

TNO PUBLIEK

Geologische Dienst NederlandPrincetonlaan 6
3584 CB Utrecht
Postbus 80015
3508 TA Utrechtwww.tno.nl

T +31 88 866 42 56

TNO-rapport**TNO 2022 R12463****Kwaliteitstoetsingsdocument Kleine Release
REGIS II v2.2 Onzekerheden geometrie**

Datum	6 december 2022
Auteur(s)	J.T. Buma A. Lourens
Aantal pagina's	69 (incl. bijlagen)
Aantal bijlagen	2
Opdrachtgever	De directeur Geologische Dienst Nederland
Projectnaam	GIP QC Modellen 2022 of BRO documentatie & Standaarden -GIP Ondiepe modellering 2022
Projectnummer	060.51864/01.02.02

Alle rechten voorbehouden.

Niets uit deze uitgave mag worden vermenigvuldigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, fotokopie, microfilm of op welke andere wijze dan ook, zonder voorafgaande toestemming van TNO.

Indien dit rapport in opdracht werd uitgebracht, wordt voor de rechten en verplichtingen van opdrachtgever en opdrachtnemer verwezen naar de Algemene Voorwaarden voor opdrachten aan TNO, dan wel de betreffende terzake tussen de partijen gesloten overeenkomst.

Het ter inzage geven van het TNO-rapport aan direct belanghebbenden is toegestaan.

© 2022 TNO

Inhoudsopgave

1	Inleiding	3
1.1	Aanleiding en context	3
1.2	Leeswijzer	4
2	Werkwijze kwaliteitstoetsing	5
2.1	Algemene informatie	5
2.2	Kwaliteitstoetsing	5
3	Bevindingen	7
3.1	Bevinding ten aanzien van het proces.....	7
3.2	Inhoudelijke bevindingen	7
4	Referenties	11
5	Ondertekening	12

Bijlage(n)

A Visuele weergave statistische grootheden in de berekening van de onzekerheden

B Voorstel herziening berekening correlatiecoëfficiënt tussen de twee niet-afgeleide onzekerheden

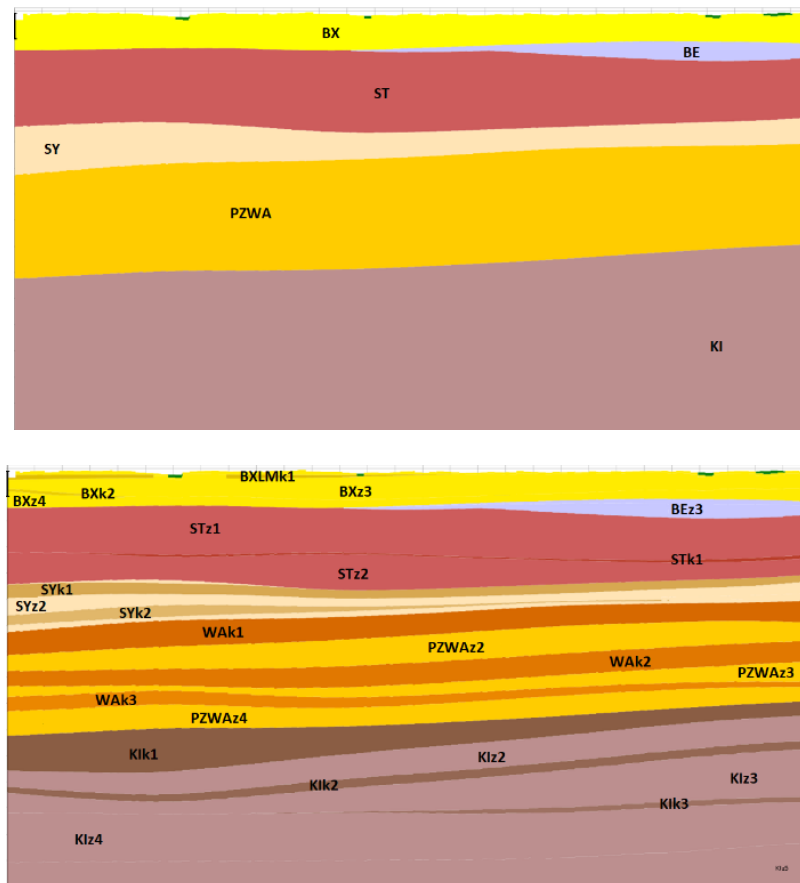
1 Inleiding

1.1 Aanleiding en context

Dit rapport geeft een beschrijving van de beoordeling van de kwaliteit van het hydrogeologische ondergrondmodel REGIS II, gericht op de onzekerheidsbepaling van de geometrie van de kleilagen. De resulterende onzekerheidsinformatie is toegevoegd aan het BRO-model REGIS II in de vorm van een *kleine release* (Reindersma e.a., 2022). Deze kleine release heeft als versienummer REGIS II v2.2.1. De modelbestanden die al in REGIS II v2.2 aanwezig waren blijven daarbij ongewijzigd. Dit geldt ook voor de onzekerheidsinformatie van de *doorlatendheden* die aan de hydrogeologische eenheden zijn toegekend.

Een volledige beschrijving van de totstandkoming van REGIS II versie 2.2.1 is te vinden in het Totstandkomingsrapport Kleine Release REGIS II onzekerheden geometrie (Reindersma e.a., 2022).

Het geologische BRO-model DGM en het hydrogeologische BRO-model REGIS II zijn regionale lagenmodellen van de Nederlandse ondergrond tot een diepte van ongeveer 500 meter, met een maximum diepte van 1200 m onder NAP in de Roerdalslenk. Beide modellen zijn gebaseerd op een selectieset van circa 26.500 boringen. In DGM wordt zowel de diepteligging van de top en de basis (de geometrie) van lithostratigrafische eenheden gemodelleerd, als de onzekerheid van deze diepteligging. In REGIS II worden geometrieën en hydraulische parameters gemodelleerd van hydrogeologische eenheden die voorkomen binnen de begrenzing van de in DGM onderscheiden lithostratigrafische eenheden (Figuur 1). De geometrie van deze hydrogeologische eenheden werd in REGIS II versie 2.2 uitgeleverd zonder een inschatting van de onzekerheid. In de voorliggende kleine release REGIS II versie 2.2.1. is de methode voor onzekerheidsbepaling volgens Dabekaussen en Hummelman (2018) toegepast op de geometrie van de gekarteerde hydrogeologische kleiige eenheden in REGIS II.



Figuur 1. De relatie tussen DGM (boven, met lithostratigrafische eenheden) en REGIS II (onder, met hydrogeologische eenheden binnen de begrenzing van DGM).

1.2 Leeswijzer

De onzekerheden van de geometrie van de gekarteerde hydrogeologische eenheden in REGIS II zijn onderworpen aan een kwaliteitstoetsing. De voorliggende rapportage beschrijft de werkwijze (Hoofdstuk 2) en bevindingen (Hoofdstuk 3) van deze toetsing. Hoofdstuk 4 bevat de conclusies en aanbevelingen naar aanleiding van de kwaliteitstoetsing.

2 Werkwijze kwaliteitstoetsing

2.1 Algemene informatie

De kwaliteitstoetsing is uitgevoerd door drs. J.T. (Jelle) Buma en dr. ing. A. (Aris) Lourens.

Ten behoeve van de kwaliteitstoetsing is de volgende informatie ter beschikking gesteld:

- Voor alle kleiige REGIS II v2.2 eenheden, de berekende lokale onzekerheden (standaarddeviaties) ($\hat{\sigma}_{loc}$) van top, dikte en basis, in de vorm van gridASCII-bestanden (zie Reindersma e.a., 2022, voor een uitleg van het begrip lokale onzekerheid);
- Een tabel met per kleiige eenheid de berekeningswijze van de onzekerheden, de relatie met de onzekerheden van de geometrie zoals berekend voor DGM v2.2, en informatie over het eventuele gebruik van een geologische top of basis als stuurvlak voor de geometrie. De geometrie van elke eenheid omvat de variabelen top, basis en dikte, welke onderling afhankelijk zijn: top – basis = dikte. Voor de meeste eenheden is de onzekerheid van de basis afgeleid uit de onzekerheden van top en dikte, maar in een aantal gevallen is juist voor de dikte de onzekerheid afgeleid uit de top en basis of de onzekerheid van de top uit die van de basis en de dikte. De correlaties tussen de twee variabelen die zijn gebruikt ter afleiding van de onzekerheid van de derde variabele, zijn niet door het modelleerteam ter beschikking gesteld, maar ten behoeve van de kwaliteitstoetsing afgeleid uit de bovengenoemde gridbestanden met lokale standaarddeviaties;
- Het totstandkomingsrapport van de kleine release v2.2.1, met als meest recente versie no. 6, d.d. 11 augustus 2022 (Reindersma e.a., 2022).

2.2 Kwaliteitstoetsing

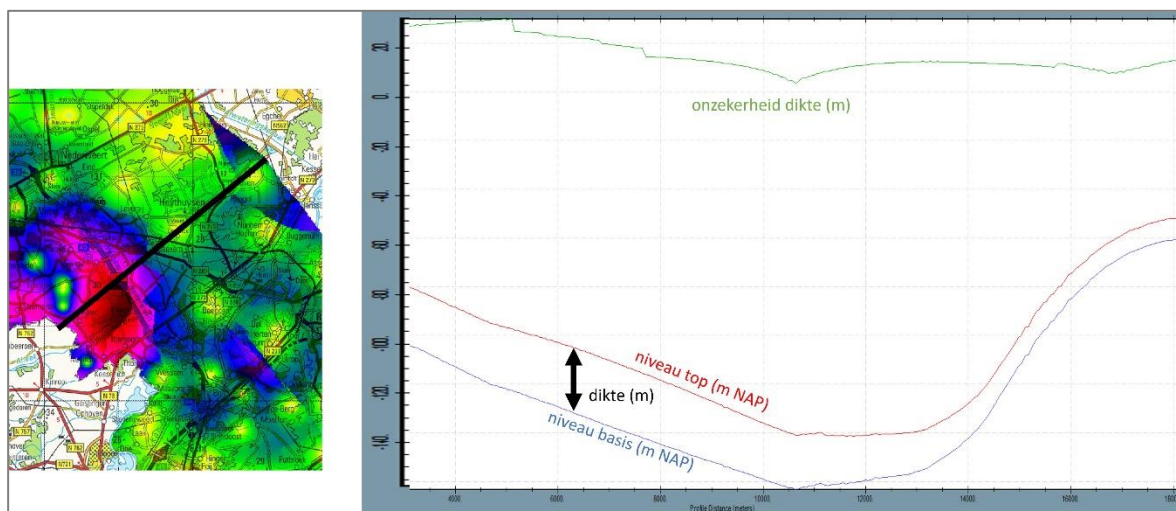
De kwaliteitstoetsing bestond uit de volgende onderdelen:

- Inspectie van ruimtelijke beelden en dwarsprofielen van de berekende onzekerheden van top, basis en/of dikte, in combinatie met de REGIS II v2.2 grids van top, basis en/of dikte waarvoor die onzekerheden berekend zijn. Zie als voorbeeld Figuur 2;
- Inspectie van ruimtelijke beelden de REGIS II v2.2 top, basis en/of dikte ter plaatse van de aanwezigheidsboringen van elke kleiige eenheid. Zie als voorbeeld Figuur 3;
- Een kritische beschouwing van de gehanteerde berekening van de correlaties tussen variabelen, en daarmee samenhangend de kans op onrealistische uitkomsten zoals een negatieve dikte.

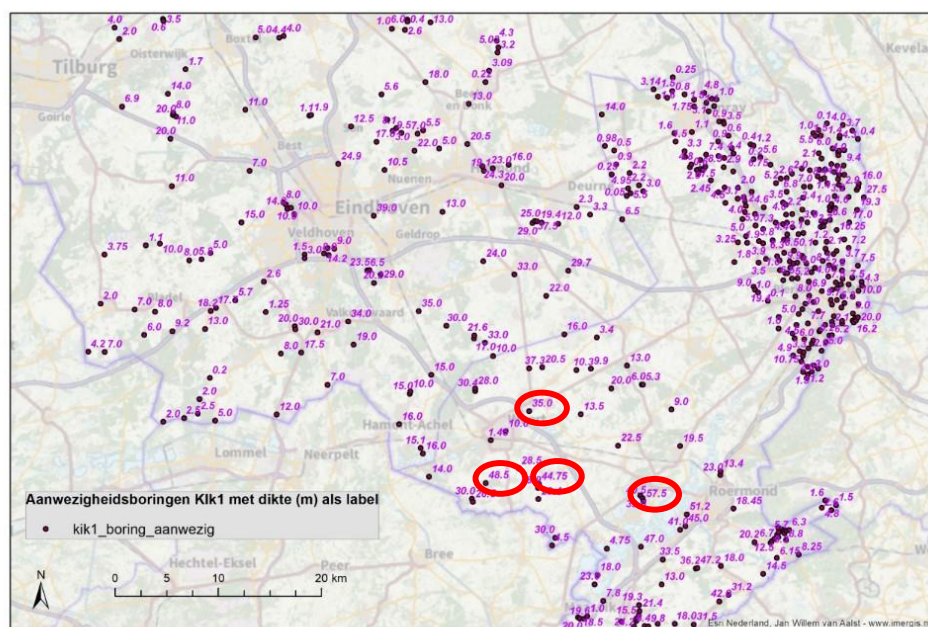
De inspecties van de ruimtelijke beelden zijn uitgevoerd met behulp van de grafische gebruikersschil iMOD, versie 5.3 (Vermeulen e.a., 2021), met de in paragraaf 2.1 genoemde gridASCII-bestanden omgezet naar het in iMOD gehanteerde IDF-formaat.

De toetsing was uitgebreid, maar wel steekproefsgewijs, zowel qua geïnspecteerde gebieden als kleiige eenheden. Daardoor zijn niet alle geometrische variabelen van eenheden op alle locaties beoordeeld.

Uiteraard is wel gestreefd naar een representatieve verzameling bevindingen, door in meerdere gebieden binnen de verbreiding van elke eenheid de beschreven ruimtelijke beelden en dwarsprofielen te beschouwen.



Figuur 2. Voorbeeld van een dwarsprofiel in iMOD, om de relatie tussen de REGIS II v2.2 dikte van eenheid Kik1 (verschil tussen rode en blauwe lijnen) en de berekende onzekerheid daarvan (groene lijn) te visualiseren.



Figuur 3. Voorbeeld van een aanwezigheidsboringenkaart van Kik1, met de REGIS II v2.2 dikte op de locatie van elke boring als label.

3 Bevindingen

3.1 Bevinding ten aanzien van het proces

De toetsing heeft in twee fasen plaatsgevonden op twee opeenvolgende versies van de berekende onzekerheden. De toetsing in de eerste fase (december 2021) werd bemoeilijkt doordat op dat moment nog geen informatie beschikbaar was over de berekeningswijze, per eenheid, van de onzekerheden van de drie variabelen, en de berekeningswijze van correlaties tussen die onzekerheden. Ook was er nog geen totstandkomingsrapportage beschikbaar. Daardoor verliep de toetsing minder efficiënt dan had gekund.

3.2 Inhoudelijke bevindingen

3.2.1 *Ogenschijnlijk hoge onzekerheden*

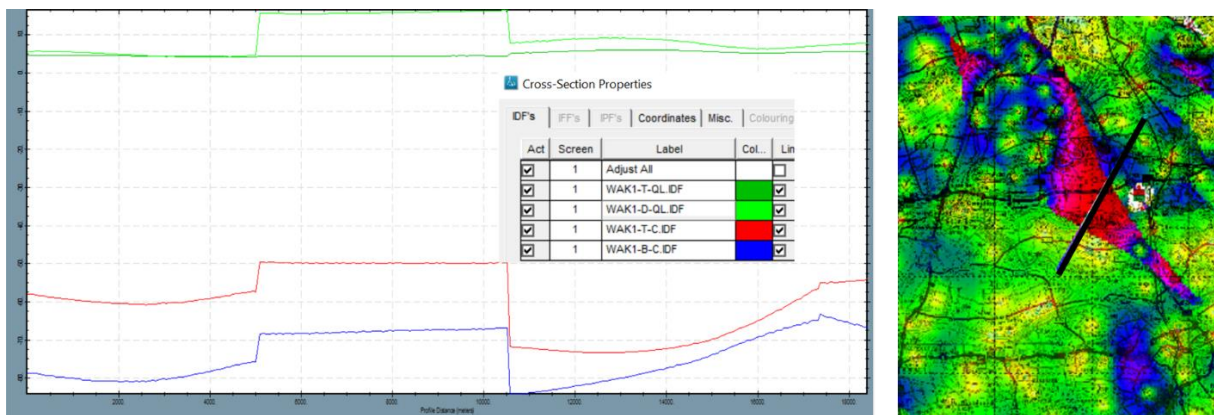
Veel van de dwarsprofielen zoals getoond in Figuur 2 geven onzekerheden van met name dikten te zien die onrealistisch hoog lijken in vergelijking tot de variatie van die dikte, zoals die wordt gesuggereerd door deze in profielvorm te visualiseren. In Figuur 2 is dit bijvoorbeeld het geval in het linker deel van het profiel (x-as waarde 4000 – 6000 m): de door het profiel gesuggereerde dikte is ongeveer 25 meter en lijkt nauwelijks te variëren, maar de berekende onzekerheid loopt op tot meer dan 30 meter. Uit het ruimtelijke beeld van de REGIS II v2.2 dikten ter plaatse van de aanwezigheidsboringen in de buurt van het profiel blijkt echter het tegendeel: de ogenschijnlijk geringe variatie van de dikte in het getoonde profiel is een onterechte suggestie. De rode omcirkelingen in Figuur 3 wijzen op een grotere variatie van de dikte, en onderbouwen daarmee de berekende onzekerheden van de dikte. Doordat de 15 dichtstbijzijnde boringen steeds worden meegenomen in de berekening van de onzekerheid, verklaren deze waarden de hoge berekende onzekerheid, terwijl ze te ver af staan om in het dwarsprofiel te figureren. Dit is dan ook feitelijk geen bevinding, maar een advies aan de gebruiker van de Kleine Release om behalve dwarsprofielen ook ruimtelijke beelden van de onzekerheden ter plaatse van de REGIS II v2.2 aanwezigheidsboringen te beschouwen.

3.2.2 *Lage onzekerheden door verwaarlozing onzekerheid van gebruikte stuurvlakken*

Bij een aantal eenheden is de onzekerheid van de niveaus van top en basis gebaseerd op de onzekerheid van het grensvlak van de moeder-eenheid in DGM v2.2. Soms is voor dat moeder-grensvlak in DGM op zijn beurt een geologisch ingegeven stuurvlak gebruikt, en in het geval van BXSC en BX het AHN-maaiveld. Dit zorgt voor een kunstmatig lage berekende onzekerheid omdat de onzekerheid van dit stuurvlak niet meegenomen wordt. Deze bevinding is verwerkt als opmerking in paragraaf 3.2 van het totstandkomingsrapport, en bovendien tot vermeldingen van dit fenomeen bij de relevante eenheden (Reindersma e.a., 2022).

3.2.3 Onzekerheden nabij breuken

Bij meerdere eenheden vertoont de berekende onzekerheid een ruimtelijke variatie waarbij de ligging van breuken een rol lijkt te spelen. Een voorbeeld is een strook met veel hogere onzekerheid in de dikte van WAK1 tussen Zaltbommel en Leerdam (Figuur 4). Deze zone is begrensd door twee breuken. Aanvankelijk was niet duidelijk of deze hogere onzekerheid wordt veroorzaakt door bij de berekening ook datapunten buiten het breukblok mee te nemen, of juist door een beperking tot datapunten binnen een breukblok met als gevolg een kleiner aantal datapunten. Deze bevinding heeft geleid tot opname van een toelichtende passage in het totstandkomingsrapport. In de verschillende interpolaties fungeren de breuken als barrières die voorkomen dat data aan weerszijden van de breuk met elkaar in verband worden gebracht.



Figuur 4. Plaatselijk hogere onzekerheid in de dikte van WAK1 (WAK1-D-QL.IDF) tussen twee breuken, die te herkennen zijn aan een verspringing van de top en basis van de eenheid (WAK1-T-C.IDF en WAK1-B-C.IDF).

3.2.4 Correlaties tussen variabelen

Algemeen

Bij de berekening van de afgeleide variabelen (basis=top-dikte, enz.) wordt er rekening gehouden met een correlatie tussen de bekende variabelen. De gehanteerde methode voor het bepalen van de correlaties staat beschreven in het totstandkomingsrapport. Ter toetsing van de berekening van correlaties tussen variabelen is per eenheid een aantal grootheden visueel samengevat: de standaardafwijking (top, dikte, basis), laagdikte, kans op negatieve dikte, de variatiecoëfficiënt van de dikte ($CV = \text{standaardafwijking}/\text{dikte}$) en de correlatiecoëfficiënt tussen de twee variabelen waarvoor de onzekerheid is afgeleid. De resulterende figuren zijn in een pdf-bestand samengebracht dat als bijlage A bij dit rapport is gevoegd.

- De CV-waarde is een relatieve maat voor de betrouwbaarheid van de laagdikte, een lage waarde is een lage onzekerheid. Dit kan veroorzaakt worden door een lage standaardafwijking of een hoge waarde voor de dikte.
- De kans op een negatieve dikte is berekend door aan te nemen dat de onzekerheid van de dikte normaal verdeeld is met als verwachtingswaarde en standaardafwijking de gegeven dikte en standaardafwijking.

- De kans op een negatieve waarde uit deze verdeling is in een figuur weergegeven. Een hoge kans op een negatieve waarde geeft het vermoeden van een onrealistisch hoge standaardafwijking of een foute aanname van het type kansverdeling.

CV-waarde

De CV-waarde laat in het algemeen lage waarden zien. Aan de randen van de verbreiding neemt deze vaak toe en kan deze soms een hoge waarde bereiken. Dit is goed verklaarbaar, de laagdikte neemt naar de randen toe af door uitwiggen van de eenheid terwijl de standaardafwijking min of meer gelijk blijft.

Vaak neemt de CV-waarde af op punten, wat vermoedelijk verklaard wordt doordat daar de waarnemingen (boringen) zich bevinden. Bijvoorbeeld, in de eenheid PZc bevindt zich een punt (ca. (140600,520092)) met een relatief hoge CV-waarde en lage dikte waarde midden in de verbreiding. Dergelijke punten kunnen aanleiding geven om de interpretatie van de boring ter plaatste opnieuw te beoordelen.

Kans op negatieve dikte

Een hoge kans op een negatieve dikte is vergelijkbaar met een hoge CV-waarde. Wanneer de standaardafwijking van de dikte relatief hoog is in vergelijking met de verwachtingswaarde is de CV-waarde hoog en de kans op een negatieve dikte ook. De echte kans staat of valt met de keuze van de juiste kansverdeling. De keuze van een normale verdeling is arbitrair en de parameterwaarde is dus slechts indicatief. De kans op een negatieve dikte is bij de eenheden BXSCk1, UR en WA relatief hoog in het hele verbreidingsgebied. Ook eenheden in Zuid-Limburg, met veel breuken, hebben vaak een hoge kans op negatieve diktes. Dat de standaardafwijking hier relatief hoog is, en dus de kans op een negatieve dikte, is te verklaren uit de veelal kleine gebieden met veel randeffecten. Er zijn meer eenheden met een relatief hoge kans maar die ligt vaak in gebieden met een vrij dunne laag (< 5 m).

