekracht tussen wiel en dek tijdens een passage van één wiel.

In eerdere studies, met name waarin numerieke modellen zijn toegepast, zijn voorbeelden te vinden van gemiddelde excitatiespectra. Maar ook zijn er statistische modellen gemaakt waarbij soortgelijke spectra worden toegepast. Als echter alleen de werking van maatregelen wordt onderzocht is de exacte vorm van de excitatie van minder belang. De vorm van excitatiespectra is te herleiden uit een berekende vibro-akoestische overdrachtfunctie en een bekend (gemeten) geluidniveau bij de brug. Dit vereist wel een representatieve meting van geluid onder of naast de brug en een berekende overdracht van kracht naar trilling en geluid. Om vergelijkbare excitatiespectra te herleiden zijn ook vergelijkbare voertuigpassages op een enkele rijstrook nodig. Daarnaast dient de wijze van excitatie bij verschillende bruggen hetzelfde te zijn in zowel de meting als berekening. Deze condities maken herleiding van eenduidige excitatiespectra uit beschikbare metingen en modellen vooralsnog complex.

De excitatiekracht is een belangrijke ingangsgrootheid, maar dat geldt ook voor het ingaande vermogen P_{in} , dat een maat is voor de geïnjecteerde energie per tijdseenheid, en daarmee ook direct voor het afgestraalde geluid.

Het ingaande vermogen P_{in} hangt af van de aanstootkracht F_{in} en het reële deel de ingangsadmittantie Y_{in} , beide als functie van frequentie:

$$P_{in} = F_{in}^2 \cdot \text{Re} \{ Y_{in} \} \quad (1)$$

Bij beschouwing van de excitatie is daarom ook de ingangsadmittantie Y_{in} van belang. Zowel de aanstootkracht F_{in} als de ingangsadmittantie Y_{in} zijn afhankelijk van de positie op het dek. Daarom rijst de vraag hoe representatief een middeling over de tijd en positie is en hoe dit het beste te formuleren is.

Bij eerdere projecten lag de focus niet primair op de excitatie, terwijl er wel vragen rezen ten aanzien van:

- de onderlinge bijdragen van oprijden, rollen over het midden en afrijden van het dek - bij op- en afrijden ontstaat een puls, voor de rest is sprake van rolexcitatie;
- tijds- en positieafhankelijkheid van de excitatie;
- mogelijke interactie-effecten tussen dek en voertuig, waaronder eventuele demping van de dektrillingen door aanwezigheid van meerdere banden;
- soms hoorbare toename van het geluid na afrijden (Meppelerdiepsluisbrug).

Tegelijkertijd is duidelijk dat er grote spreiding optreedt ten gevolge van variatie in voertuigconfiguratie, gewicht en snelheid, waardoor het lastig is excitatie-effecten uit metingen te beoordelen. Daarom is een werkwijze waarbij een gemiddelde grootheid wordt gehanteerd wenselijk.

2.2 Puntexcitatie

Een voorbeeld van herleide excitatiespectra van de kracht is te vinden in [2], waarin een numerieke analyse van de Kruisbergbrug wordt gemaakt en vergeleken met metingen. Er wordt uitgegaan van een blokpuls van 550 kN met een duur van 0.00144s met een relatief vlak spectrum tot 500 Hz, met een random verdeling op een reeks punten op de slow lane van het rijdek (zowel stijve als minder stijve punten). Dit was deels gebaseerd op hoofdstuk 7.4 van de NEN 6706:2007 “Technische grondslagen voor bouwconstructies - TGB 1990 - Verkeersbelastingen op bruggen”.

In het Movares rapport wordt geconcludeerd dat “het energetisch middelen van de berekeningsresultaten bij verschillende aanstootposities van de aanstootkracht leidt boven de brug voor de hogere frequenties tot een goede overeenstemming tussen meten en berekenen. Voor de geluidafstraling aan de onderzijde leidt daarentegen een aanstootpositie bij een stijf punt van de constructie met een hoge impedantie nabij de voegovergang tot de beste resultaten.”

Een tabel uit het rapport met gebruikte parameters voor de interactie wiel en dek is hieronder weergegeven.

Tabel 1 Specificaties voor krachtaanstoting voor de vraagspecificatie Kruiswaterbruggen, overgenomen uit het rapport van Movares [2].

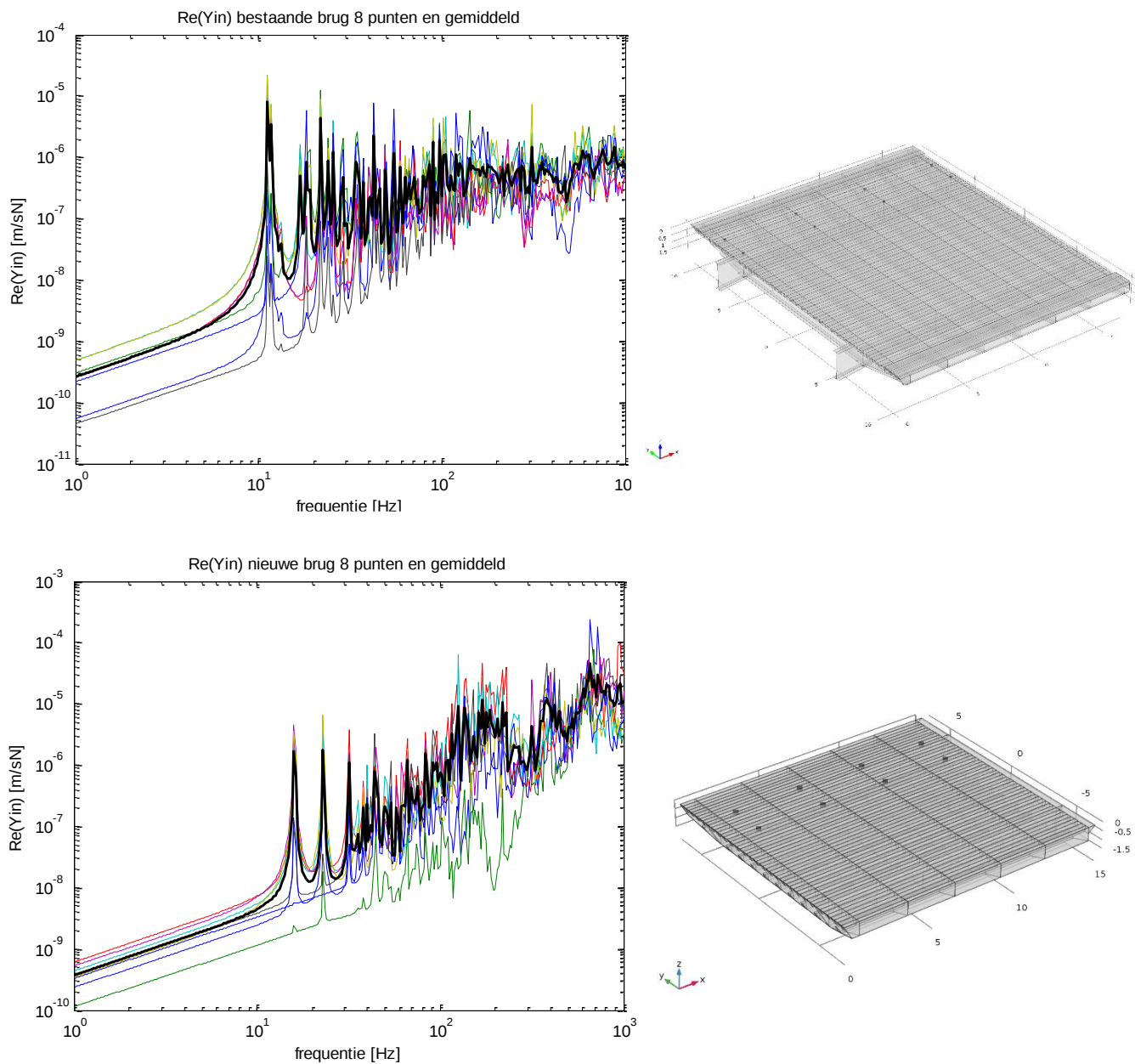
kracht per wiel:	35-45 kN.
Dynamische vergrotingsfactor max.:	1.3
Kracht per wiel inclusief dynamische vergrotingsfactor:	55 kN *
Contactvlak:	0.32m lang en 0.22 – 0.27m breed. Uitgegaan is van 0.25m breed
Duur krachtpuls bij 80 km/uur	0.0144 s*
Afstand tussen assen varieert van:	1.3-6.0 m, uitgegaan is van 4.5m
Afstand wielen op eenzelfde as:	2.0m
snelheid	80 km/uur, 22 m/s
Afstand tussen assen varieert van:	1.3-6.0 m, uitgegaan is van 4.5m
T tussen krachtpuls	0.203s
Krachtaanstoting	2 wielen op een as zijn gekoppeld
Kracht locatie	Op de slowlane
Aantal aanstootposities	6 posities, willekeurig gekozen

* Later gewijzigd in 550kN en 0.00144 s, zie de onderstaande tekst

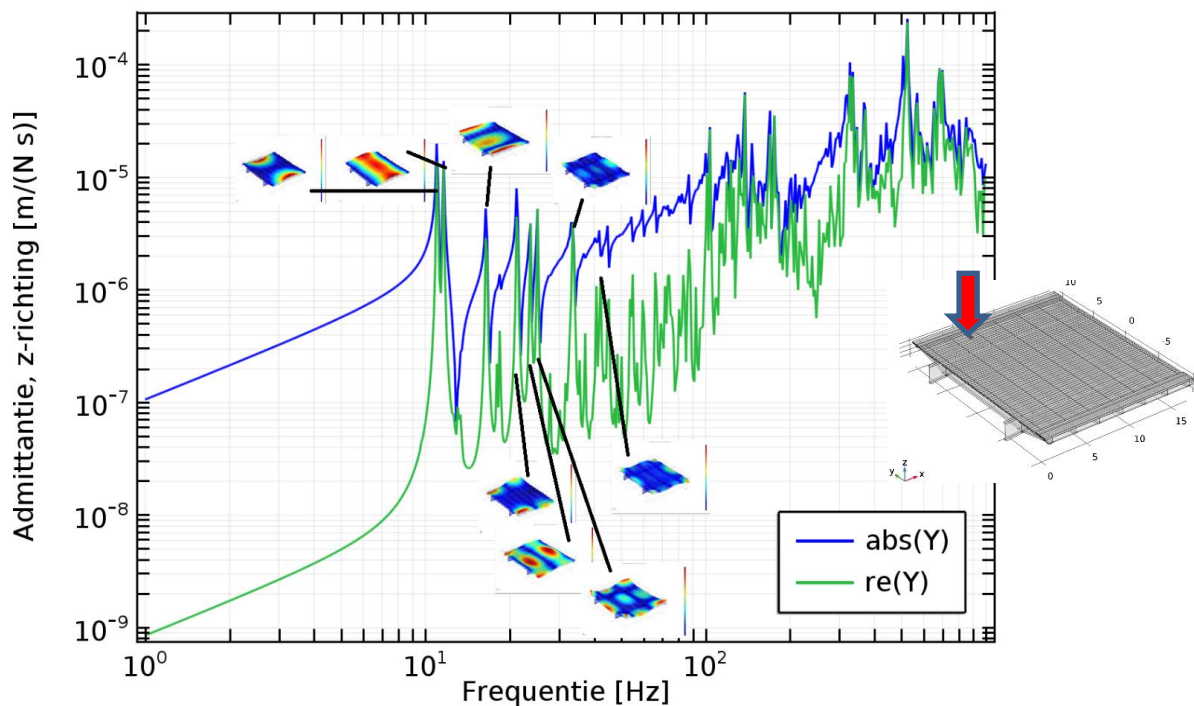
TNO heeft voor enkele bruggen ook numerieke en statistische berekeningen uitgevoerd waarbij verschillende excitatiemodellen zijn gebruikt.

Voor de Schinkelbruggen (A10) [3] zijn smalbandige ingangsadmittanties berekend voor verschillende aanstootposities op het brugdek, in punten zowel op als tussen de onderliggende verstijvers. In figuur 3 staan voorbeelden van met FEM berekende ingangsadmittanties (reëel deel) van de bestaande Schinkelbrug en een

nieuw ontwerpvariant met gesloten onderzijde, voor acht discrete punten op één rijstrook en met de gemiddelde waarde. De vet getrokken lijn is het gemiddelde. Deze is gevoelig voor de keuze van excitatiepunten.



Figuur 3 Reëel deel van de ingangsadmittantie Y_{in} , smalbandig, op 8 discrete punten op het rijdek, voor de Schinkelbrug bestaande en nieuwe val (onder). De vet getrokken lijn is het gemiddelde. Deze is gevoelig voor de keuze van excitatiepunten. Overgenomen uit [3].



Figuur 4 Modulus en reëel deel van de verticale ingangsadmittantie in één punt van het bestaande val op een console plaatveld op het rijdek. Overgenomen uit [3] .

In figuur 4 staat een berekende ingangsadmittantie voor één punt, modulus en reëel deel, waarbij voor enkele sterke modes de vorm is aangeduid.

2.3 Stochastische aanstoting en effectieve admittantie

(Deze tekst is deels overgenomen uit [3])

Uiteindelijk is gekozen voor een stochastisch verdeelde drukaanstoting omdat dit in ieder geval alle mogelijke trillingsmodes van de dekconstructie aanstoot, en bij puntaanstoting mogelijk bijdragen van sommige modes worden gemist. Deze werkwijze is later voor numerieke analyses van zowel de Wantijbrug [4] als de brug Meppelerdiepsluis [5] toegepast, waarbij vooral ontwerpvarianten of maatregelen werden gekwantificeerd. Bij de brug Meppelerdiepsluis is goede overeenkomst gevonden tussen metingen en berekening.

Aangezien de werkelijke aanstoting van het brugdek over de lengte en breedte van een rijstrook plaatsvindt en middeling van discrete punten op het dek verschillen oplevert, afhankelijk van de puntselectie, is een oplossing een stochastische aanstoting over het hele oppervlak van een rijstrook van de banden (hele dek/rijstrook of alleen de bandsporen). Effectief is dit een stochastisch verdeelde druk, niet te verwarren met de geluiddruk. Dit is meer representatief dan afzonderlijke puntexcitatie aangezien in de werkelijkheid op meerdere punten tegelijk bewegende krachten worden uitgeoefend.

Het FEM-pakket Comsol biedt de mogelijkheid voor een dergelijke excitatie met een twee-dimensionale ruimtelijke krachtdichtheidsverdeling die naar wens kan worden opgegeven over een bepaald oppervlak of een bepaald frequentiegebied.

Zo kan deze aanstoting bijvoorbeeld voor één afzonderlijke rijstrook of voor meerdere rijstroken tegelijkertijd wordt toegepast.

De krachtdichtheid heeft een uniforme stochastische verdeling, dus random amplitudo en fase. Vanwege de berekeningen in het frequentiedomein wordt een complexe krachtdichtheid gedefinieerd. Het reële deel van de krachtdichtheid heeft een niveau van 1 Pa piek-piek en kan dus variëren tussen -0.5 Pa en 0.5 Pa. Het imaginaire deel van de krachtdichtheid heeft dezelfde statistische eigenschappen, maar is onafhankelijk van het reële deel. Dus de fase is random. Voor alle frequenties wordt dezelfde stochastische verdeling gebruikt. Deze verdeling is alleen ruimtelijk, niet temporeel. Met andere woorden wordt geen rekening gehouden met het verloop in de tijd van de krachten van de banden op het rijdek.

Voor elke realisatie van een ruimtelijke verdeling van de krachtdichtheid p wordt de normaalsnelheid v van het wegdek berekend met het eindige elementen model. Het mechanisch vermogen P geleverd ten gevolge van de aanstoting op het brugdek volgt uit integratie van de structurele intensiteit (p^*v) over het oppervlak:

$$P = \frac{1}{2} \iint p^* v \, dA \quad (2)$$

waarin p^* de complex toegevoegde van de krachtdichtheid is. Een positieve krachtdichtheid correspondeert met een kracht per oppervlakte-eenheid in de positieve z -richting. De normaal op het oppervlak is naar de positieve z -richting gericht. Het reële, gedissipeerde, deel van het vermogen wordt gegeven door $P_r = \text{Re } P$ en het reactief vermogen door $P_i = \text{Im } P$. De absolute waarde van het vermogen is $|P| = \sqrt{P_r^2 + P_i^2}$. Met de substitutie van $v = Y_s p$, met daarin Y_s de specifieke, lokaal reagerende admittantie, wordt het vermogen geschreven als

$$P = \frac{1}{2} \iint p^* Y_s p \, dA = \frac{1}{2} \iint Y_s |p|^2 \, dA \quad (3)$$

Als we veronderstellen dat de specifieke admittantie constant is kunnen we schrijven

$$Y_s = \frac{P}{\frac{1}{2} \iint |p|^2 \, dA} = \frac{\iint p^* v \, dA}{\iint |p|^2 \, dA} \quad (4)$$

De mechanische admittantie is $Y = Y_s/A$, met daarin A het aangestoten oppervlak van het brugdek:

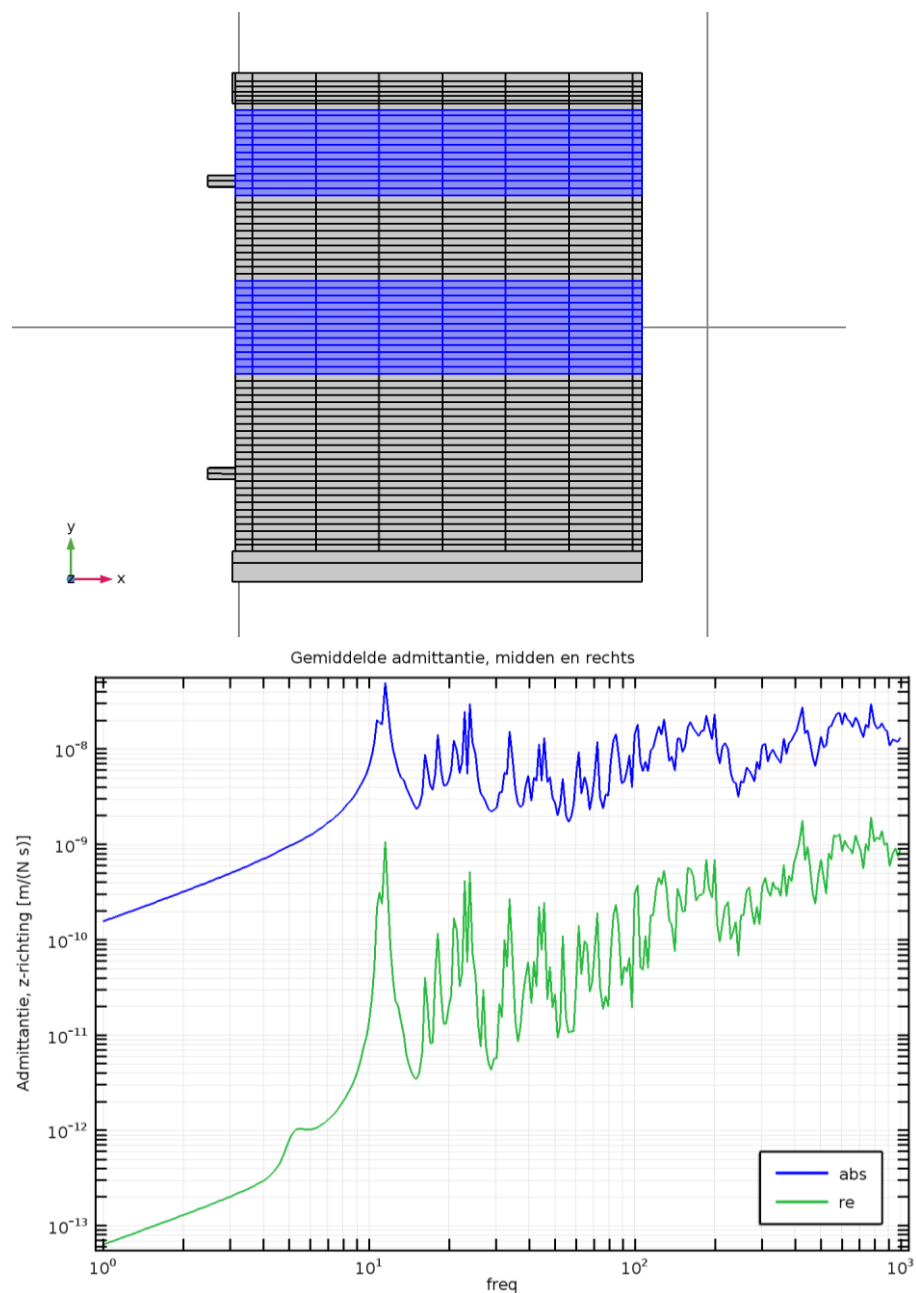
$$Y = \frac{\iint p^* v \, dA}{A \iint |p|^2 \, dA} \quad (5)$$

De reële en imaginaire delen van de admittantie volgen uit $Y_r = \text{Re } Y$ respectievelijk $Y_i = \text{Im } Y$, terwijl de absolute waarde van de admittantie volgt uit $|Y| = \sqrt{Y_r^2 + Y_i^2}$.

Zoals uit de berekeningen blijkt, komen de waardes van Y_{in} bij stochastische aanstoting veel lager uit dan bij puntaanstoting vanwege de stochastische drukverdeling over het hele oppervlak, waarbij ook de responsiesnelheden faseverschillen bevatten dit leidt tot een Y_{in} en P_{in} waarde die ca. 4 decades lager kan liggen dan bij puntexcitatie.

Puntadmittantie heeft dezelfde eenheid maar neemt niet de koppeling tussen verschillende delen van de brug mee bij aanstoting op verschillende posities. Het excitatiespectrum is vlak.

In figuur 5 is een voorbeeld van berekende ingangsadmittantie getoond voor een stochastisch verdeelde excitatie, voor de bestaande Schinkelbrug uit [3]. Voor de beschouwde situatie zijn twee rijstroken meegenomen waarop zware voertuigen rijden. De resulterende admittantie heeft een lagere waarde dan de puntadmittanties, doordat de stochastische admittantie fase-gemiddelde data bevat en over het hele excitatie-oppervlak verdeeld is.

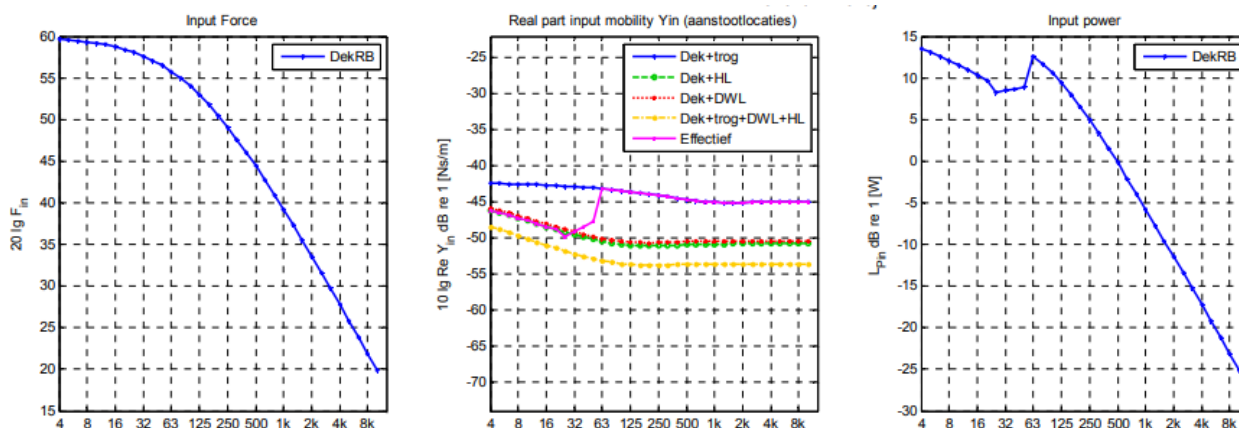


Figuur 5 Gemiddelde verticale ingangsadmittantie (dynamische flexibiliteit) van het rijdek van het bestaande val van de Schinkelbrug voor de twee hoofdrijstroken voor zwaar verkeer (blauw gekleurd), berekend voor breedbandige stochastische aanstoting van twee hoofdrijstroken in de bestaande situatie.

2.4 Statistische methodes

Analyses zijn ook uitgevoerd middels statistische methodes (eenvoudige SEA), waarbij een spectrum voor de aanstootkracht of het ingaande vermogen is gemaakt. Het ingaande vermogen is een maat voor de geïnjecteerde energie per tijdseenheid, en hangt af van zowel de kracht als de ingangsadmittantie (dynamische bewegelijkheid), die weer varieert met de positie ten opzichte van verstijvers. Met deze methode is het relatief eenvoudig te middelen over verschillende posities, aangezien parametrische benaderingen voor ingangsadmittantie uit de literatuur worden gebruikt. Zo wordt een plaat met verstijvers als een equivalente plaat benaderd, of een plaat boven een langsligger met de gecombineerde admittantie van beide. Dit is onder andere toegepast bij de Wantijbrug [6] en de Schinkelbrug. Voordeel is dat er relatief eenvoudige formules beschikbaar zijn voor de ingangsadmittantie, nadeel is dat dit vereenvoudigde benaderingen zijn voor complexe constructies en individuele trillingsmodes niet goed te onderscheiden zijn.

Een voorbeeld van het toegepaste krachtspectrum en het berekende ingaande vermogen voor de oude Wantijbrug staat in figuur 6. Het krachtspectrum is zo gekozen dat het in combinatie met de resterende overdrachtfuncties voor trillingen en geluidafstraling een aannemelijk geluidspectrum opleverde. De knikken in de spectra van het ingaande vermogen (lijn 'Effectief') zijn gevolg van de overgang van equivalente plaatbenaderingen voor verstijfde constructies.



Figuur 6 Krachtspectrum, reëel deel ingangsadmittantie en het berekende ingaande vermogen voor de oude Wantijbrug, uit [6].

2.5 Beschikbare meetdata en numerieke modellen

In het kader van dit onderzoek zijn de volgende meetgegevens en beschikbare numerieke rekenmodellen relevant:

- geluid- en trillingsmetingen van de bestaande Schinkelbrug, onderzoek voor Rijkswaterstaat/Zuidasdok [7].
- FEM modellen van de bestaande en de nieuwe Schinkelbruggen, onderzoek voor Zuidplus [3].
- Statistische modellering voor de Wantijbrug (varianten voorstudie) en FEM model van de oude brug, voor Rijkswaterstaat [6].
- FEM variantenstudie voor de nieuwe Wantijbrug, voor VolkerInfra [4].

- Wantijbrug vóór- en nameting brugval, geluid- en trillingsmetingen voor VolkerInfra [8].
- Geluid- en trillingsmetingen en FEM model voor de brug Meppelerdiepsluis voor Rijkswaterstaat [5].

Bij de meeste metingen gaat het om meerkanaals geluid- en trillingsmetingen, waarbij op verschillende posities op de brug trillingen gemeten zijn tijdens voertuigpassages.

Alle FEM modellen zijn bij TNO beschikbaar, waarbij in de recentere projecten meer gedetailleerde modellen zijn toegepast, ook in combinatie met modellering van het akoestische veld.

2.6 Gebruikte FEM model

In deze studie is het FEM model van de brug Meppelerdiepsluis (zie figuur 7 en bijlage A) gebruikt omdat deze met metingen gevalideerd is en beperkt is tot twee rijstroken.

Dit model is opgebouwd uit 67847 kwadratische schaalementen met in totaal 891795 vrijheidsgraden. Het model is opgelegd aan de scharnier- en oplegpunten aan weerszijden. De dynamische berekeningen worden met het COMSOL pakket uitgevoerd. Ook kan geluid worden berekend zoals in eerdere berekeningen is gedaan, echter is dit niet nodig indien bekend is dat het geluid evenredig is met het trillingsniveau. Dit is aangetoond door het verschil L_p - L_a tussen het geluiddrukkniveau L_p en de trilling op de rand van het dek L_a en onder het dek te vergelijken voor verschillende voertuigpassages. Daarbij is te zien (figuur 9 en bijlage C) dat deze constant blijft voor alle voertuigen over een breed frequentiegebied.