Correlatiecoëfficiënt

Wanneer rekenkundige bewerkingen met kansvariabelen uitgevoerd worden is het van belang om te weten in welke mate deze variabelen gecorreleerd zijn. Om de afgeleide variabele (bijvoorbeeld: dikte) te kunnen bepalen is het noodzakelijk om de correlatie te kennen tussen de niet-afgeleide variabelen (bijvoorbeeld: top en basis). Bij het berekenen van de REGIS II onzekerheden van de geometrie wordt de correlatie tussen de niet-afgeleide variabelen rechtstreeks uit deze data berekend binnen een 'moving window'. Omdat de hoogte van de correlatiecoëfficiënt sterk van invloed is op de berekende onzekerheid van de afgeleide variabele wordt de correlatiecoëfficiënt hier geëvalueerd. De correlatiecoëfficiënt wordt niet opgeleverd maar is af te leiden uit de geleverde gridbestanden met standaardafwijkingen op basis van de vergelijkingen:

$$\sigma_{x+y}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 + 2\sigma_x\sigma_y c_{xy}$$

$$\sigma_{x-y}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2 - 2\sigma_x\sigma_y c_{xy}$$

waarbij σ de standaarddeviatie is en c_{xy} de correlatiecoëfficiënt tussen x en y . Deze vergelijkingen leveren de volgende formules voor de correlatiecoëfficiënt op:

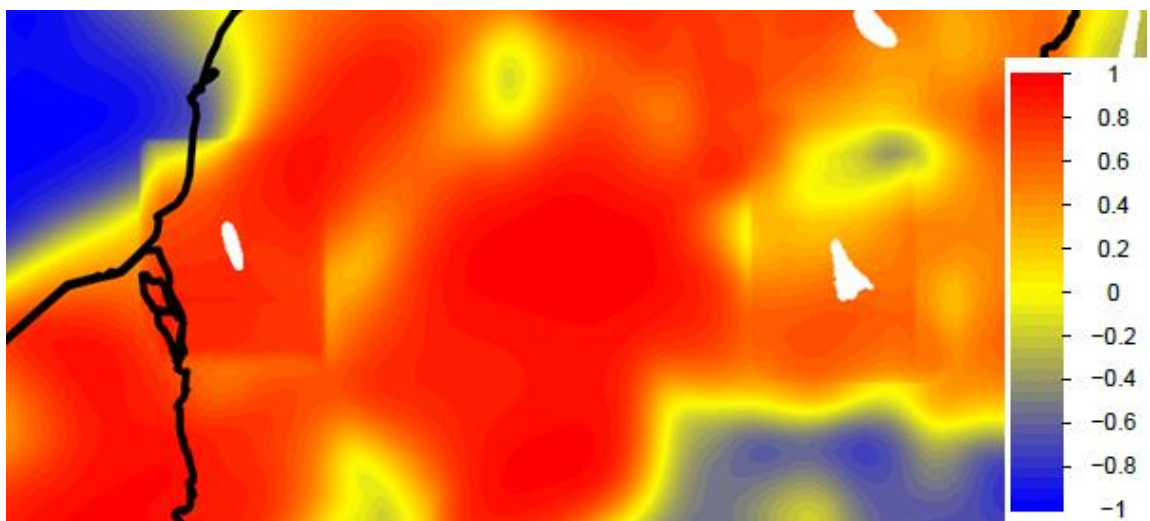
$$c_{xy} = \frac{\sigma_{x+y}^2 - \sigma_x^2 - \sigma_y^2}{2\sigma_x\sigma_y}$$

$$c_{xy} = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{x-y}^2}{2\sigma_x\sigma_y}$$

Het is opvallend dat de correlaties vaak sterk positief (nabij 1) of negatief (nabij -1) zijn, met een relatief dunne overgangsbands. Het lijkt er daarom sterk op dat de hoogte van de absolute waarde van de correlatie is overschat. Een overschatting van een correlatie heeft een sterk effect op de standaardafwijking van de afgeleide variabele. Bij een te hoge positieve waarde worden de standaardafwijkingen van afgeleide basis en dikte onderschat en van de afgeleide top overschat. Bij een te sterk negatieve correlatiecoëfficiënt is het effect andersom. Geadviseerd wordt om voor een volgende release de berekeningswijze van de correlatie te evalueren, omdat de correlatiecoëfficiënt een sterke invloed heeft op de geleverde onzekerheid van de afgeleide variabele en omdat het er op lijkt dat de correlatie regelmatig sterk overschat wordt. Dit advies is overgenomen in paragraaf 2.6 van het Totstandkomingsrapport Kleine Release REGIS II onzekerheden geometrie (Reindersma e.a., 2022).

In Bijlage 2 is een voorstel uitgewerkt voor toekomstige herziening van de methode van berekening van de correlatiecoëfficiënt tussen de twee niet-afgeleide parameters (bijvoorbeeld: top en basis zijn geïnterpoleerd (niet-afgeleid) en de dikte is hieruit bepaald (afgeleid)).

In Figuur 5 is een voorbeeld gegeven van een artefact in de correlatie die vermoedelijk veroorzaakt wordt door de steile rand in de dikte van de laag. Het rechthoekige artefact heeft een afmeting van ongeveer 10x10 km. Het gehanteerde 'moving window' om de correlaties te berekenen is 5x5 km. Zolang er nog een deel van het gat zich in het 'moving window' bevindt is het effect op de correlatiecoëfficiënt nog sterk zichtbaar.



Figuur 5. Correlatiecoëfficiënt van eenheid PZc. Rond twee gaten is duidelijk een rechthoek te zien in de afbeelding. Dit is vermoedelijk een artefact veroorzaakt door een steile rand in de dikte. De afmeting van de vierkanten is circa 10x10km. Het getoonde gebied ligt in het westen van Friesland met links een deel van de Afsluitdijk.

4 Referenties

Dabekaussen, W. & Hummelman, H.J., 2018. Zekerheid over onzekerheid – Kwantificering en validatie van geometrische onzekerheid in DGM en REGIS II. TNO Rapport 2018 R11338, 44 pp.

Hummelman, J., Maljers, D., Menkovic, A., Reindersma, R., Stafleu, J. & Vernes, R., 2019a. Totstandkomingsrapport Digitaal Geologisch Model (DGM). TNO Rapport 2019 R11653, 70 pp. Beschikbaar op BROloket:
<https://www.broloket.nl/toelichting/dgm>

Hummelman, J., Maljers, D., Menkovic, A., Reindersma, R., Stafleu, J. & Vernes, R., 2019b. Totstandkomingsrapport Hydrogeologisch Model (REGIS II). TNO Rapport 2019 R11654, 95 pp. Beschikbaar op BROloket:
<https://www.broloket.nl/toelichting/regis-ii>

Reindersma, R., Hummelman, J., Dabekaussen, W. & Stafleu, J. (2022) Totstandkomingsrapport Kleine Release REGIS II onzekerheden geometrie. TNO rapport TNO 2022 R12013, 23pp. Beschikbaar op BROloket:
<https://www.broloket.nl/toelichting/regis-ii>

Vermeulen, P.T.M., Minnema, B. & Roelofsen, F.J. (2021). iMOD 5.3, User Manual, SVN Revision: 72155`, Deltares, Delft.

5 Ondertekening

Utrecht, december 2022

TNO

Naam en paraaf tweede lezer



Dr. ir. W.J. Zaadnoordijk

Ondertekening

Autorisatie vrijgave

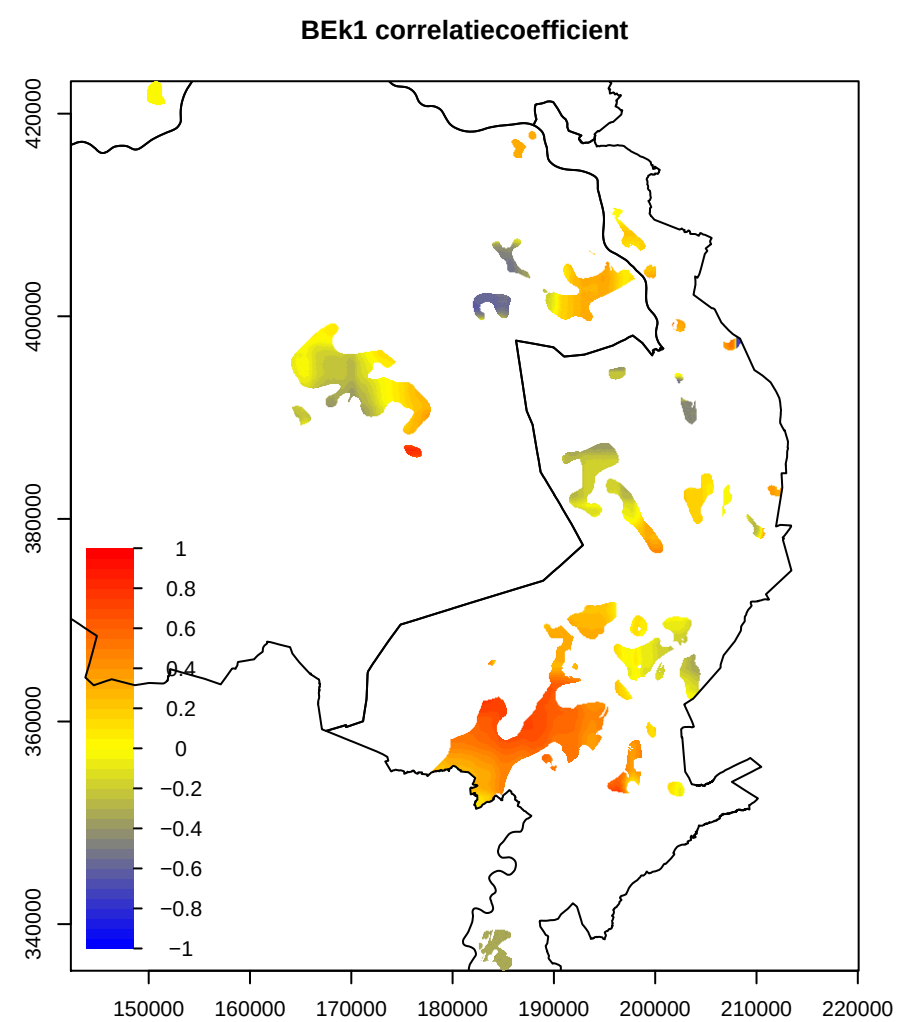
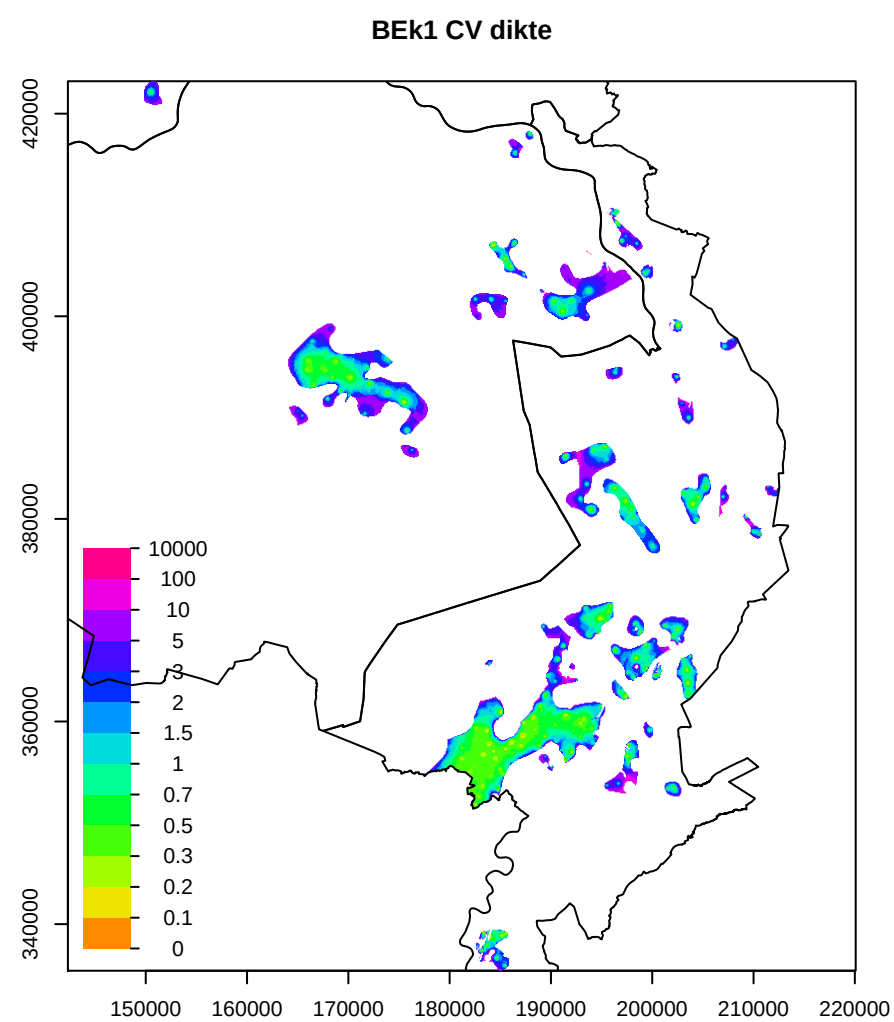
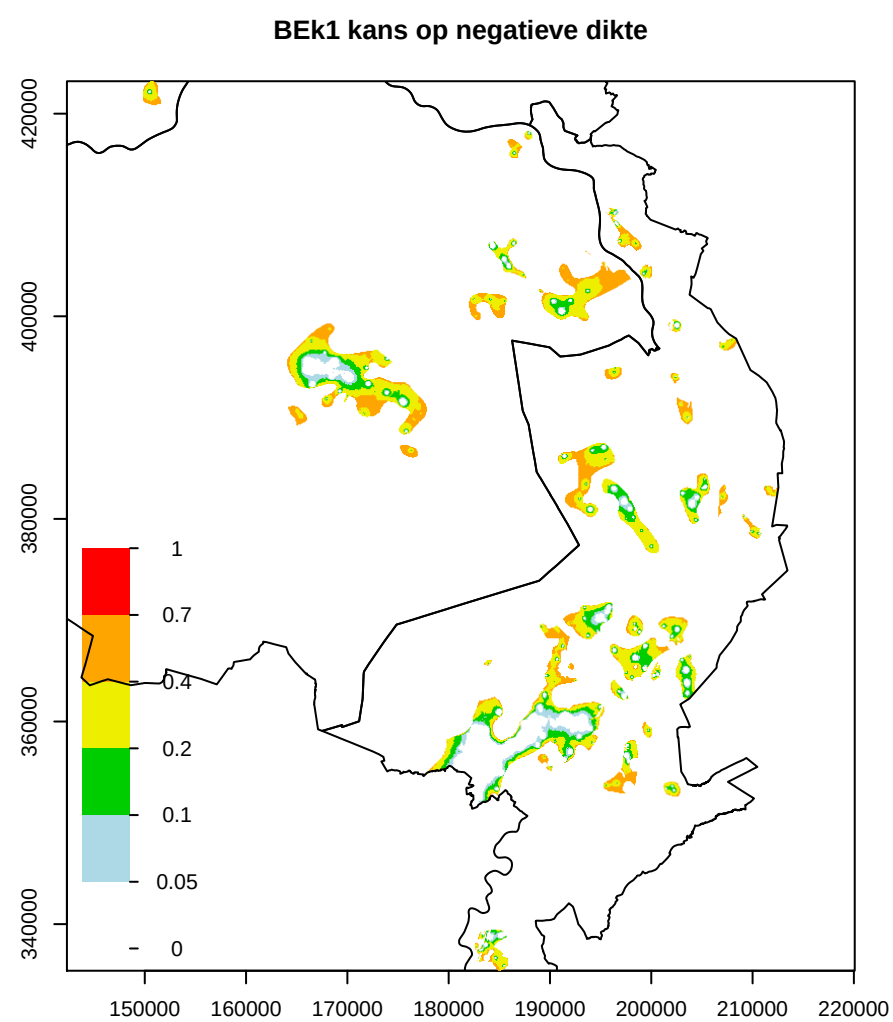
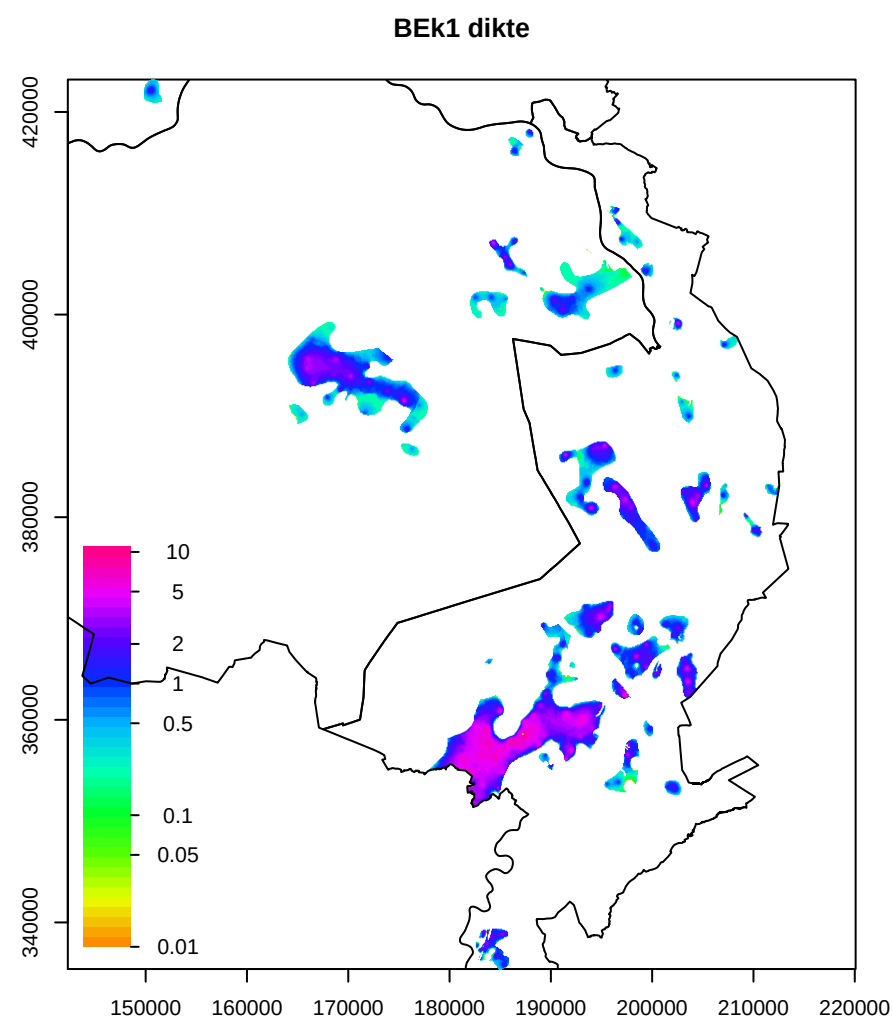
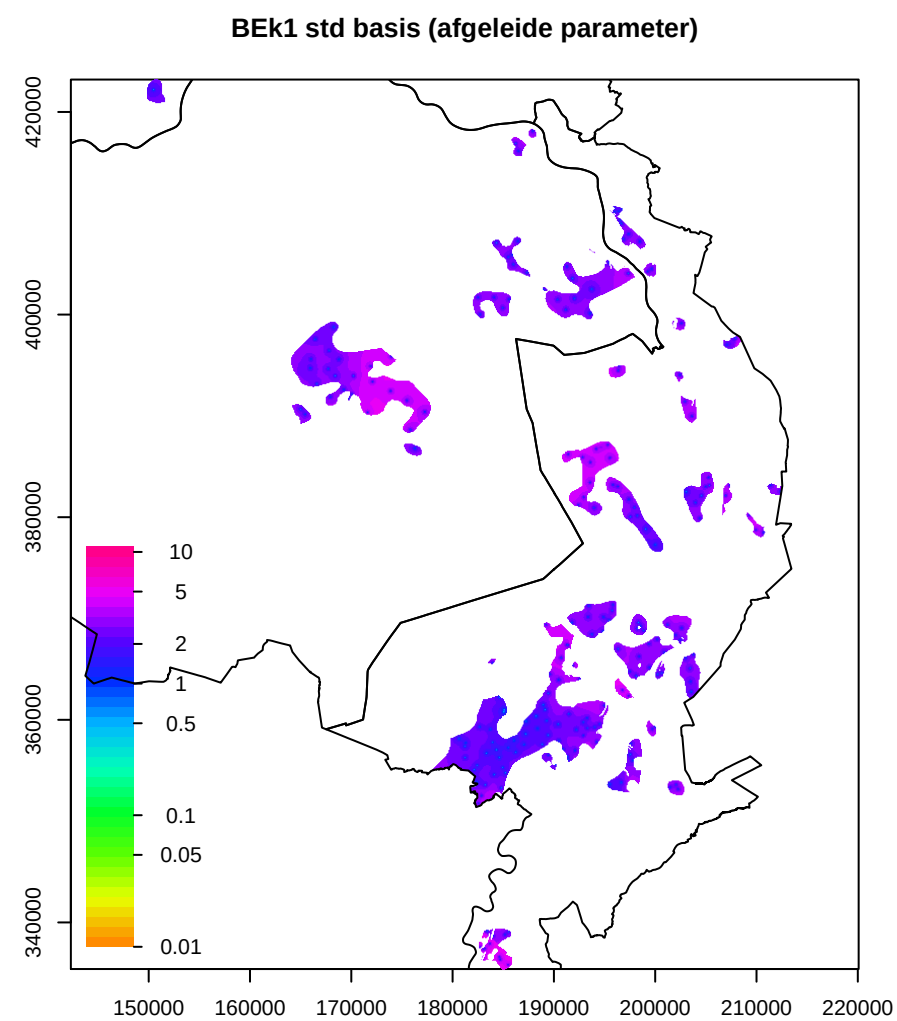
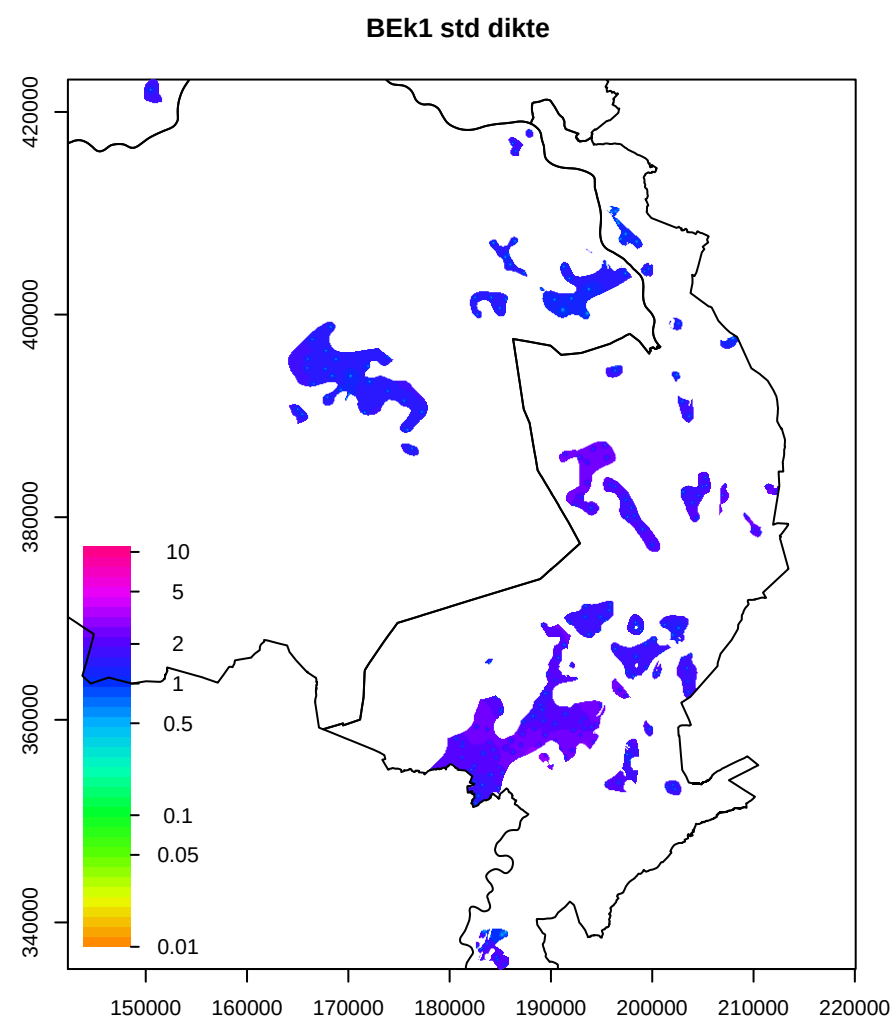
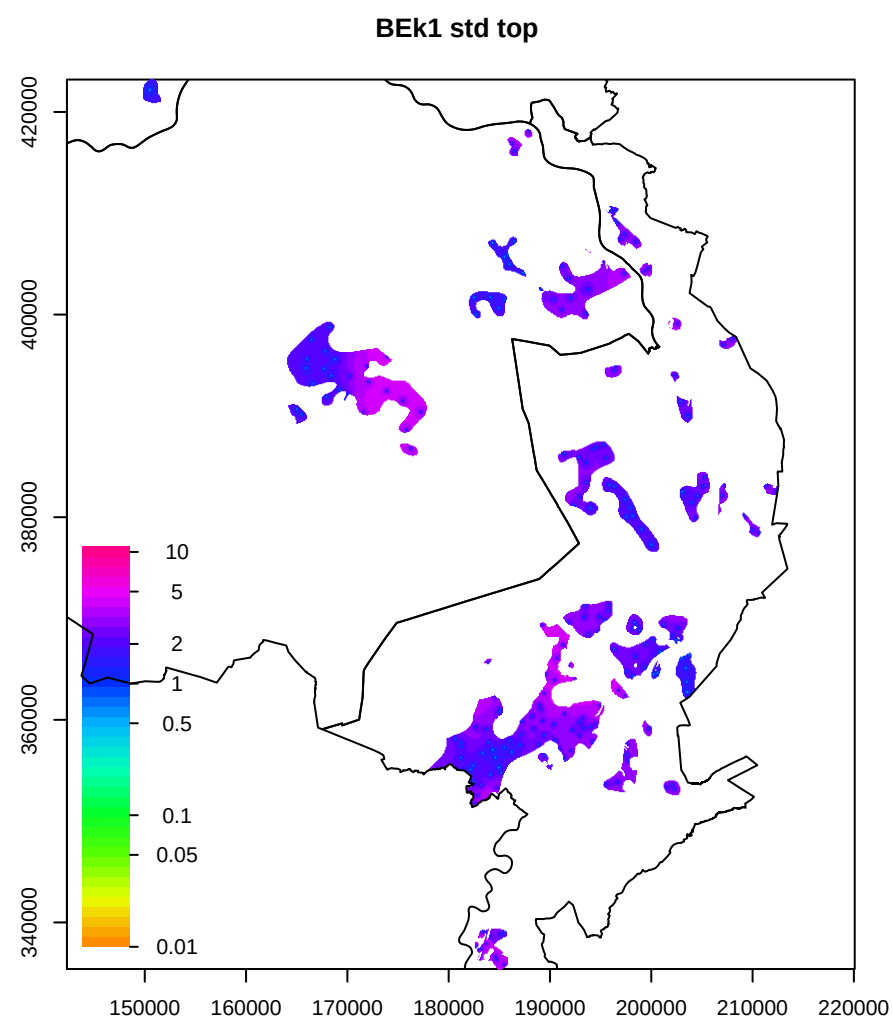


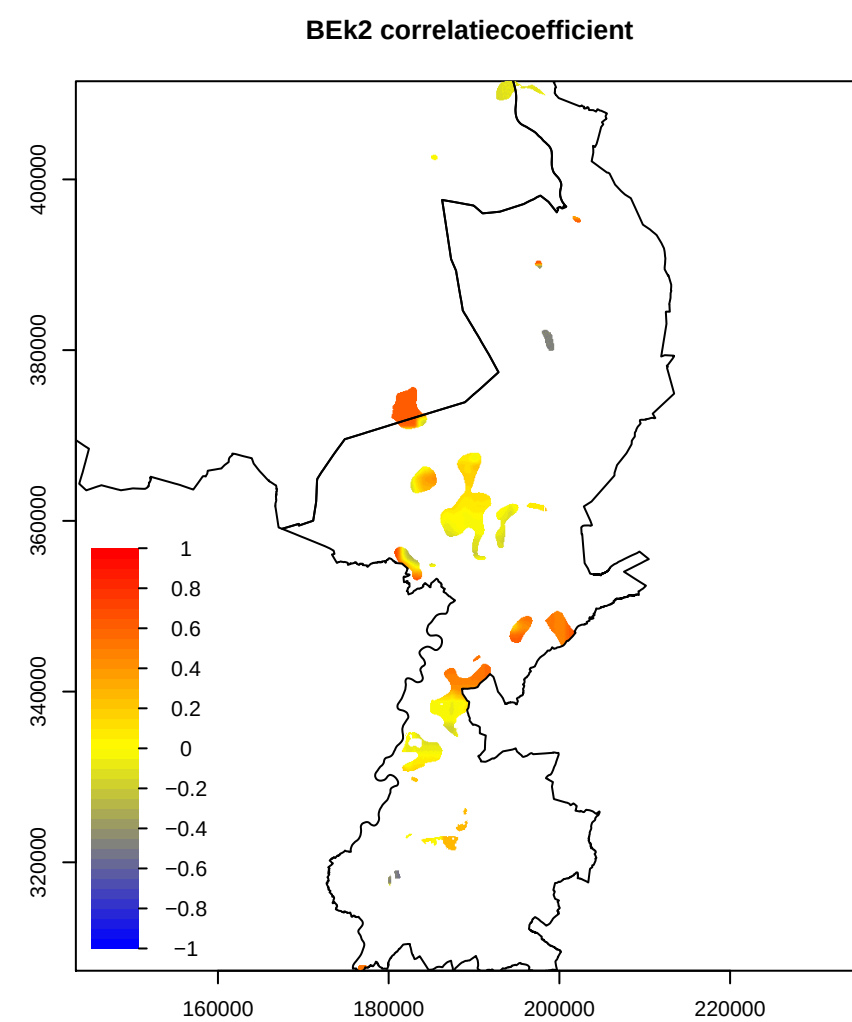
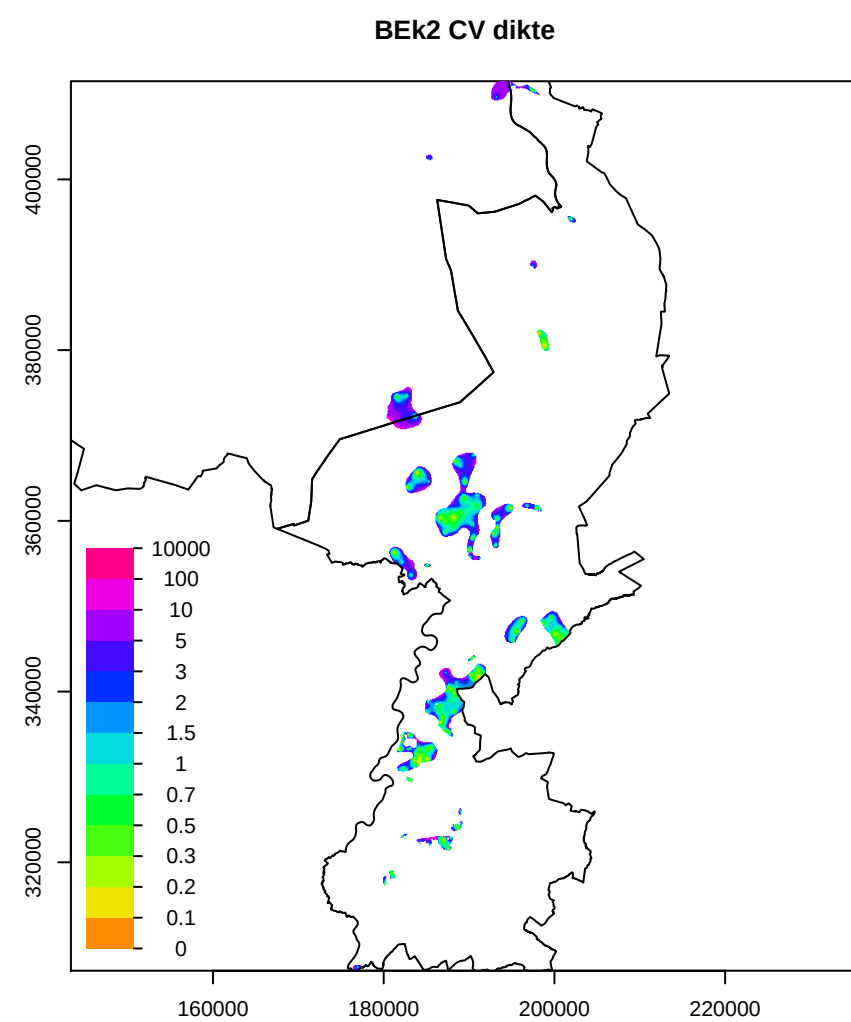
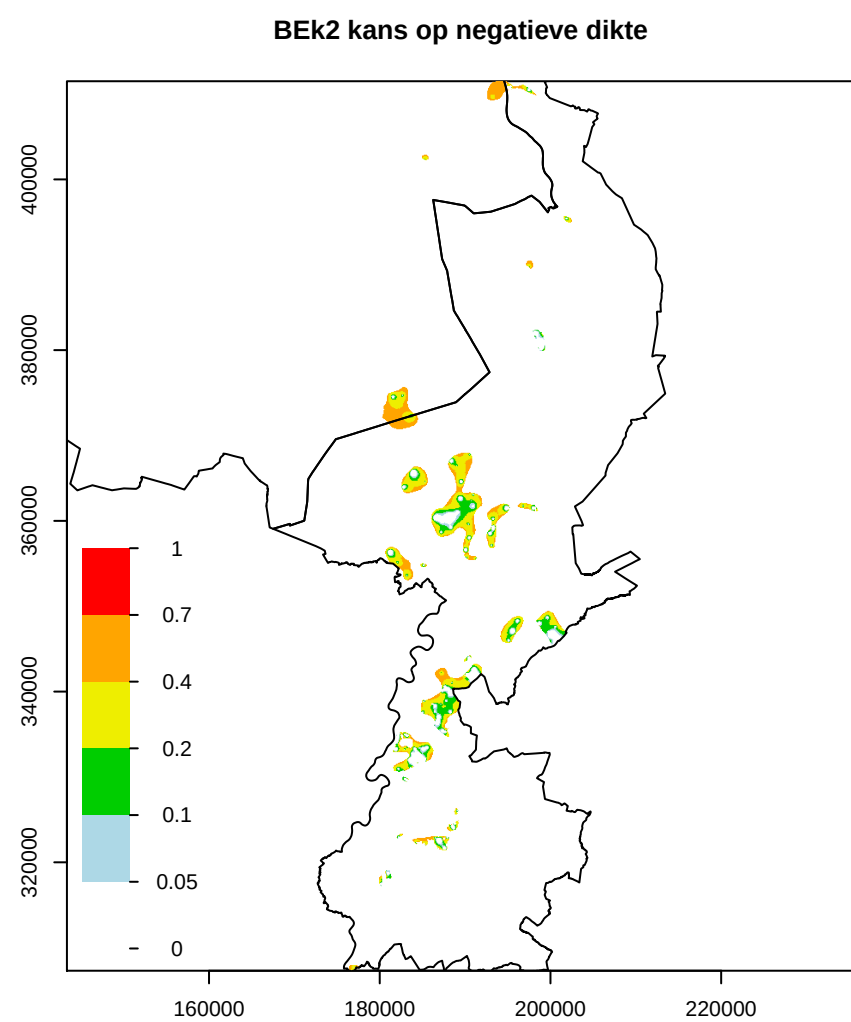
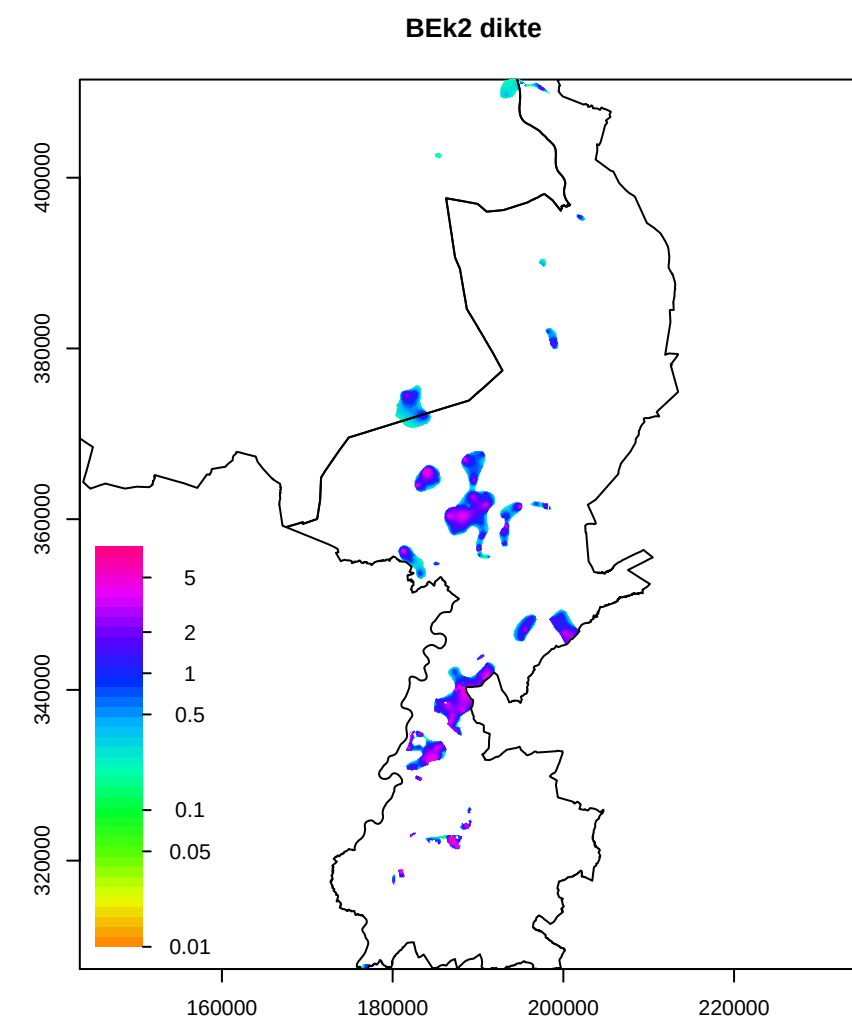
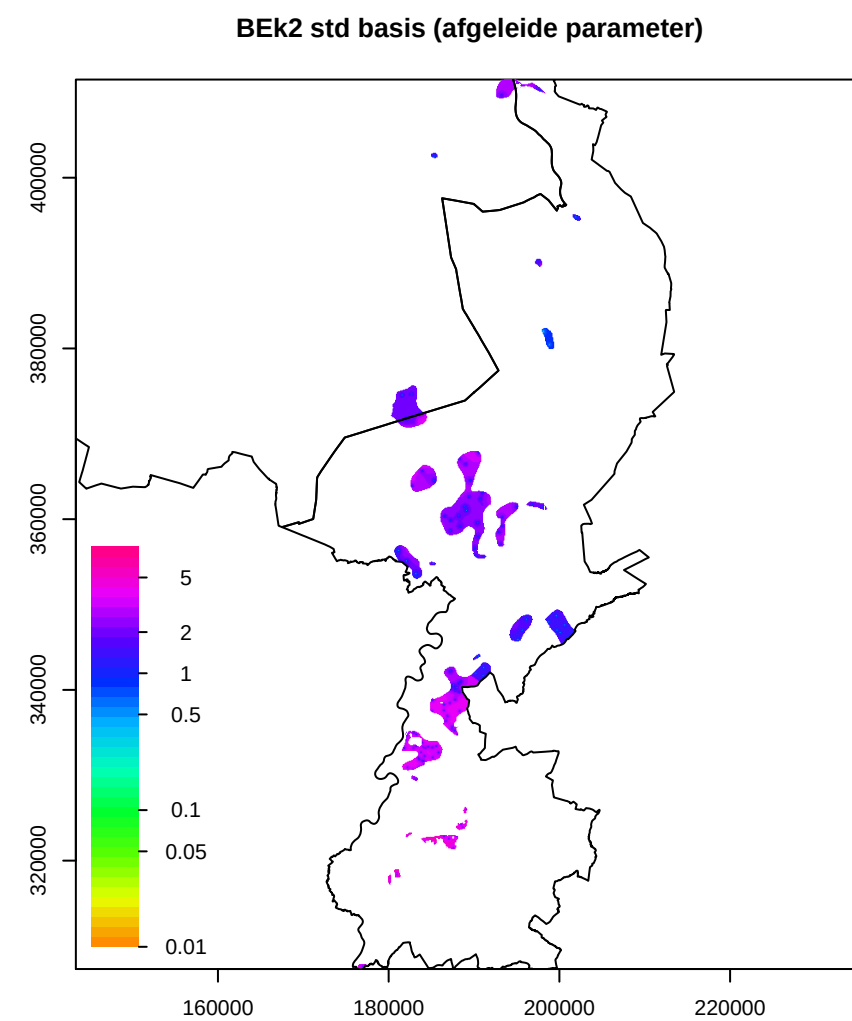
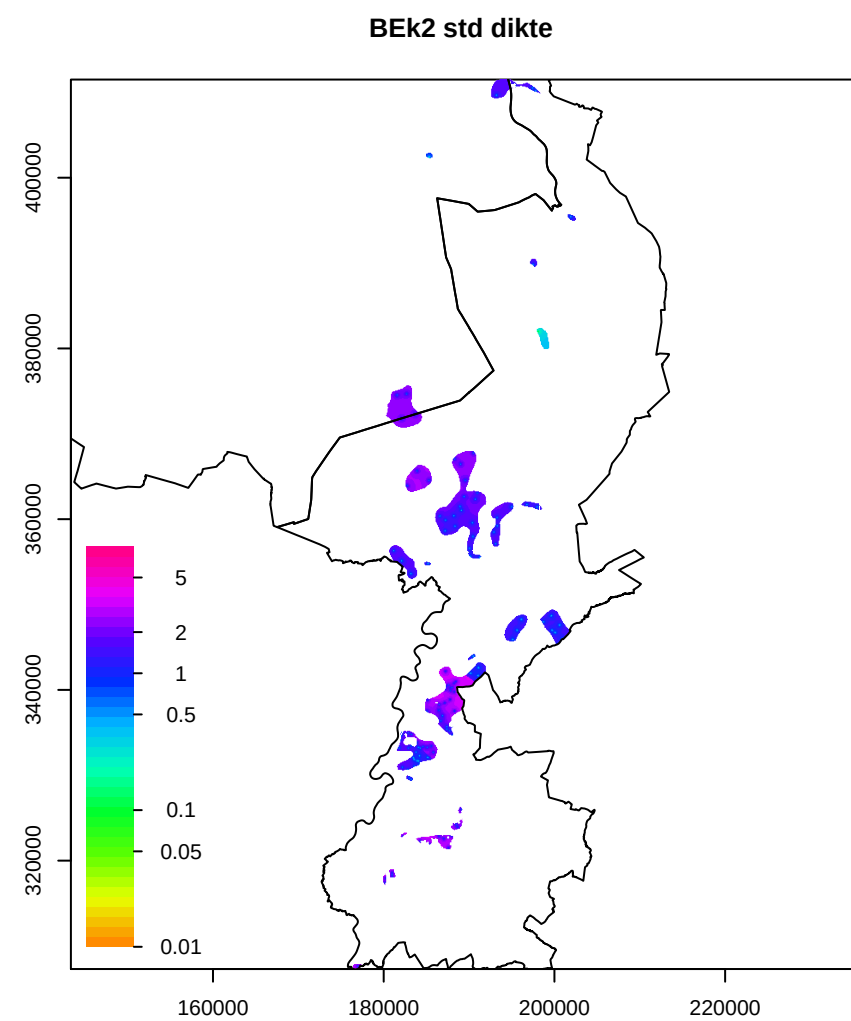
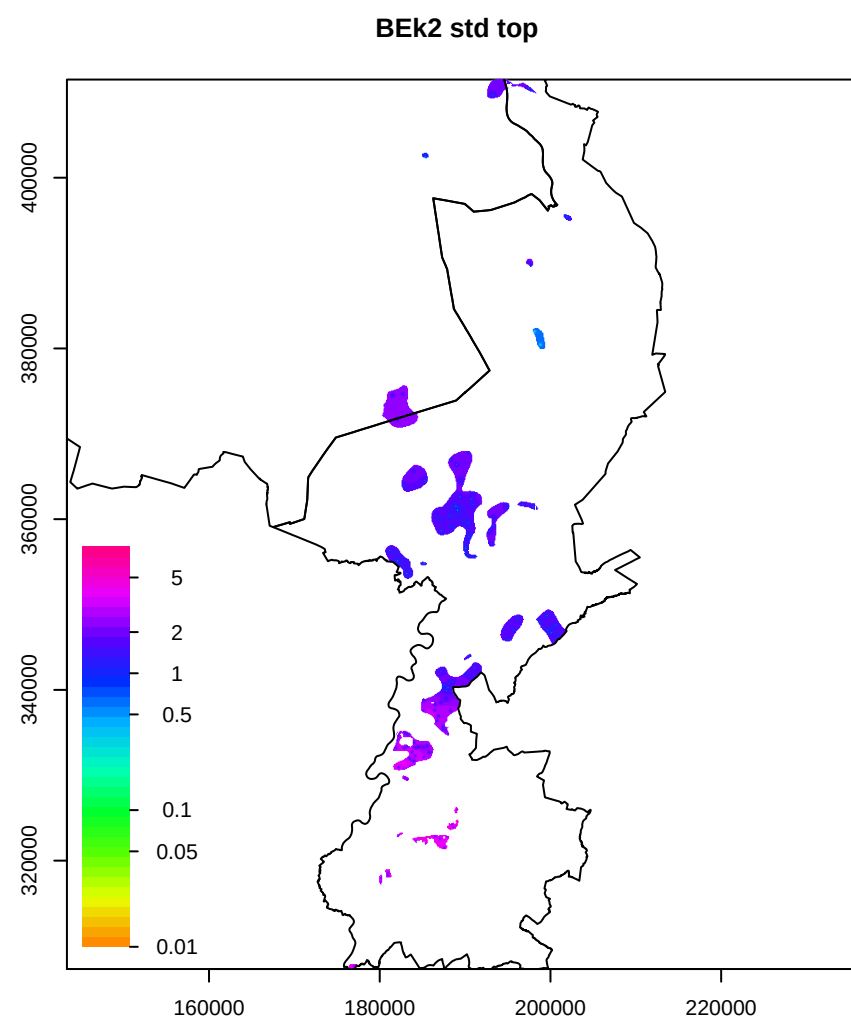
Drs. J.T. Buma
Auteur