2.7 Berekeningen effect excitatietype en verdeling

Excitatie van het brugdek wordt onderzocht met drie verschillende soorten excitatie. In alle gevallen wordt de trillingssnelheid van het brugdek berekend met FEM. De eerste excitatiemethode is met een puntkracht op meerdere punten op het brugdek, apart berekend en dan gemiddeld. De tweede methode van excitatie is een verdeling van stochastische drukken verdeeld over de rijsporen van de banden op het dek. De derde excitatiemethode is een in horizontale langsrichting bewegende druk op de rijsporen van de banden op het brugdek.

2.7.1 Methode 1: Excitatie met puntkrachten

Bij de excitatie met een stationaire, harmonische puntkracht F wordt op dezelfde positie ook de snelheid v berekend. Daaruit kan de ingangsadmittantie Y_{in} worden bepaald

$$Y_{in} = \frac{v}{F} \quad (6)$$

Het ingaande vermogen bij deze puntexcitatie is

$$P_{in} = |F|^2 \text{Re}\{Y_{in}\} \quad (7)$$

Deze is bij ontkoppelde kracht in principe altijd positief en reëel. Een negatief vermogen zou duiden op een omgekeerde energiestroom naar de bron toe. Een imaginair deel van het vermogen duidt op het reactieve deel, oftewel rondlopend, zoals bekend uit elektrische systemen.

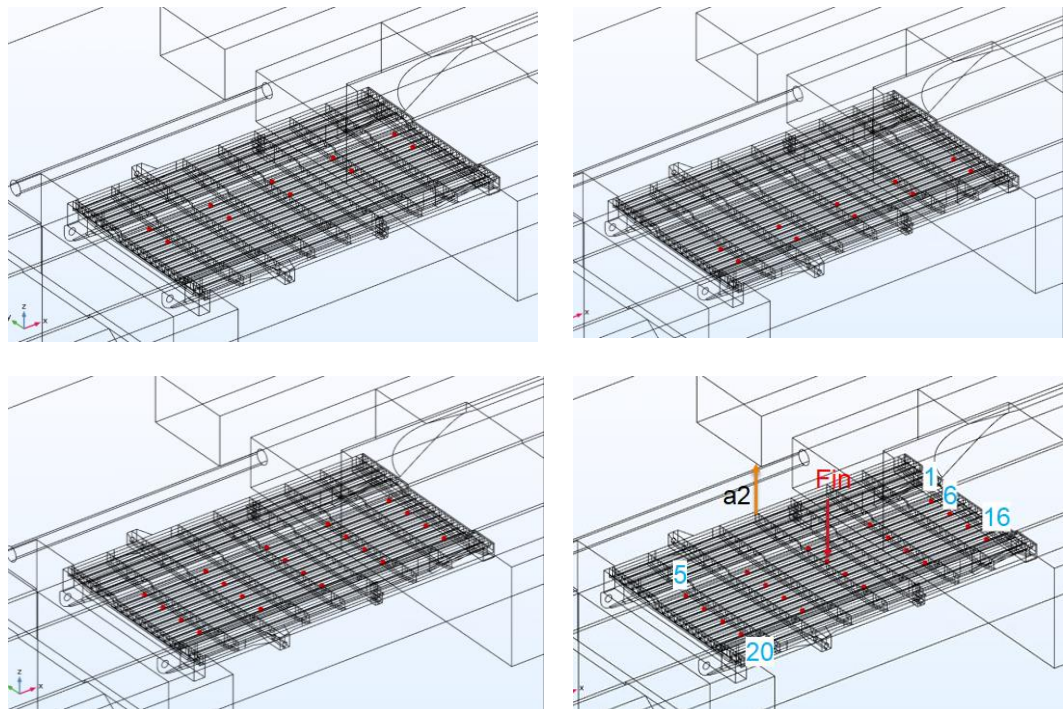
Op andere punten wordt ook een responsie bepaald, zoals een trillingssnelheid. Bij excitatie op meerdere posities kan daarover worden gemiddeld per berekening. De berekeningen moeten voor elke puntexcitatie afzonderlijk worden uitgevoerd omdat anders onderlinge koppeling (coherent) plaatsvindt tussen verschillende bronposities, hetgeen het vermogen kan beïnvloeden (en zelfs deels negatief).

Voor de excitatie met puntkrachten zijn drie verschillende krachtverdelingen vergeleken,

- voor a) rijstrook 1 b) rijstrook 2 c) beide rijstroken;
- steeds met 5 punten verdeeld over de rijrichting.

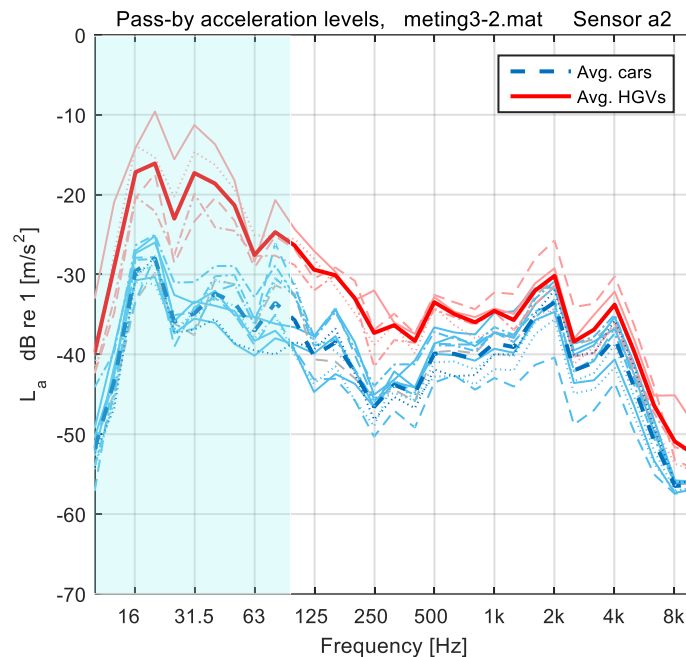
De punten in lengterichting zijn gelijk verdeeld, maar liggen wel steeds anders ten opzichte van de dwarsdragers.

De drie verschillende krachtverdelingen zijn in figuur 7 getoond.



Figuur 7 FEM model van de brug Meppelerdiepsluis met drie verschillende puntkracht configuraties: linksboven: rijstrook 1; rechtsboven: rijstrook 2; linksonder: beide rijstroken. rechtsonder: meetpositie en puntnummering: meetpunt a2 aan de brugrand (en het geluidmeetpunt daaronder). De nummering van de excitatiepunten loopt van rechts naar links beginnend met punt 1 rechtsboven; rijlijn 1 op rijstrook 1 bevat dan punten 1-5, rijlijn 2 punten 6-10 enzovoort.

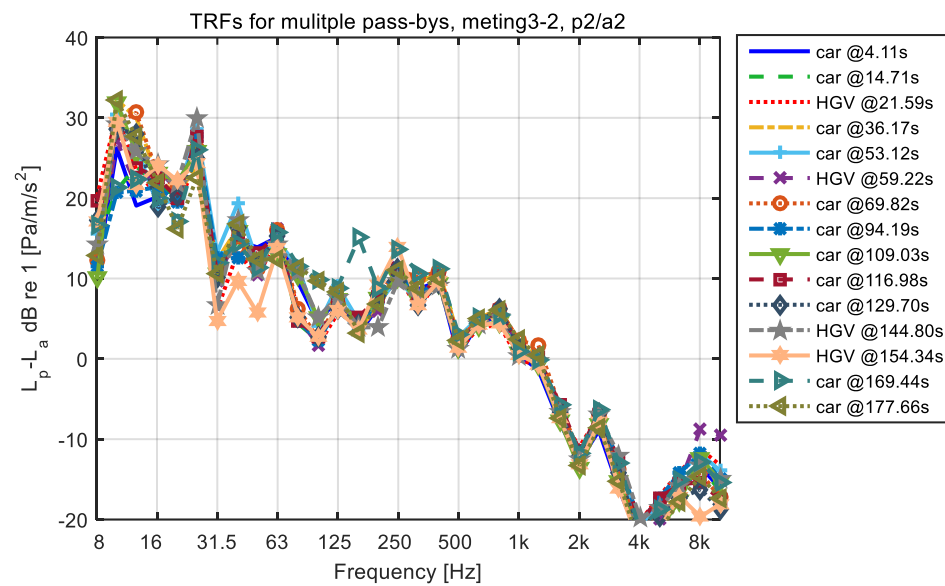
Voor de absolute waarde van de krachten wordt uitgegaan van de fysieke kracht in het contactvlak voor een gemiddeld zwaar voertuig, zoals beschreven in paragraaf 2.2. Ook kan een eenheidsexcitatie worden gebruikt die te corrigeren is naar een gemeten trillingsniveau op een referentiepunt. Gemiddeldes van gemeten trillingsniveaus van zware voertuigen en auto's op de brug Meppelerdiepsluis staan in figuur 8.



Figuur 8 Gemeten trillingsniveaus op de rand van de brug Meppelerdiepsluis (punt a2 uit de metingen). De getrokken vette lijn is het gemiddelde niveau voor een reeks passages van zware voertuigen, de gestippelde vette lijn is het gemiddelde voor een reeks autopassages. Het gekleurde gebied komt overeen met het frequentiebereik van de FEM berekeningen.

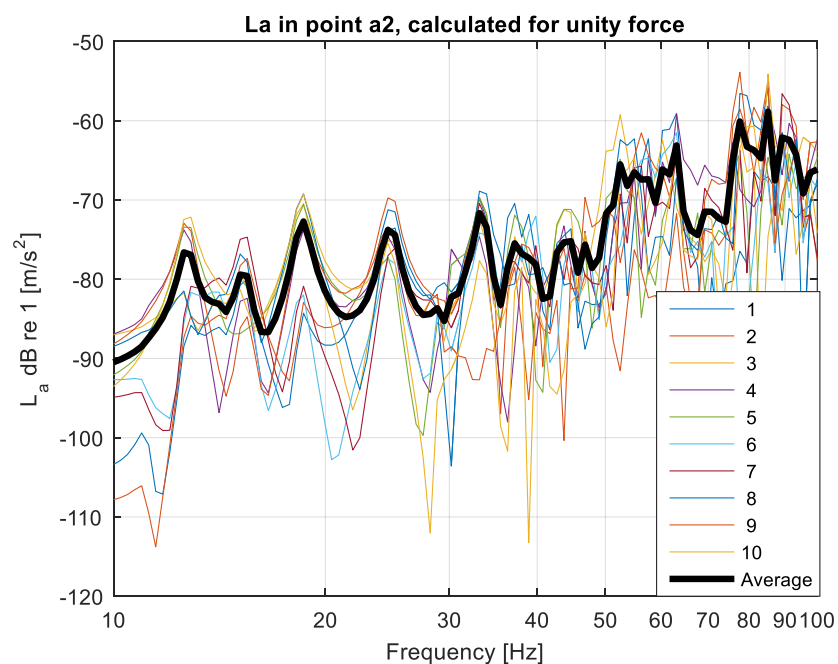
De relatie met geluid is eenduidig en lineair, zoals blijkt uit metingen van geluid onder de brug L_p en het trillingsniveau op de brugrand L_a , getoond in figuur 9, waarin het verschil $L_p - L_a$ voor een reeks gemeten voertuigpassages is weergegeven. Deze verhouding blijft zelfs vrijwel constant voor auto's en zware voertuigen.

Ter vergelijking zijn soortgelijke overdrachtsfuncties uit metingen aan de Schinkelbrug A10 en de Wantijbrug N3 vóór en ná vervanging van het val getoond in bijlage C. Deze functies blijken ook voor deze bruggen vrij onafhankelijk van het type voertuig te zijn, maar kunnen kennelijk per brug of meetpositie van de trillingen wel sterk verschillen.

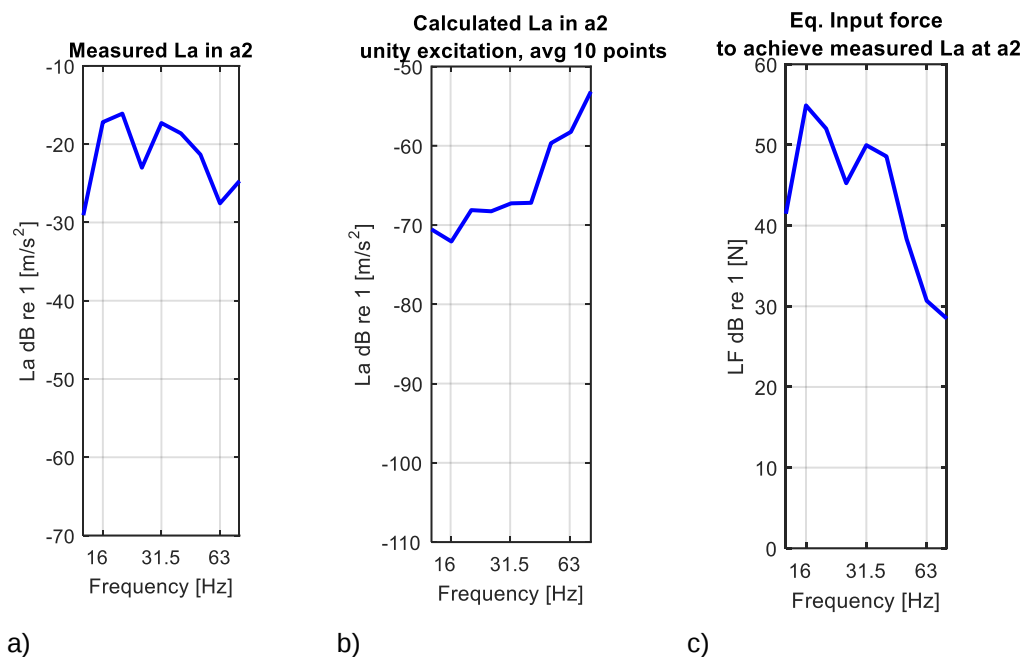


Figuur 9 Verschil tussen het geluidsdruk-niveau onder de brug en het trillingsniveau op de brugrand, voor een reeks voertuigpassages in beide richtingen.

Berekende smalbandige trillingsniveaus voor punt a2, voor 10 verschillende excitatieposities en eenheidsexcitatie staan in figuur 10 weergegeven. Het gemiddelde gemeten trillingsniveau in een derde octaafbanden staat in figuur 11 links.



Figuur 10 Berekend smalbandig trillingsniveau in punt a2 voor 10 verschillende excitatiepunten op rijstrook 1, en het gemiddelde, voor eenheidskracht.



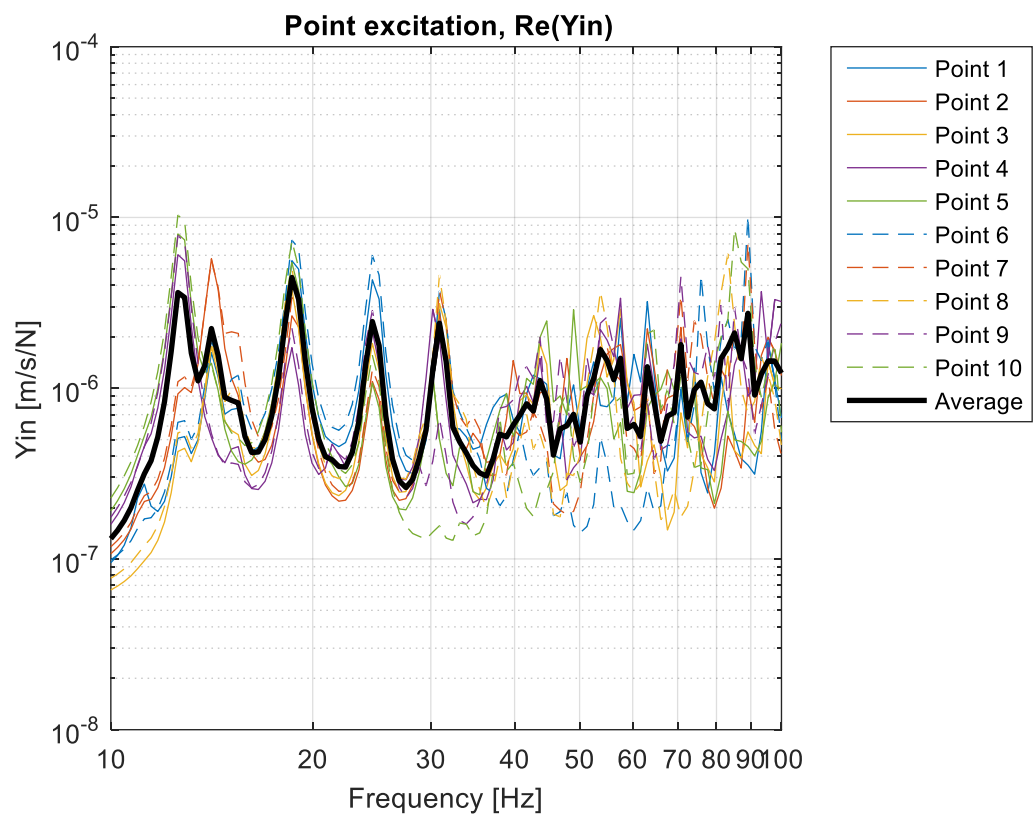
Figuur 11 a) Spectrum gemeten trillingsniveau in punt a2; b) berekende trillingsspectrum op punt a2 voor eenheidsexcitatie gemiddeld over 10 punten op rijstrook 1; c) benodigde gemiddelde excitatiekracht om gemeten trillingsniveau (links) te produceren.

Het benodigde gemiddelde excitatiekrachtspectrum (rechts) wordt bepaald door de eenheidsexcitatie ($1\text{N} \sim 0 \text{ dB}$) te corrigeren met het verschil tussen:

- het berekende trillingsspectrum op punt a2 voor eenheidsexcitatie gemiddeld over 10 punten op rijstrook 1(midden);
- en het gemeten trillingsniveau (links).

Dit krachtspectrum is indicatief als gemiddeld excitatieniveau te gebruiken om enigszins realistische geluid- en trillingsniveaus te verkrijgen. De werkelijke niveaus per passage of verkeerssamenstelling kunnen echter sterk variëren, afhankelijk van het type voertuig, belasting en rijsnelheid. Het spectrale niveau ligt in vergelijkbare orde-grootte van het eerder gebruikte statistische model getoond in figuur 6, binnen ca 10 dB.

Het berekende reëel deel van de ingangsadmittantie $\text{Re}(Y_{in})$, gemiddeld over de apart berekende 10 excitatiepunten staat in figuur 12. Dit is te gebruiken bij de berekening van het ingaande vermogen en om de sterkst bijdragende responsiepieken te zien.

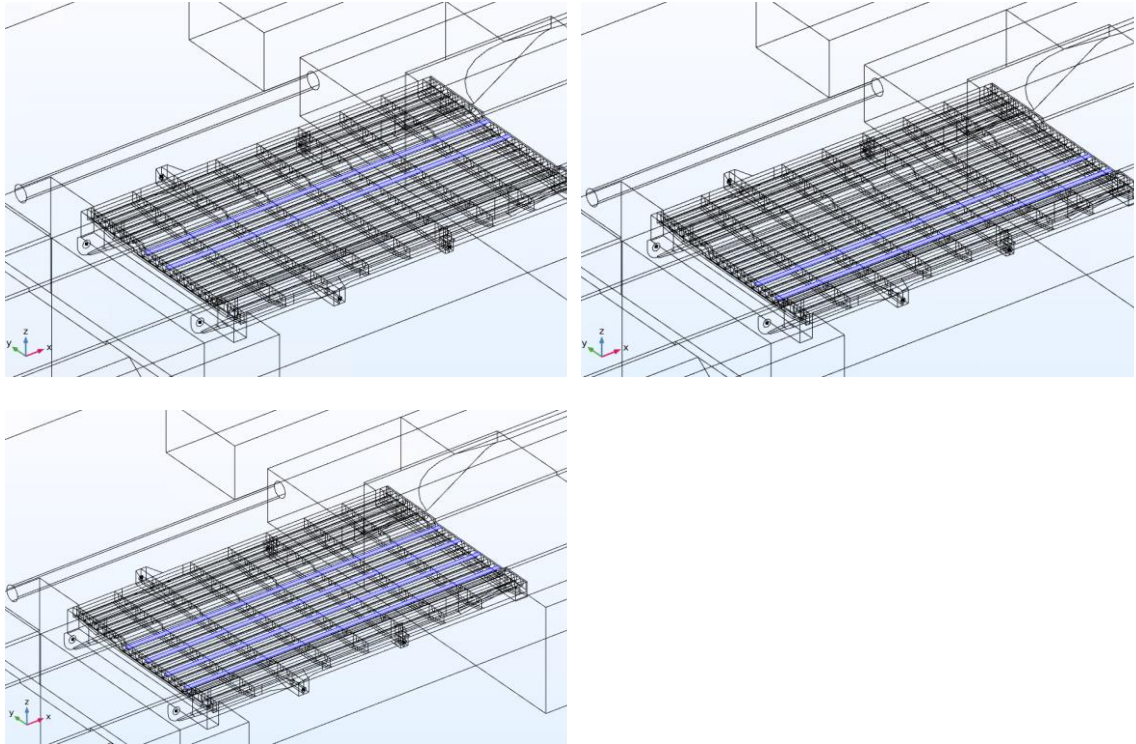


Figuur 12 Reëel deel van de ingangsadmittantie voor 10 punten op rijstrook 1. Punten 1-5 liggen op rijlijn 1, punten 6-10 op rijlijn 2.

2.7.2 Methode 2: Stochastische drukverdeling

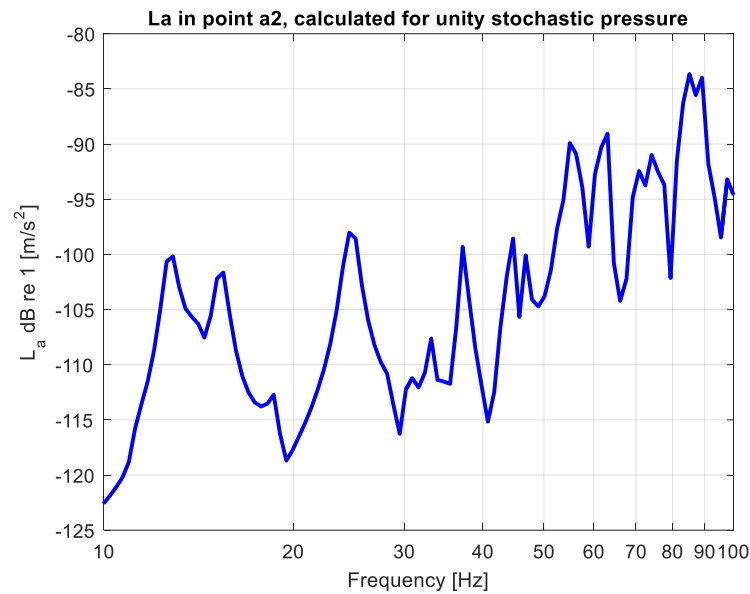
Deze methode is al in paragraaf 2.3 uiteengezet.

Voor de stochastische drukverdeling zijn ook drie gevallen beschouwd, weergegeven in figuur 13. Hier is een eenheidsexcitatie gebruikt, die gecorrigeerd wordt om het gemeten trillingsniveau op de brugrand te realiseren. De excitatiedruk is gelijkmatig verdeeld over het hele excitatieoppervlak, namelijk de contactbanen waarover de banden rijden.



Figuur 13 FEM model van de brug Meppelerdiepsluis met drie verschillende verdeelde stochastische drukconfiguraties: linksboven: rijstrook 1; rechtsboven: rijstrook 2; linksonder: beide rijstroken.

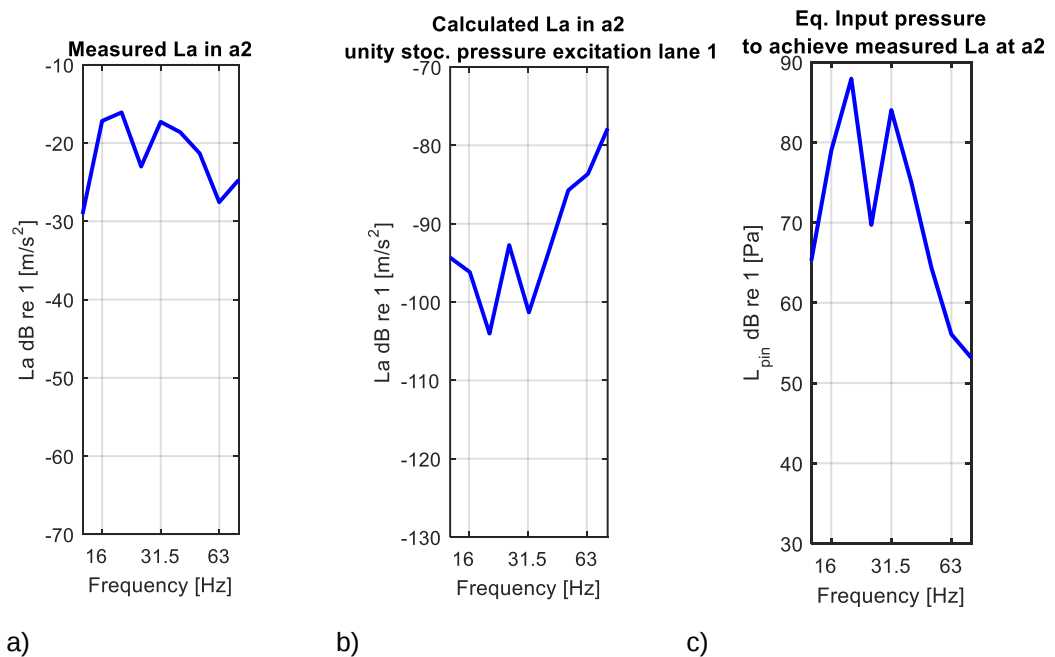
Voor de drukverdeling op de twee contactbanen van rijstrook 1, wordt het berekende smalbandige trillingsspectrum voor stochastische drukverdeling van één Pascal getoond in figuur 14.



Figuur 14 Berekende smalbandige trillingsniveau voor stochastische eenheidsexcitatie van rijstrook 1 op twee contactbanen.

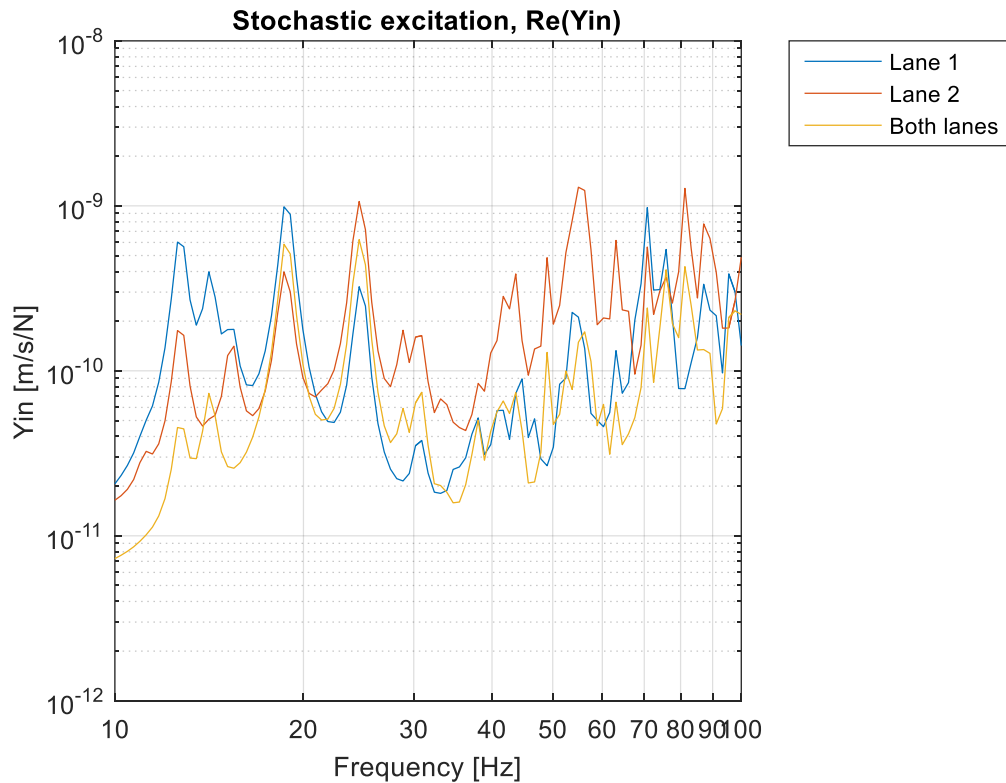
In analogie met puntexcitatie, wordt weer een effectieve krachtspectrum berekend op basis van het gemeten trillingsniveau op punt a2 en het berekende spectrum voor eenheidsexcitatie van 1 Pascal op de twee contactbanen van rijstrook 1. Dit is in figuur 15 weergegeven.

Hier valt op dat zowel de spectrale vorm als de numerieke waarde van het drukspectrum in figuur 15c afwijken van het krachtspectrum in figuur 11. Dit is te verklaren wegens het verschil tussen puntkracht en verdeelde random druk excitatie.



Figuur 15 a) Spectrum gemeten trillingsniveau in punt a2; b) berekende trillingsspectrum op punt a2 voor stochastische eenheidsexcitatie op 2 rijstrips op rijstrook 1; c) benodigde gemiddelde excitatiedruk om gemeten trillingsniveau (links) te produceren.

Het berekende reëel deel van de ingangsadmittantie $\text{Re}(Y_{\text{in}})$ staat in figuur 16 voor rijstroken 1, 2 en beide samen.



Figuur 16 Berekend reeel deel van de ingangsadmittantie voor stochastische aanstoting van de rijlijnen (strips), voor rijstrook 1, rijstrook 2 en beide rijstroken.

Hier valt op dat de ingangsadmittantie voor beide rijstroken niet altijd tussen de admittanties van de aparte rijstroken ligt. Zo heeft rijstrook 2 vanaf 20 Hz een hogere admittantie dan rijstrook 1, en onder 20 Hz omgekeerd. Mogelijk heeft dit te maken met de assymetrie van de constructie.

Ook is de 30 Hz piek minder sterk aanwezig dan voor het geval van puntexcitatie.

2.7.3 Methode 3: Bewegende drukverdeling

De drukverdeling wordt hier gekozen als een statische druk bij het contactvlak van de band die beweegt over de brug. De statische druk wordt bepaald uit de statische kracht en het contactvlak:

$$p_0 = \frac{F_0}{b\Delta} \quad (8)$$

waarin b de breedte is van het contactvlak, dwars op de rijrichting, en Δ de lengte van het contactvlak, in de rijrichting. De tijdsafhankelijke bronverdeling wordt omgezet naar het frequentiedomein vanwege voordelen van het gebruik van een rekenmethode in het frequentiedomein. De vergelijking voor de druk $P(x, \omega)$ als functie van de positie in de rijrichting x en hoekfrequentie ω is

$$P(x, \omega) = p_0 \frac{\Delta}{L} e^{i\omega(x-x_0)/v} \frac{\sin \frac{\omega\Delta}{2v}}{\frac{\omega\Delta}{2v}} \quad (9)$$

waarin:

$P(x, \omega)$ = de druk [Pa] als functie van de positie en hoekfrequentie

L = lengte van de brug [m],

x = positie in de rijrichting [m],

x_0 = de positie van het midden van de band op tijdstip [m]0,

v = de snelheid van het voertuig [m/s],

ω = hoekfrequentie [rad/s],

Δ = contactvlaklengte [m].

De factor Δ/L is de lengtefractie van het dek in contact met de banden. Deze zorgt ervoor dat gedurende een voertuigpassage op de brug, de statische lokale druk p_0 in het contactvlak wordt vertaald naar een effectieve statische druk over de lengte van de brug.

Deze formule geeft minima in de excitatie voor

$$f = n \frac{v}{\Delta}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (10)$$

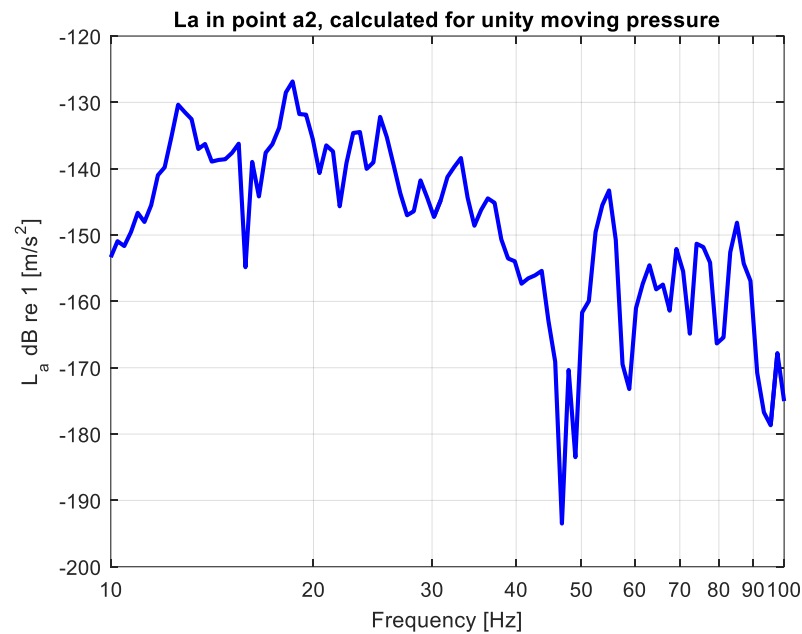
waarin f de frequentie is, uitgedrukt in Hz. De term $\frac{\Delta}{v}$ komt overeen met de passagetijd van het contactvlak bij snelheid v . De term $\sin(x)/x$ werkt als snelheidsafhankelijk laagdoorlaatfilter met dips. Het kantelpunt in Hz (3 dB afval) wordt gegeven door

$$f = 0.444 \frac{v}{\Delta} \quad (11)$$

waarbij de factor 0.444 gevolg is van het 3 dB criterium.

Voor de excitatie met bewegende drukverdeling zijn dezelfde stroken gebruikt als voor de stochastische excitatie getoond in figuur 13, zij het dat er nu meerdere contactvlakken met bepaalde belasting en snelheid over het dek bewegen. Belangrijk is hierbij dat de belasting, snelheid, contactvlak en aantal en posities daarvan op te geven zijn.

In navolging van de eerder toegepaste systematiek, wordt hier weer het trillingsniveau in meetpunt a2 berekend voor een eenheidsdruk op twee wielen van één as bewegend over het dek bij 54 km/h, getoond in figuur 17.



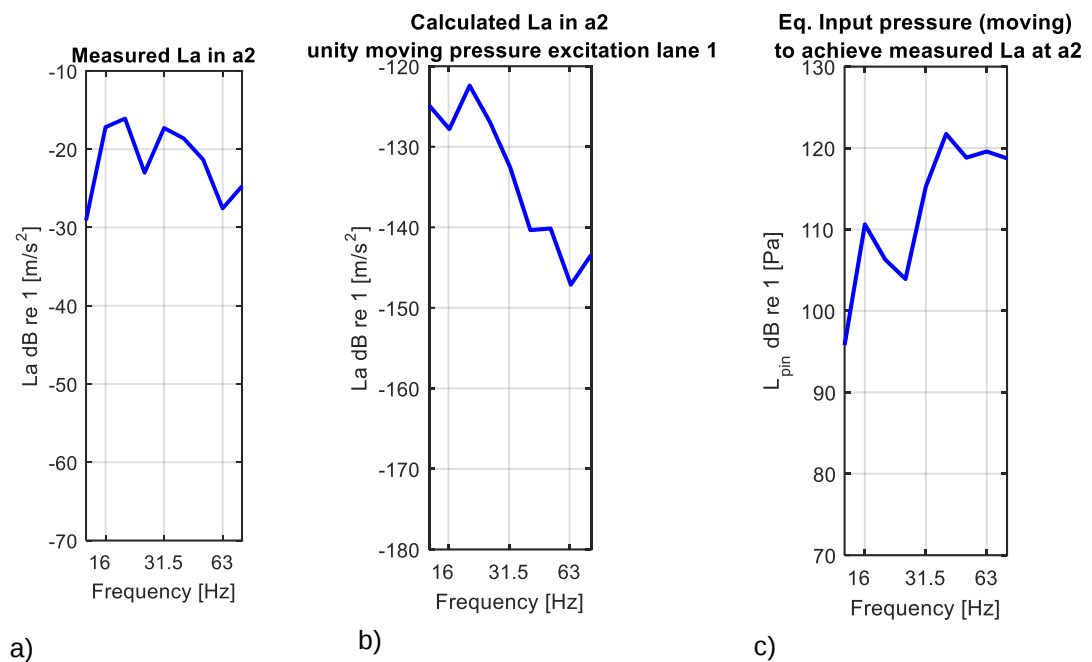
Figuur 17 Berekende smalbandige trillingsniveau op meetpunt a2 voor bewegende eenheidscontactdruk voor twee wielen op één as bewegend met 54 km/h over rijstrook 1.

De niveaus zijn weer lager dan bij stochastische excitatie, hetgeen te verklaren is door het beperkte contactoppervlak vergeleken met de contactbanen bij de stochastische methode.

Het herleide drukspectrum benodigd om het gemeten trillingsniveau te produceren staat in figuur 18. Hierbij moet worden opgemerkt dat deze afhankelijk is van de rijnsnelheid, contactvlakafmetingen en asconfiguratie.

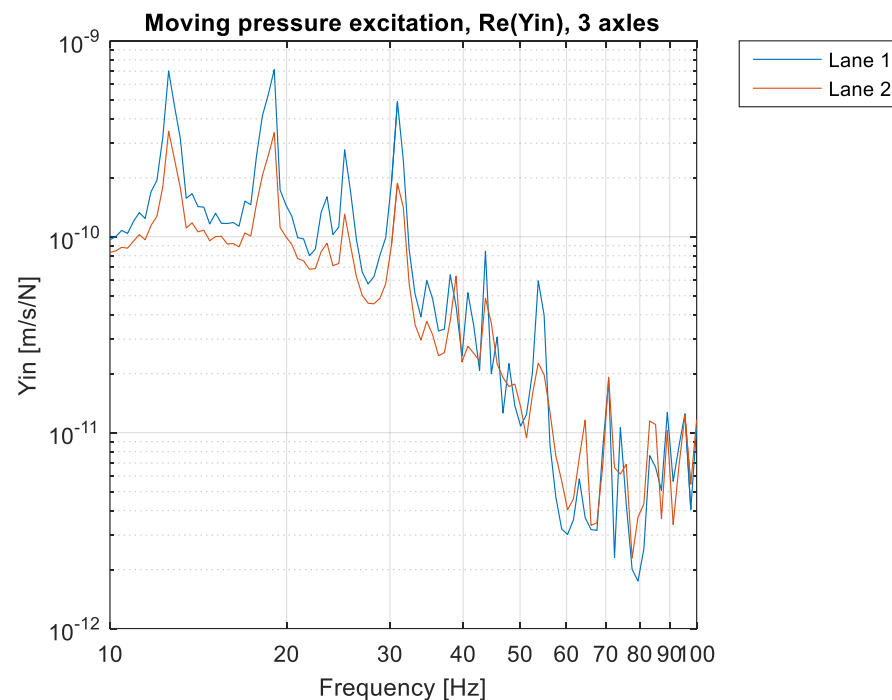
Voor het voorbeeld van 55 kN wiellast, contactvlak van 32x25 cm, volgt een statische contactdruk van 687,5 kPa, hetgeen in dB's in de buurt ligt van het getoonde drukspectrum met $20 \lg 687500 = 117 \text{ dB re } 1 \text{ [Pa]}$.

Het drukspectrum als functie van frequentie en rijnsnelheid volgt uit de afleiding beschreven in paragraaf 2.7.3.



Figuur 18 a) Spectrum gemeten trillingsniveau in punt a2; b) berekende trillingsspectrum op punt a2 voor bewegende eenheidsdrukexcitatie op rijstrook 1; c) benodigde gemiddelde excitatiedruk om gemeten trillingsniveau (links) te produceren.

De berekende ingangsadmittantie voor bewegende drukexcitatie staat in figuur 19 voor rijstrook 1 en 2. Hier zijn de belangrijke laagfrequente pieken herkenbaar, echter het spectrum valt af naar hogere frequenties boven 30 Hz. Dit is te verklaren door de filterwerking van het contactvlak.



Figuur 19 Berekend reëel deel van de ingangsadmittantie voor stochastische aanstoting van de contactbanen, voor rijstrook 1 en voor rijstrook 2.

2.8 Vergelijking resultaten voor positionering en verdeling excitatie

Voor de drie excitatiemethodes is een verschil in benodigde excitatiekracht of -druk en spectrum te verwachten. In figuren 16 en 19 is er een relevant verschil te zien in de ingangsadmittantie voor de verschillende rijstroken, voor de stochastische en de bewegende drukmethode. Dit is aannemelijk gezien de eigenschappen van de constructie, en wijst ook op het belang om rekening te houden met de daadwerkelijk gebruikte rijstroken.

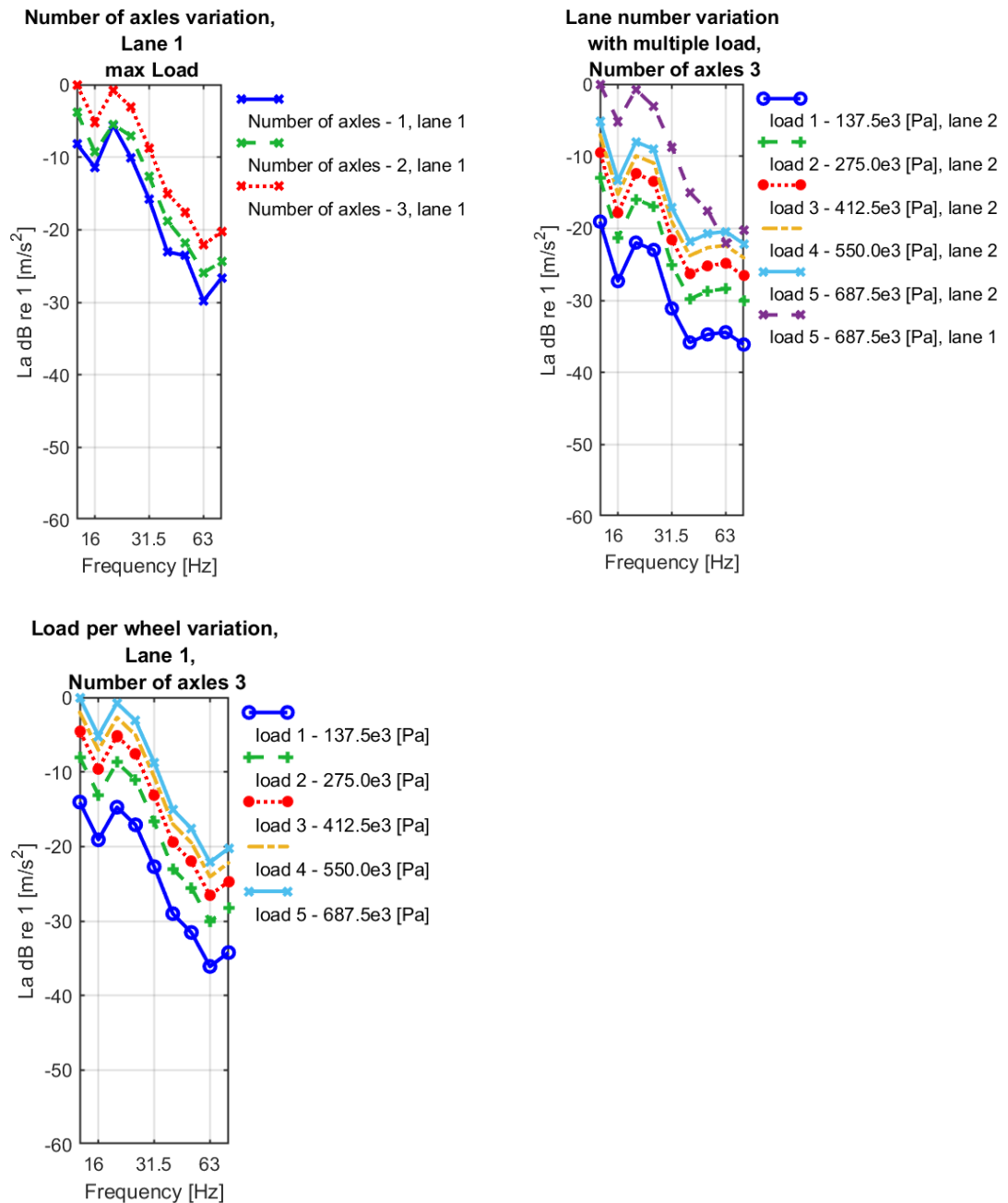
2.9 Berekeningen tijdsafhankelijke excitatie

Voor methode 3, bewegende excitatie, is het effect onderzocht van het aantal en de positie van assen, van de belasting en van de rij snelheid.

2.9.1 *Invloed van het aantal assen en de belasting*

De invloed van de asconfiguratie is alleen te bepalen met het tijdsafhankelijke excitatiemodel. In figuur 20 staan berekende trillingsniveaus voor de eerder bepaalde excitatiedruk voor 1,2 en 3 assen, voor de rijstroken 1 en 2, en voor verschillende (statische) belastingen.

Hierin is te zien dat het berekende versnellingsniveau volgens verwachting met de belasting en met het aantal assen toeneemt. Het aantal assen heeft echter ook een iets andere spectrale vorm tot gevolg. Dit heeft mogelijk te maken met de onderdrukking van bepaalde trillingsmodes bij aanwezigheid van meer dan één wielpaar in contact met het rijdek. De rijstrookkeuze geeft een duidelijk verschil in het spectrale niveau tot ca. 8 dB, mogelijk als gevolg van de assymetrie van deze brug en de positie van de trillingsresonsie.



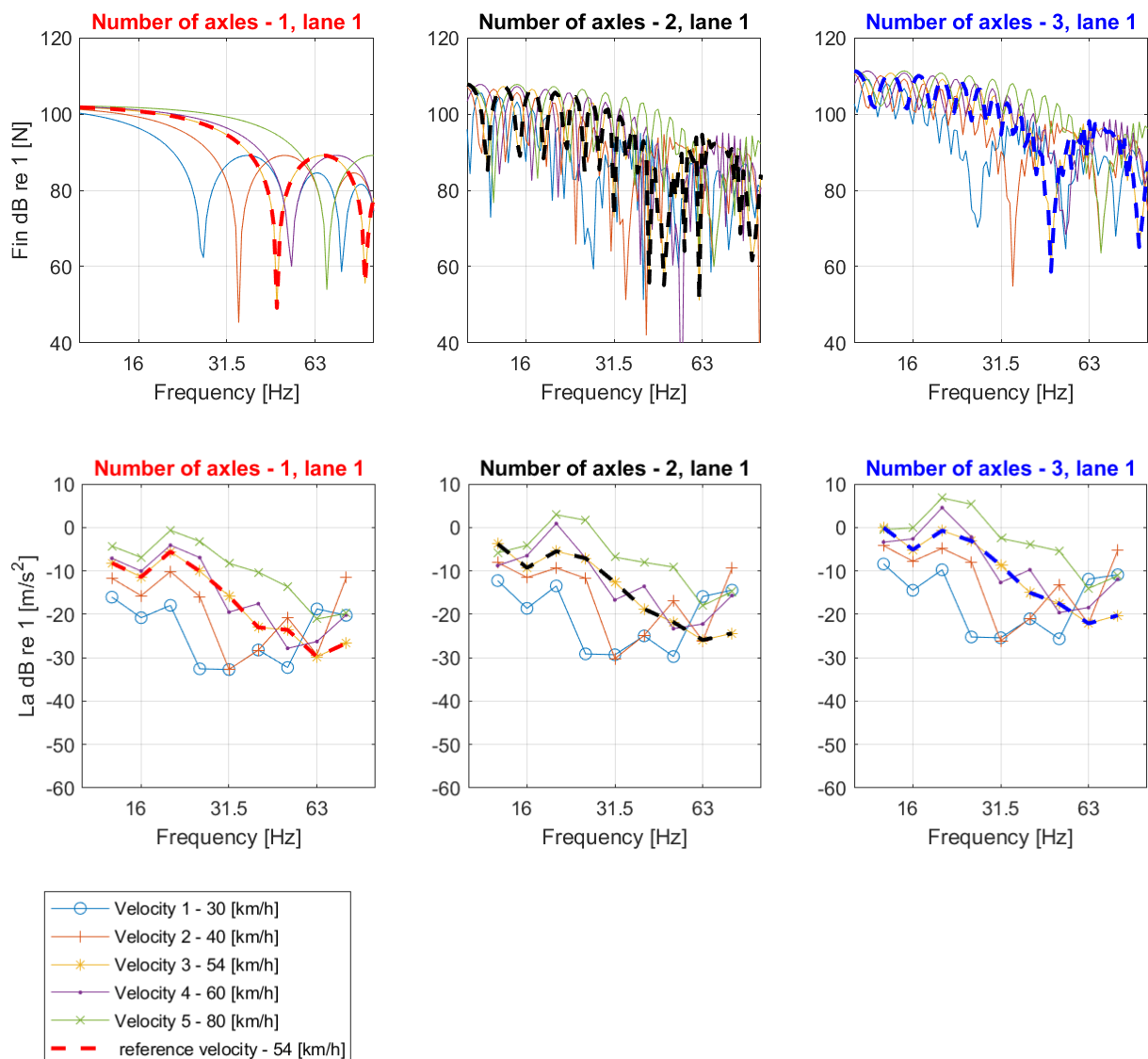
Figuur 20 Effect van het aantal assen, rijstrook en asbelasting op het trillingsniveau op punt a2 in eenderde octaafbanden.

2.9.2 Invloed van de rij snelheid en aantal assen

Het effect van de rij snelheid is alleen te bepalen met het tijdsafhankelijke excitatiemodel. Berekeningen zijn uitgevoerd voor de snelheden 30, 40, 54, 60 en 80 km/h, voor 1, 2 en 3 assen en een belasting van 55 kN per wiel.

In figuur 21 is het berekende smalbandige krachtspectrum en het overeenkomstige trillingsniveau als eenderde octaafspectrum getoond voor deze vijf snelheden en voor 1, 2, en 3 assen. Hierin is te zien dat de snelheid van invloed is op het excitatieniveau (kracht) waarbij de spectrale vorm verschilt. Deze is afhankelijk van de factoren beschreven in 2.7.3, waardoor ook de dips in het spectrum ontstaan.

Het resulterende trillingsspectrum vertoont eveneens een verschillend verloop afhankelijk van de rijsnelheid. Dit is mede gevolg de vorm van het krachtspectrum.



Figuur 21 Effect van aantal assen en rijsnelheid en op het krachtspectrum en het trillingsniveau op punt a2, voor 1, 2 en 3 assen en snelheden 30, 40, 54, 60 en 80 km/h. De gestippelde lijn is steeds voor referentiesnelheid 54 km/h.

2.10 Analyse en synthese

Voor alle drie methodes is een vergelijkbare excitatiegebied gebruikt. De benodigde excitatie is per methode anders wegens de grootte (kracht of druk). De gebruikte waarde van de excitatie is af te leiden uit berekende trillingsniveau op de rand van de brug bij eenheidsexcitatie, gecorrigeerd om een gemeten trillingsniveau te realiseren.

Voor de puntkrachtmethode zijn 5 krachten per rijstrook gebruikt, gelijk verdeeld over de lengte van de brug, maar wel op steeds andere posities ten opzichte van de dwarsdragers en voor- en achterhar.

Voor de stochastische methode zijn drukken verdeeld over de spoorbreedte van beiden banden en de lengte van het dek toegepast.

Voor de bewegende krachtmethode zijn statische drukverdelingen over de contactvlakken van de banden toegepast, waarbij de gebruikte excitatie krachten veel op de werkelijke krachten kunnen lijken. Effecten van rijsnelheid en asconfiguratie zijn alleen met deze methode te berekenen.

De verdeling in de tijd van de excitatie krachten is relevant, omdat de tijdsafhankelijke positie van banden op het dek de dynamische responsie kunnen beïnvloeden. Dit is eigenlijk alleen met methode 3 te beschouwen omdat methodes 1 en 2 gebaseerd zijn op een stationaire positie.

Daarom is het ook mogelijk snelheidseffecten met methode 3 te beschouwen.

De bijdrage van de dekdelen is eventueel ook met de andere methodes te bekijken door beschouwing van het ingaande vermogen over het betreffende dek deel.

De benodigde excitatiespectra om eenzelfde trillingsniveau op de brug te produceren zijn begrijpelijkerwijs anders, wegens het verschil in excitatiegrootheden, stationair harmonisch, stationair stochastisch of bewegende quasistatische excitatie (drukverdeling van de wielband).

Een vergelijking van de inspanning en rekentijd per methode staat in tabel 2.

Wezenlijk is dat de bewegende drukmethode geschikt is om effecten van rijsnelheid en asconfiguratie te analyseren.

Tabel 2 Onderlinge vergelijking van rekenmodellen voor excitatie.

Methode	Eenvoud	Rekentijd	Vergelijking constructie-varianten	Voorspelling absolute niveaus	Snelheids-effecten	Asconfiguratie effecten
1. Puntkracht+middeling	N rekenslagen	N x 50m	Ja	Ja+keuze kracht	Nee	Nee
2. Stochastische drukverdeling	1 rekenslag	50m	Ja	Ja+keuze kracht	Nee	Nee
3. Bewegende contactdruk	1 rekenslag	50m	Ja, maar niet nodig	Ja	ja	Ja

Ruimtelijke verdeling van de excitatie

De ruimtelijke verdeling van de excitatie dient over de lengte van het dek en gelijkmatig te worden gekozen, en op de positie van de rijlijnen van de banden.

De responsie kan anders zijn afhankelijk van welke rijlijnen worden geëxciteerd.

De dichtheid van te excitatiekrachten voor de puntkrachtmethode is mogelijk nader te onderzoeken. Onbeantwoord is nog hoeveel punten werkelijk nodig zijn om een voldoende representatieve gemiddelde te bepalen.

Een vergelijking van de bijdragen in de tijd van de delen van de brug (voor- en achterhar, midden) is naar verwachting alleen mogelijk met de bewegende krachtmethode wegens de rol van de snelheid en asconfiguratie. Hierdoor kunnen deze deelbijdragen mogelijk verschillen per type voertuig en passage.

Wegens potentiële complexiteit is dit hier nog niet nader onderzocht, maar biedt de bewegende drukmethode wel mogelijkheden. Daarbij is nog onderscheid te maken tussen de bijdragen van delen van de excitatie (tijd en positie) ten opzichte van deelbijdragen in de geluidafstraling van delen van de brug (met name welke componenten gemiddeld in de tijd).

Voor de laagfrequente trilvormen is wel te herleiden welke gevoelig zijn voor op- en afrijden van het val, namelijk daar waar de uitwijking van de dekranden groot is.

Effecten van rijsnelheid, voertuig en bruglengte

De absolute niveaus en de vorm van het excitatie- trillings- en geluidsspectrum worden sterk beïnvloed door een samenspel van:

- Rijsnelheid;
- asconfiguratie, aantal op het dek en onderlinge afstand;
- lengte van het contactvlak;
- bruglengte.

Dit is nog niet gevalideerd met metingen, hetgeen exacte modellering van enkele voertuigpassages zou vereisen. Uit metingen zou minstens moeten blijken dat het verband van geluid met snelheid niet altijd $a + b \lg v$ hoeft te volgen, omdat de vorm van het spectrum ook met de snelheid kan veranderen.

De bovengenoemde effecten zijn alleen met de methode van de bewegende contactdruk te modelleren. De belasting (aslast) heeft alleen effect op het absolute niveau en is minder bepalend voor de spectrale vorm van krachten, trillingen en geluid.