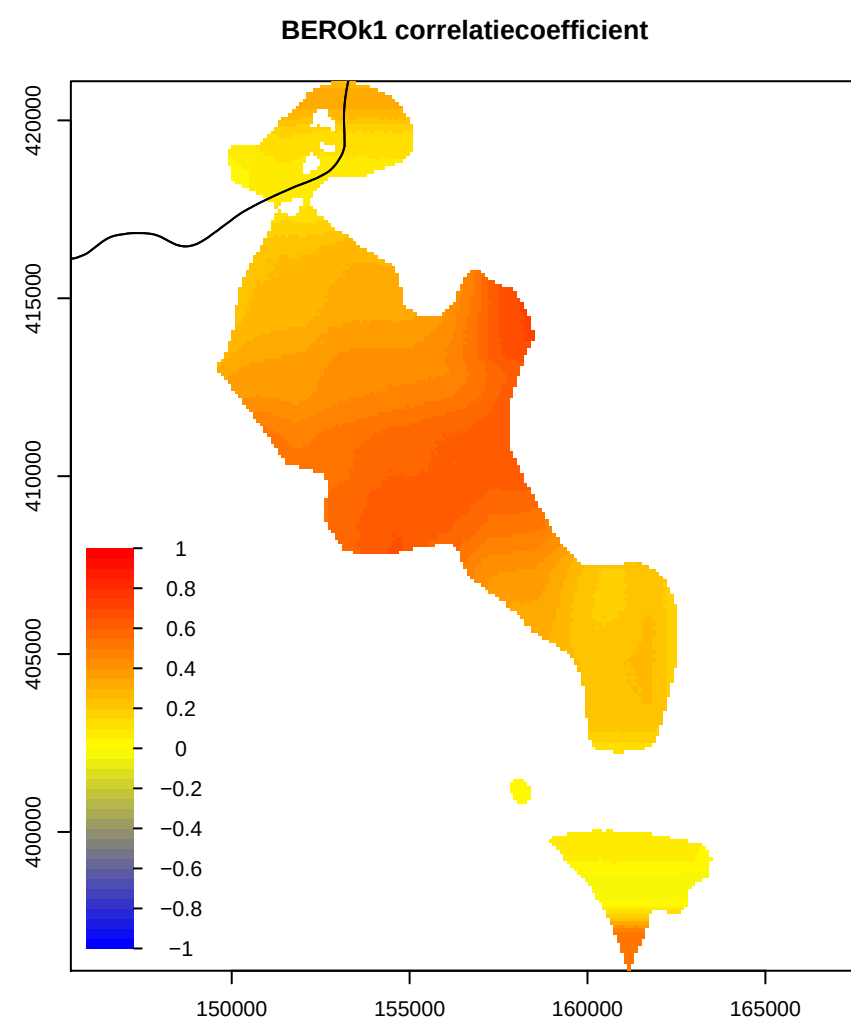
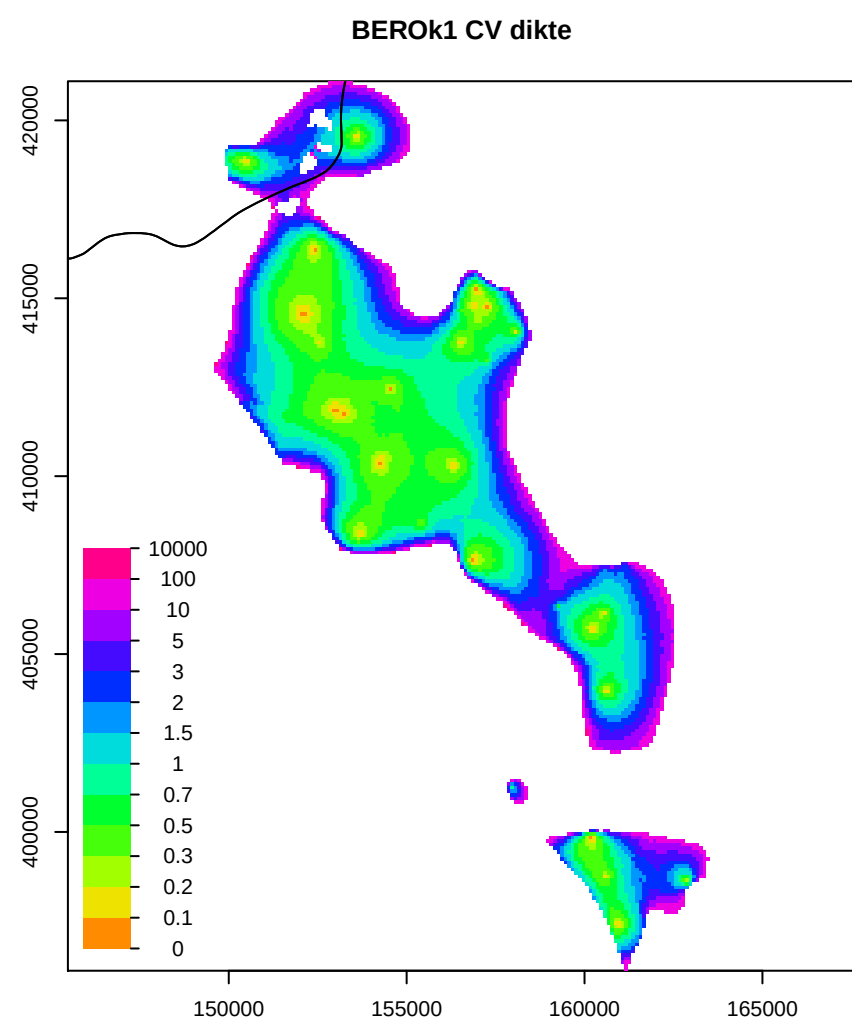
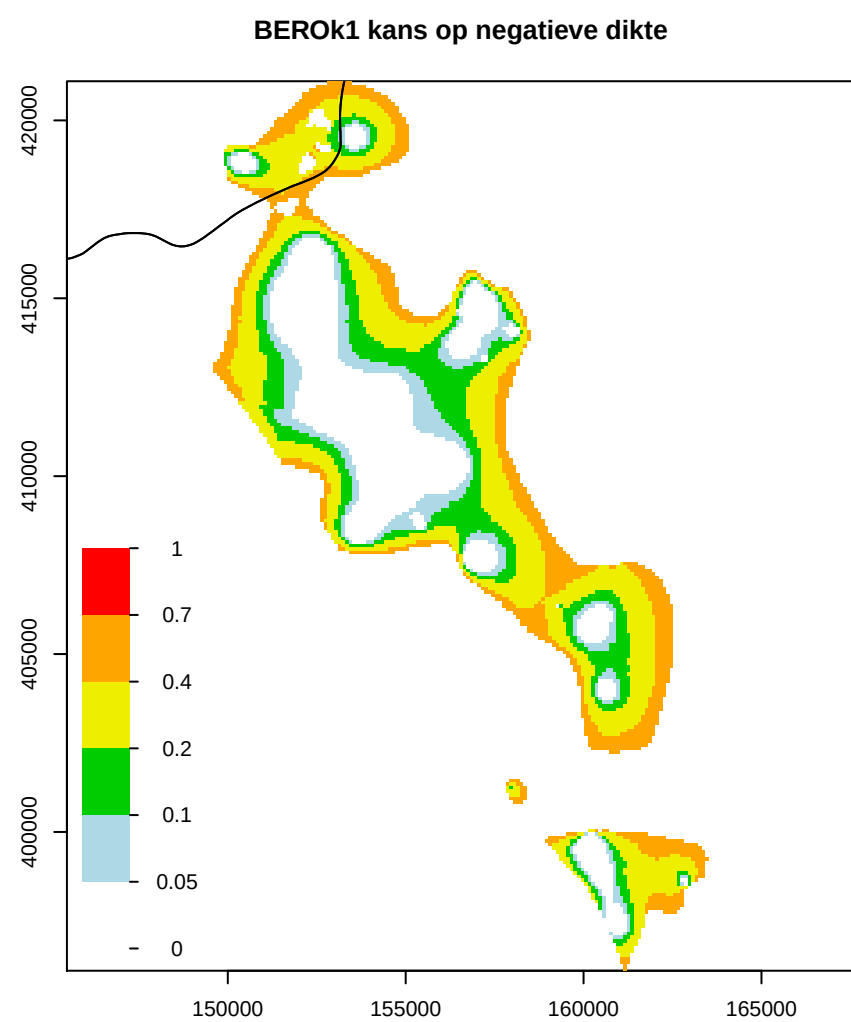
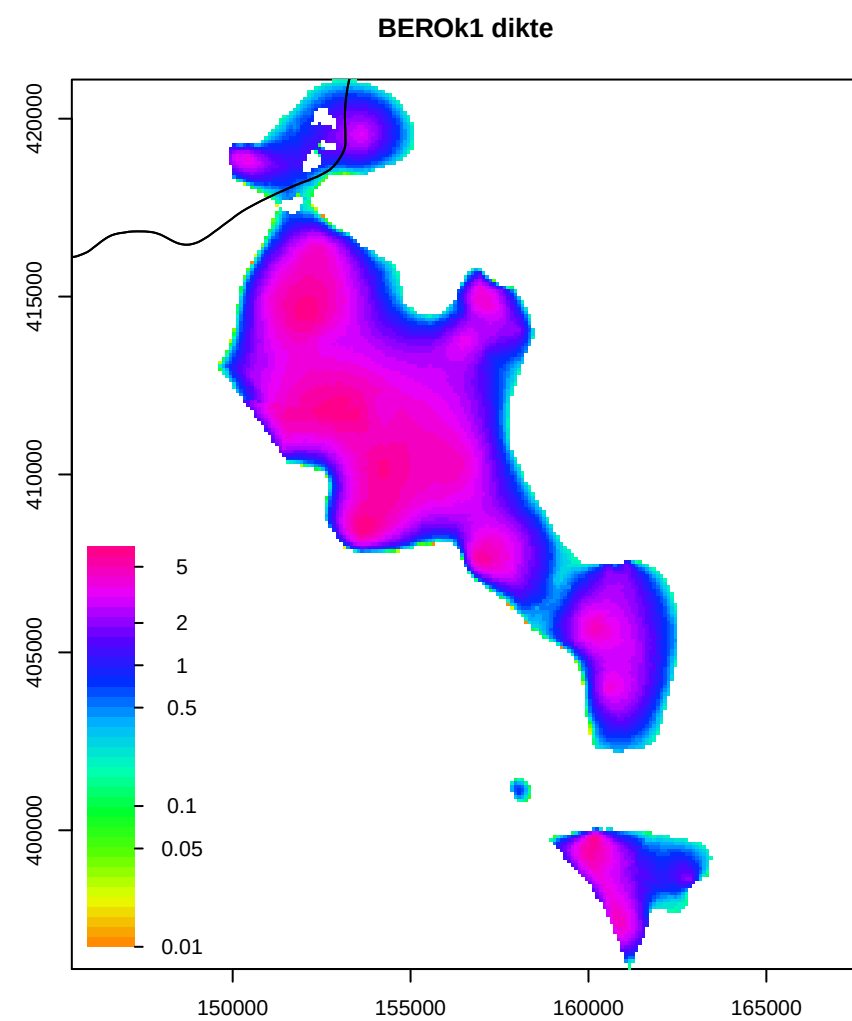
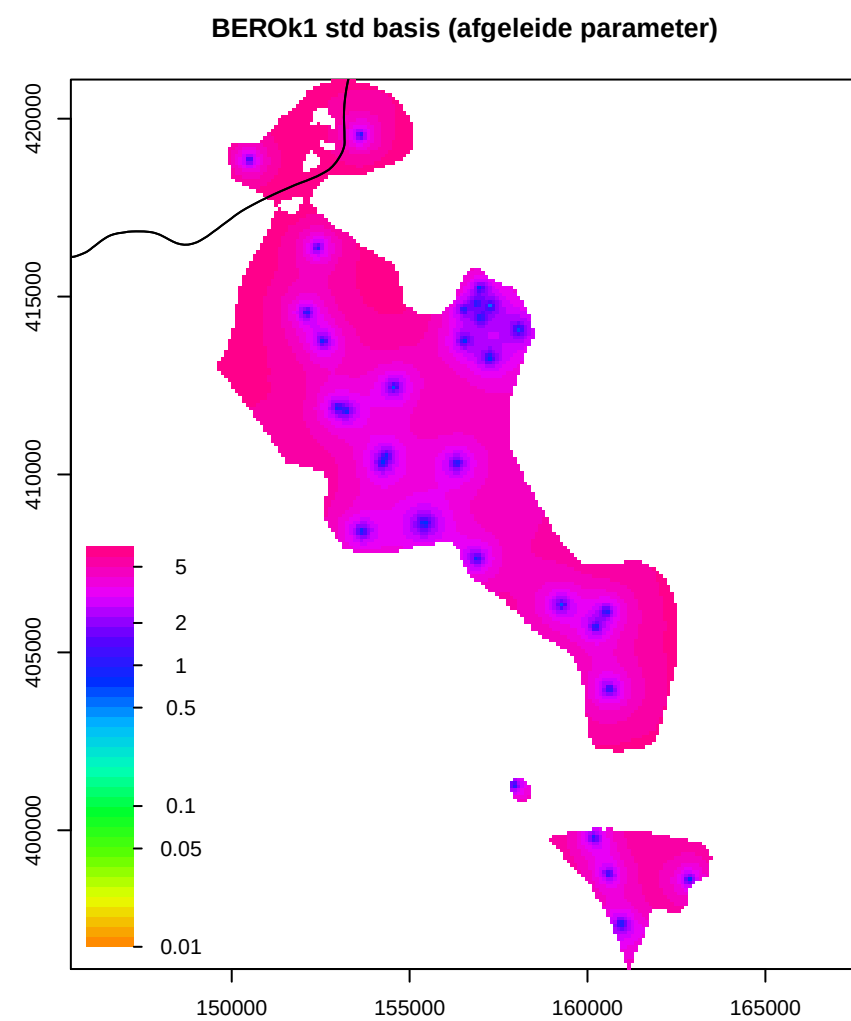
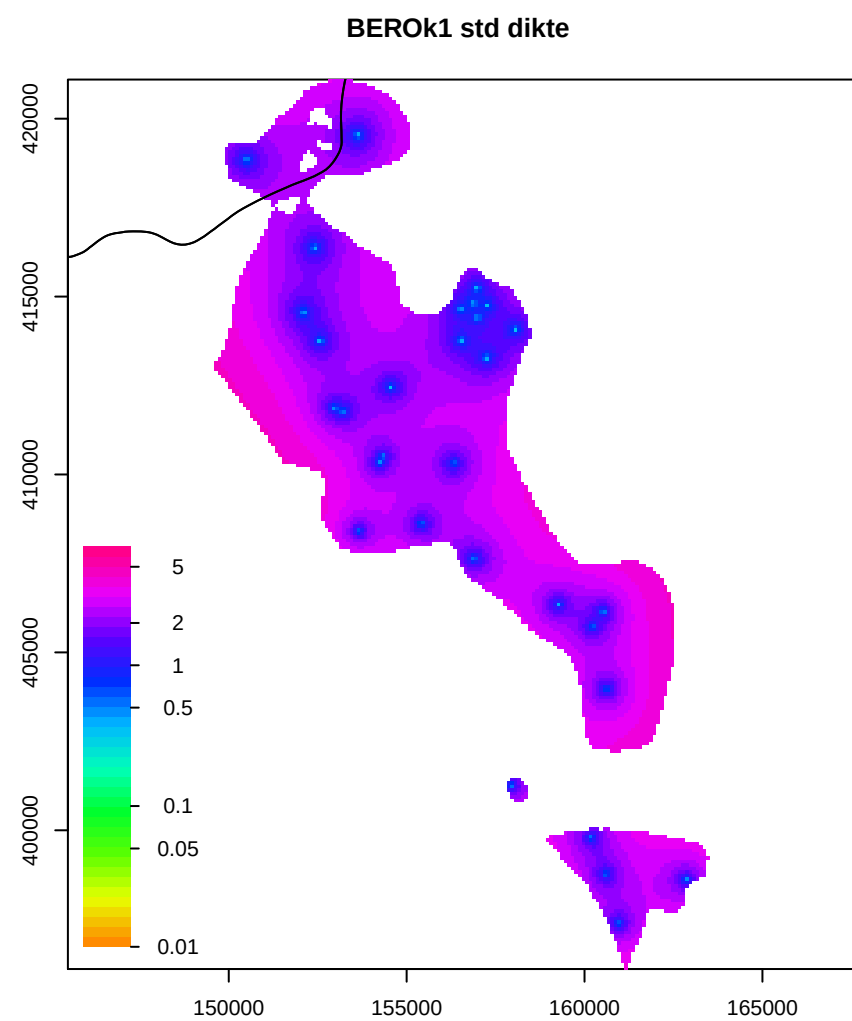
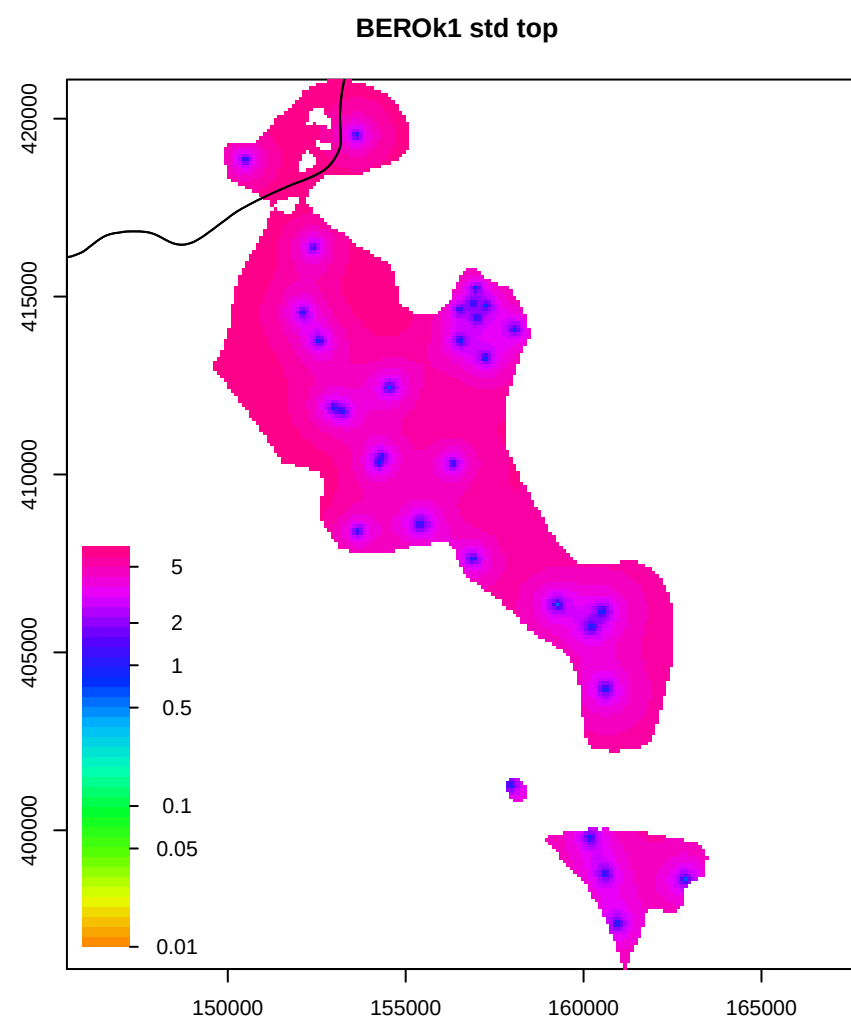


Drs. D. Maljers
Research Manager

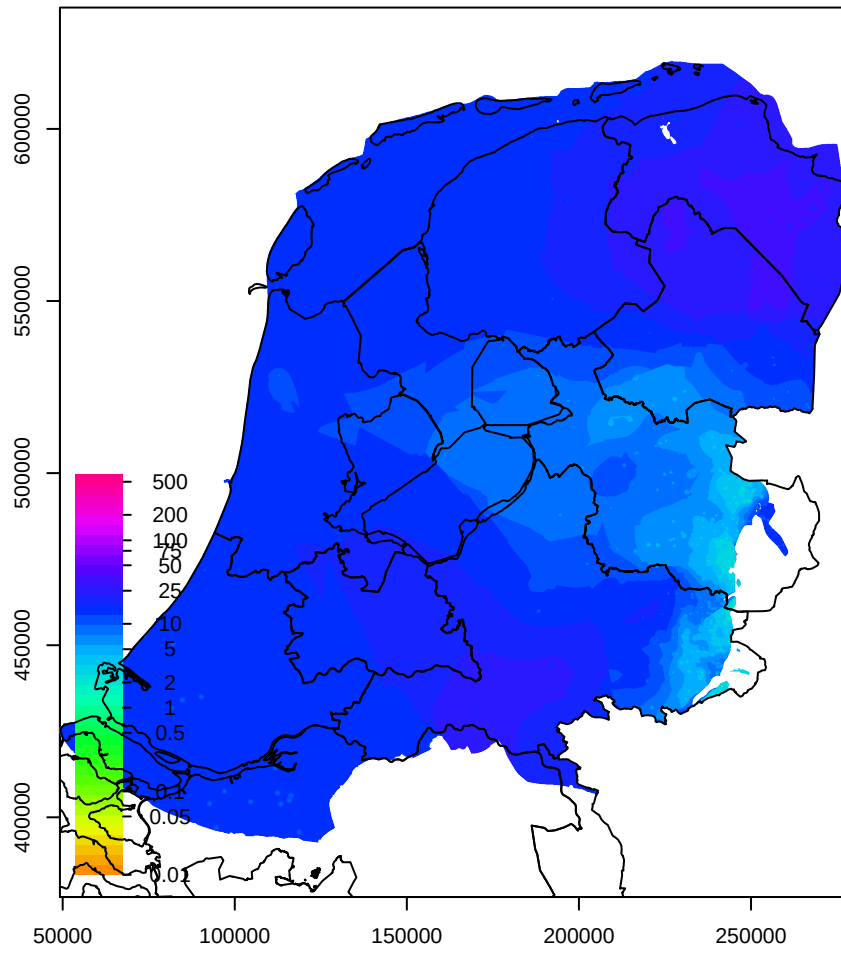
A Visuele weergave statistische grootheden in de berekening van de onzekerheden