Uit het voorgaande is wel duidelijk dat voor vergelijking met metingen, de effecten van snelheid en asconfiguratie een rol kunnen spelen, met name als het absolute spectrale niveau wordt benodigd.

De bovengenoemde parameters zijn echter niet van belang als alleen constructievarianten onderling worden vergeleken.

Keuze van excitatiespectrum

Het eerder beschouwde krachtspectrum voor de Wantijbrug (figuur 6) lijkt een goede maat te zijn voor een standaardspectrum voor puntkrachtextcitatie bij vergelijking met figuur 11. Voor de stochastische excitatie of bewegende drukexcitatie zijn andere spectra benodigd, vergelijkbaar met de spectra afgeleid in figuren 15 en 18 voor deze methodes. Deze hebben per definitie een ander niveau en spectrale vorm.

Tot slot is af te wegen in hoeverre voor een standaard excitatiespectrum dips weggelaten zouden moeten worden, aangezien deze snelheids- en asconfiguratie-specifiek zijn.

3 Effect positionering langsliggers

Bekend is dat bij een aantal nieuwe of gerenoveerde bruggen minder langsliggers zijn gepositioneerd en/of niet direct onder de rijsporen van het zware verkeer waardoor te verwachten is dat het rijdek meer trillingsenergie opneemt en daardoor meer geluid afstraalt. Verondersteld wordt dat een stalen brug met een hoge impedantie (= hogere dynamische stijfheid = lagere admittantie) onder de rijsporen stiller zal zijn. Om het effect hiervan te kwantificeren zijn berekeningen uitgevoerd om het verschil te bepalen tussen een brug met regulier ontwerp versus ontwerp met langsliggers onder de rijsporen. Dit is onderzocht met behulp van een bestaand FEM brugmodel en een statistisch model. Uitkomst van de analyse is het berekende effect van verschillende liggerconfiguraties, onder de rijsporen en uit lijn met de rijsporen.

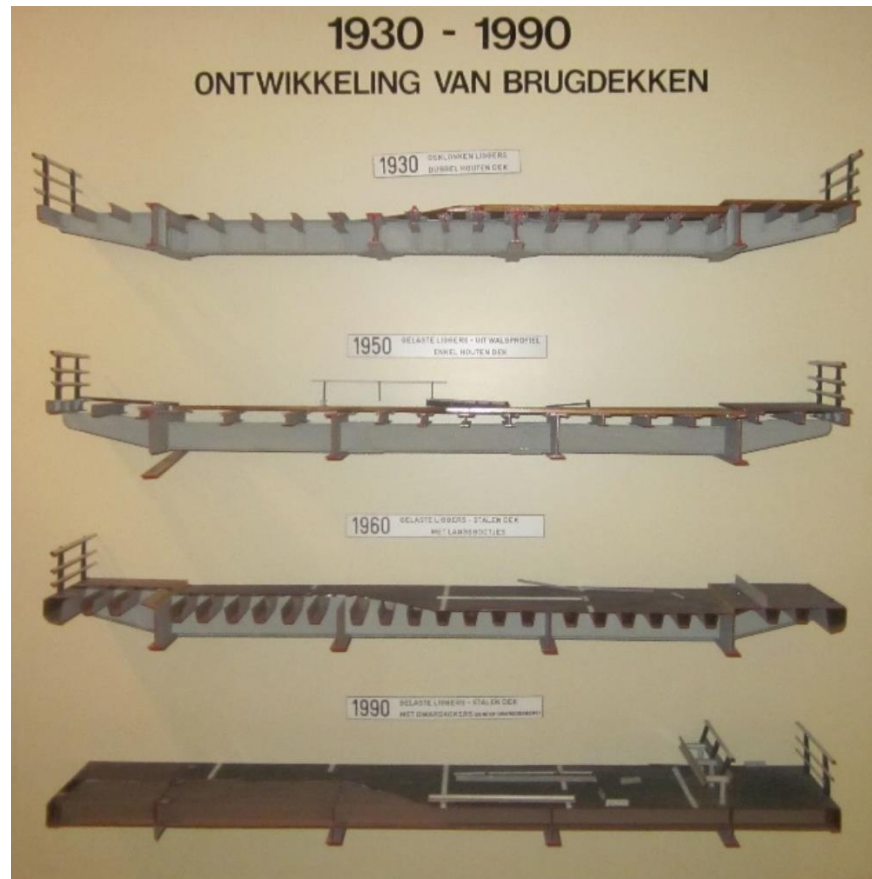
3.1 Voorkomende constructies

Een goed voorbeeld van oude en nieuwe brugdekconstructies is te zien in figuur 22, een foto van de oude en de nieuwe brug Meppelerdiepsluis tijdens de vervanging. Belangrijk is het grote verschil in liggerconfiguratie. Bij de oude brug zijn er vier kleinere langsliggers waarvan twee dicht onder de rijlijnen liggen. De nieuwe brug heeft twee zwaardere langsliggers. Onbekend is of de oude brug veel stiller was dan de nieuwe, die relatief veel laagfrequent geluid produceert.



Figuur 22 Oude en nieuwe brug Meppelerdiepsluis tijdens de vervanging (foto Rijkswaterstaat).

De constructie van stalenverkeersbruggen is in de loop der tijd geëvolueerd en is mede bepaald door de technische ontwikkeling, zoals bijvoorbeeld lastechniek. Voorbeelden van brugontwerp in de loop der tijd zijn in figuur 23 te zien, een foto-opname van een wandmodel bij de Provincie Zuid Holland.



Figuur 23 Wandmodel van de Provincie Zuid-Holland, die de ontwikkelingen toont van brugdek ontwerp in de periode 1930-1990 (foto TNO), met toestemming van PZH).

Legenda per brugtype:

- Boven: 1930 – geklonken liggers met dubbel houten dek;
 2^e van boven: 1950 – gelaste liggers uit walsprofiel, enkel houten dek;
 3^e van boven: 1960 – gelaste liggers – stalen dek met langsgootjes;
 Onder: 1990 – gelaste liggers – stalen dek met dwarsdragers (zonder dwarsdragers).

In de periode na 1990 zijn zwaardere dekken, hogere, stijvere en zwaardere liggers toegepast waardoor het gemiddelde gewicht per vierkante meter staal is toegenomen.

De constructies waar in de afgelopen jaren aan gemeten of gerekend is, zijn als volgt in te delen:

- Open constructie, rijdek op twee hoofdliggers met 6-7 dwarsdragers en trogliggers in langsrichting; voorbeeld is de bestaande Schinkelbrug A10 en de oude Wantijbrug.
- Open constructie, rijdek op meerdere hoofdliggers met 6-7 dwarsdragers; voorbeeld is de oude brug Meppelerdiepsluis.
- Gesloten constructie, voorbeelden zijn de nieuwe wantijbrug en de nieuwe nog te bouwen 2^e Schinkelbrug. Beide hebben 2 hoofdliggers en een reeks dwarsdragers, een zwaarder dek met trogliggers en een sluitende plaat aan de onderzijde.
- Vaste bruggen met twee hoofdliggers, meerdere dwarsdragers en rijdek met asfalt.

Al deze constructies hebben een open console constructie aan de zijdes voor voetpaden of vluchtstroken.

3.2 Rekenmodellen en varianten

Als uitgangsmodel is de nieuwe brug Meppelerdiepsluis geselecteerd. Hiervan is door TNO een FEM model gemaakt die goede overeenstemming toonde met metingen. Zowel de trillingen als de akoestiek zijn in de eerdere studie met FEM gemodelleerd. Deze brug is niet symmetrisch, noch in zijdelingse noch in langsrichting. Het voetpad/fietspad is aan één zijde.

Dit model wordt als referentie gekozen, waarbij echter alleen de trillingsresponsie is vergeleken, omdat de verandering in het spectrum ook direct tot uiting komt in het geluidsspectrum. Twee varianten zijn gekozen met dezelfde constructie, maar met twee of vier extra langsliggers onder het rijdek, zoveel mogelijk direct onder de rijlijnen. De referentieconstructie en de twee varianten zijn in figuur 24 weergegeven. Alle plaatdiktes zijn constant gehouden, weergegeven in tabel 3.

De kenmerken van de varianten ten opzichte van de referentieconstructie zijn:

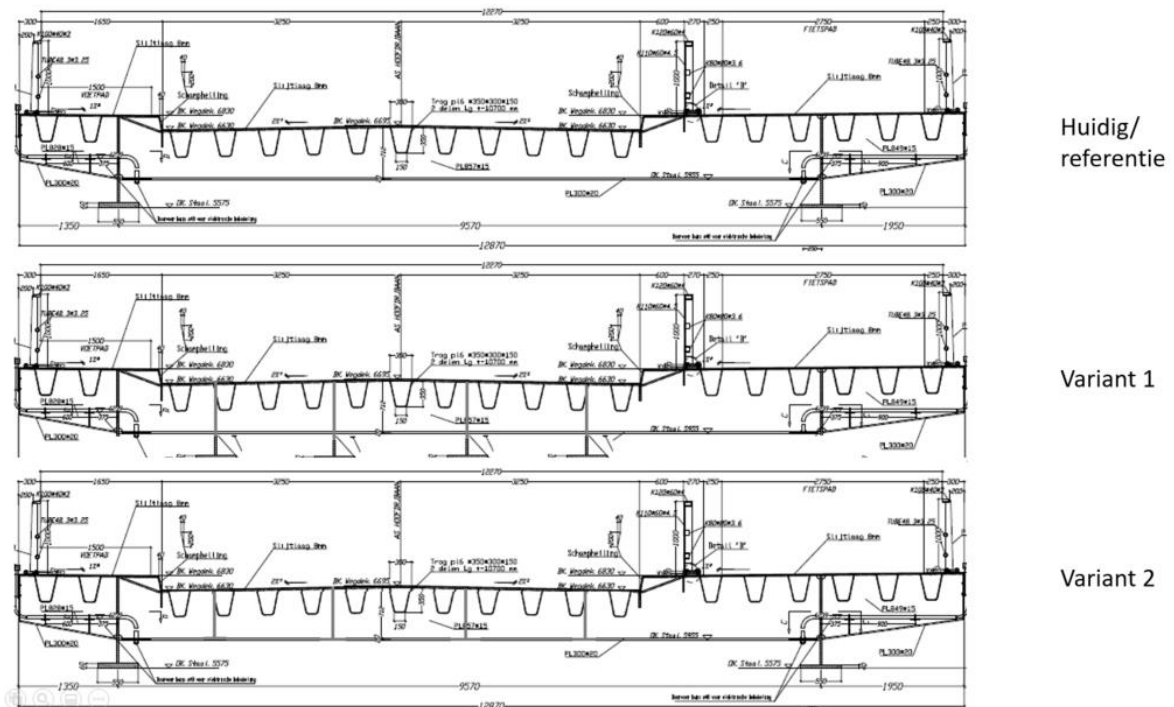
Variant 1:

4 hoofdliggers van hetzelfde type als de twee oorspronkelijke, alle onder rijlijnen, waarbij de twee oorspronkelijke zijn verschoven en twee nieuwe zijn toegevoegd.

Variant 2:

vier extra langsliggers, alle onder rijlijnen, met de hoogte gelijk aan de dwarsdragers. De twee hoofdliggers zijn onveranderd.
Het dek en de troggen zijn voor beide varianten hetzelfde als het referentiemodel.

Voor de varianten is geen rekening gehouden met andere ontwerpisen zoals sterkte, stijfheid of vermoeiing. Het gaat hier primair om het akoestische effect van de liggerpositionering.



Figuur 24 Doorsnedetekeningen van de brug Meppelerdiepsluis en twee modelvarianten: 1: met vier hoofdliggers onder de rijlijnen en 2: met behoud van de bestaande hoofdliggers en vier kleinere langsliggers toegevoegd onder de hoofdrijlijnen.

Tabel 3 Plaatdiktes van het referentiemodel de varianten 1 en 2.

Component	Plaatdikte [mm]
Rijdek	20
Voetgangerspad	15
Langsliggers	20
Dwarsdragers	15/20
Trogprofielen	6/8

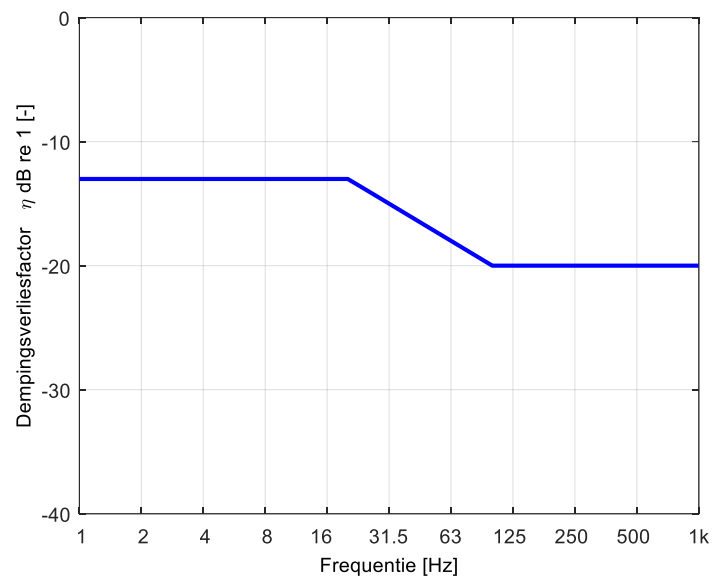
Het FEM model bestaat uit 67847 kwadratische schaalementen, met in totaal 891795 vrijheidsgraden. Het model is eenvoudig opgelegd bij de scharnieren en steunpunten.

Een frequentieafhankelijke dempingsverliesfactor is toegepast zoals bij de oorspronkelijke berekeningen, weergegeven in figuur 25, met dempingsniveau $L_{\eta} = 10 \lg \eta$. Deze demping is gebaseerd op eerdere metingen met stalen bruggen. De gebruikte frequentieafhankelijke dempingsverliesfactor is

$$\eta = 0.05 \text{ voor } f \leq 20 \text{ Hz}$$

$$\eta = 0.01 \text{ voor } f \geq 100 \text{ Hz}$$

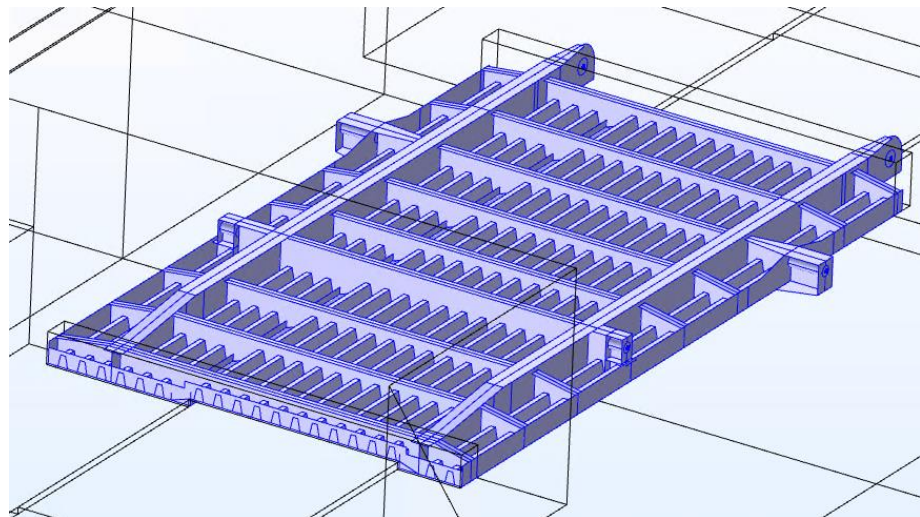
en logaritmisches geïnterpoleerd tussen 20 en 100 Hz.



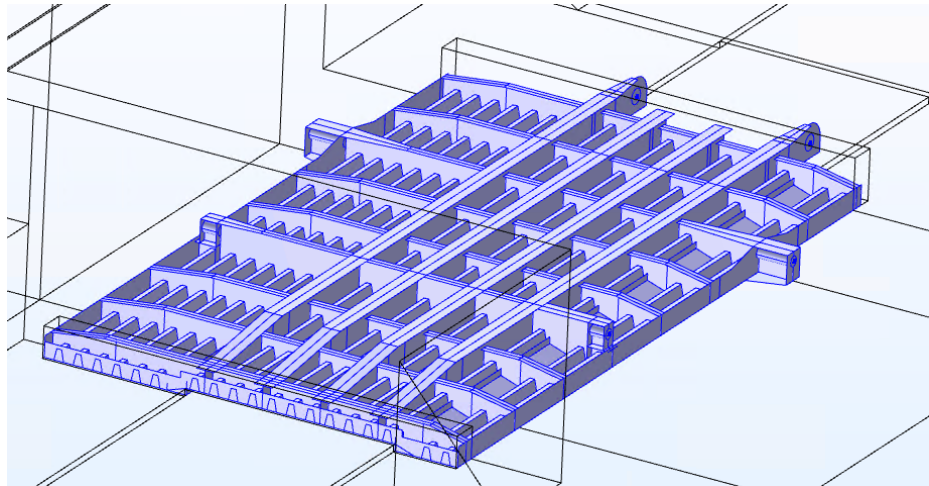
Figuur 25 Dempingsverliesfactor gebruikt voor de FEM berekeningen.

Voor deze berekeningen is dezelfde excitatie zoals getoond in paragraaf 2.7.2 en figuur 13, namelijk stochastische excitatie over de contactbanen van de banden op het rijdek. In de oorspronkelijke berekening uit 2019 [5] is het hele dek gebruikt voor de excitatie in plaats van de contactbanen.

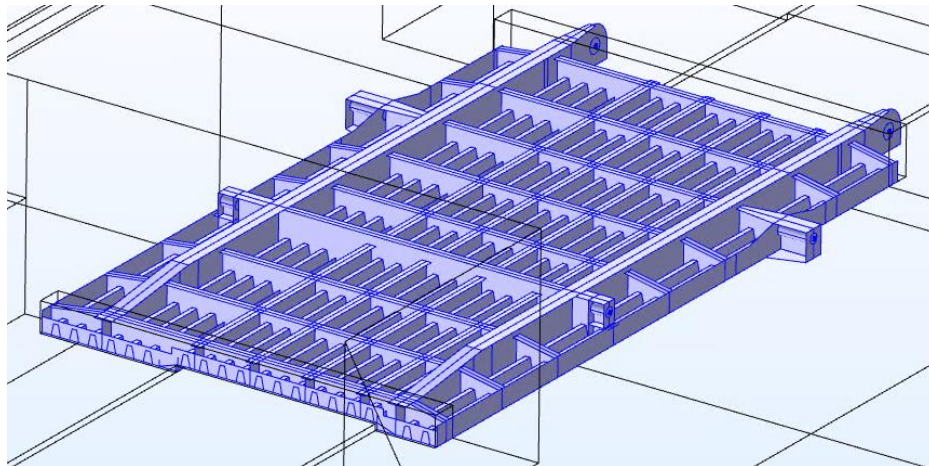
Het referentiemodel en de twee varianten zijn in figuren 26, 27 en 28 weergegeven. Variant 2 is stijver dan variant 1 omdat het effectief 6 langsliggers heeft. Aanzichten van de varianten met hun verschillen staan in bijlage A.



Figuur 26 Referentiemodel met twee hoofdliggers, onderzijde.



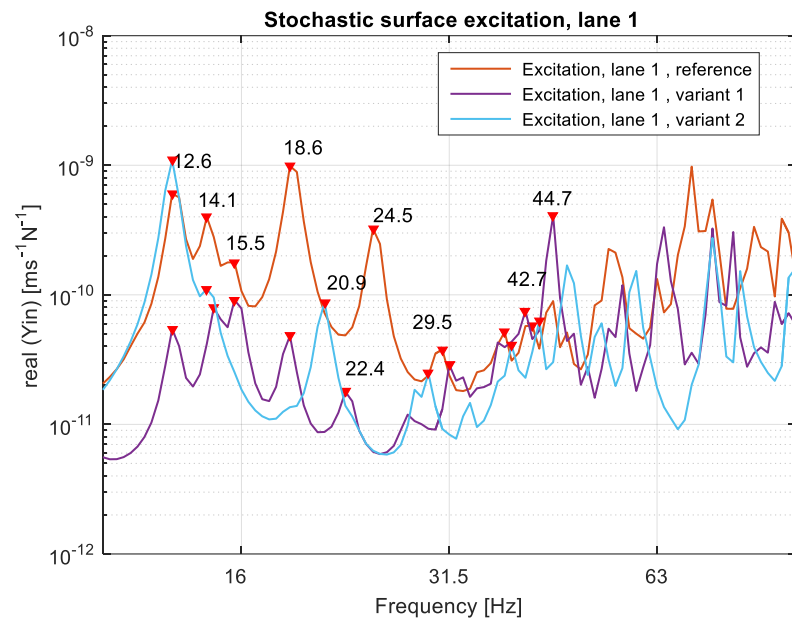
Figuur 27 Model variant 1 met vier hoofdloggers, onderzijde.



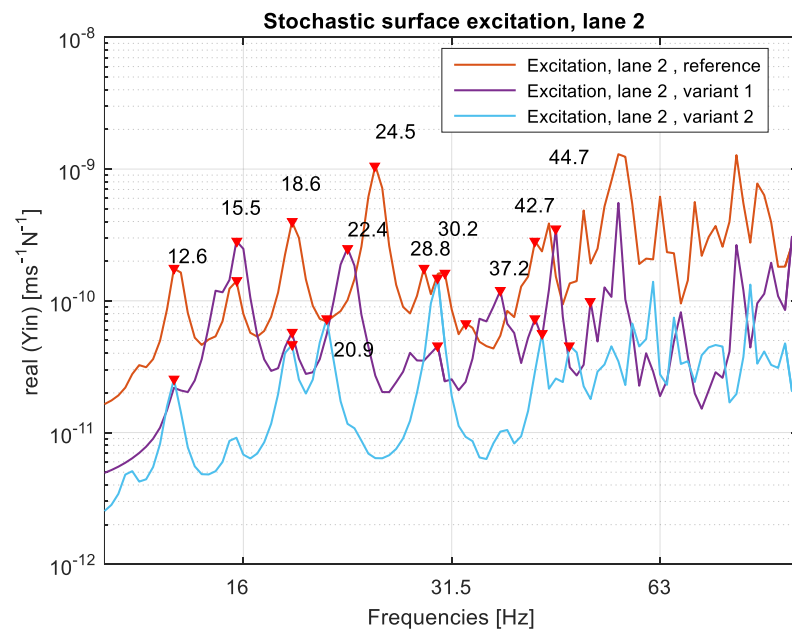
Figuur 28 Model variant 2 met twee hoofdliggers en vier extra langsliggers, onderzijde.

3.3 Resultaten

Het reële deel van de ingangsadmittantie is berekend voor het referentieontwerp en de twee varianten. Deze grootte verhoudt zich rechtstreeks met het trillingsniveau en het geluidniveau. Een factor 10 in het reële deel van de ingangsadmittantie (en daarmee in ingaand vermogen P_{in}) komt overeen met een verschil van 10 dB in de geluidemissie bij de betreffende frequentie, indien de excitatie constant wordt verondersteld.



Figuur 29 Reëel deel van de ingangsadmittantie voor stochastische excitatie van de contactbanen van de eerste rijstrook, voor het referentiemodel, en voor beide varianten.



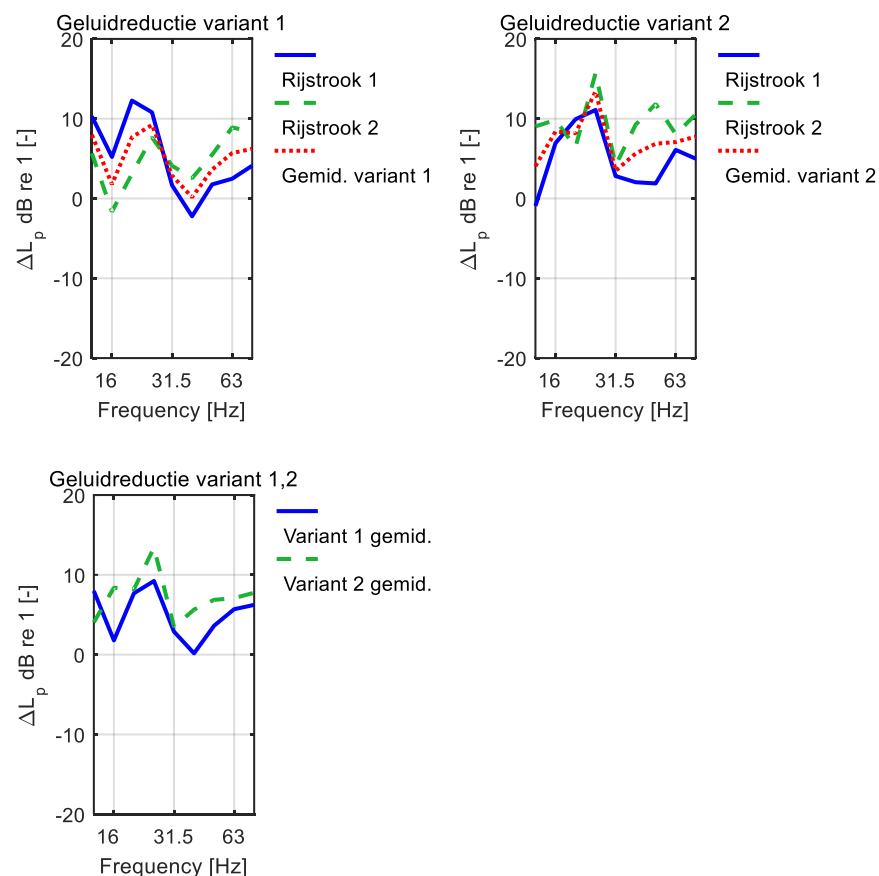
Figuur 30 Reëel deel van de ingangsadmittantie voor stochastische excitatie van de contactbanen van de tweede rijstrook, voor het referentiemodel, en voor beide varianten.

Uit de curves is duidelijk te zien dat er grote verschillen van soms een factor 10 en meer optreden, oftewel 10 dB in het trillingsniveau en het geluidsniveau. De resultaten verschillen voor excitatie van de twee rijstroken, waarbij de hoogte van de pieken in de admittantie een ander verloop heeft.

De te verwachten geluidreducties op basis van de berekende ingangsadmittanties staan in figuur 31.

Variant 2 levert potentieel de grootste reductie op, in de belangrijke frequentiebanden van 20 en 25 Hz, een gemiddelde geluidreductie van 8-12 dB, voor de 32 Hz band en hoger ligt de reductie tussen 3-7 dB. Variant 1 geeft vanaf de 20 Hz band 3-9 dB reductie en in de 40 Hz band geen reductie.

De reducties kunnen verschillen per rijstrook, oplopend tot maximaal 10 dB in sommige frequentiebanden.

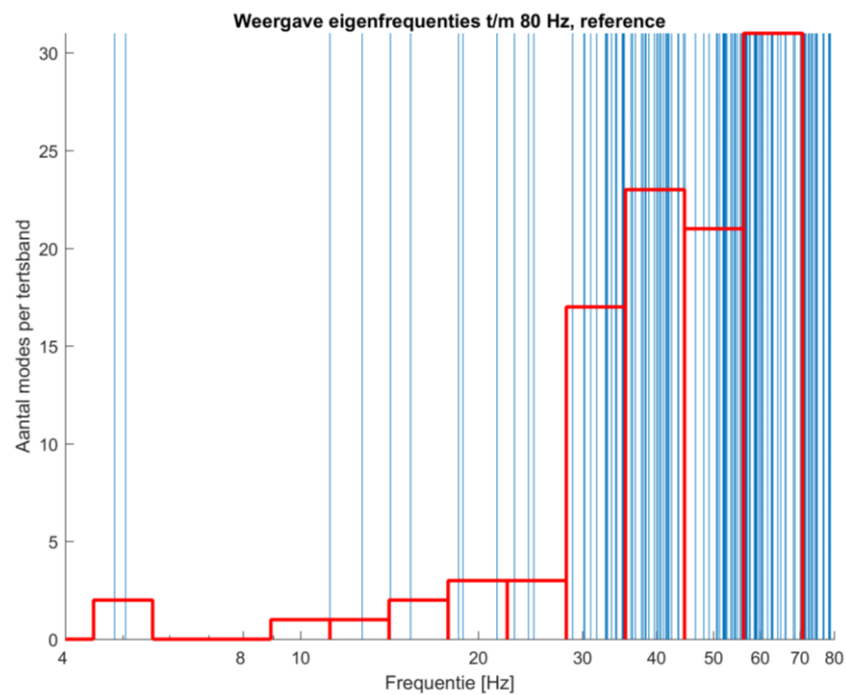


Figuur 31 Verwachte geluidreductie in eenderde octaafbanden voor variant 1 en 2, boven voor rijstrook 1 en 2 apart, en onder voor beide rijstroken gemiddeld.

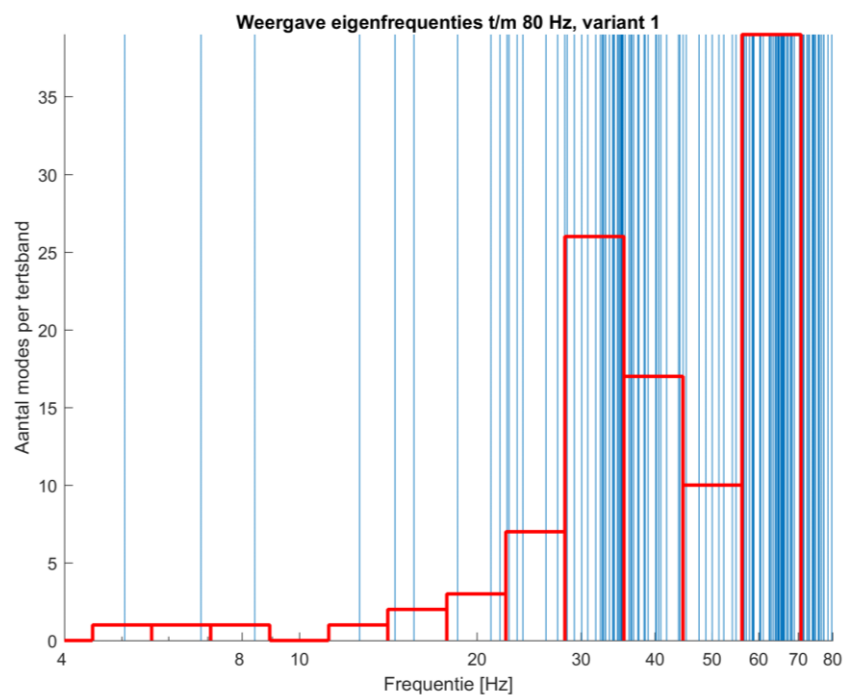
Van de bestaande brug (referentiemodel) is uit metingen bekend dat tijdens passages van zware voertuigen de sterkste frequentiepiek in het geluid optrad rond 18-20 Hz. Variant 2 zou dit het beste reduceren.

Verdere reductie is naar verwachting mogelijk middels nadere aanpassingen in het ontwerp.

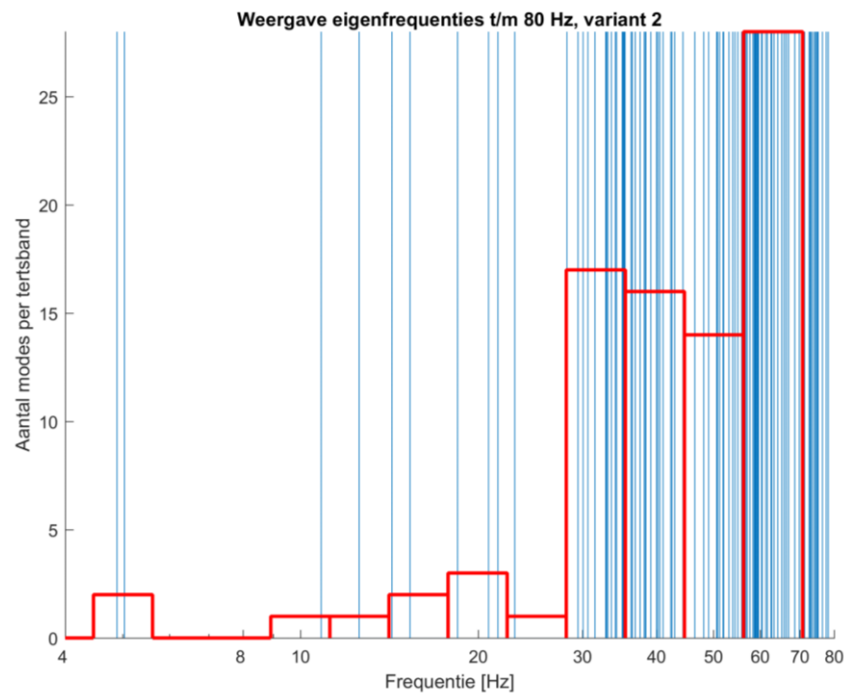
De berekende eigenfrequenties per variant zijn grafisch weergegeven in figuren 32, 33 en 34 voor het referentiemodel en de twee varianten, waarin ook een histogram het aantal modes per tertsbands weergeeft. Opvallend is de lagere dichtheid van eigenfrequenties bij variant 2, maar ook de veranderde verdeling van eigenfrequenties voor beide varianten.



Figuur 32 Berekende eigenfrequenties en aantal per tertsbands voor het referentiemodel.



Figuur 33 Berekende eigenfrequenties en aantal per tertsbands voor model variant 1.



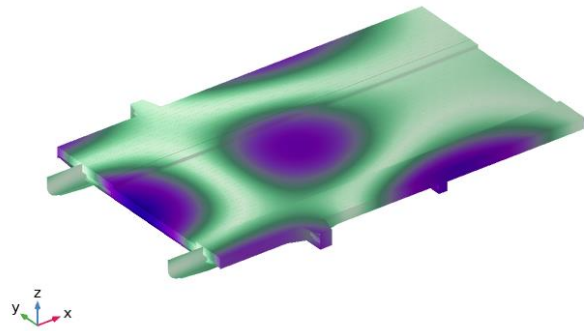
Figuur 34 Berekende eigenfrequenties en aantal per tertsband voor model variant 2.

Om het gedrag van specifieke frequentiepieken te verklaren is inzicht nodig in de eigentrilvormen. Deze zijn in bijlage B weergegeven voor de meest relevante modes. De selectie is vooral gemaakt op basis van zichtbare dektrillingen, echter kunnen bepaalde modes aan de onderzijde ook relevant zijn, waarbij deze echter veeltalig en zeer lokaal kunnen zijn.

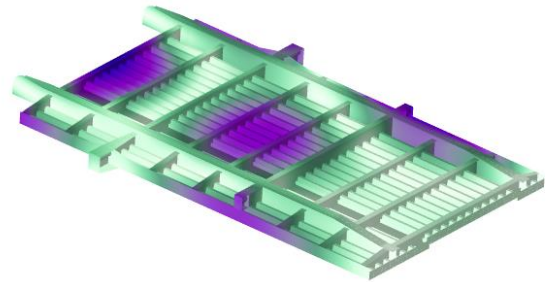
Hieronder worden de enkele belangrijke modes van het referentiemodel bij 19, 25 en 31 Hz getoond in figuren 35 en 36.

Opvallend is de vervorming van de uiteinden van het dek bij de modes van 18,5 en 18,8 Hz, die gevoelig kunnen zijn voor op- en afrijden. Bij deze modes is er ook een lokale vervorming van het dekmidden dat mogelijk goed koppelt met akoestische modes onder de brug.

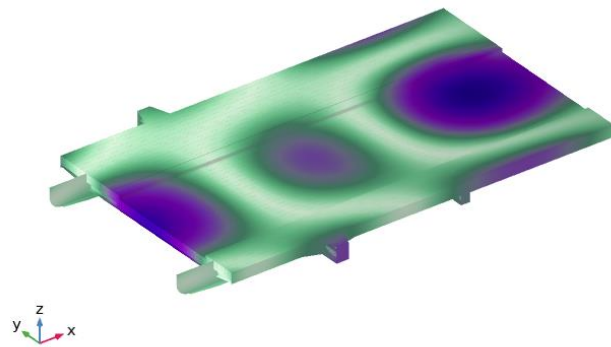
Eigenfrequency= $18.519+0.46268i$ Hz Surface: Total displacement (m)



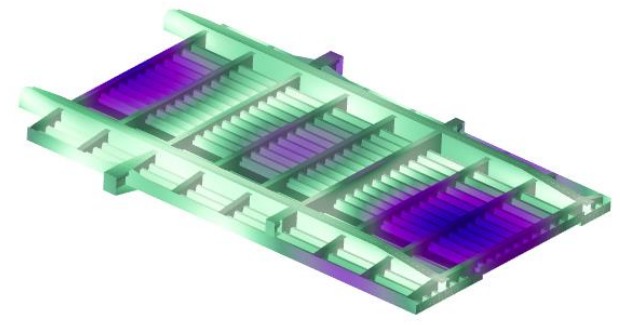
Eigenfrequency= $18.519+0.46268i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $18.835+0.47059i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $18.835+0.47059i$ Hz Surface: Total displacement (m)

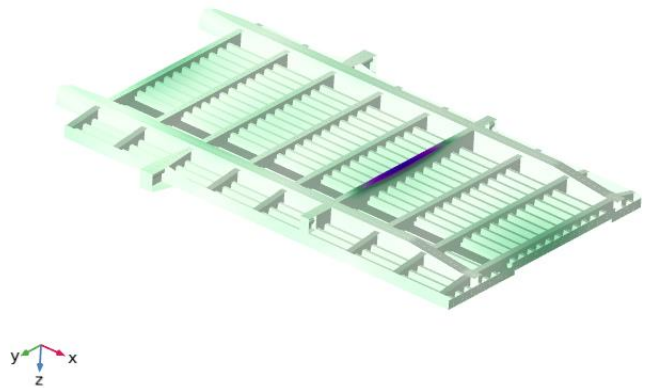


Figuur 35 Eigentrilvormen van het referentiemodel bij 18,5 en 18,8 Hz.

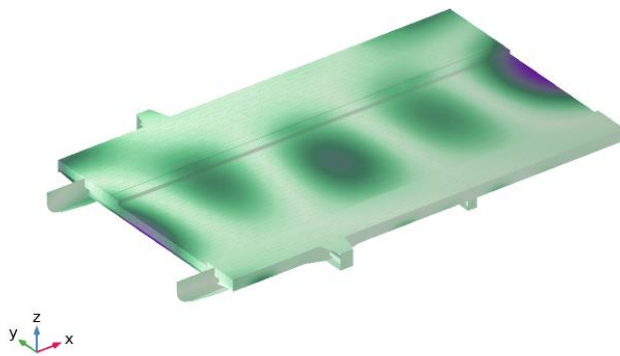
Eigenfrequency= $24.825+0.62025i$ Hz Surface: Total displacement (m)



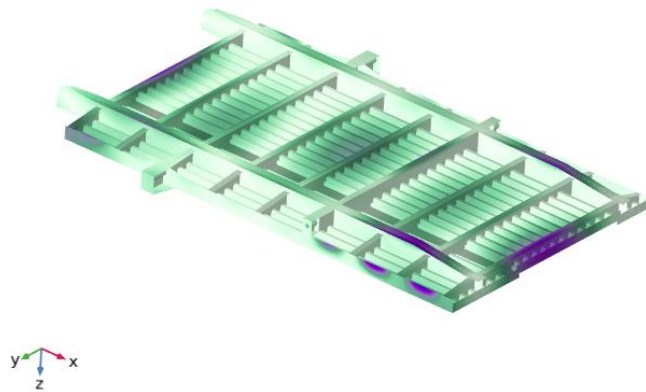
Eigenfrequency= $24.825+0.62025i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $30.981+0.77403i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $30.981+0.77403i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Figuur 36 Enkele eigentrilvormen van het referentiemodel bij 24,8 en 31,0 Hz.

3.4 Analyse en synthese

Uit de vergelijking van responsiespectra van de twee varianten met het referentiemodel is te zien dat een reductie mogelijk is in de ordegrrootte van 10 dB voor de sterkste frequentiepieken bij 19 en 25 Hz bij zowel varianten 1 en 2.

Variant 2 levert potentieel de grootste reductie op, in de belangrijke frequentiebanden van 20 en 25 Hz, een gemiddelde geluidreductie van 8-12 dB. Voor de 32 Hz band en hoger ligt de reductie tussen 3-7 dB. Variant 1 geeft vanaf de 20 Hz band gemiddeld 3-9 dB reductie behalve in de 40 Hz band.

De reducties verschillen per rijstrook, oplopend tot 10 dB in bepaalde frequentiebanden, hetgeen mogelijk is wegens de asymmetrie van de constructie van de beschouwde brug. Bij variant 1 trad bij 40 Hz ook een lichte toename of geen reductie op, hetgeen naar verwachting op te lossen is door middel van nadere optimalisatie van de constructie.

De hier gekozen varianten zijn alleen vormgegeven om het potentiële effect op geluid te beoordelen. Het toevoegen van één of meer langsliggers stuit vooralsnog op bezwaren bij ontwerpers in verband met vermoeiing, maar mogelijk is dit oplosbaar middels een andere vormgeving

4 Conclusies en aanbevelingen

4.1 Conclusies

Twee aspecten van modellering van laagfrequent geluid van stalen verkeersbruggen zijn onderzocht met behulp van eindige elementen modellen: het excitatiemodel en de effecten van positionering van langsliggers.

Modellering van de excitatie

De ruimtelijke verdeling van de excitatie van het rijdek en soort excitatie is onderzocht, waarbij verschillende modellen zijn vergeleken:

- puntkrachtextcitatie met middeling over een aantal discrete punten op de rijlijnen;
- stochastische drukexcitatie verdeeld over de contactbanen van de banden over de hele deklengte;
- bewegende excitatie met een statische druk in het contactvlak van de banden bewegend over het dek.

Puntexcitatie en stochastische excitatie zijn stationair en bevatten geen effecten van beweging van het voertuig over het dek, terwijl bewegende drukexcitatie dat wel omvat. Verder is puntkrachtextcitatie op basis van een harmonische kracht in één punt, waarbij naderhand over meerdere berekeningen wordt gemiddeld, terwijl stochastische berekening uitgaat van een drukverdeling met random fase over een oppervlak. Bewegende excitatie gaat in principe uit van een statische druk, die wordt omgerekend naar een effectieve drukspectrum als functie van de rijnsnelheid.

De drie methodes zijn onderling vergeleken aan de hand van een brug met twee rijstroken, de brug Meppelerdiepsluis, waarvan metingen beschikbaar waren van enkelvoudige passages van zware voertuigen. Daarbij is genormaliseerd naar een gemiddeld gemeten trillingsniveau op de brug die sterk correleert met het geluidniveau onder brug. Op deze wijze kon met een structurele FEM berekening worden volstaan en kon voor de drie methodes een equivalente excitatiespectrum worden bepaald, die hetzelfde trillingsspectrum oplevert.

Deze excitatiespectra verschillen per definitie omdat zij andere grootheden per methode hebben: kracht of druk, harmonisch of stochastisch, bewegend of quasi-stationair.

Bij alle drie methodes is een ruimtelijke verdeling over het rijdek toegepast die zo dicht mogelijk bij de werkelijkheid ligt, namelijk met een verdeling over de banen van de banden op het rijdek.

De methode met bewegende drukexcitatie is in staat effecten van rijnsnelheid en asconfiguratie in relatie tot bruglengte en contactvlak te bepalen. Een excitatiemodel is opgezet dat deze samenhang beschrijft en omzet in een drukverdeling in het frequentiedomein. Belangrijke inzicht is dat het excitatiespectrum afhangt van de rijnsnelheid, bruglengte, contactvlaklengte en asconfiguratie, waarbij dips in het spectrum ontstaan als functie van deze parameters. Gevolg is dat de trillings- en geluidspectra niet lineair van de snelheid afhangen en dus niet altijd een lineair niveau verloop met de toenemende snelheid

zullen hebben. Meettechnische validatie van dit effect zou modellering van de gemeten voertuigen vereisen wegens de invloed van de asconfiguratie en snelheid.

De bewegende druk methode is niet noodzakelijk ter beoordeling van constructievarianten.

De stochastische methode is relatief eenvoudig omdat maar één rekenslag nodig is. De berekende admittanties hebben echter wegens de gebruikte grootte druk en de aard van de stochastische excitatie met random fase over een oppervlak een veel lager niveau dan puntkrachtadmittanties.

Voor alle drie methodes worden eigenfrequenties en -trilvormen berekend, waarbij de belangrijkste overeenkomen. Een beperkt aantal eigenfrequenties, met name bij 19 en 25 Hz, zijn geverifieerd met eerdere metingen en berekeningen, waarvan bekend was dat hoge geluidsniveaus bij die frequenties optraden. De bijbehorende trilvormen kenmerken zich door vervorming van de dekranden en van het dekmidden, die mogelijk akoestisch goed koppelen met de ruimte onder de brug.

Het effect van op- en afrijden kon nog niet worden bepaald wegens de complexiteit van de berekening, maar is in een vervolgstap met de onderzochte methodieken wel mogelijk. Wel kon het verschil in rijstrook worden bepaald, hetgeen op de beschouwde brug tot enkele dB verschil kan leiden, daarbij overwegend dat de brug niet symmetrisch is.

Positionering langsliggers

De positionering van langsliggers is onderzocht aan de hand van de eerder gemodelleerde Meppelerdiepsluisbrug als referentie, en twee varianten met sterk verstijfde dek middels extra liggers. Hierbij is gerekend met stochastische excitatie op twee contactbanen en apart per rijstrook.

Voor de varianten is geen rekening gehouden met andere ontwerpisen zoals sterkte, stijfheid of vermoeiing. Het ging hier primair om het akoestische effect van de liggerpositionering.

Variant 1 bestond uit 4 langsliggers van hetzelfde type als de twee oorspronkelijke, alle onder rijlijnen, waarbij de twee oorspronkelijke zijn verschoven en twee nieuwe zijn toegevoegd. Variant 2 bestond uit vier extra langsliggers, alle onder rijlijnen, met de hoogte gelijk aan de dwarsdragers met de twee hoofdliggers onveranderd. Het dek en de troggen waren voor beide varianten hetzelfde als het referentiemodel.

Uit de vergelijking van responsiespectra van de twee varianten met het referentiemodel is te zien dat een reductie mogelijk is in de ordegrootte van 10 dB voor de sterkste frequentiepieken bij 19 en 25 Hz bij zowel varianten 1 en 2.

Variant 2 levert potentieel de grootste reductie op, in de belangrijke frequentiebanden van 20 en 25 Hz, een gemiddelde geluidreductie van 8-12 dB. Voor de 32 Hz band en hoger ligt de reductie tussen 3-7 dB. Variant 1 geeft vanaf de 20 Hz band gemiddeld 3-9 dB reductie behalve in de 40 Hz band.

De reducties verschillen per rijstrook, oplopend tot 10 dB in bepaalde frequentiebanden, hetgeen mogelijk is wegens de asymmetrie van de constructie van de beschouwde brug.

4.2 Aanbevelingen

Modelontwikkeling

In deze studie is een verdere stap gemaakt in de modellering van de excitatie bij stalen verkeersbruggen. Het verdient aanbeveling deze modellen nader te toetsen in toekomstige projecten. De bewegende druk methode is relevant om inzicht te verkrijgen in effecten van snelheid, voertuigconfiguratie en bruggeometrie, en kan worden toegepast om effecten in metingen te verklaren en valideren.

Voor de drie methodes is een indicatief excitatiespectrum geproduceerd die mogelijk te gebruiken is in standaard berekeningen – ook dit zou nadere toetsing vergen aan andere bruggen. Een gelijkwaardige berekening van de vibro-akoestische overdracht van excitatie naar geluid voor enkele brugmodellen zou hiervoor nodig zijn.

Verder is nadere beschouwing nodig of de excitatiespectra uitgevlakt dienen te worden voor dat doeleinde, en hoe zij in specificaties mogelijk te gebruiken zijn.

De hier toegepaste parameterwaardes voor band-wegdek krachten zouden mogelijk moeten worden aangepast aan de nieuwste inzichten. De verwachting is echter dat de conclusies van deze studie ongewijzigd blijven.

Toepassing bij brugberekeningen

Als het gaat om vergelijking van de geluidemissie van brugontwerpvarianten kunnen zowel de stochastische als de puntkrachtmethodes worden toegepast. De bewegende drukmethode is vooral voor configuratie-specifieke vragen relevant.

Uit de meetdata van de Meppelerdiepsluisbrug, de Schinkelbrug en de Wantijbrug bleek dat de verhouding geluid onder de brug met het trillingsniveau aan de brugrand zeer goed correleerde, zij het dat dit per brug verschilt en van de meetposities afhangt. Deze overdrachtfunctie is goed bruikbaar bij beoordeling van andere bruggen, of om de rekeninspanning te beperken, door alleen de structurele responsie door te rekenen zoals in deze studie is uitgevoerd.

Nadere validatie

De volgende topics zijn relevant voor nadere validatie:

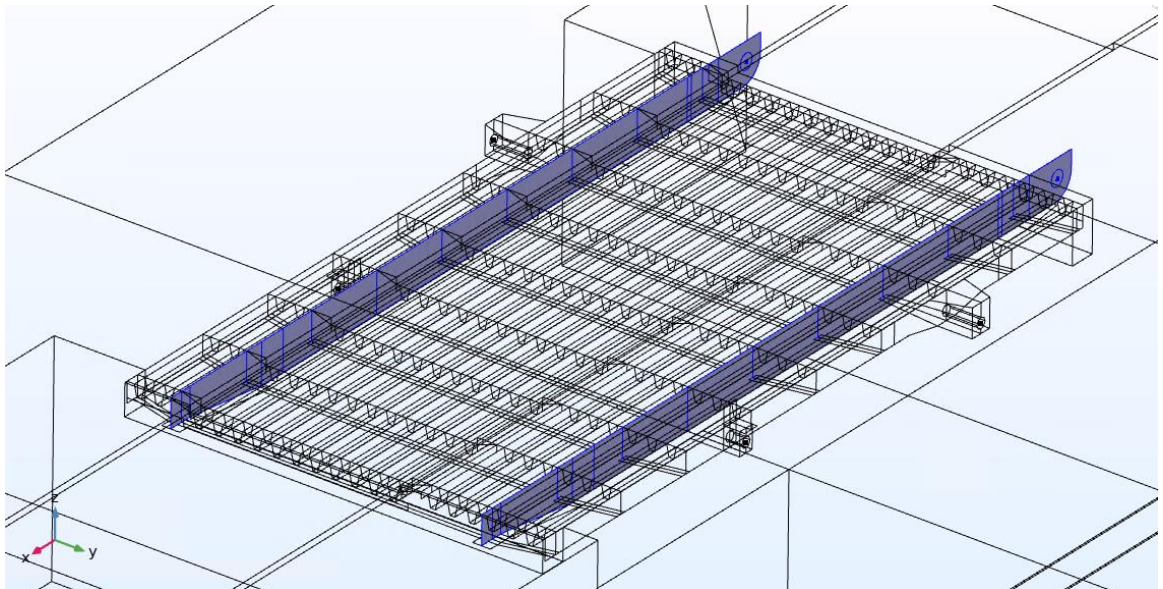
- berekening van de vibro-akoestische overdracht in combinatie met gemeten geluid onder de brug en herleiding naar excitatiekracht of druk; om dit te vergelijken zijn metingen en berekeningen nodig die volgens dezelfde systematiek zijn uitgevoerd;
- effect van de snelheid: hiervoor dient het gemeten voertuig ook te worden gemodelleerd om een correcte vergelijking te kunnen maken;
- Effect van rijstroken op geluid; hiervoor dienen in metingen passages van hetzelfde voertuig op beide rijstroken te worden vergeleken.

5 Referenties

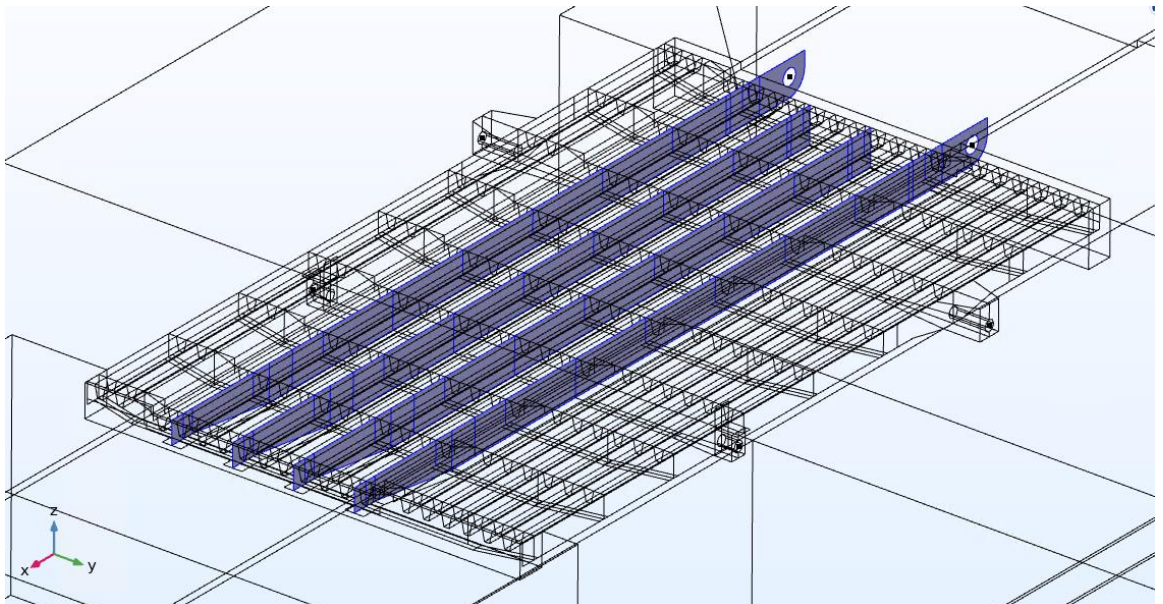
- [1] M.G. Dittrich, A.P. Berkhoff, Inventarisatie en werkplan geluidreducerende maatregelen stalen verkeersbruggen, TNO rapport nr. TNO 2019 R11877, maart 2020.
- [2] Ph. H. van den Dool, Stille brug 2014 - Evaluatie Kruiswaterbrug en update R&M stalen bruggen, Rapport C60-PDO-KA-1400030, Movares, 16 juli 2015.
- [3] M.G. Dittrich, C. Bosschaart, A.P. Berkhoff, H. Jansen, F. Staats & T.H. Jansen: Schinkelbruggen: Modelleren, inputgegevens en deelresultaten voor geluidreducerende maatregelen, TNO-rapport nr. TNO 2019 R10993, voor Zuidplus, Den Haag, september 2019.
- [4] M.G. Dittrich & A.P. Berkhoff: Akoestische equivalentie van ontwerpvarianten van de Wantijbrug, TNO-rapport TNO 2018 R10956 voor Vialis, Den Haag, augustus 2018.
- [5] M.G. Dittrich, A. P. Berkhoff, H.W. Jansen, R. Kurylek: Geluidreducerende maatregelen ophaalbrug sluiscomplex Meppelerdiep, TNO-rapport TNO 2019 R10157 voor Rijkswaterstaat, Den Haag, februari 2019.
- [6] M.G. Dittrich, C. Bosschaart, E. Brouns & A. Berkhoff: Geluidreductie analyse voor het ontwerp van de nieuwe Wantijbrug N3, TNO-rapport TNO 2017 R10443 voor Rijkswaterstaat, Den Haag, april 2017.
- [7] M.G. Dittrich, H.W. Jansen, F. Staats & R. Müller: Geluidonderzoek maatregelen Schinkelbrug A10, TNO-rapport nr. TNO 2015 R11677 voor Zuidasdok, Den Haag, januari 2016.
- [8] M.G. Dittrich, F. Staats, H.W. Jansen, R. Kurylek, A. Eisses, Geluidemissie van de Wantijbrug vóór en ná vervanging van de vallen, TNO rapport TNO 2020 R11790, Den Haag, November 2020.