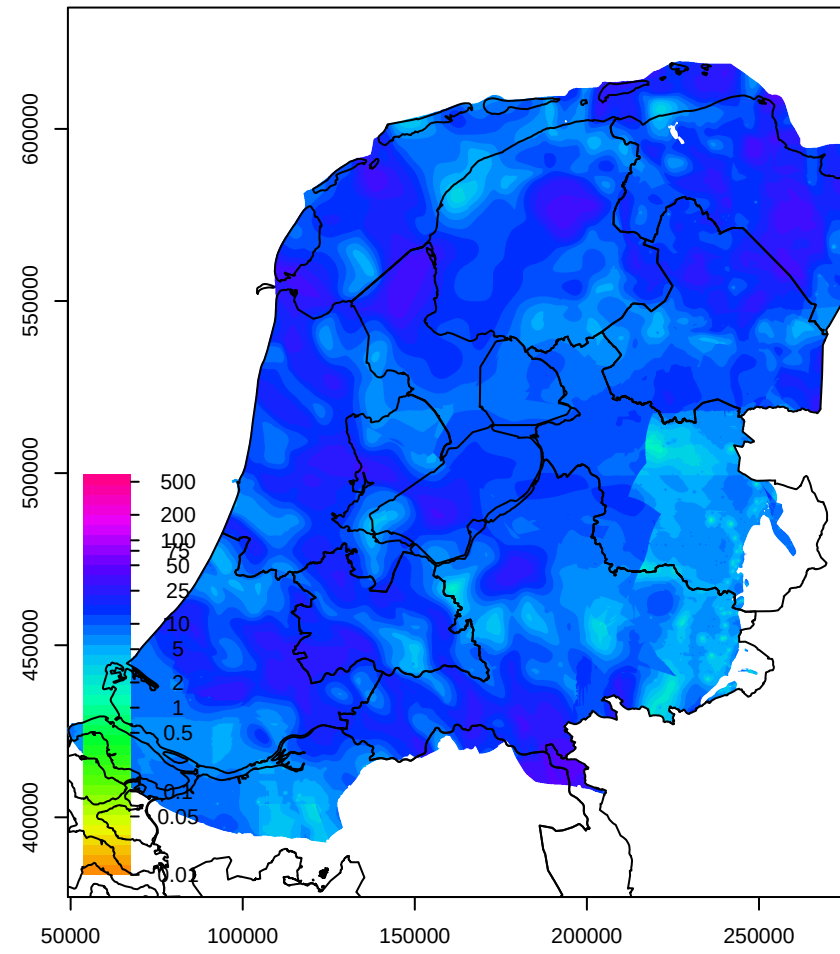




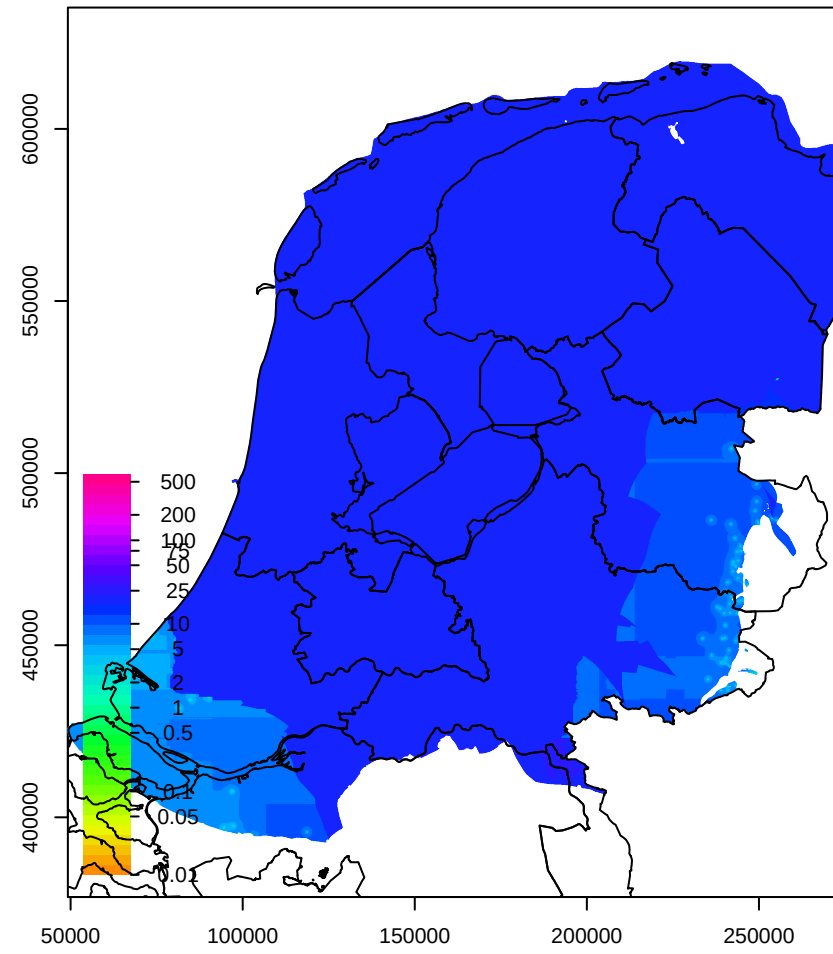
BRk1 std top



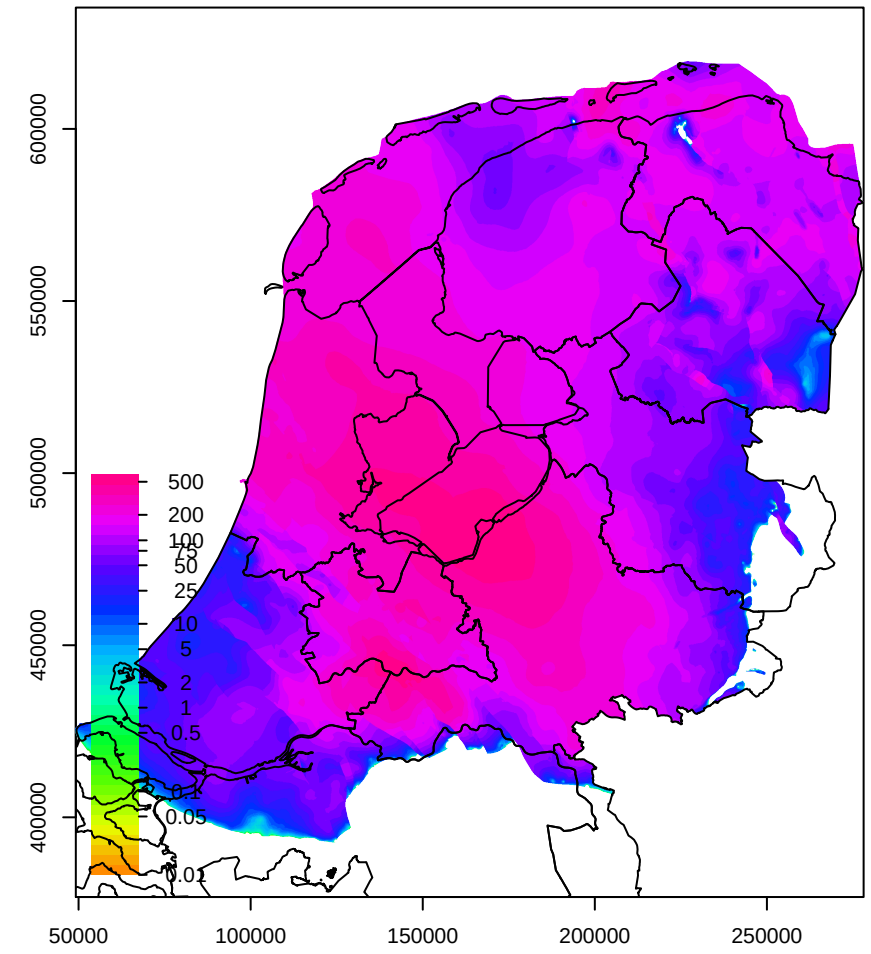
BRk1 std dikte (afgeleide parameter)



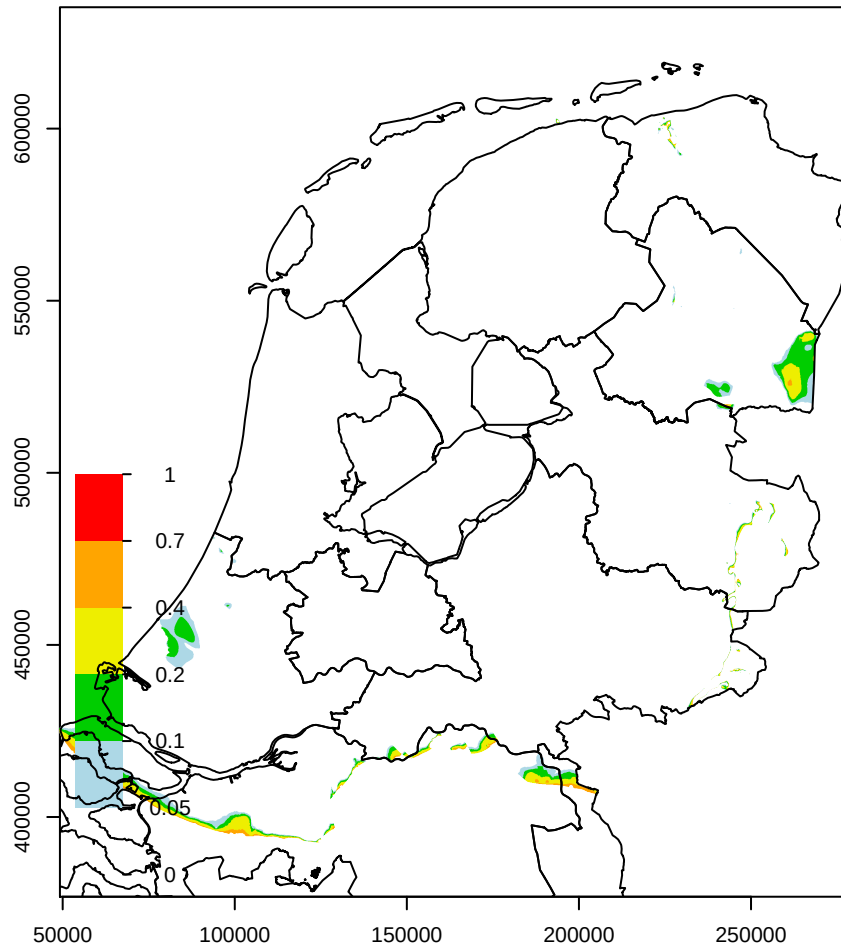
BRk1 std basis



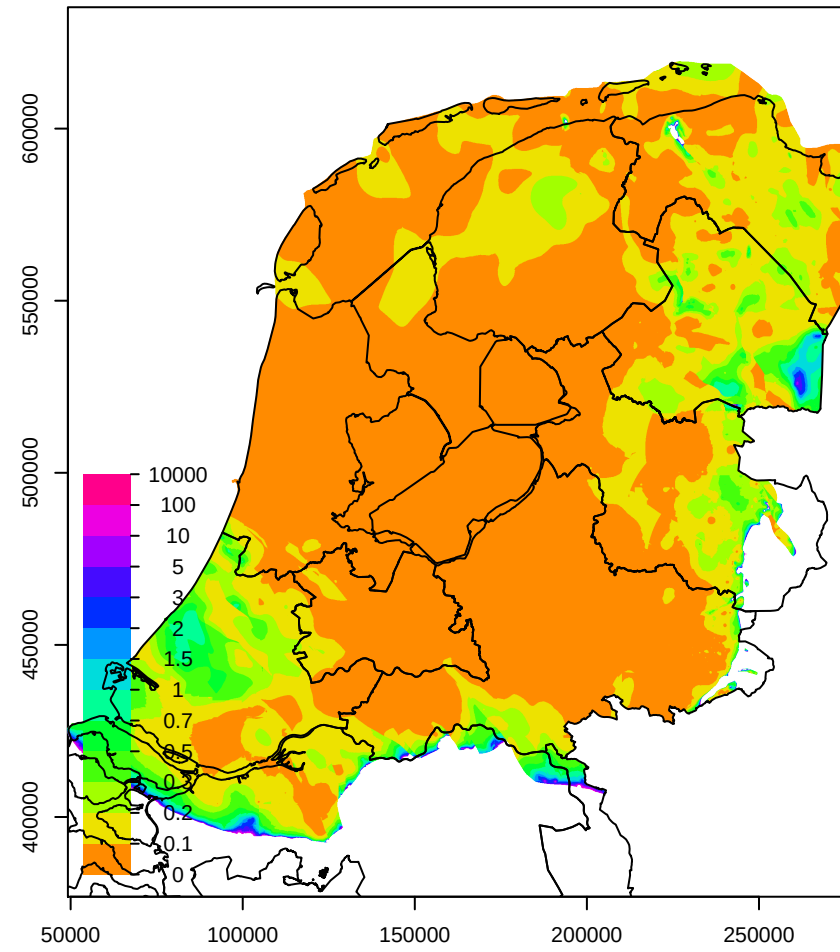
BRk1 dikte



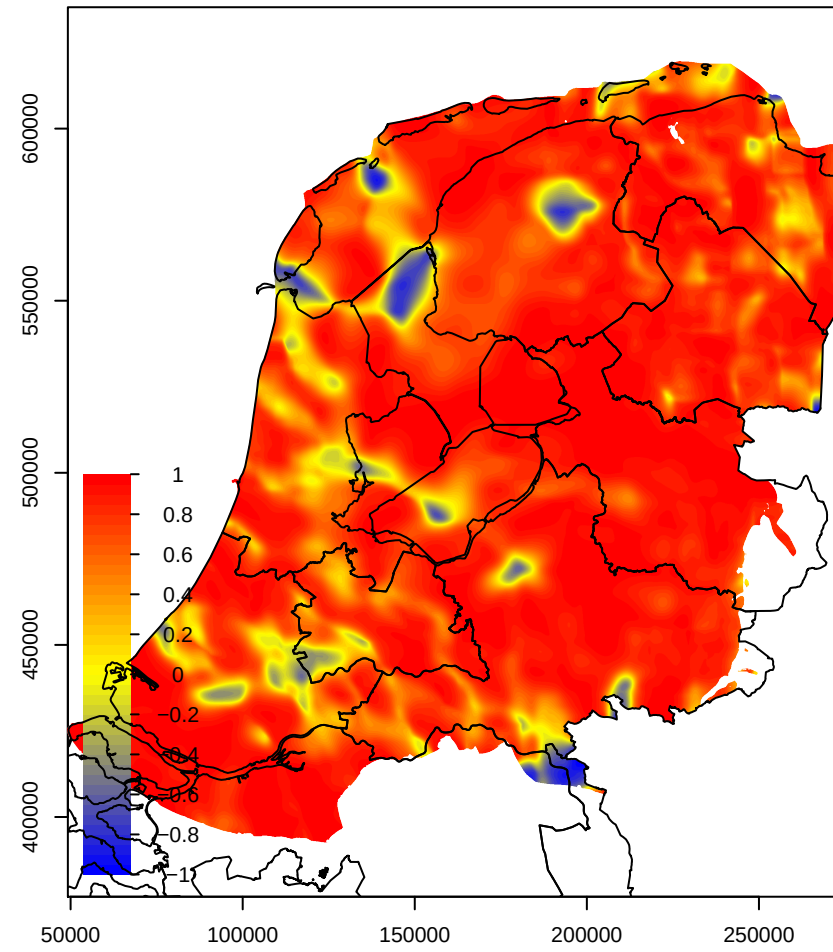
BRk1 kans op negatieve dikte

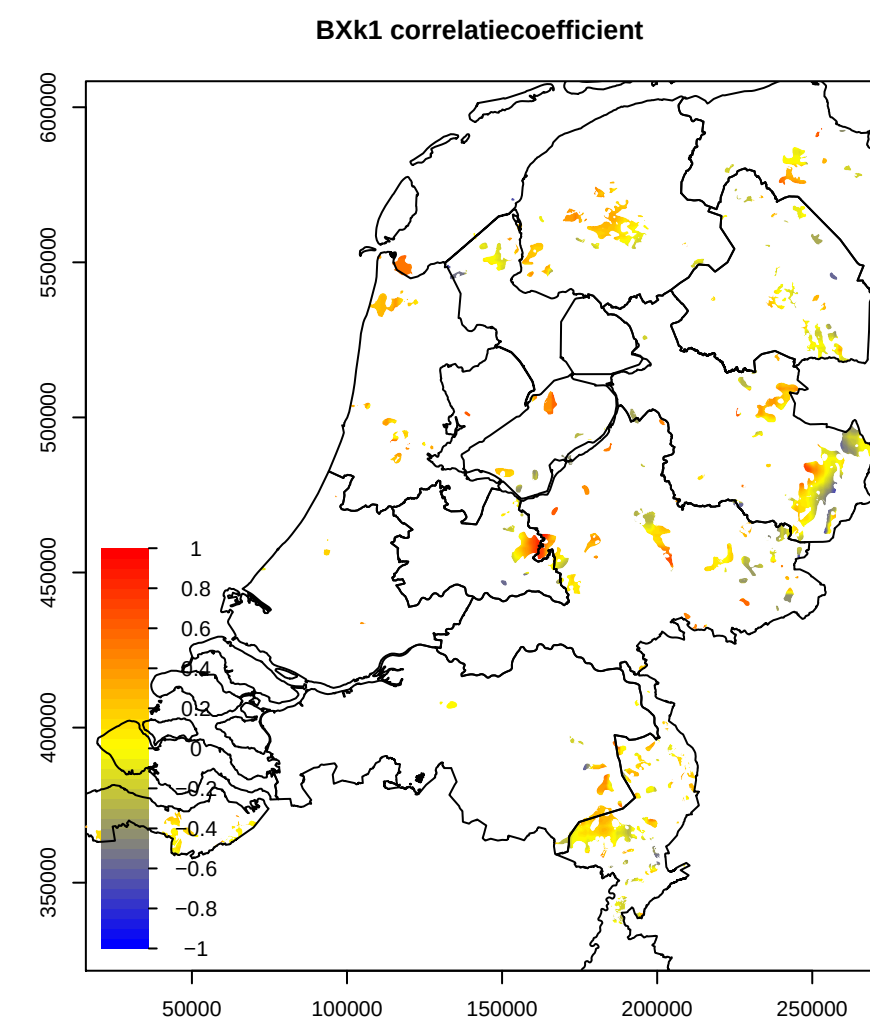
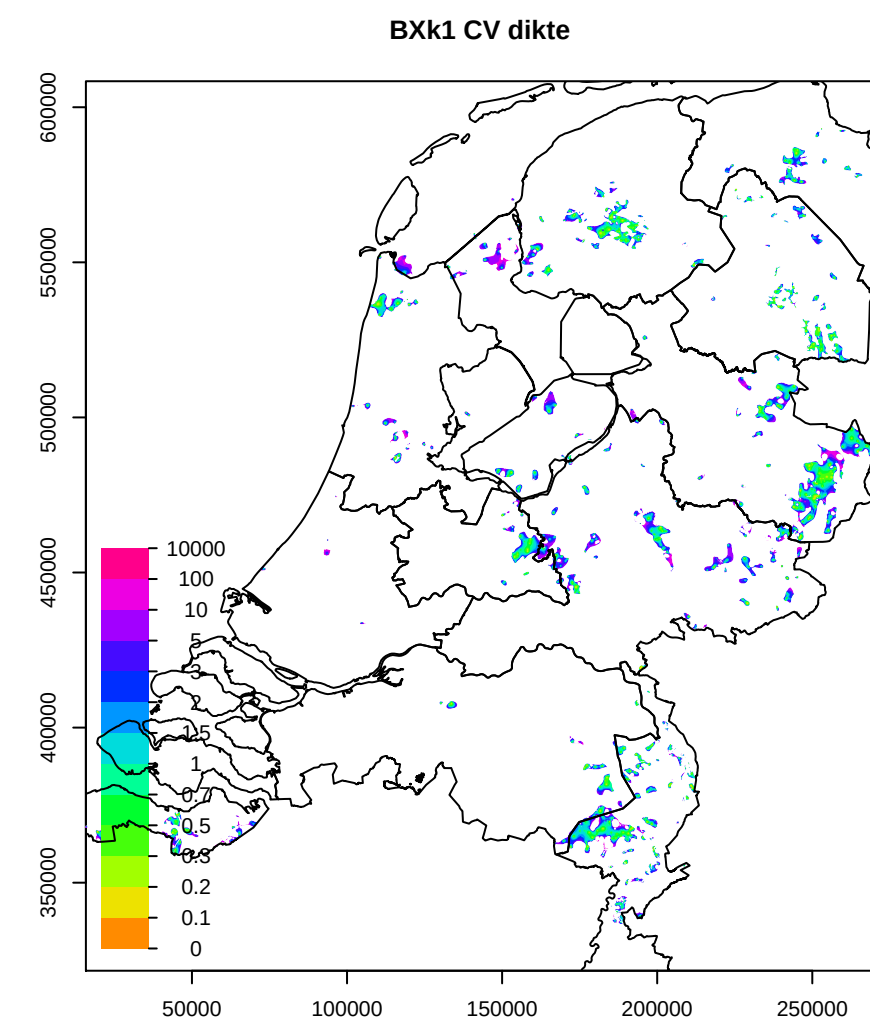
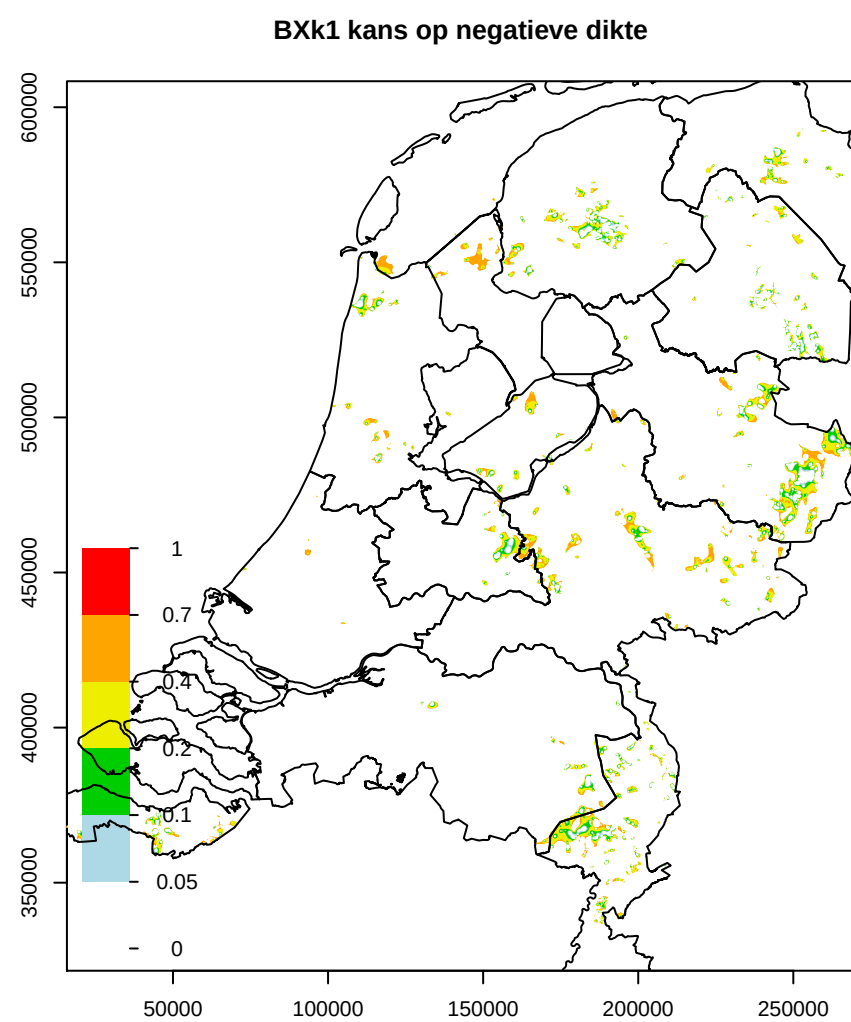
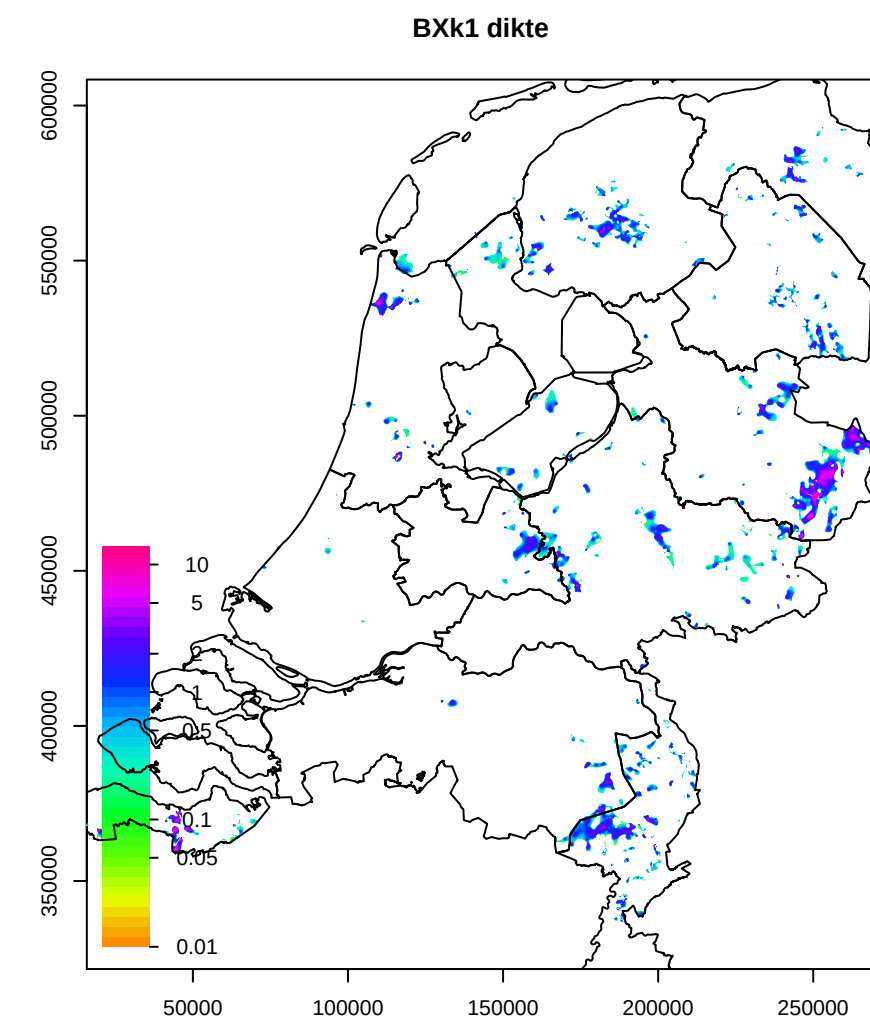
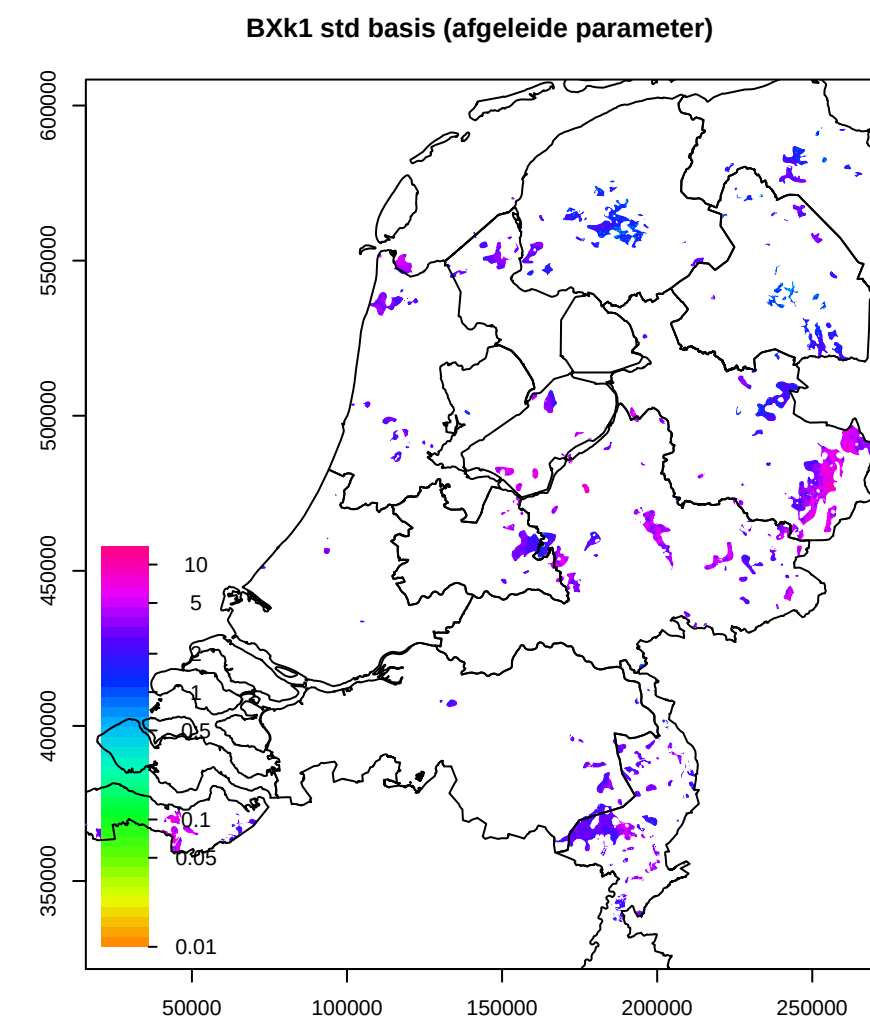
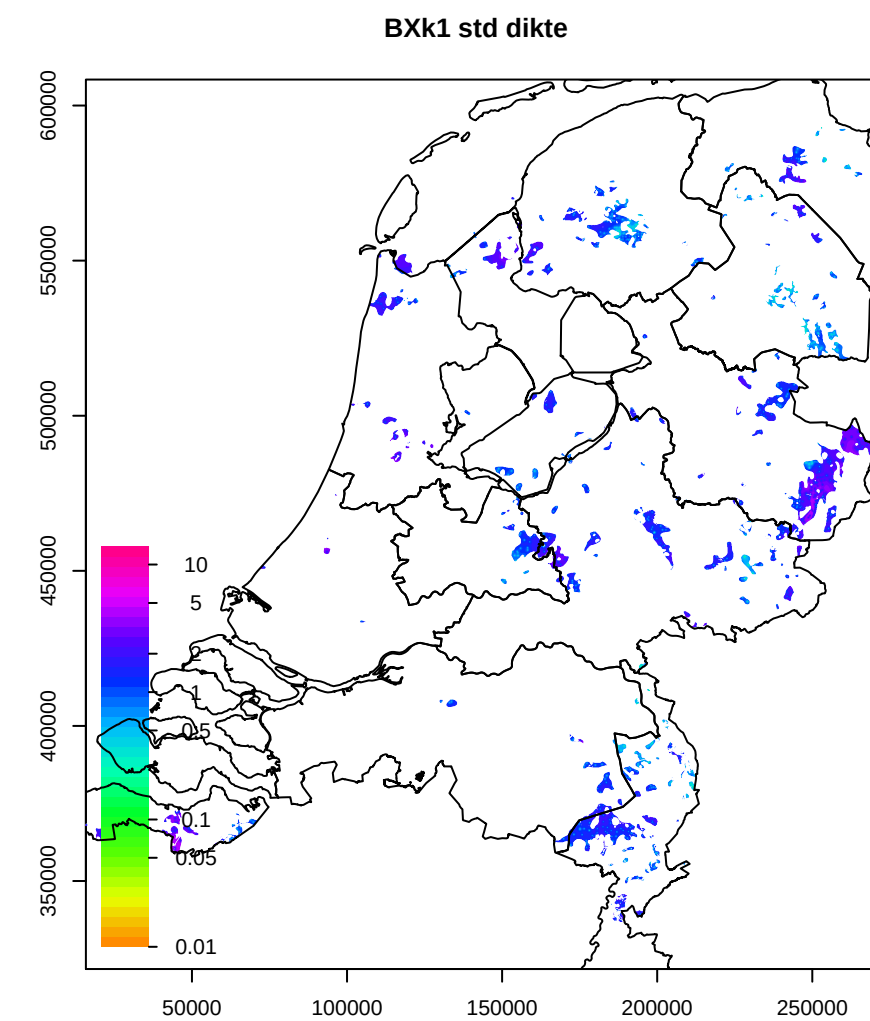
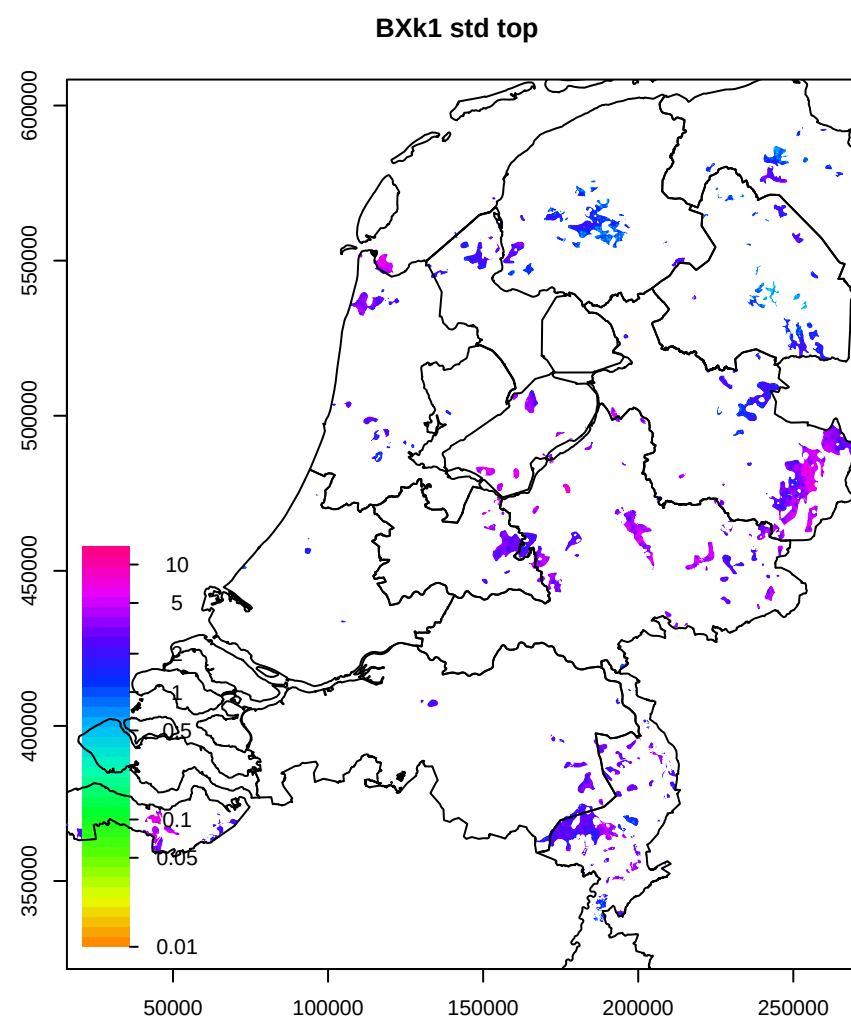