A FEM modellen

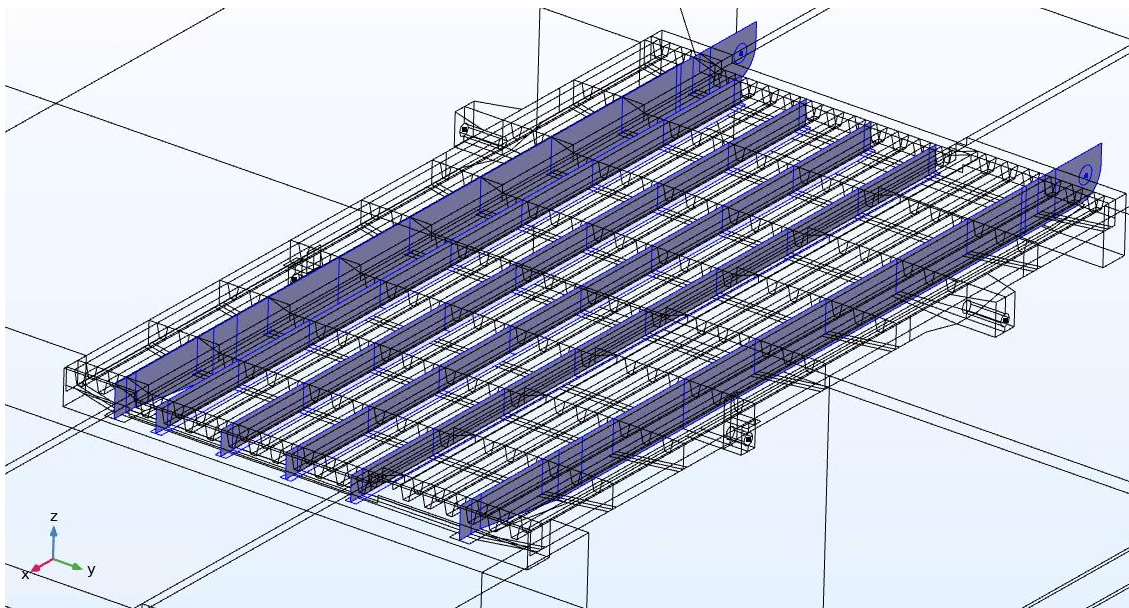
Hieronder staan aanzichten van het FEM model van de referentieconstructie en van de twee varianten waarbij verschillende hoofdcomponenten gekleurd zijn weergegeven. Alleen de hoofdligger configuratie is verschillend voor variant 1 en 2, getoond in figuren A.2 en A.3.



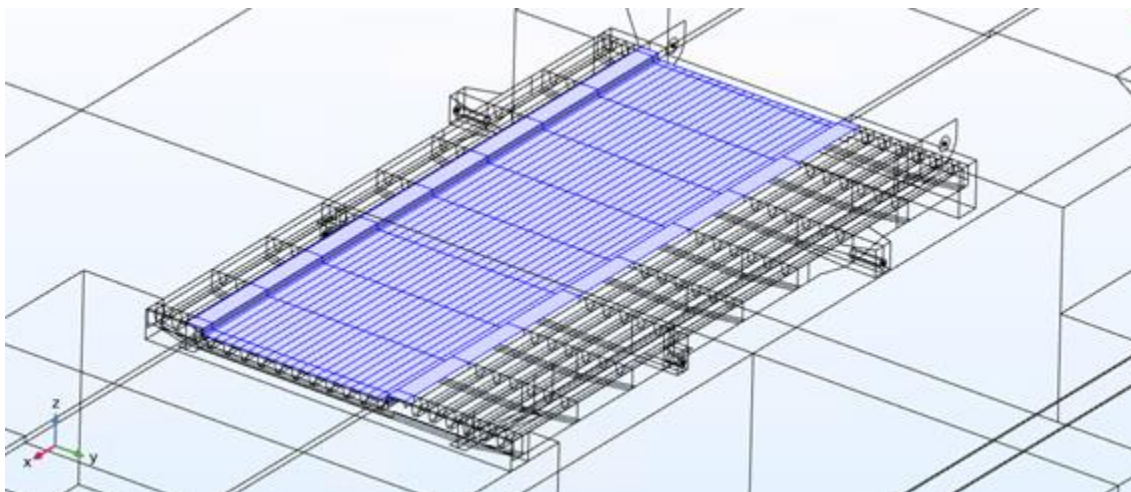
Figuur A.1 Hoofdliggers in het referentiemodel.



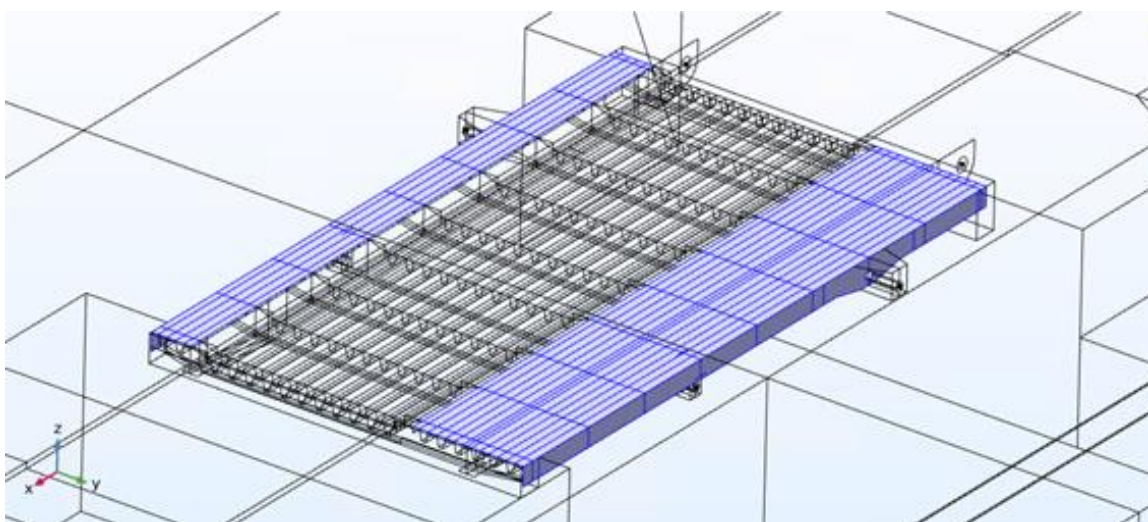
Figuur A.2 Hoofdliggers in modelvariant 1.



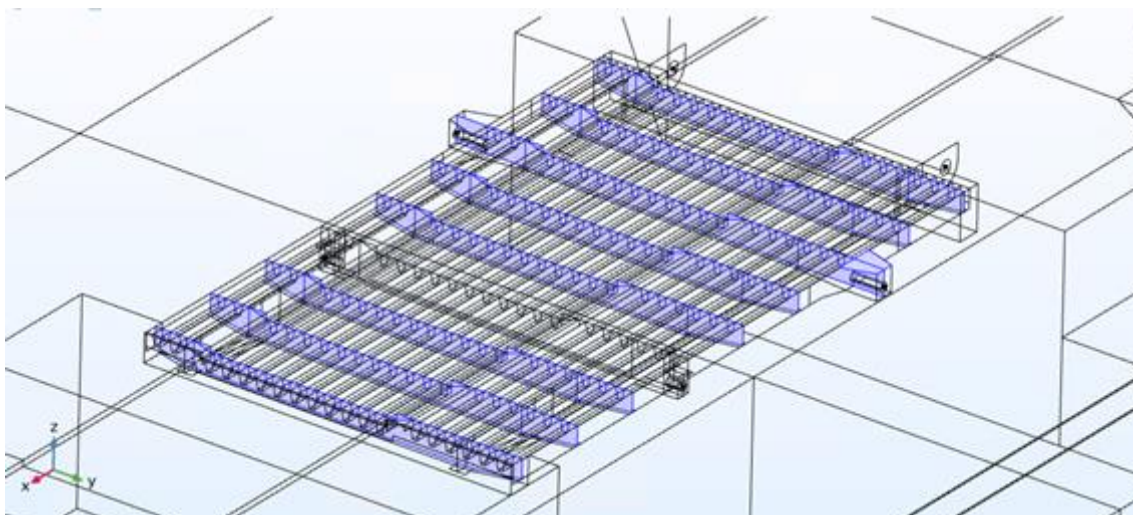
Figuur A.3 Hoofdliggers en toegevoegde langsliggers in modelvariant 2.



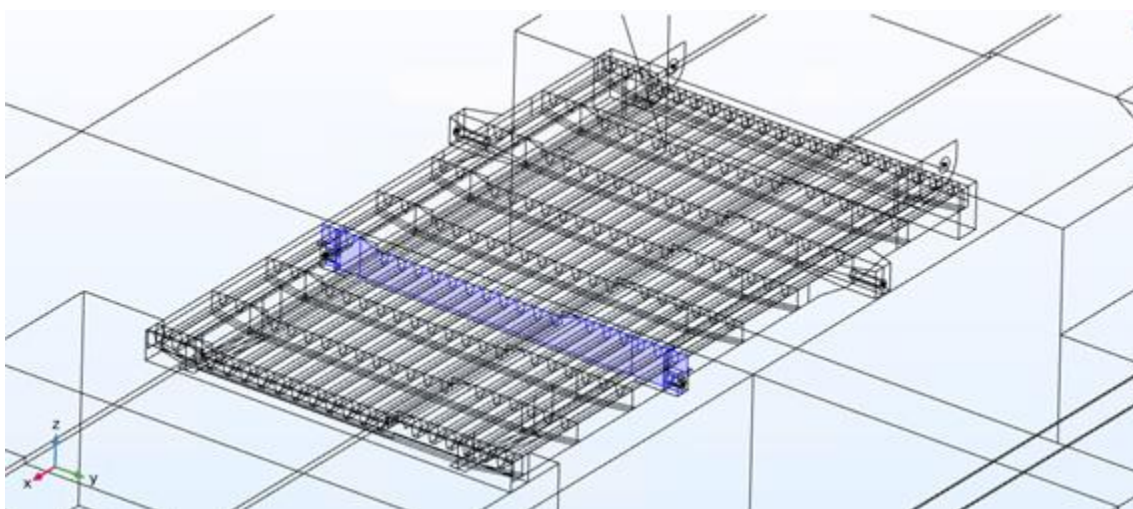
Figuur A.4 Rijbaan van het brugdek, dikte 20 mm.



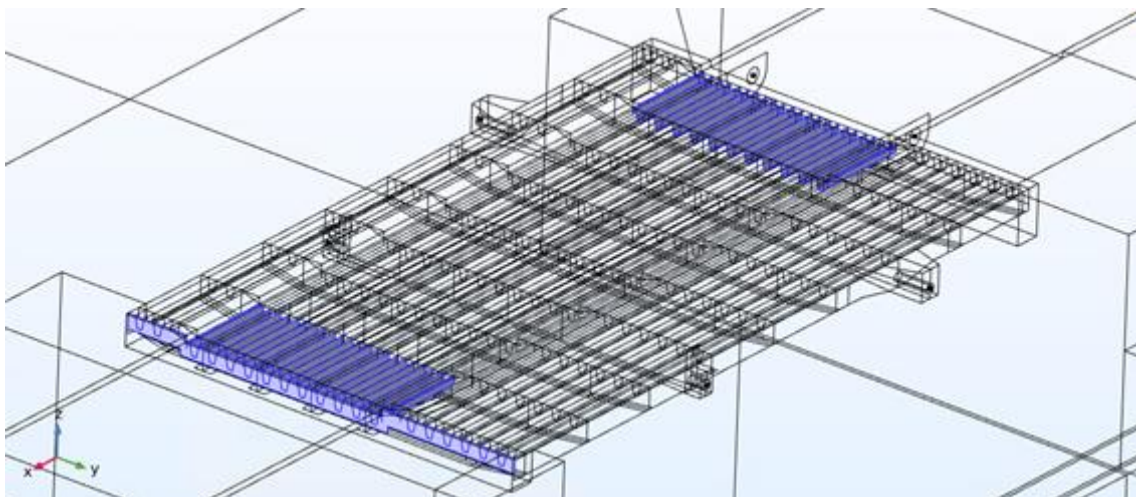
Figuur A.5 Voetpaden met dikte 15 mm.



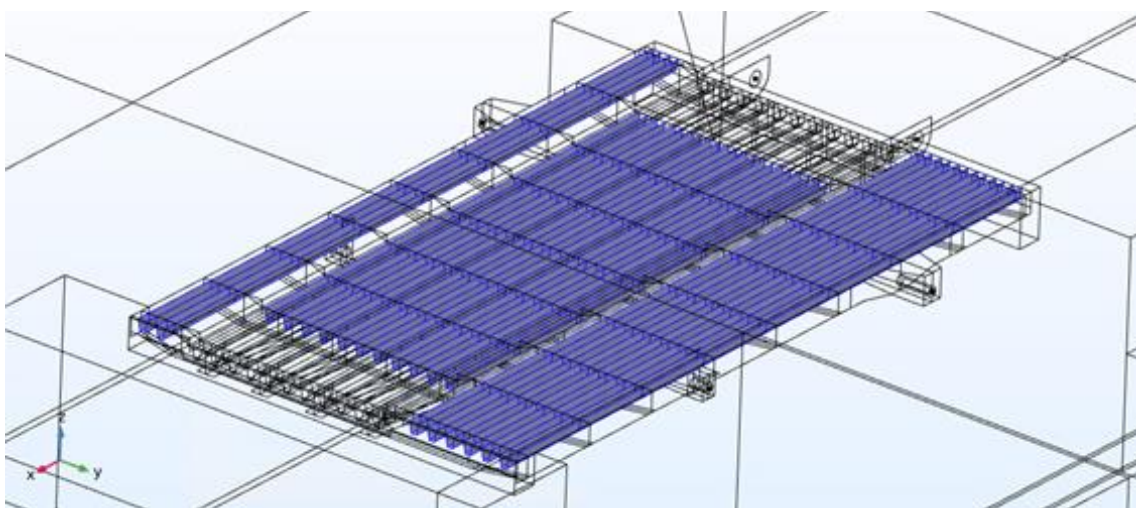
Figuur A.6 Dwarsdragers met dikte 15 mm.



Figuur A.7 Dwarsdrager met dikte 20 mm.



Figuur A.8 Trogprofielen met dikte 8 mm.



Figuur A.9 Trogprofielen met dikte 6 mm.

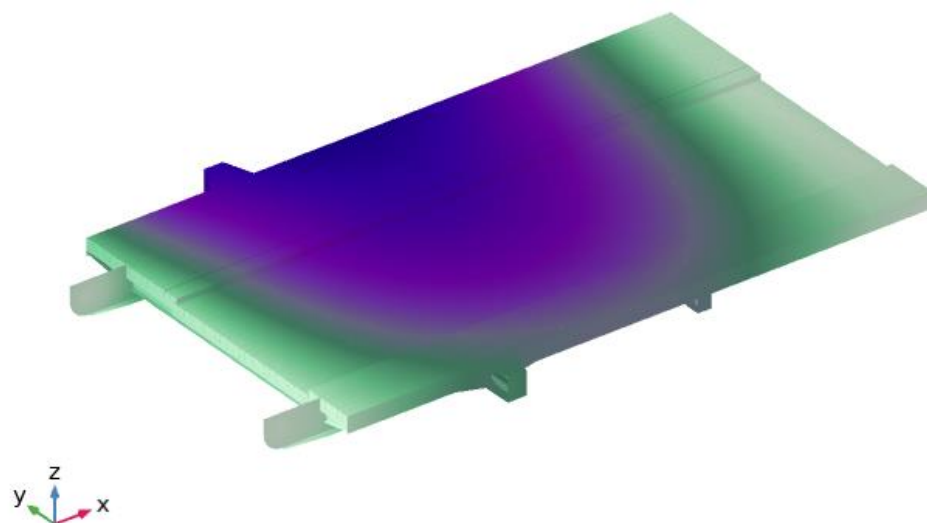
B Eigenfrequenties en eigentrilvormen

Hieronder worden alle berekende eigenfrequenties en geselecteerde eigentrilvormen van de drie FEM berekeningen weergegeven, met name modes waarbij het dek zichtbaar vervormt. De lagere modes onder 17 Hz zijn minder relevant voor geluid, maar kunnen eventueel een rol spelen in de globale vervorming hetgeen de excitatiekrachten mogelijk kan beïnvloeden. De vetgedrukte eigenfrequenties zijn als pieken in de curves van het reële deel van de admittantie goed terug te zien.

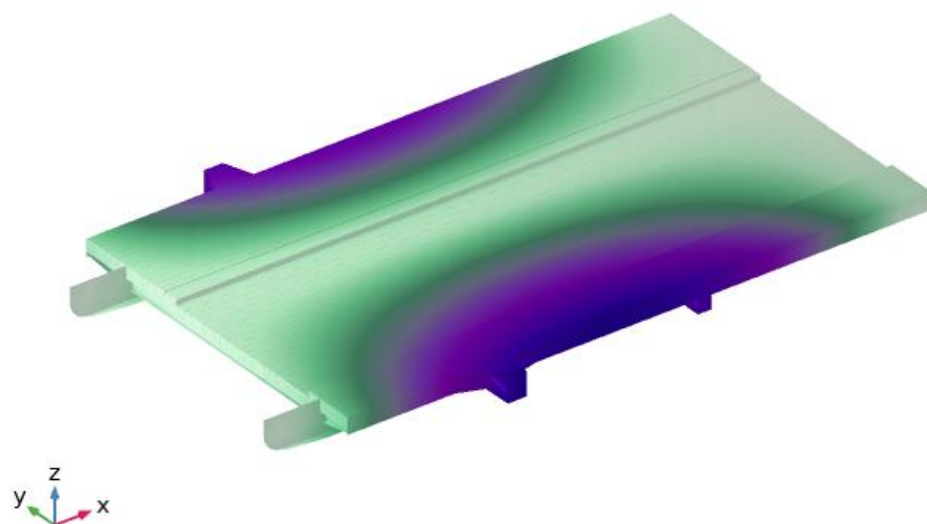
Tabel B.1 Berekende eigenfrequenties van het referentiemodel.

Volgnummer	Eigenfrequentie [Hz]									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-10	4,8	5,1	11,2	12,7	14,2	15,4	18,5	18,8	21,5	23,0
11-20	24,3	24,8	28,9	30,2	30,3	31,0	31,7	32,8	32,9	32,9
21-30	33,1	33,6	34,1	34,3	35,0	35,1	35,1	35,2	35,3	36,3
31-40	36,4	36,9	37,8	38,0	38,3	38,4	38,9	39,7	40,1	40,2
41-50	40,5	40,7	41,2	41,5	41,7	41,9	42,0	42,0	42,5	43,5
51-60	43,6	44,5	44,7	46,6	48,1	49,1	50,6	50,8	51,2	51,9
61-70	52,1	52,1	52,2	52,3	52,4	52,7	53,5	53,8	54,2	54,4
71-80	54,8	55,5	55,8	56,3	56,5	56,6	56,8	56,8	57,0	57,5
81-90	57,6	58,6	58,8	58,8	58,9	59,0	59,2	59,7	60,1	60,4
91-100	60,6	61,7	62,6	62,6	62,9	63,0	64,2	65,0	66,1	66,3
101-110	68,3	68,7	70,1	70,6	71,3	71,4	71,7	72,3	72,6	73,2
111-120	73,2	73,6	74,2	74,6	74,6	74,9	74,9	76,6	76,9	78,3
121-130	78,5	78,6	78,7	78,8	80,5	81,0	82,4	83,1	83,9	84,4
131-140	85,0	85,2	85,6	85,7	86,3	87,0	87,0	87,2	87,4	87,8
141-150	88,1	88,3	88,5	88,7	89,2	89,6	89,9	90,1	90,5	90,6
151-160	90,7	90,8	91,0	91,1	91,2	91,3	91,5	92,7	93,1	93,3
161-170	93,3	93,5	93,7	93,8	94,3	94,9	95,2	95,7	96,2	96,3
171-180	97,0	97,9	98,9	99,2	99,4	99,8	100,6	101,0	101,2	101,7
181-190	102,2	102,3	102,8	103,3	103,9	104,1	104,2	104,4	104,5	104,9
191-200	105,0	106,0	106,2	106,3	106,6	106,8	107,2	107,3	107,5	107,5

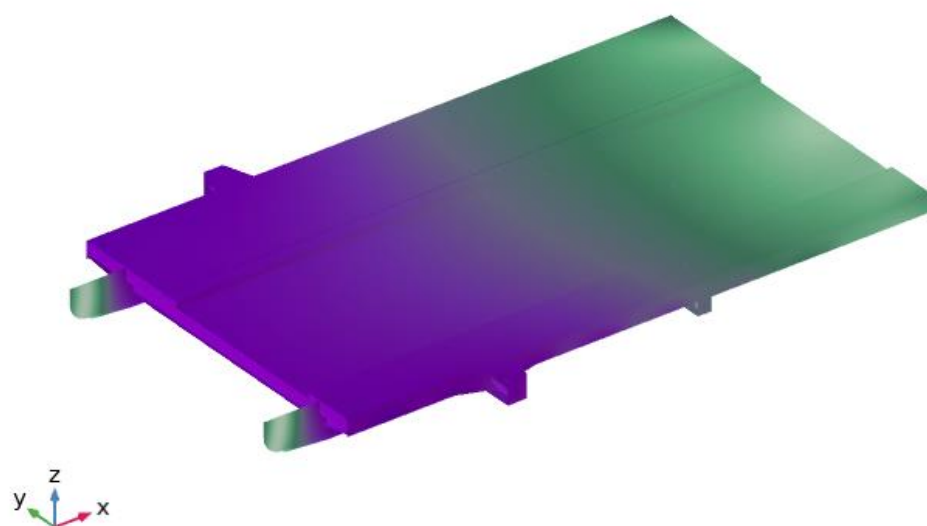
Eigenfrequency= $4.846+0.12107i$ Hz Surface: Total displacement (m)



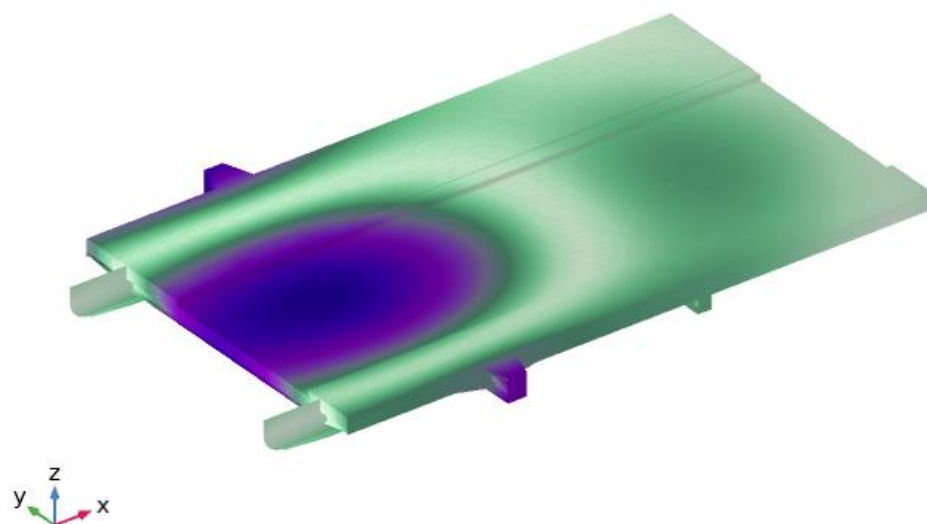
Eigenfrequency= $5.0595+0.12641i$ Hz Surface: Total displacement (m)



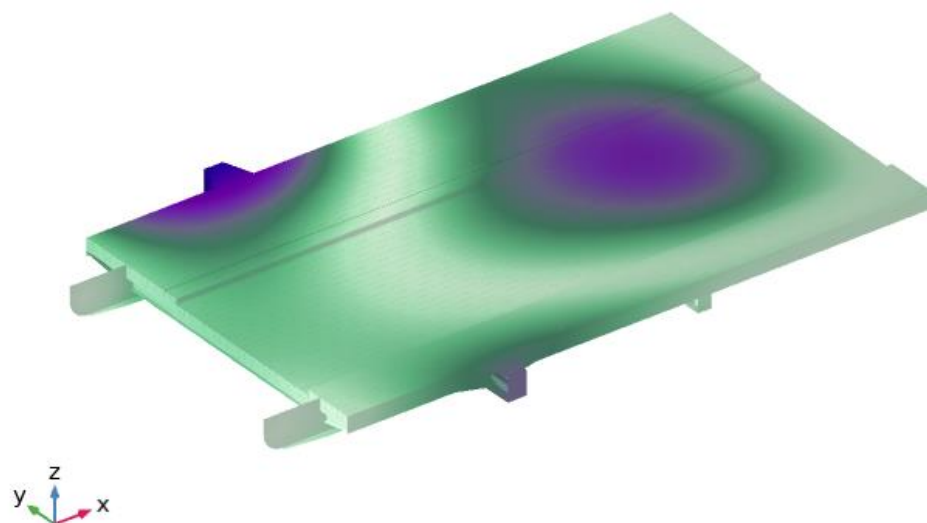
Eigenfrequency= $11.214+0.28017i$ Hz Surface: Total displacement (m)



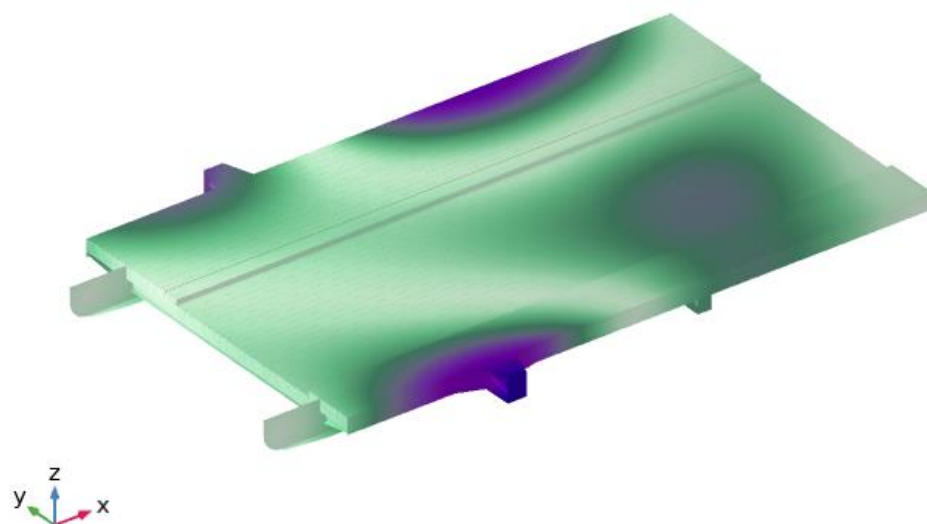
Eigenfrequency= $12.714+0.31766i$ Hz Surface: Total displacement (m)



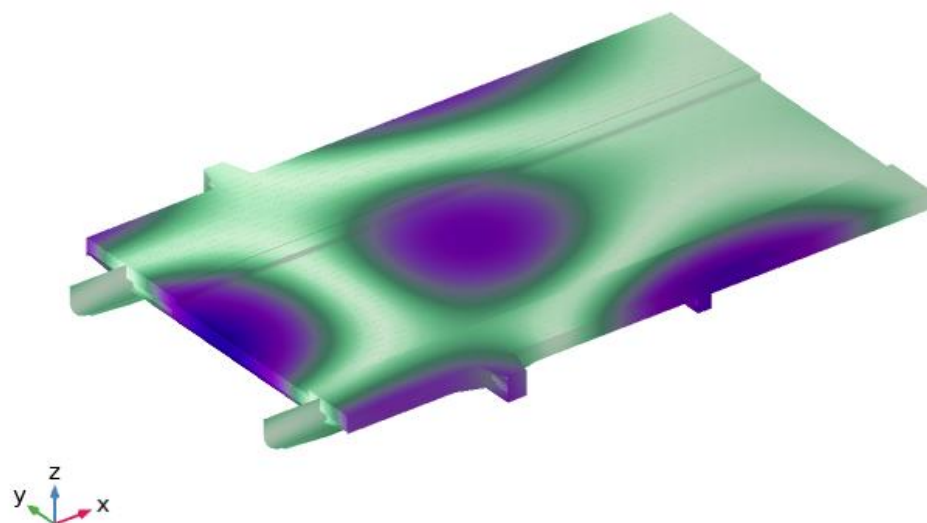
Eigenfrequency= $14.199+0.35474i$ Hz Surface: Total displacement (m)



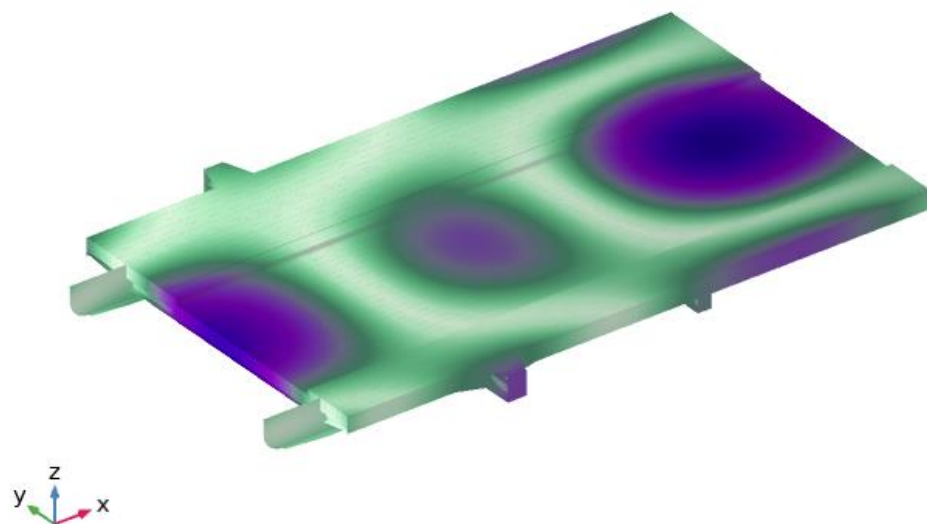
Eigenfrequency= $15.361+0.38379i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $18.519+0.46268i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $18.835+0.47059i$ Hz Surface: Total displacement (m)



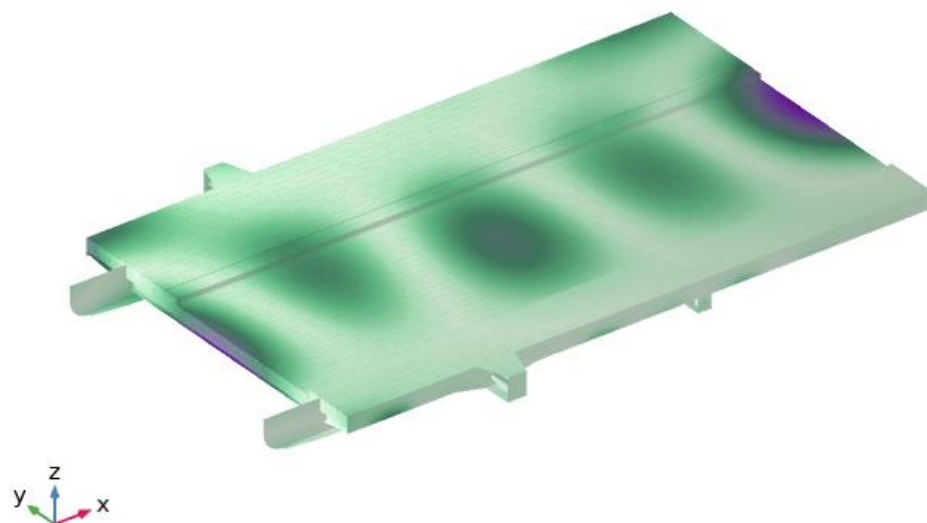
Eigenfrequency= $24.313+0.60743i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $24.825+0.62025i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $30.981+0.77403i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $43.538+1.0878i$ Hz Surface: Total displacement (m)



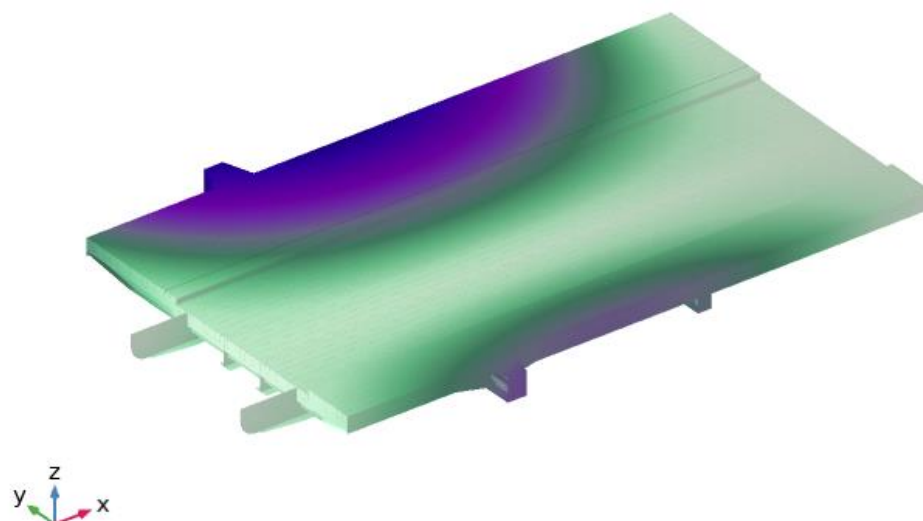
Eigenfrequency= $43.643+1.0904i$ Hz Surface: Total displacement (m)



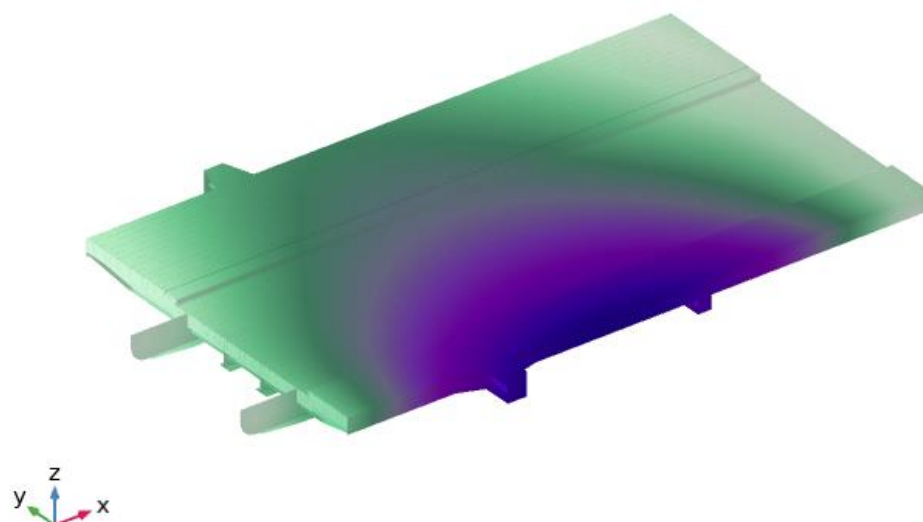
Tabel B.2 Berekende eigenfrequenties van modelvariant 1.

Volgnummer	Eigenfrequentie [Hz]									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-10	3,2	5,1	6,8	8,4	12,7	14,5	15,6	18,5	21,1	21,9
11-20	22,5	22,7	23,4	23,9	26,2	27,4	28,2	28,4	29,2	30,1
21-30	30,8	31,8	32,4	32,6	32,6	32,7	33,0	33,0	33,5	33,9
31-40	34,0	34,2	34,6	34,8	34,8	35,0	35,0	35,1	35,1	35,2
41-50	35,2	35,3	35,3	35,6	36,2	36,4	36,6	36,8	37,5	37,6
51-60	38,4	38,5	39,0	40,1	40,2	40,6	41,0	41,9	43,9	44,1
61-70	44,7	45,2	47,5	48,8	50,0	51,4	52,3	54,1	54,9	56,0
71-80	56,2	56,4	56,5	56,7	57,1	57,9	58,5	58,6	58,8	58,9
81-90	60,3	60,4	60,5	61,0	62,5	62,7	63,1	63,5	64,0	64,2
91-100	64,6	64,7	64,8	65,0	65,4	65,5	65,7	65,9	66,2	66,3
101-110	66,9	67,0	67,3	67,9	68,0	68,1	68,4	68,9	70,3	70,9
111-120	71,0	71,2	71,3	71,6	72,4	72,9	73,0	73,1	73,9	74,1
121-130	74,3	74,7	74,9	75,7	75,7	76,0	76,6	77,3	77,4	78,6
131-140	79,8	80,4	80,7	81,1	81,5	81,8	83,1	83,8	84,3	84,6
141-150	85,4	85,9	86,2	86,4	86,8	87,1	87,4	88,1	88,2	88,4
151-160	88,8	89,1	89,2	89,4	89,9	90,0	90,3	90,5	90,7	91,0
161-170	91,3	91,7	92,3	93,3	93,5	93,6	93,7	93,9	94,1	94,4
171-180	94,7	94,8	95,0	96,2	96,8	97,2	97,3	97,8	97,9	98,1
181-190	98,4	98,7	98,9	99,1	99,3	99,9	100,0	100,3	100,5	100,6
191-200	101,0	101,2	101,3	101,5	101,6	101,7	101,8	101,9	102,2	102,4

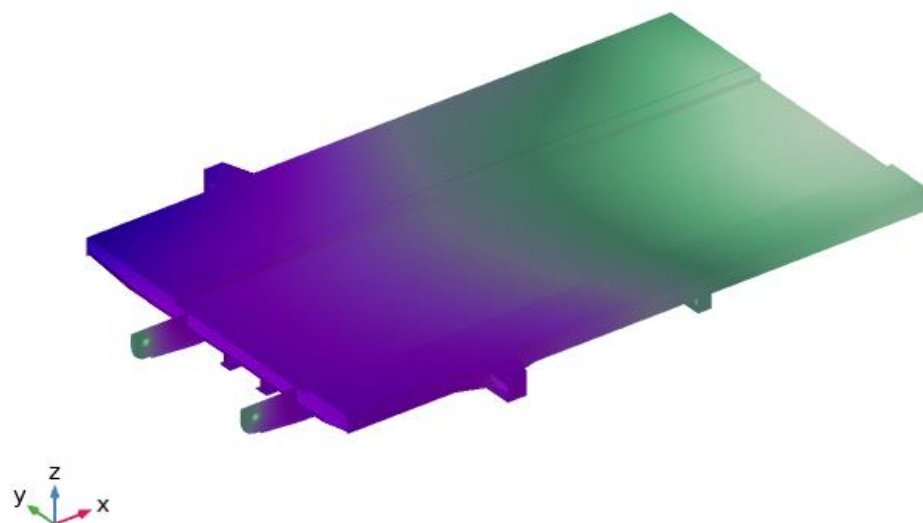
Eigenfrequency= $3.2041+0.080052i$ Hz Surface: Total displacement (m)



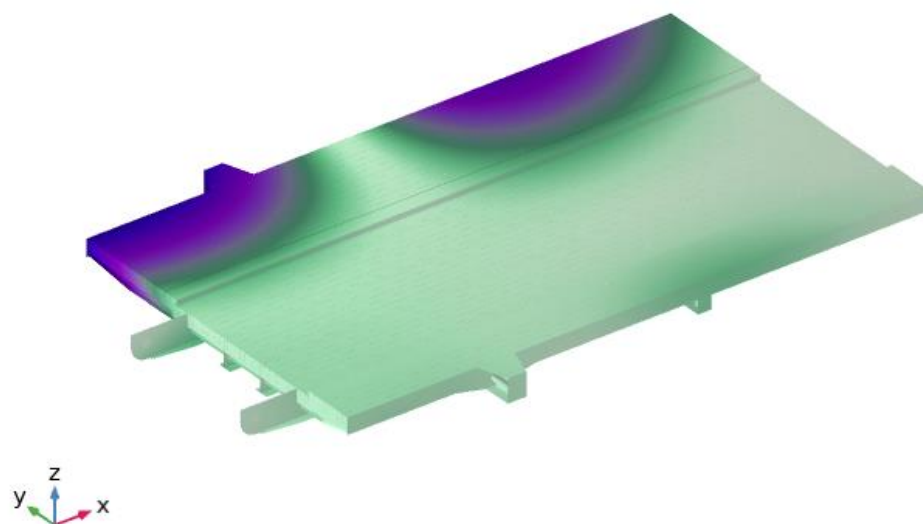
Eigenfrequency= $5.0614+0.12646i$ Hz Surface: Total displacement (m)



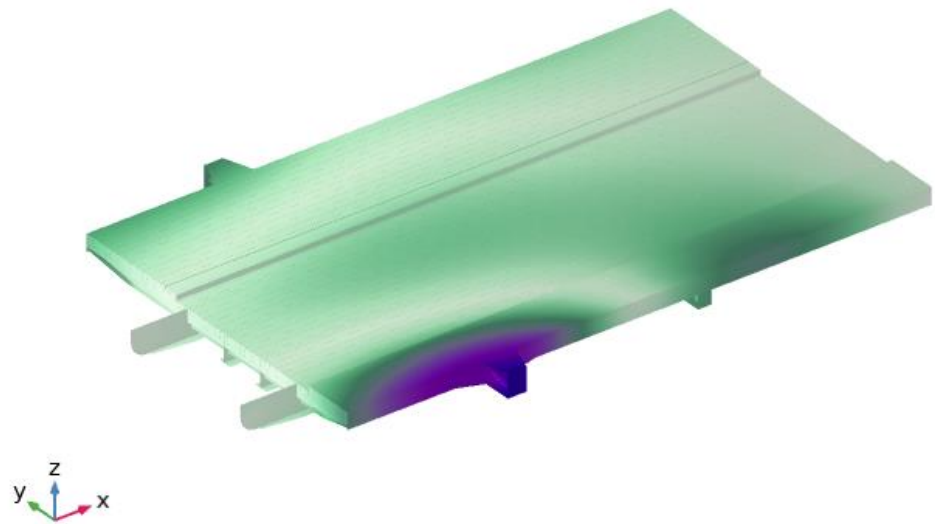
Eigenfrequency= $6.8151+0.17027i$ Hz Surface: Total displacement (m)



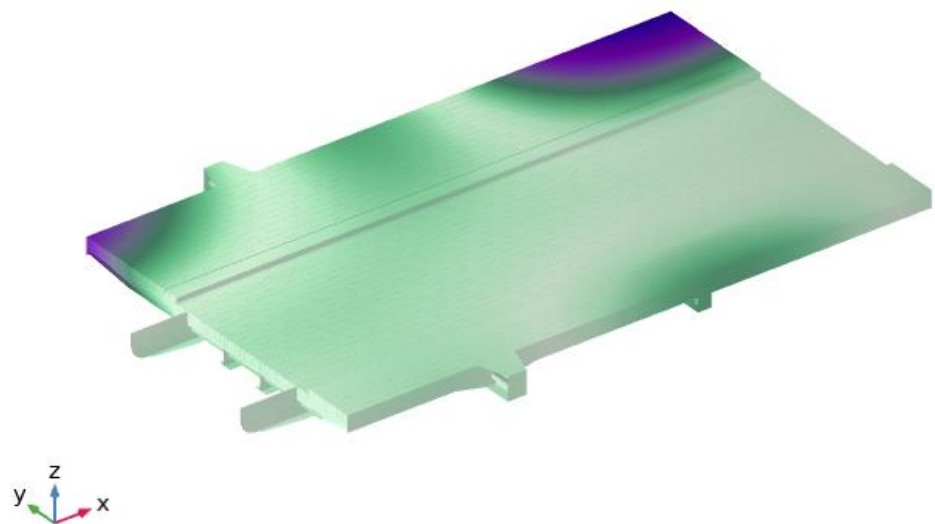
Eigenfrequency= $8.4063+0.21003i$ Hz Surface: Total displacement (m)



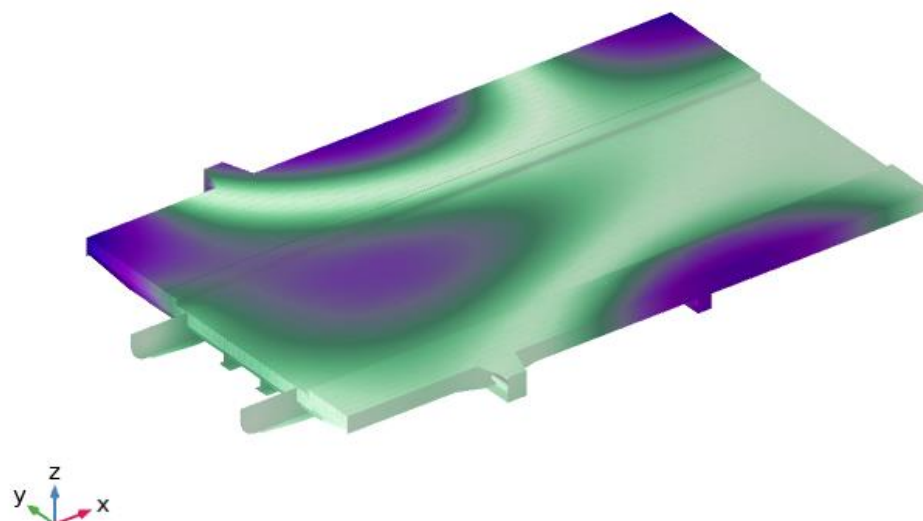
Eigenfrequency= $12.651+0.31608i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $14.526+0.36292i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $15.636+0.39066i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $18.538+0.46315i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $21.109+0.5274i$ Hz Surface: Total displacement (m)



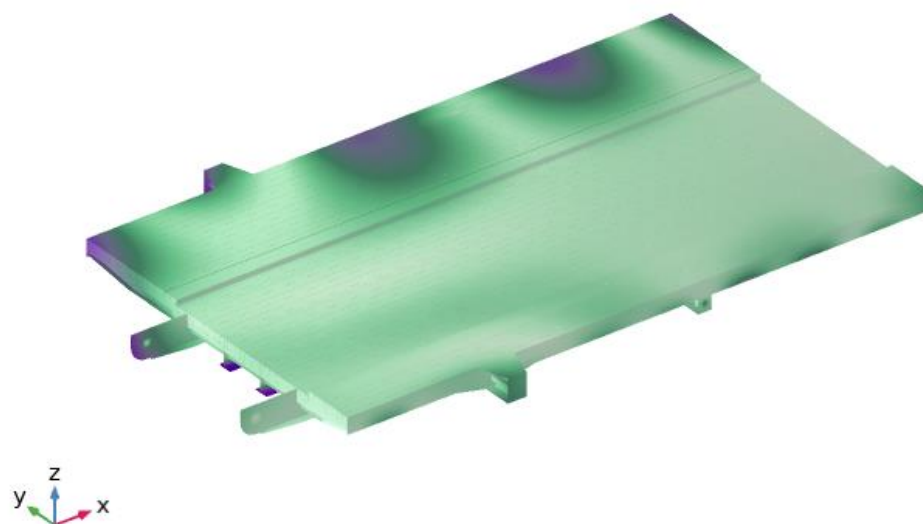
Eigenfrequency= $21.874+0.54652i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $26.165+0.65372i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $27.381+0.68411i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $29.233+0.73036i$ Hz Surface: Total displacement (m)



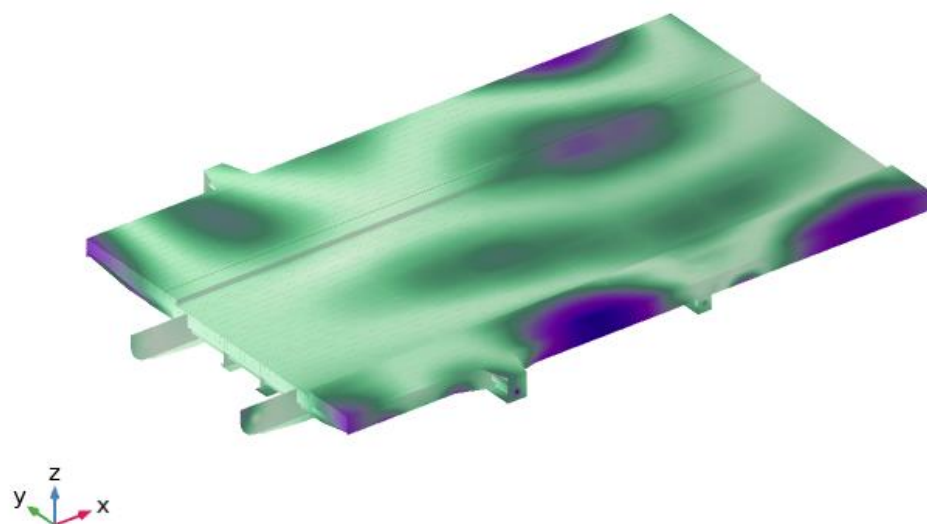
Eigenfrequency= $30.087+0.75172i$ Hz Surface: Total displacement (m)



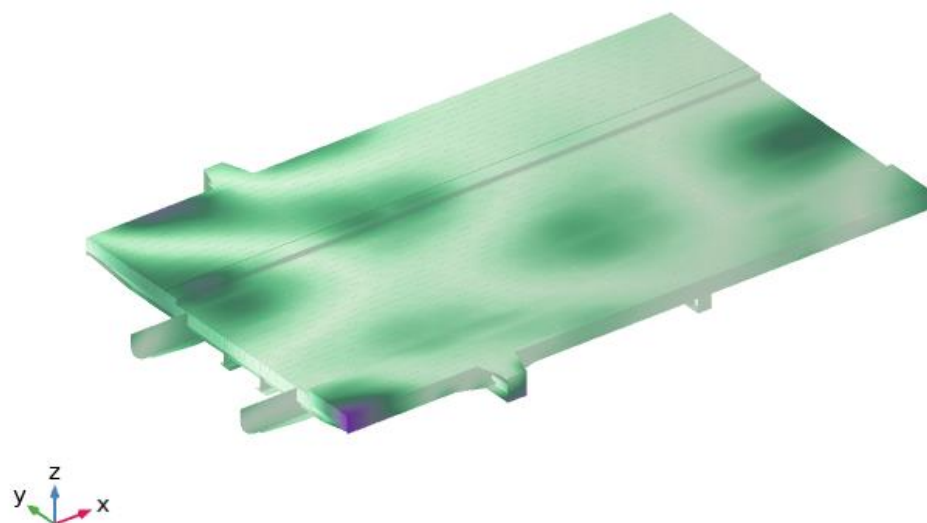
Eigenfrequency= $31.776+0.79391i$ Hz Surface: Total displacement (m)



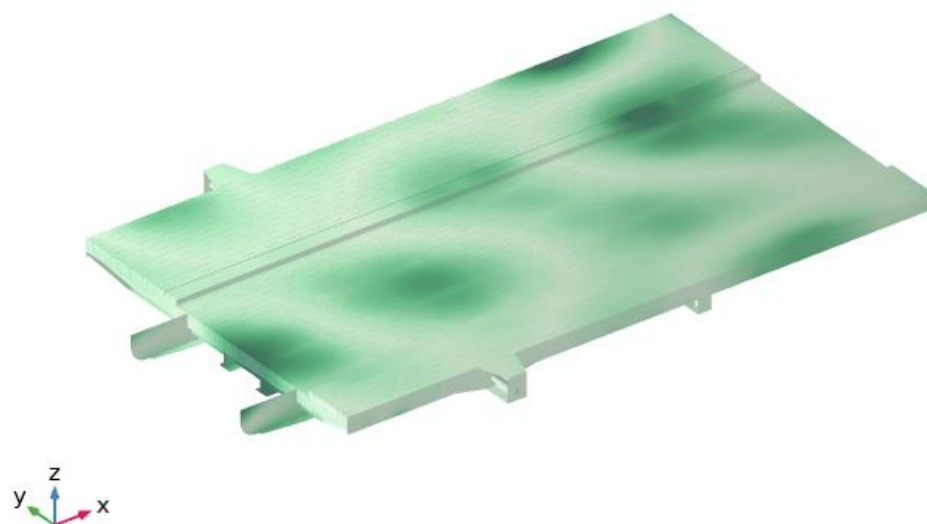
Eigenfrequency= $47.545+1.1879i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $54.124+1.3523i$ Hz Surface: Total displacement (m)



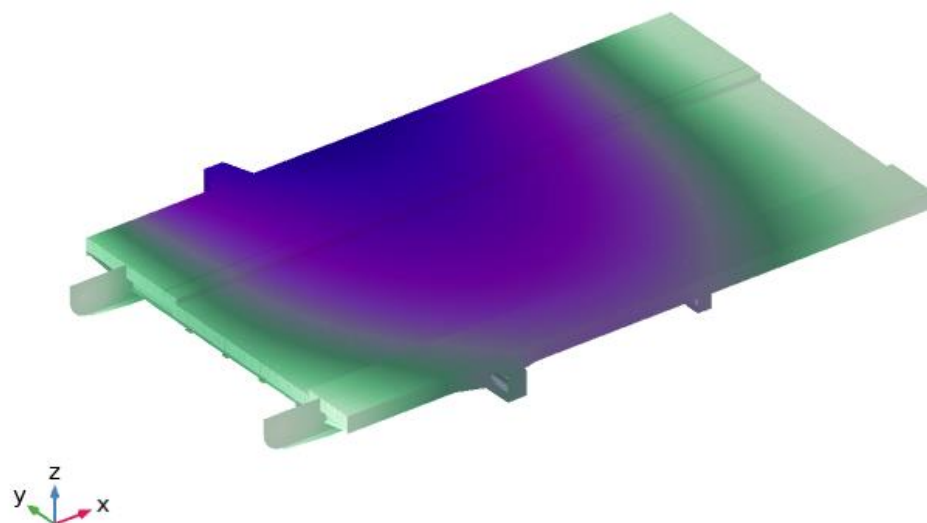
Eigenfrequency= $54.915+1.372i$ Hz Surface: Total displacement (m)



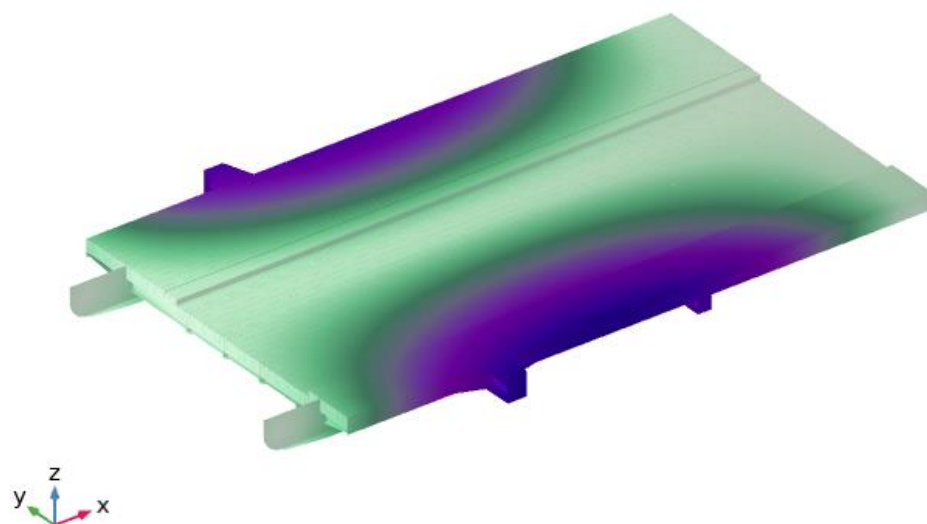
Tabel B.3 Berekende eigenfrequenties van modelvariant 2.