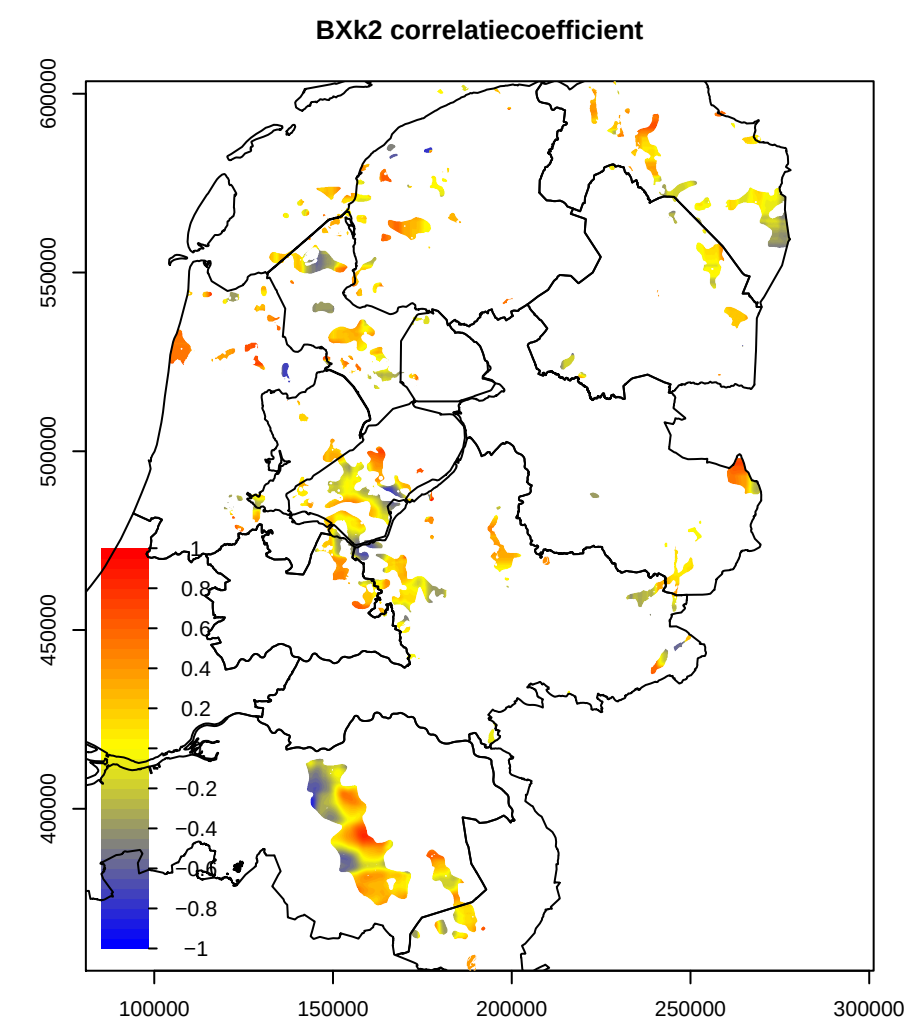
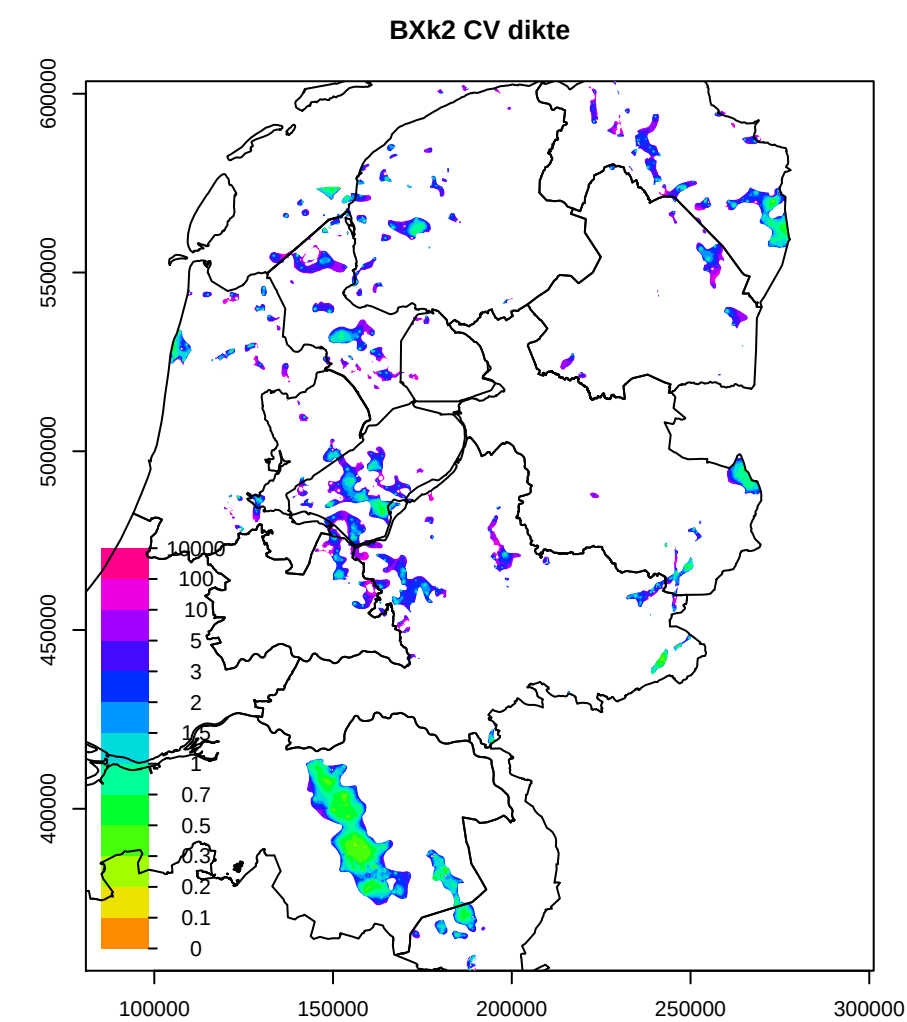
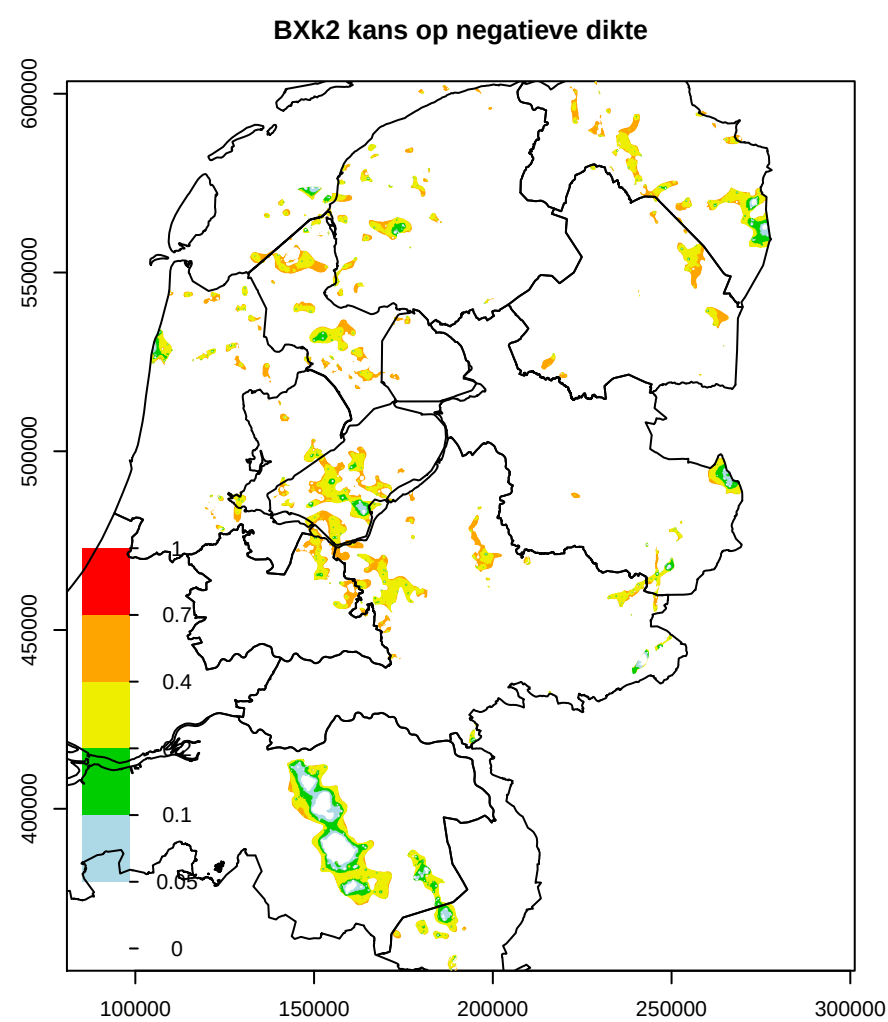
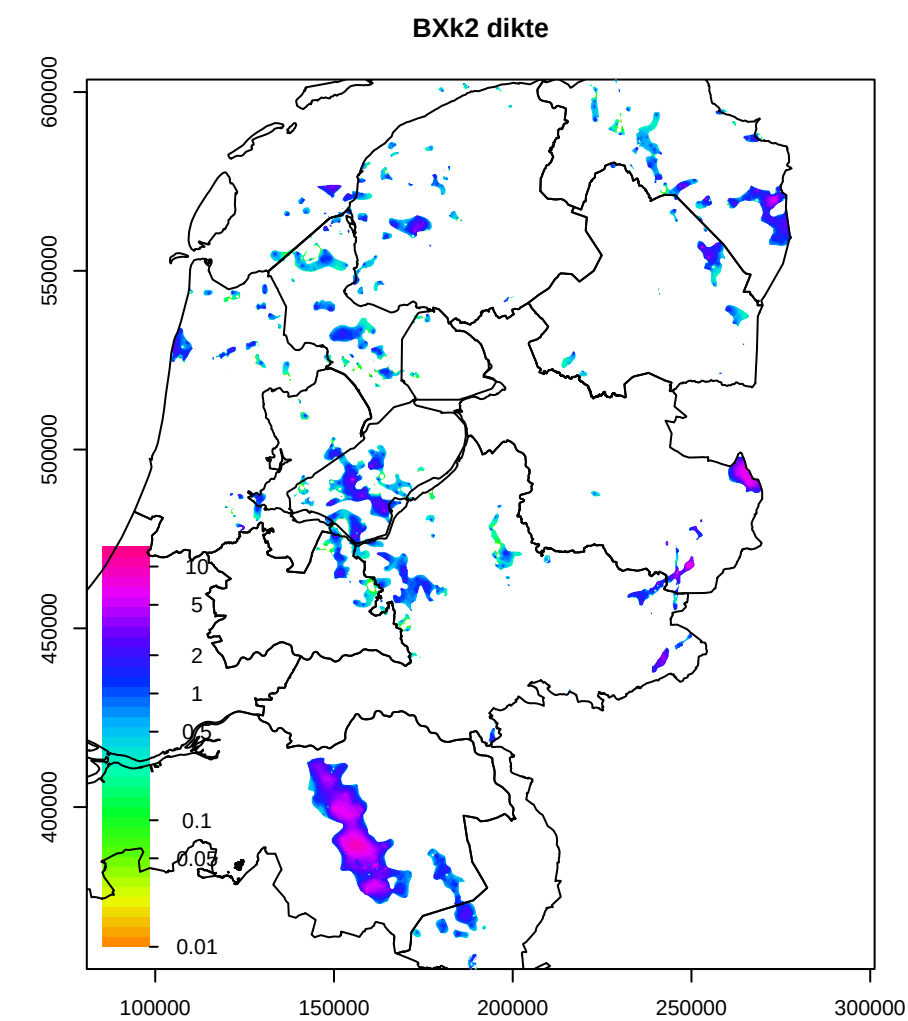
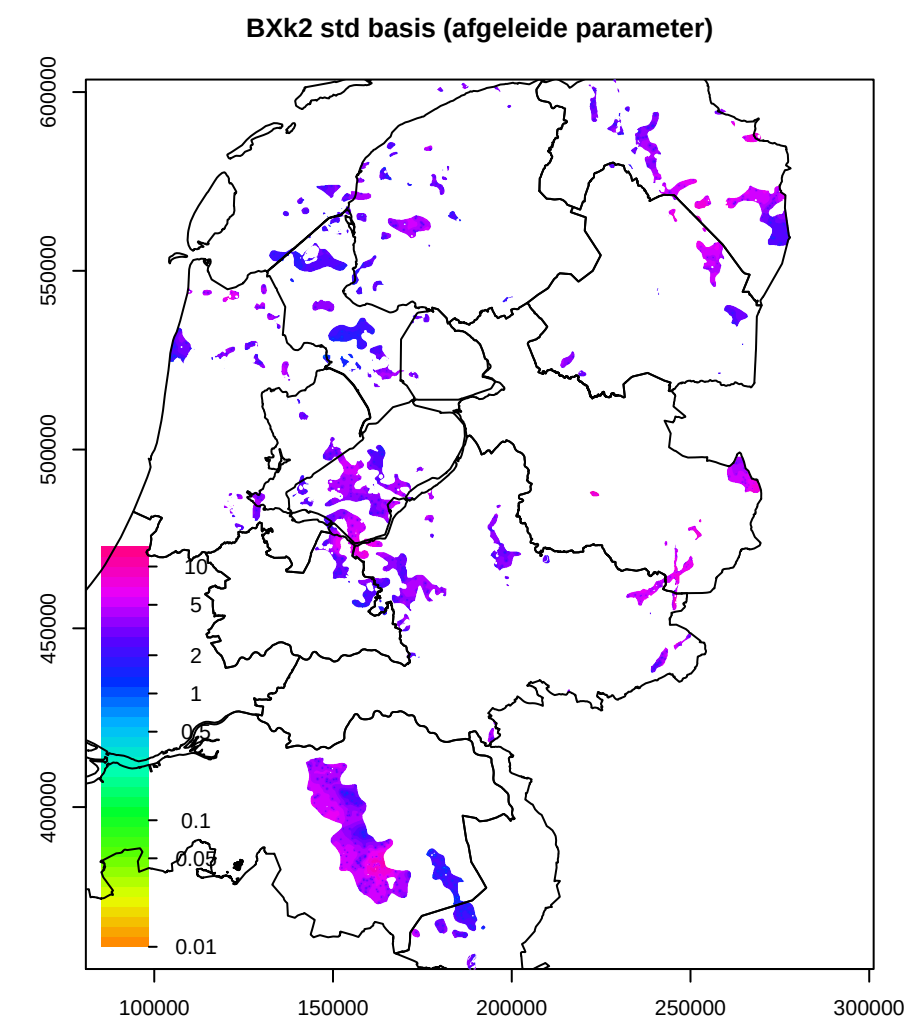
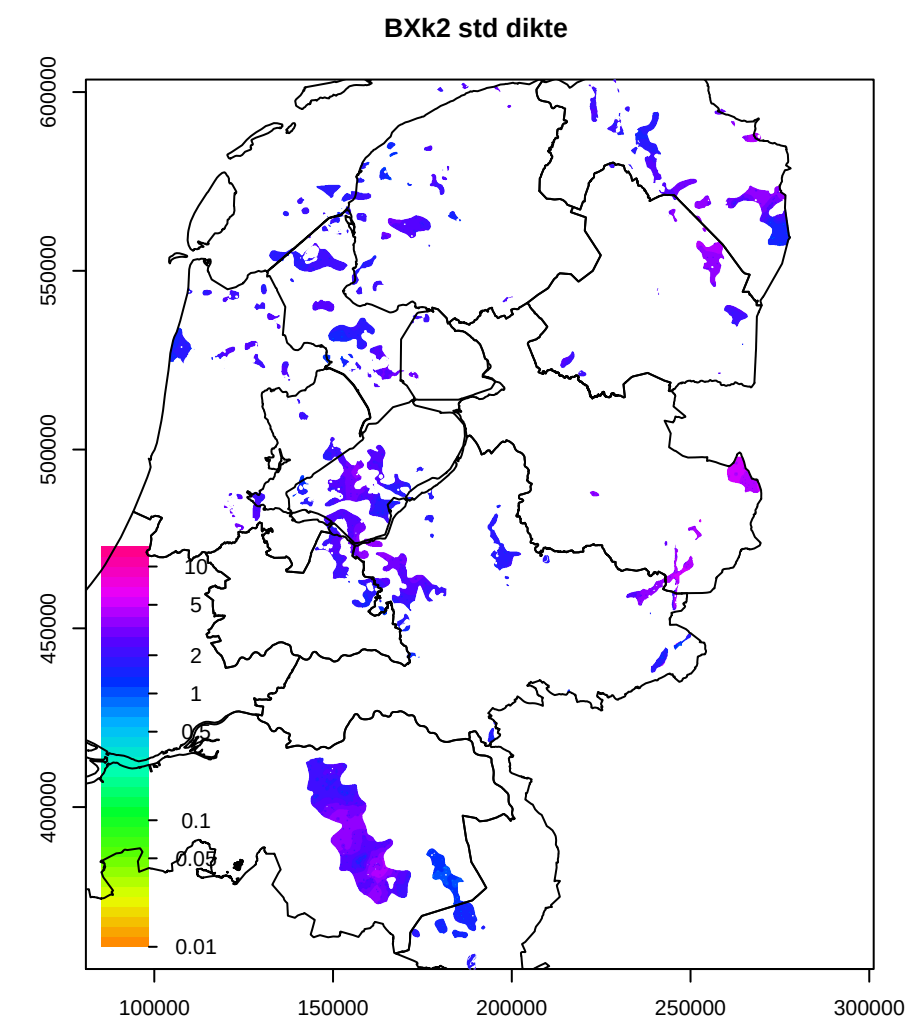
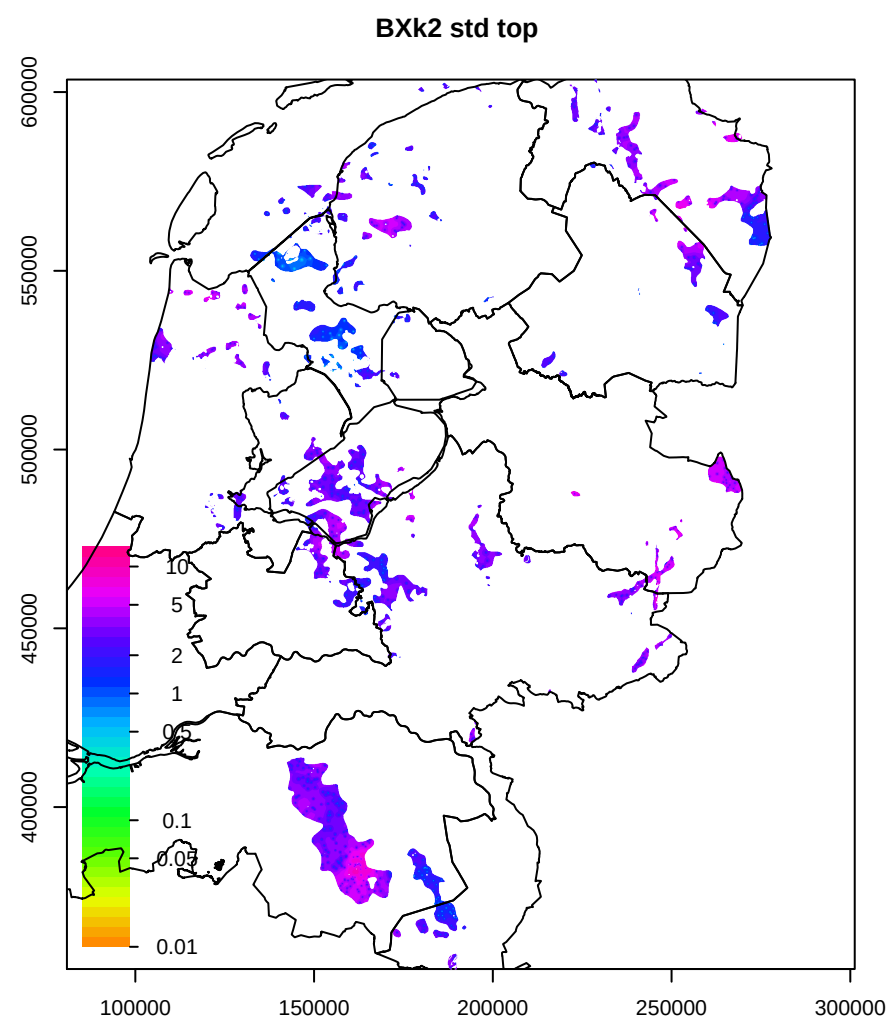
BRk1 CV dikte