Volgnummer	Eigenfrequentie [Hz]									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1-10	4,9	5,0	10,8	12,6	14,3	15,3	18,5	20,8	21,6	23,0
11-20	28,2	29,5	30,1	30,6	31,5	32,9	32,9	33,0	33,1	33,6
21-30	34,1	34,3	35,0	35,1	35,2	35,3	35,4	36,3	36,4	36,9
31-40	37,6	38,2	38,2	38,4	39,2	40,0	40,3	40,6	41,1	42,3
41-50	42,5	43,0	44,4	46,5	48,1	49,1	50,6	50,8	51,2	51,9
51-60	52,0	53,1	53,9	54,4	55,0	55,8	56,1	56,4	56,5	56,7
61-70	57,0	57,6	58,3	58,6	58,7	58,8	58,8	58,9	59,2	59,4
71-80	59,6	60,3	60,4	61,3	61,7	62,6	62,7	63,3	64,2	65,3
81-90	65,9	66,4	67,0	68,6	69,9	70,8	71,2	71,3	72,6	72,7
91-100	73,0	73,2	73,7	74,2	74,4	74,8	74,9	75,2	76,4	77,6
101-110	78,2	80,2	81,1	82,9	83,6	84,0	85,0	85,2	85,5	86,2
111-120	86,8	87,0	87,3	87,4	87,6	87,9	88,3	88,6	88,9	89,1
121-130	89,8	90,1	90,3	90,4	90,7	90,7	90,8	90,9	91,1	91,2
131-140	91,9	92,5	92,8	93,2	93,2	93,3	93,4	93,5	93,8	94,2
141-150	94,9	95,1	95,8	96,4	96,4	96,8	97,4	98,1	98,5	98,9
151-160	99,3	100,0	100,5	100,9	101,0	101,4	101,9	102,2	102,4	102,6
161-170	103,2	103,5	103,6	103,8	103,9	104,1	104,1	104,6	104,7	104,8
171-180	105,5	105,6	105,7	106,2	106,3	106,7	107,1	107,1	107,6	107,6
181-190	107,7	107,8	107,8	107,9	108,0	108,2	108,3	108,5	108,9	109,2
191-200	109,2	109,4	109,7	109,8	110,0	110,1	110,2	110,3	110,6	110,7

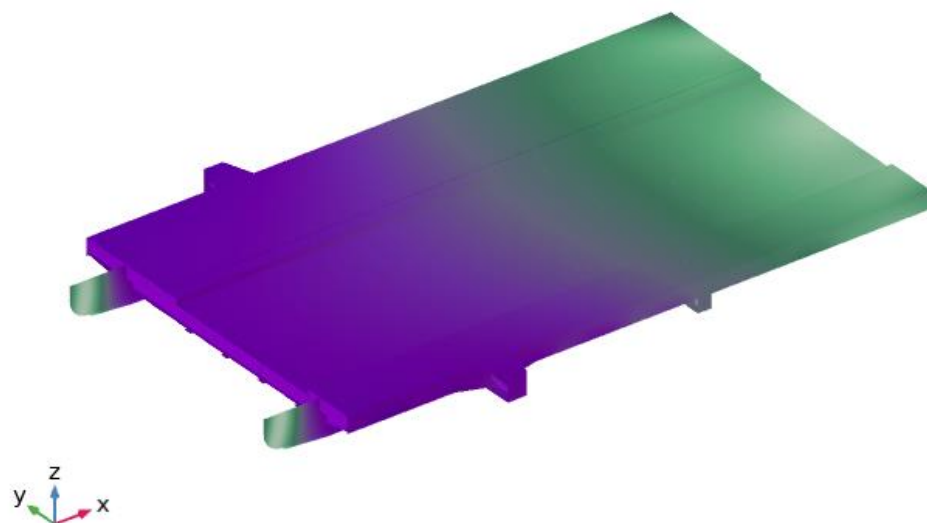
Eigenfrequency= $4.8945+0.12229i$ Hz Surface: Total displacement (m)



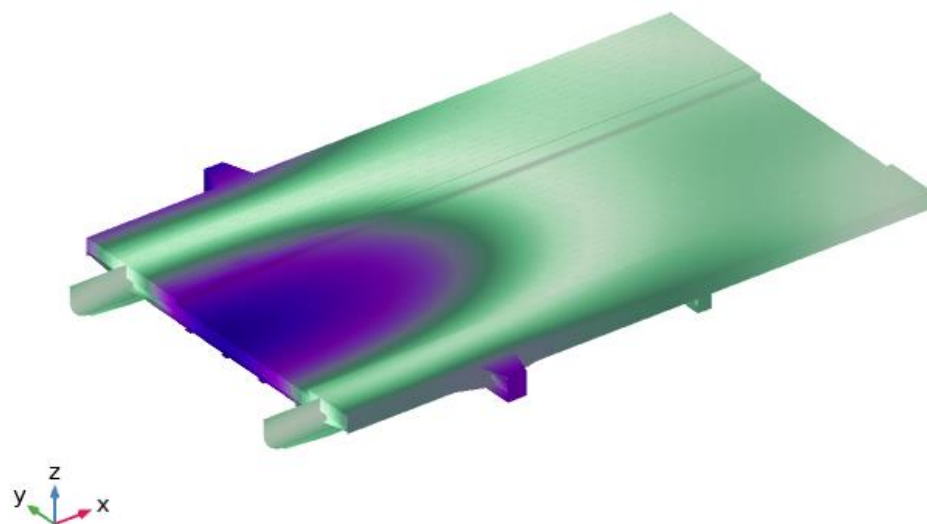
Eigenfrequency= $5.0364+0.12583i$ Hz Surface: Total displacement (m)



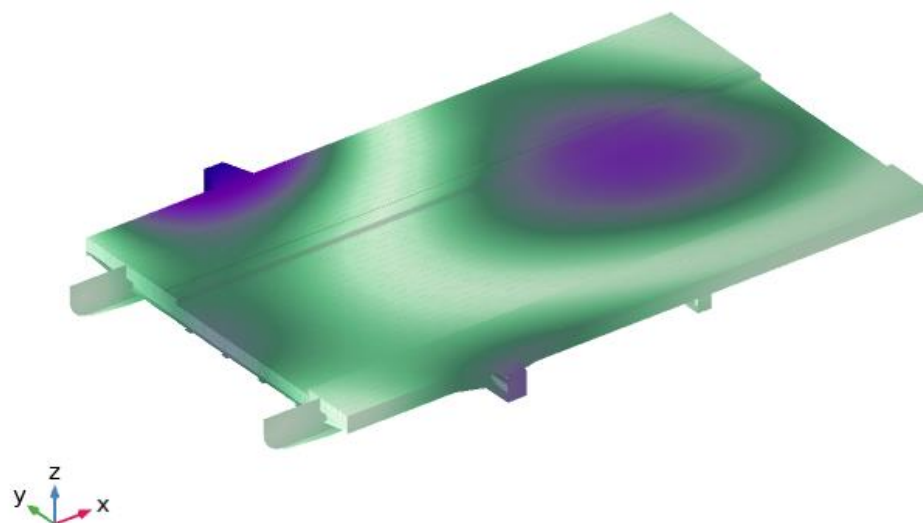
Eigenfrequency= $10.843+0.27091i$ Hz Surface: Total displacement (m)



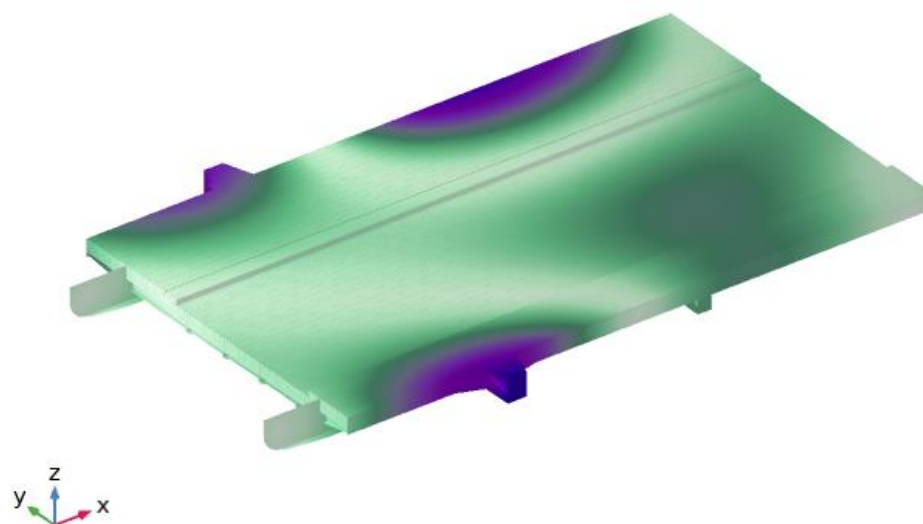
Eigenfrequency= $12.571+0.31407i$ Hz Surface: Total displacement (m)



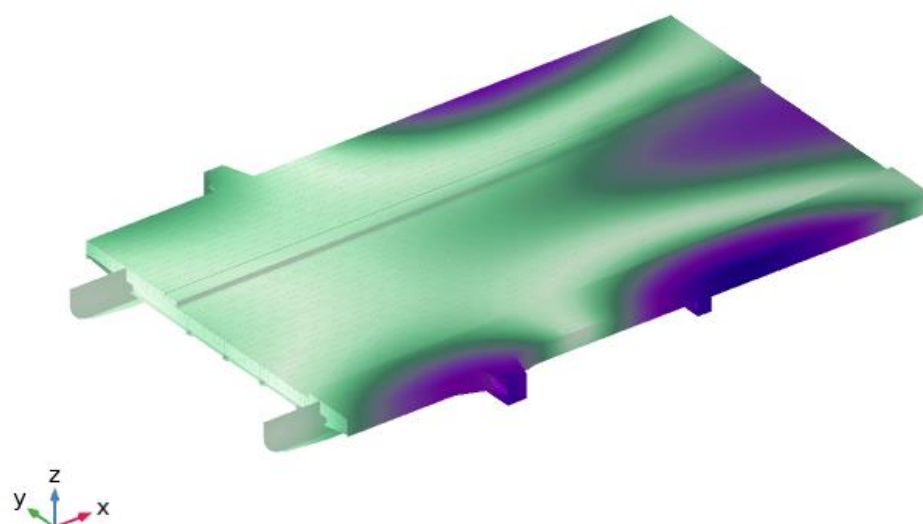
Eigenfrequency= $14.281+0.35679i$ Hz Surface: Total displacement (m)



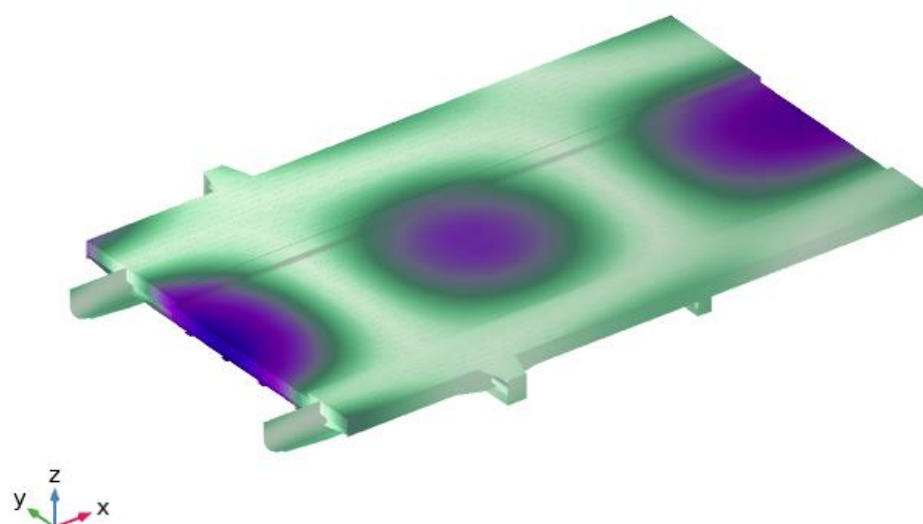
Eigenfrequency= $15.324+0.38287i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $18.451+0.46098i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $20.813+0.52001i$ Hz Surface: Total displacement (m)



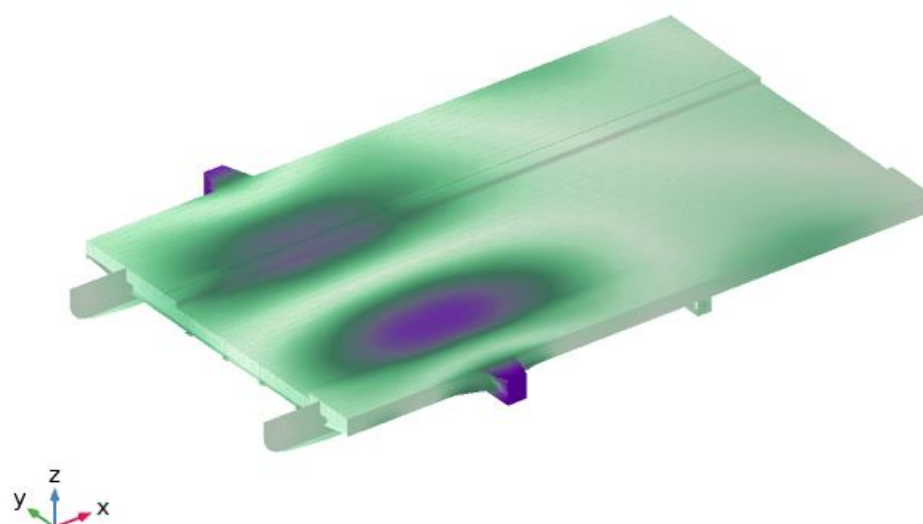
Eigenfrequency= $28.246+0.70571i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $29.492+0.73683i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $30.077+0.75146i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $39.16+0.97838i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $42.31+1.0571i$ Hz Surface: Total displacement (m)



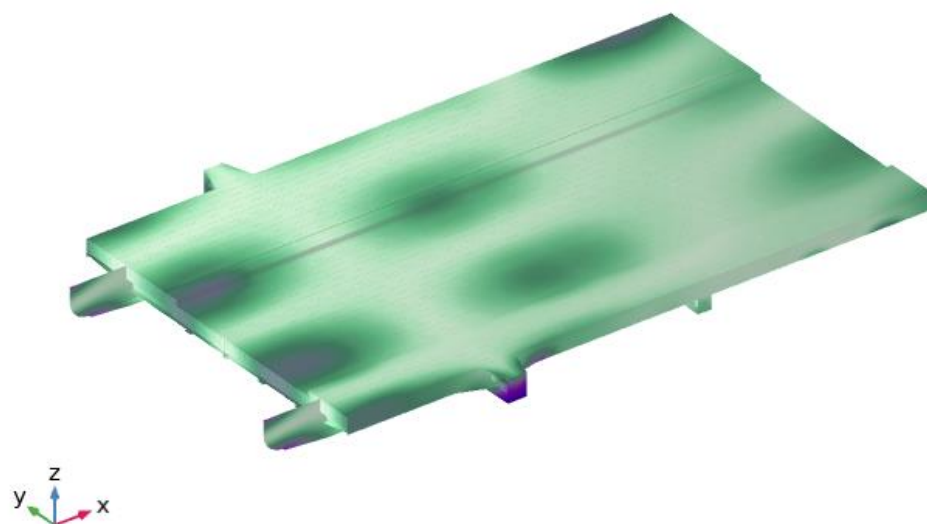
Eigenfrequency= $42.528+1.0625i$ Hz Surface: Total displacement (m)



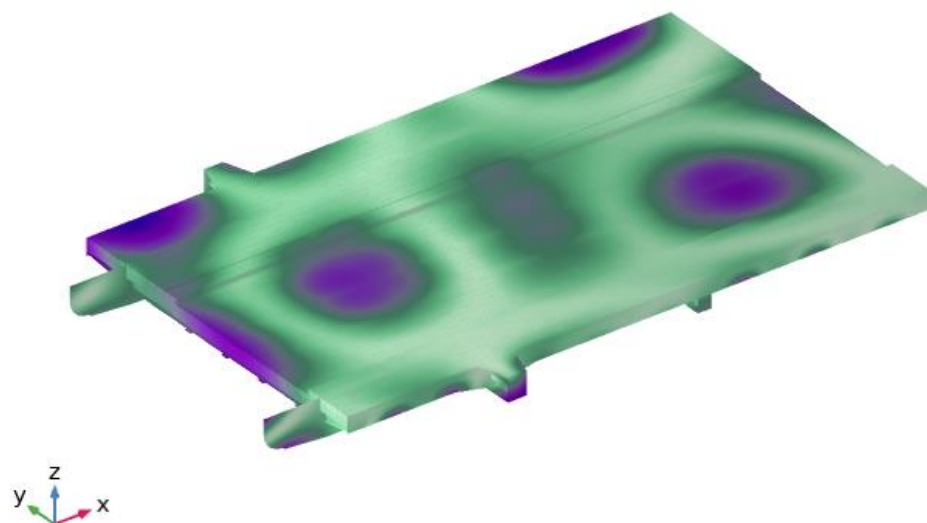
Eigenfrequency= $42.978+1.0738i$ Hz Surface: Total displacement (m)



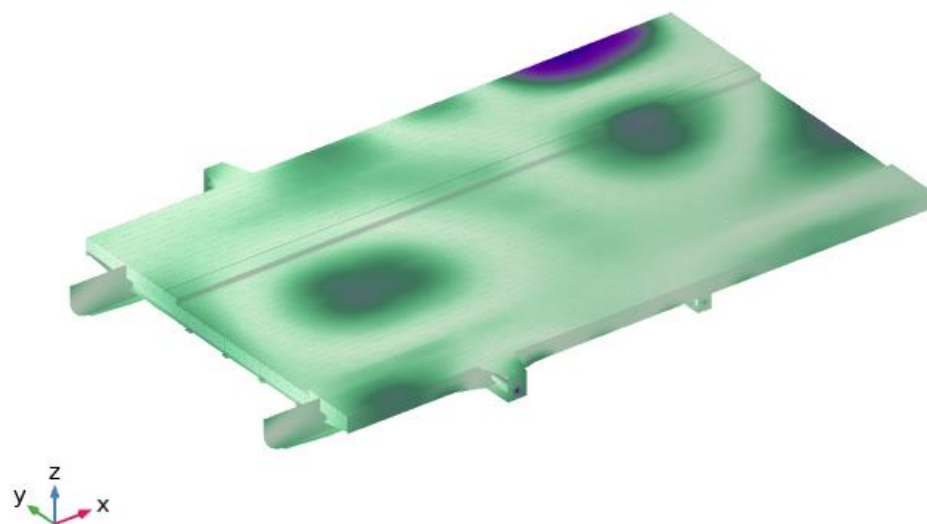
Eigenfrequency= $44.392+1.1091i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $46.478+1.1612i$ Hz Surface: Total displacement (m)



Eigenfrequency= $48.122+1.2023i$ Hz Surface: Total displacement (m)



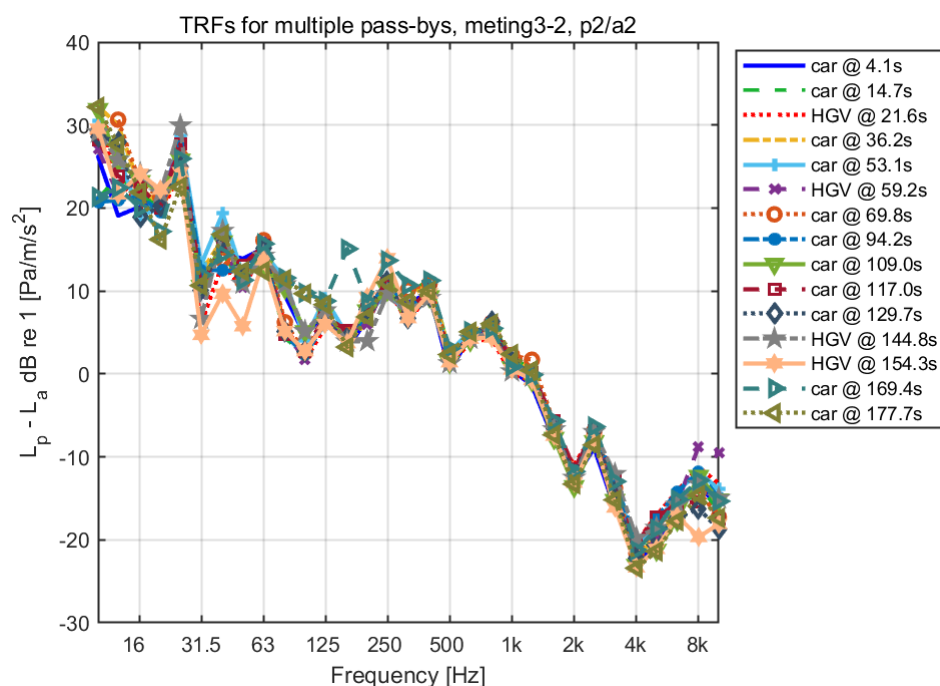
Eigenfrequency= $49.059+1.2257i$ Hz Surface: Total displacement (m)



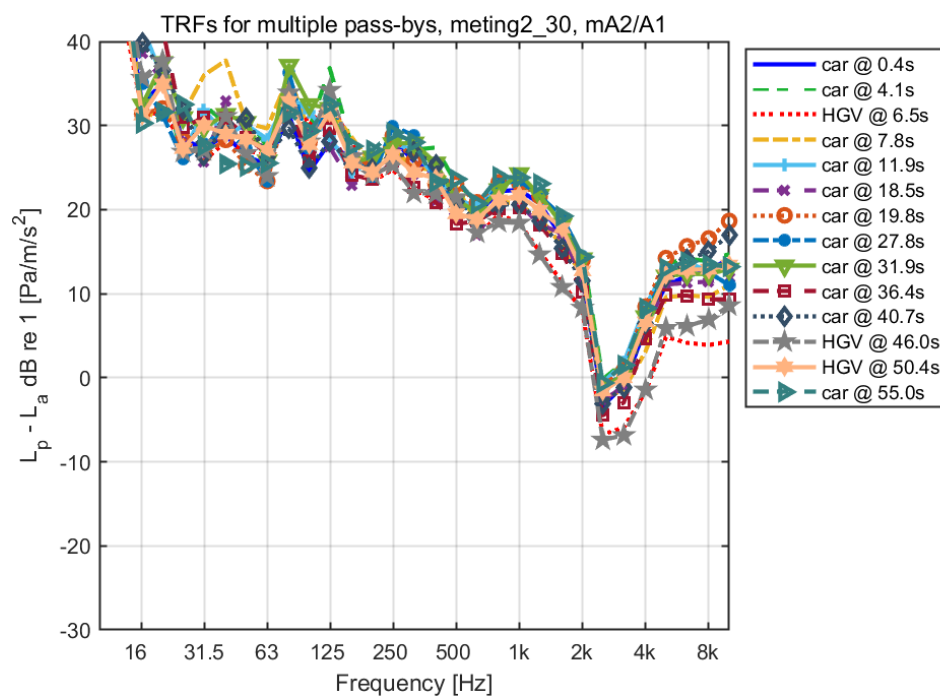
Eigenfrequency= $59.162+1.4781i$ Hz Surface: Total displacement (m)



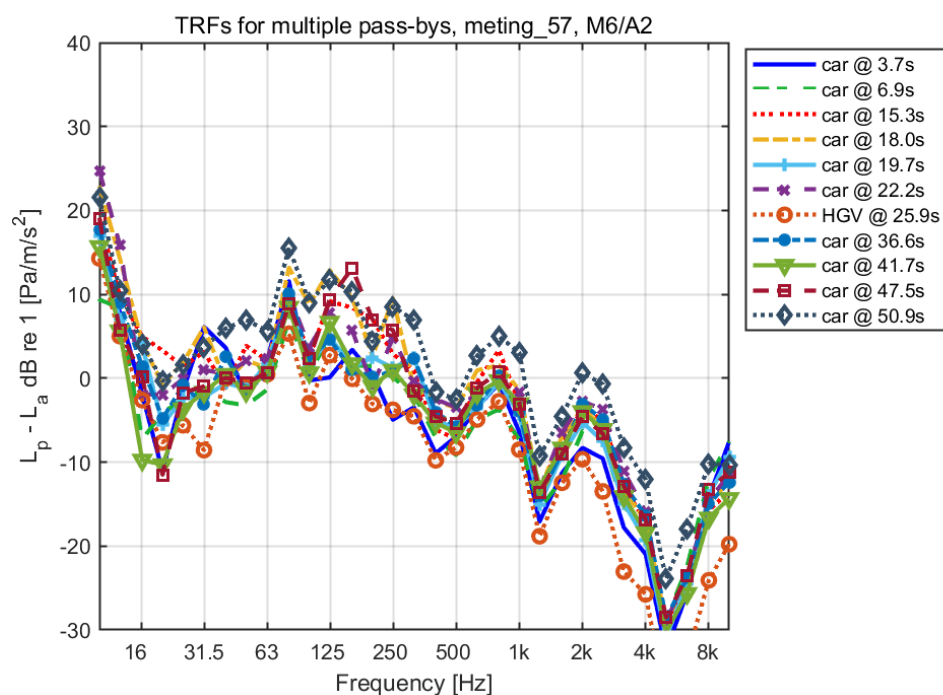
C Overdrachtsfuncties Lp-La



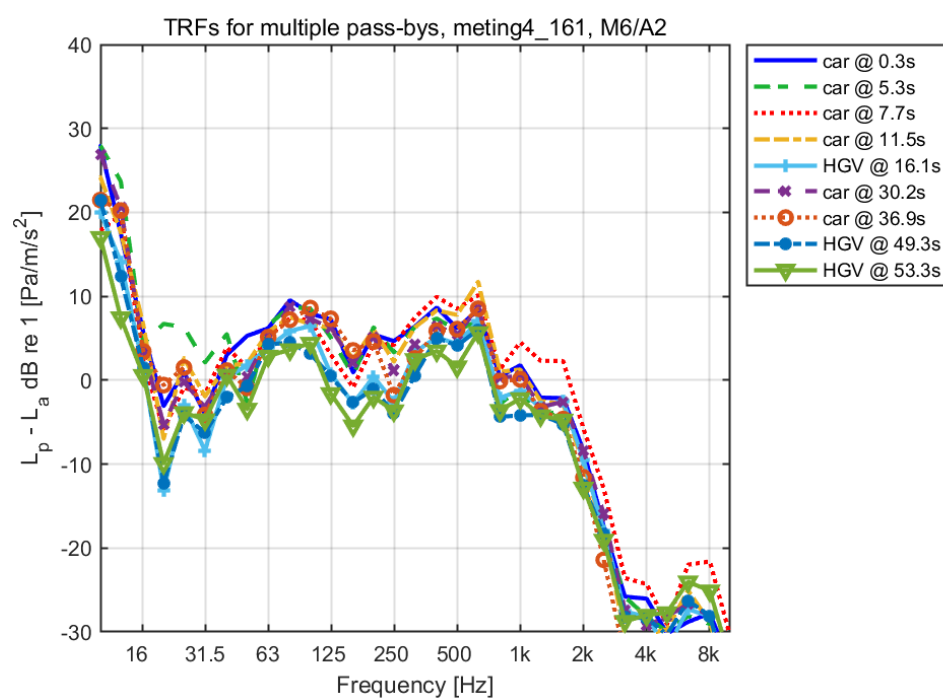
Figuur C.1 Gemeten overdrachtsfuncties Lp-La voor de brug Meppelerdiepsluis. Microfoon onder de brug, versnellingsopnemer verticaal aan de buitenrand (punt (a2)).



Figuur C.2 Gemeten overdrachtsfuncties Lp-La voor de Schinkelbrug A10. Microfoon onder de brug, versnellingsopnemer verticaal onder de voegovergang (a1).



Figuur C.3 Gemeten overdrachtfuncties L_p - L_a voor de oude Wantijbrug N3.
Microfoon onder de brug, versnellingsopnemer verticaal aan de buitenrand (a2).



Figuur C.4 Gemeten overdrachtfuncties L_p - L_a voor de nieuwe Wantijbrug N3.
Microfoon onder de brug, versnellingsopnemer verticaal aan de buitenrand (a2).