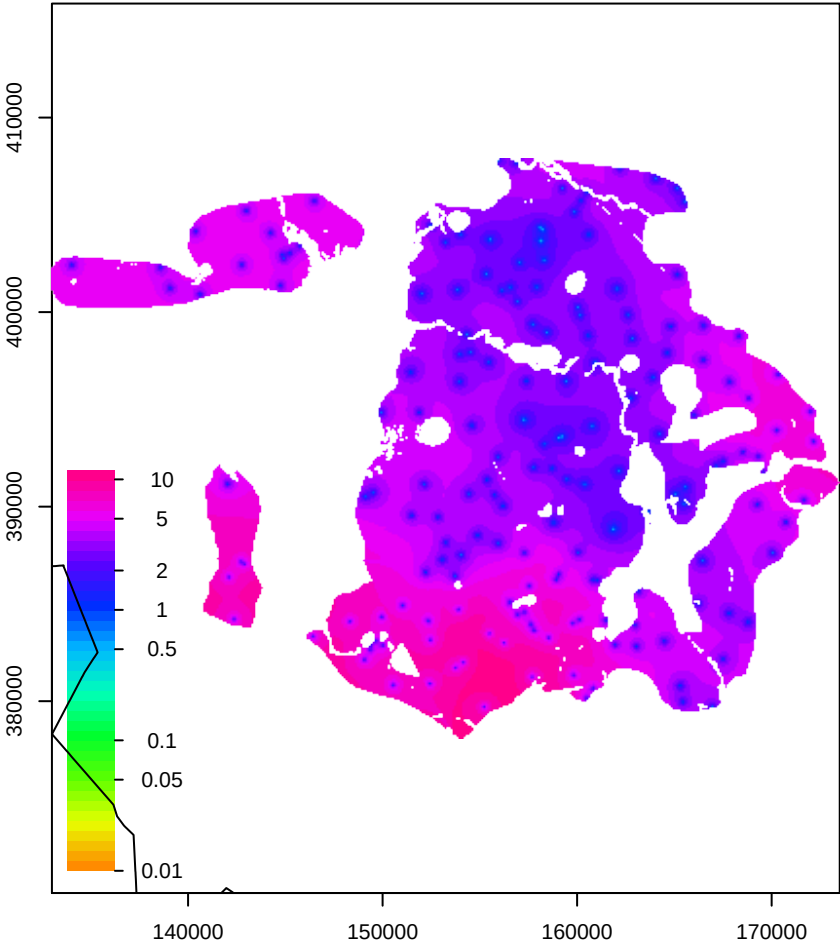
BRk1 correlatiecoefficient



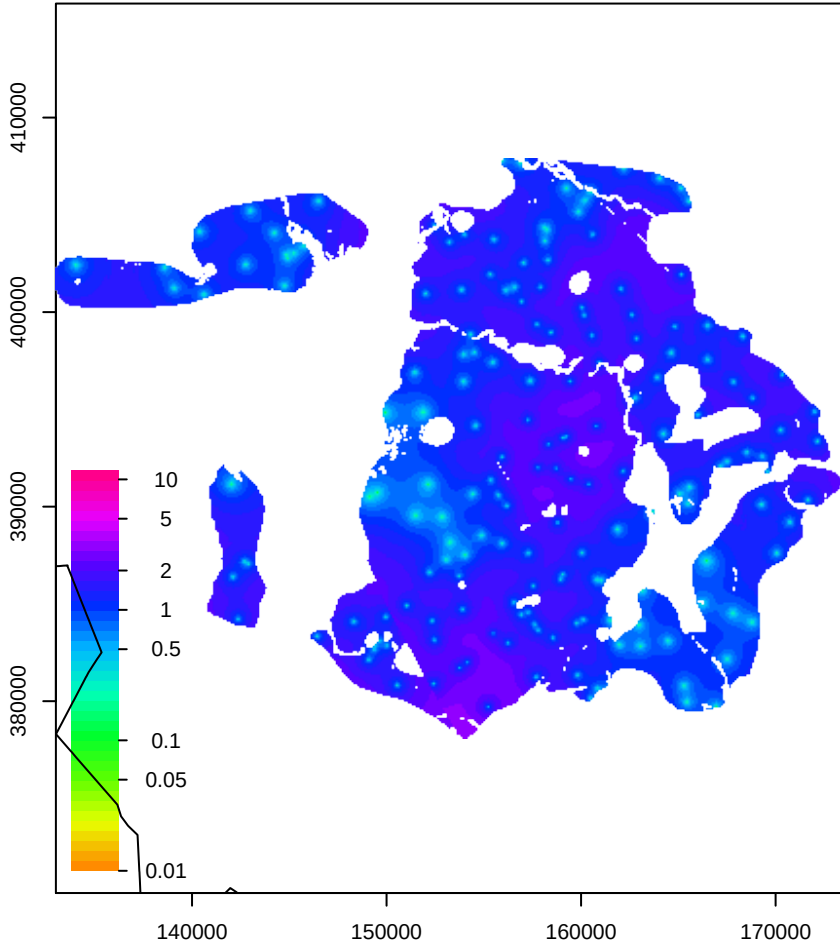




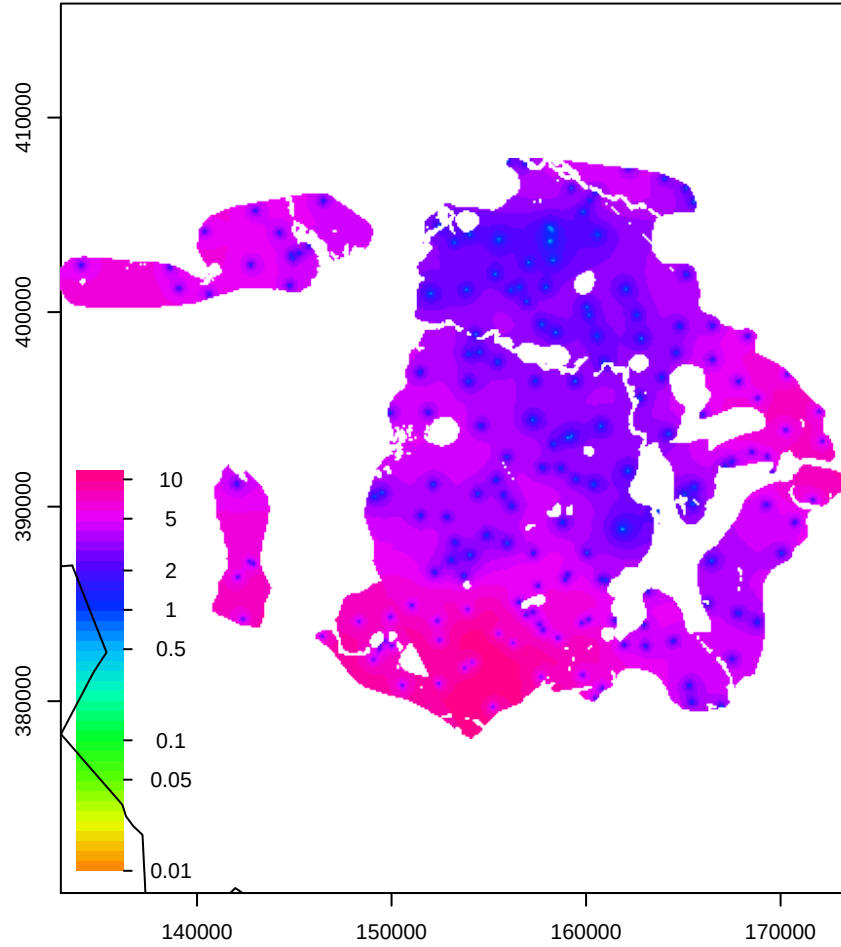
BXLMk1 std top



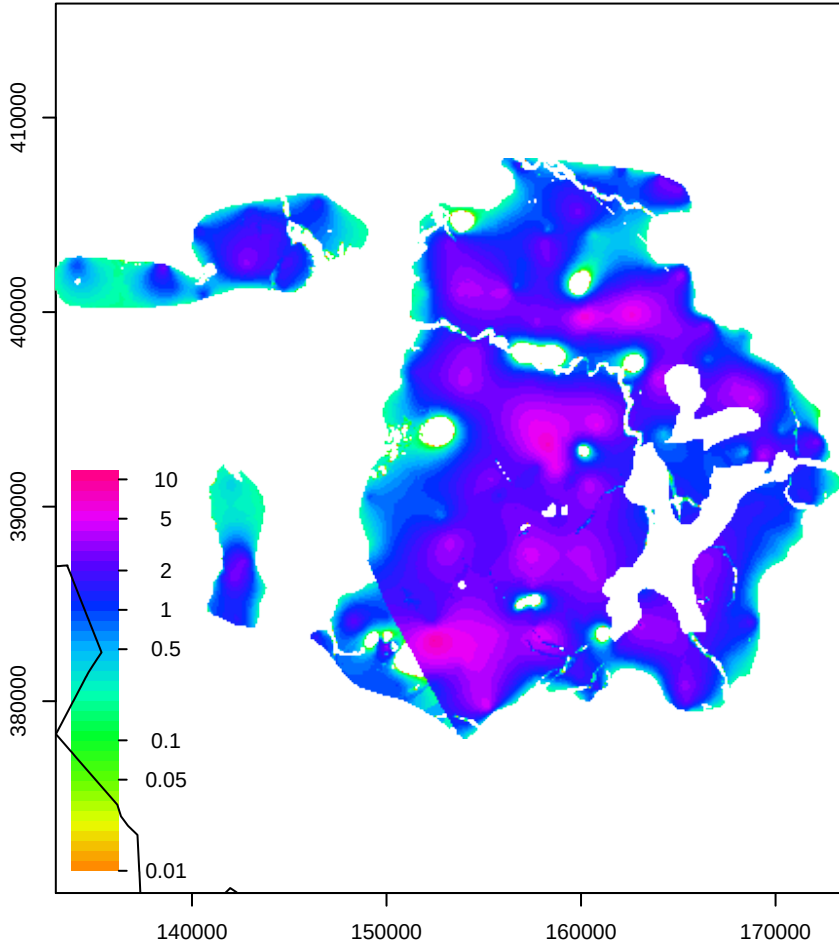
BXLMk1 std dikte



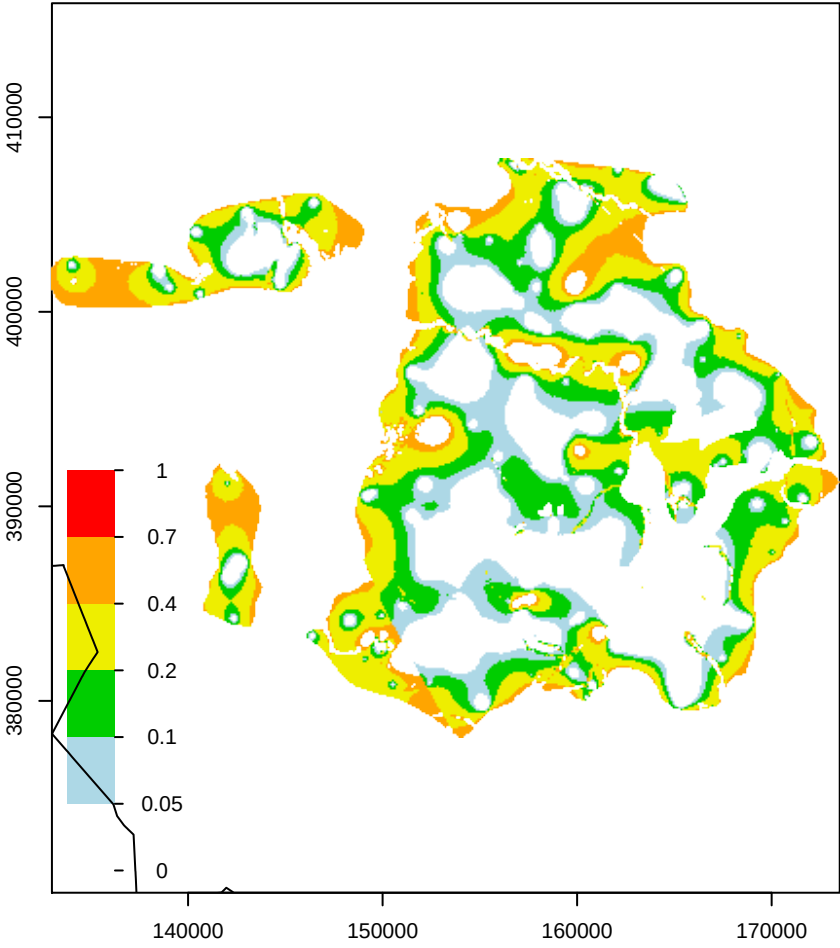
BXLMk1 std basis (afgeleide parameter)



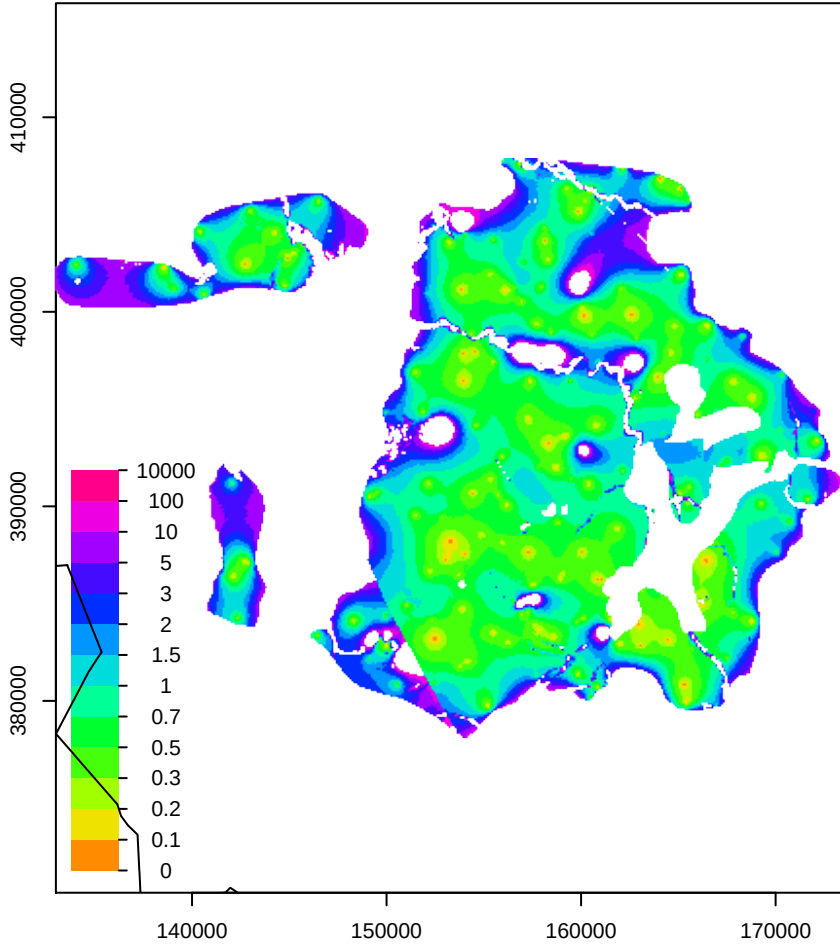
BXLMk1 dikte



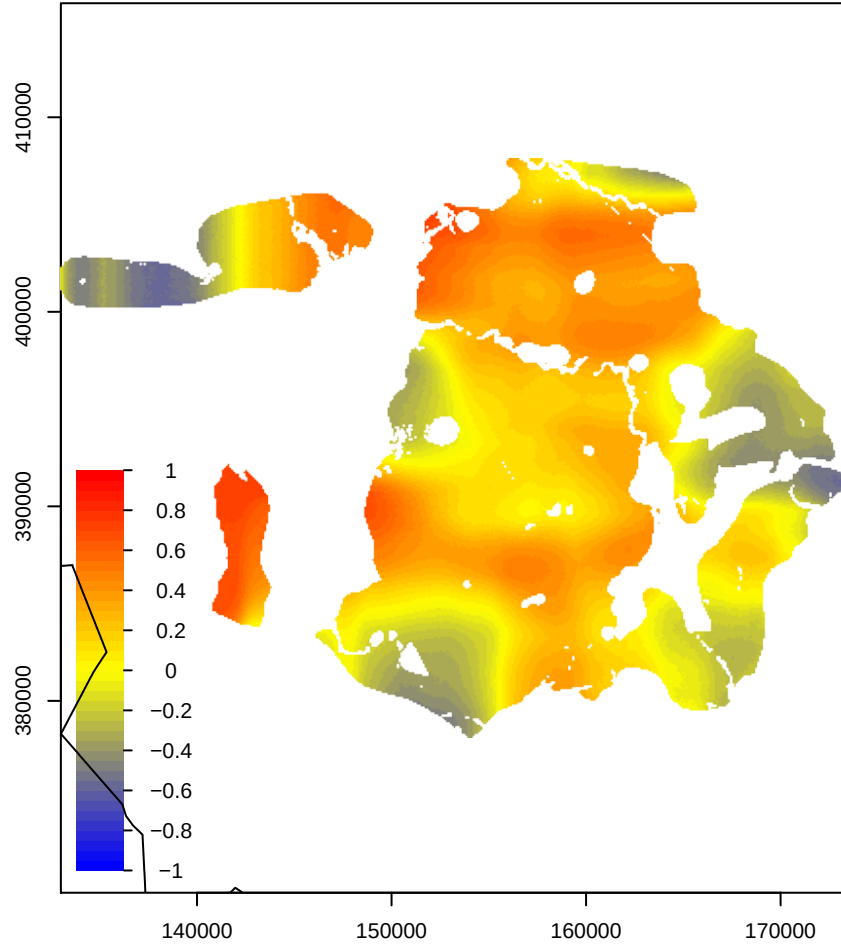
BXLMk1 kans op negatieve dikte



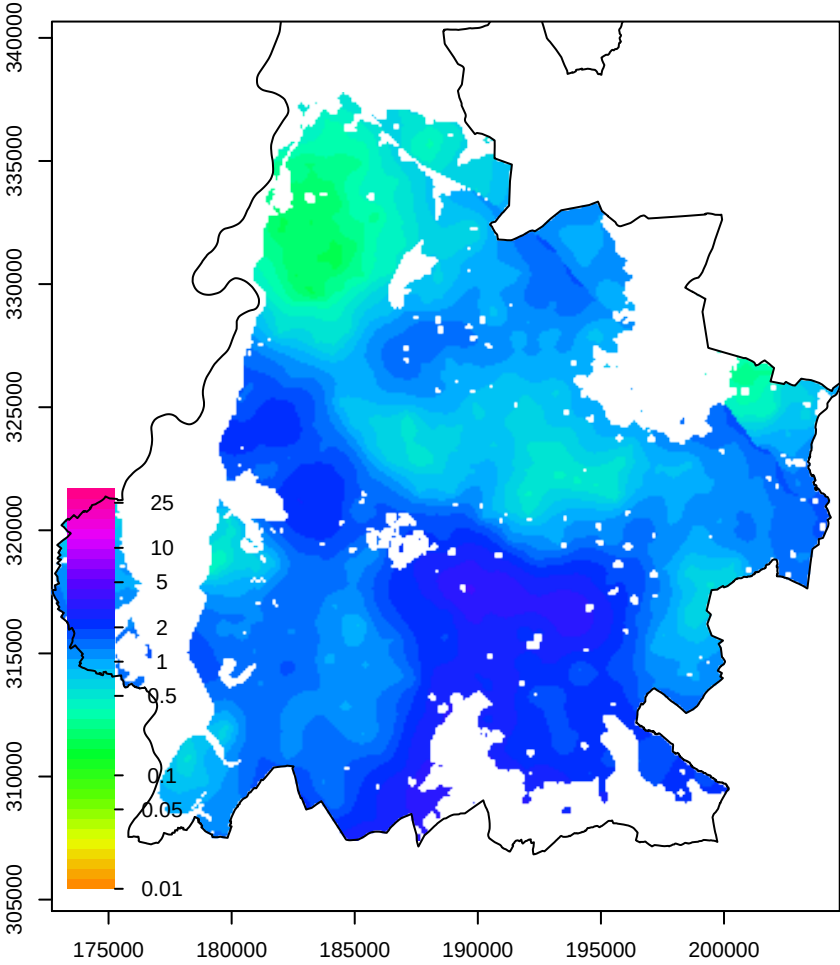
BXLMk1 CV dikte



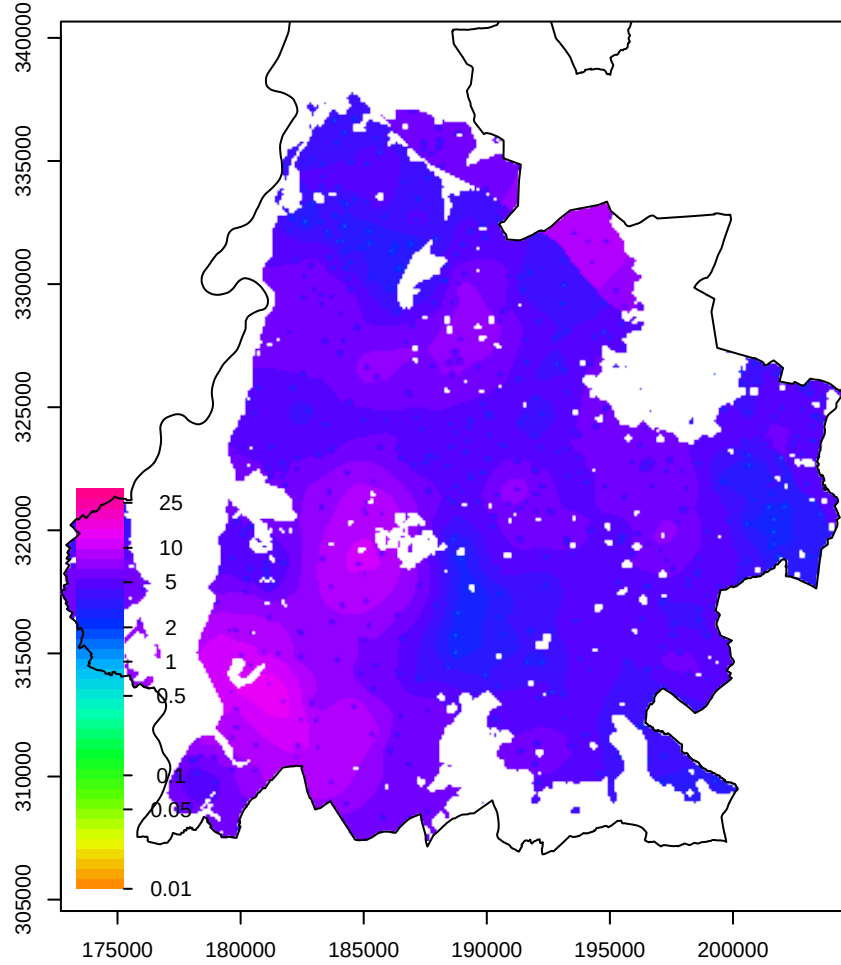
BXLMk1 correlatiecoefficient



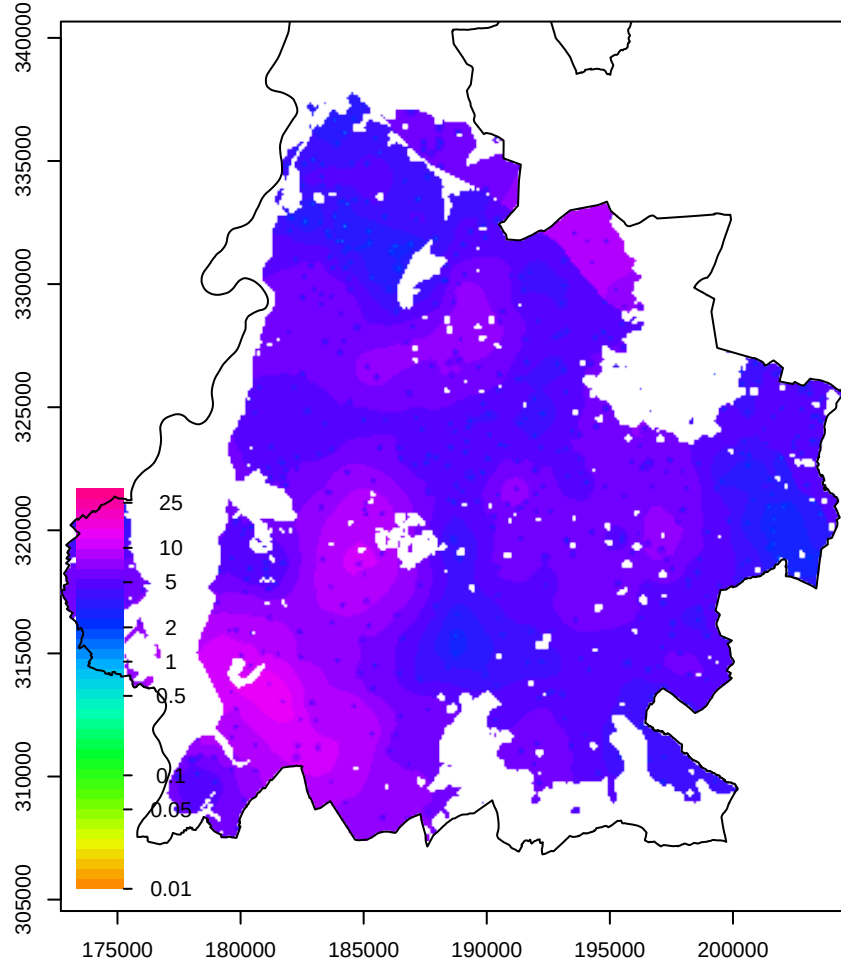
BXSck1 std top



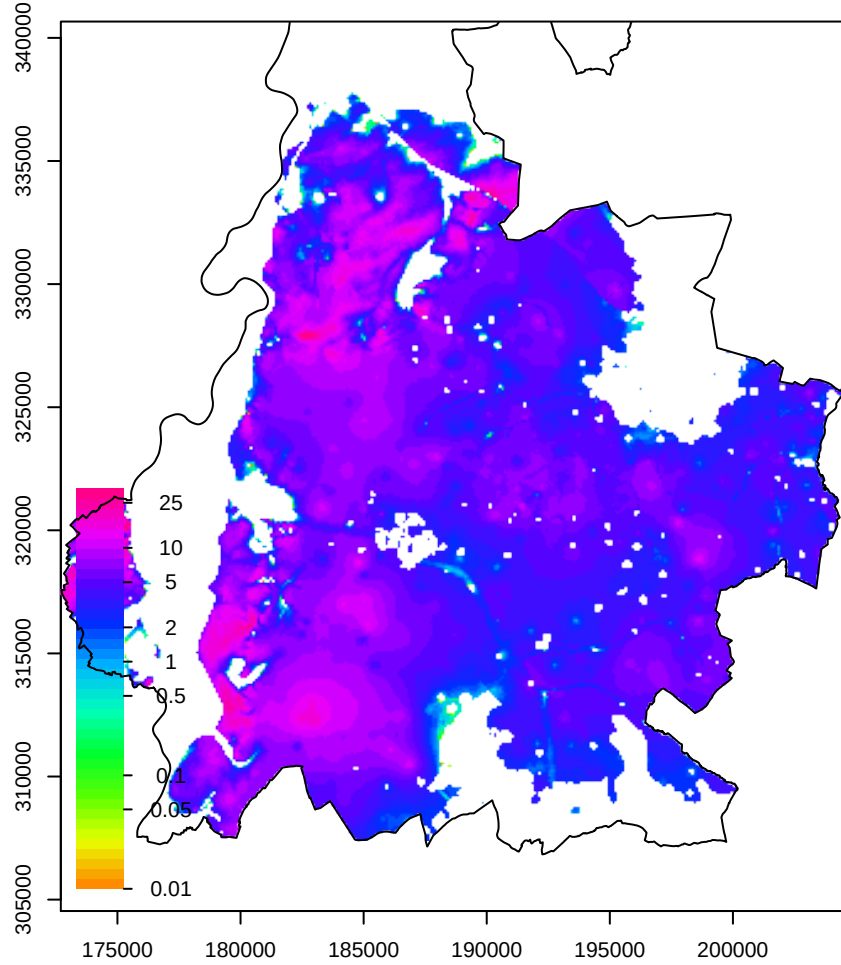
BXSck1 std dikte



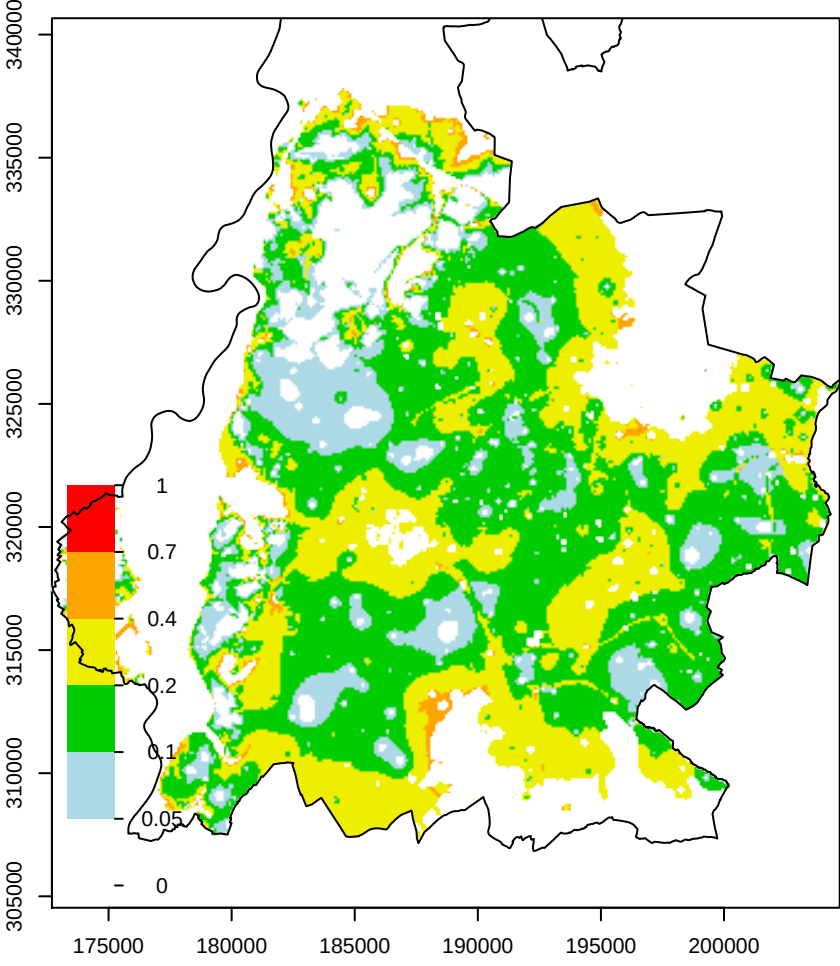
BXSck1 std basis (afgeleide parameter)



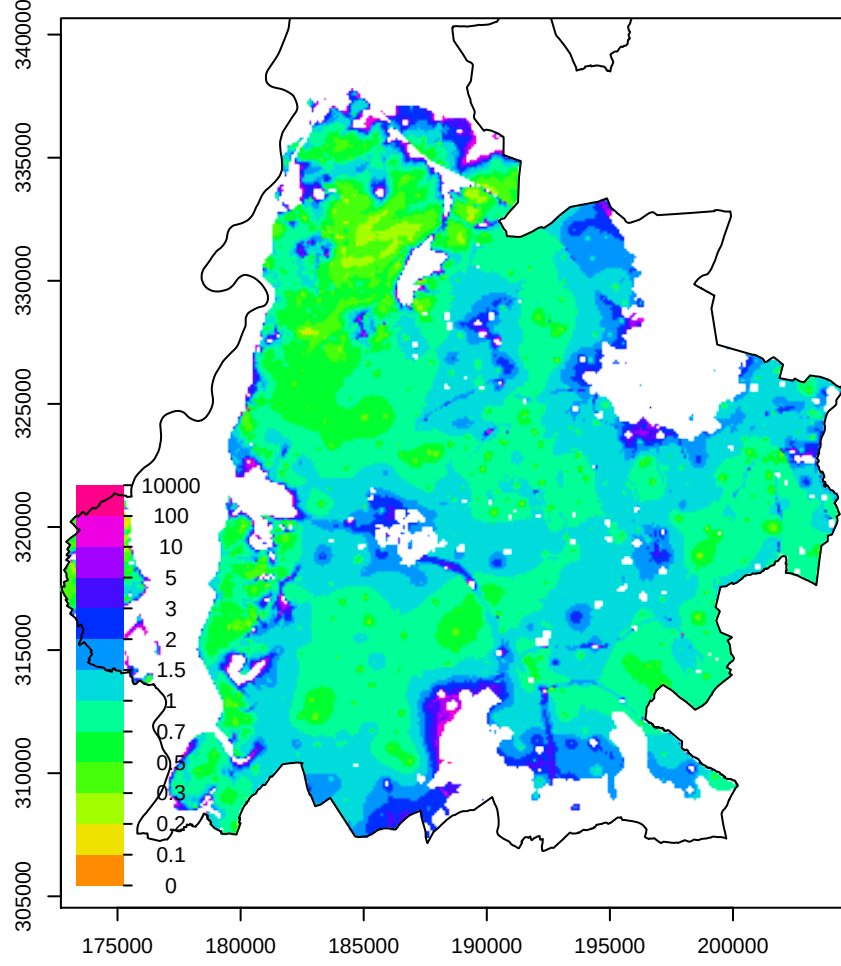
BXSck1 dikte



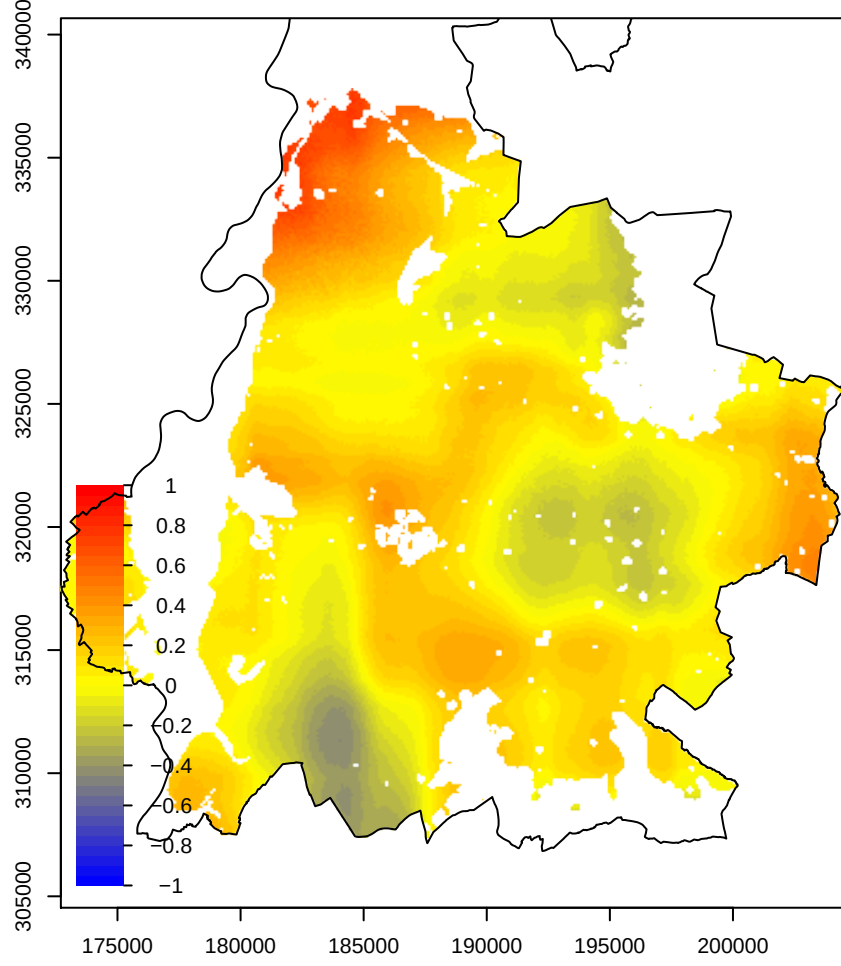
BXSck1 kans op negatieve dikte



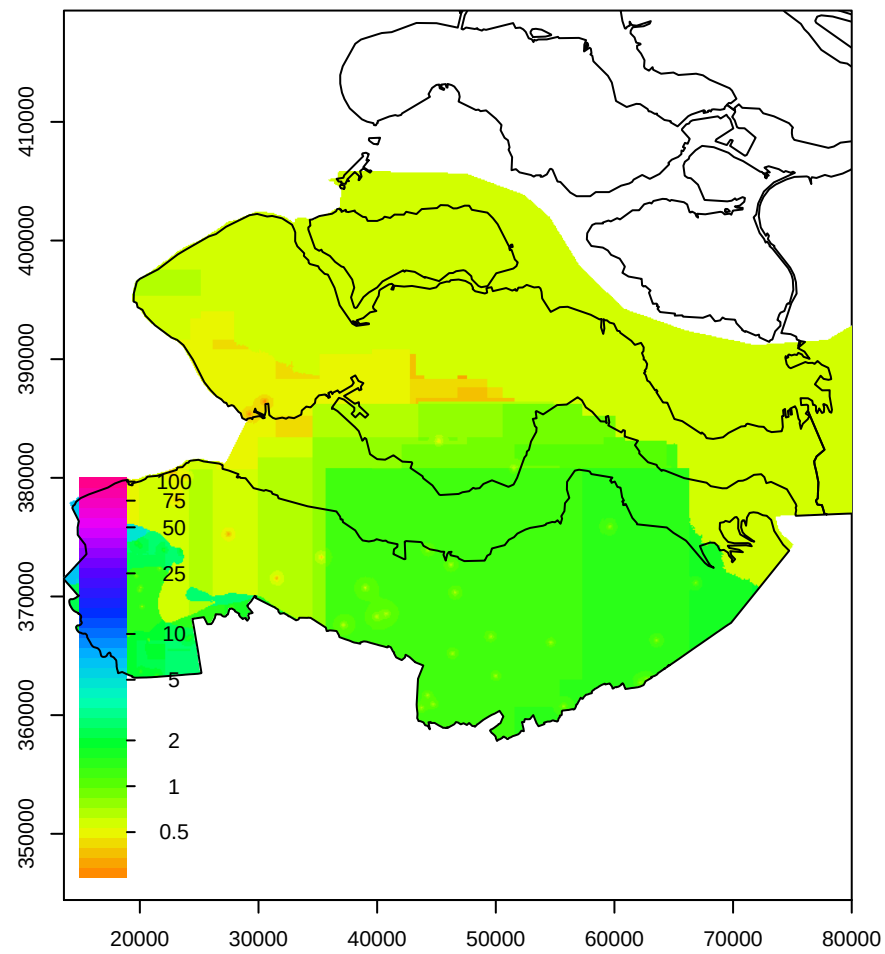
BXSck1 CV dikte



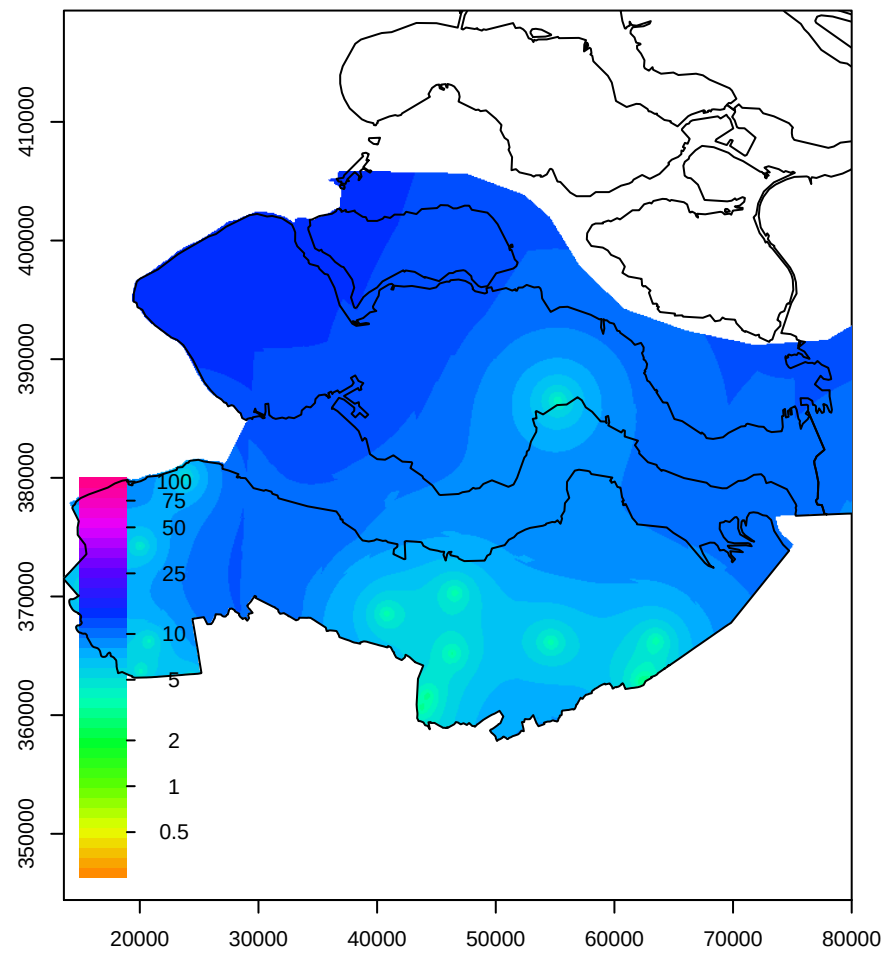
BXSck1 correlatiecoefficient



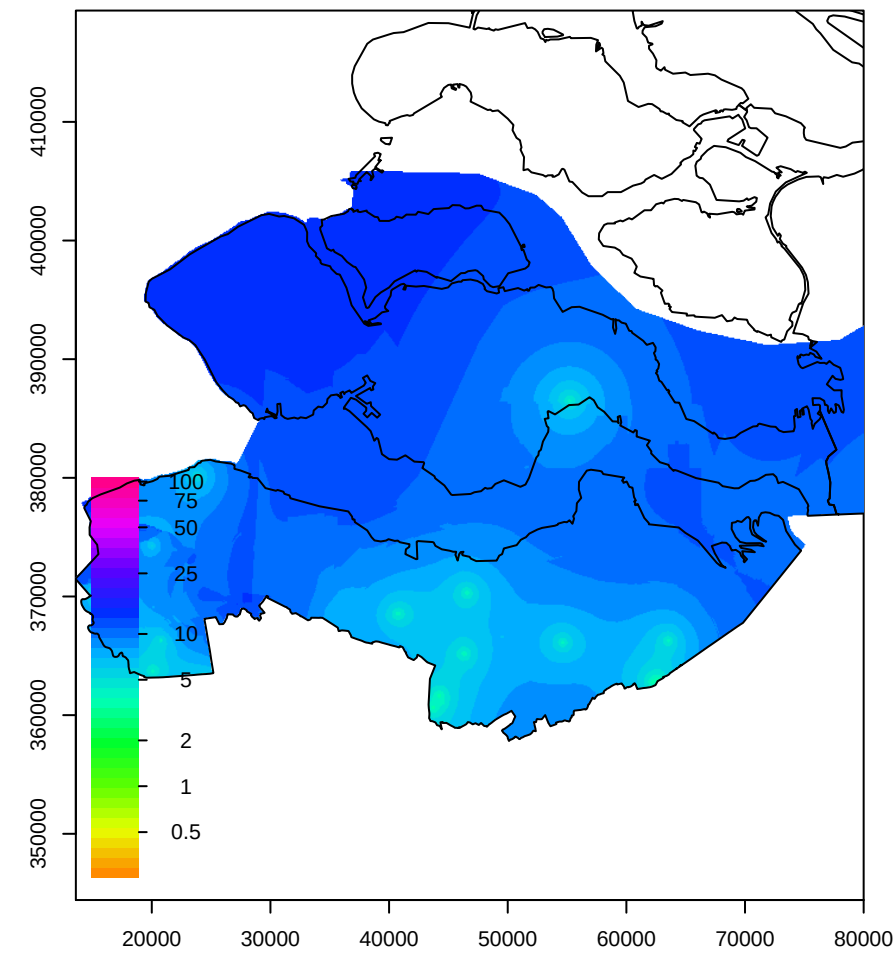
DOAsk1 std top



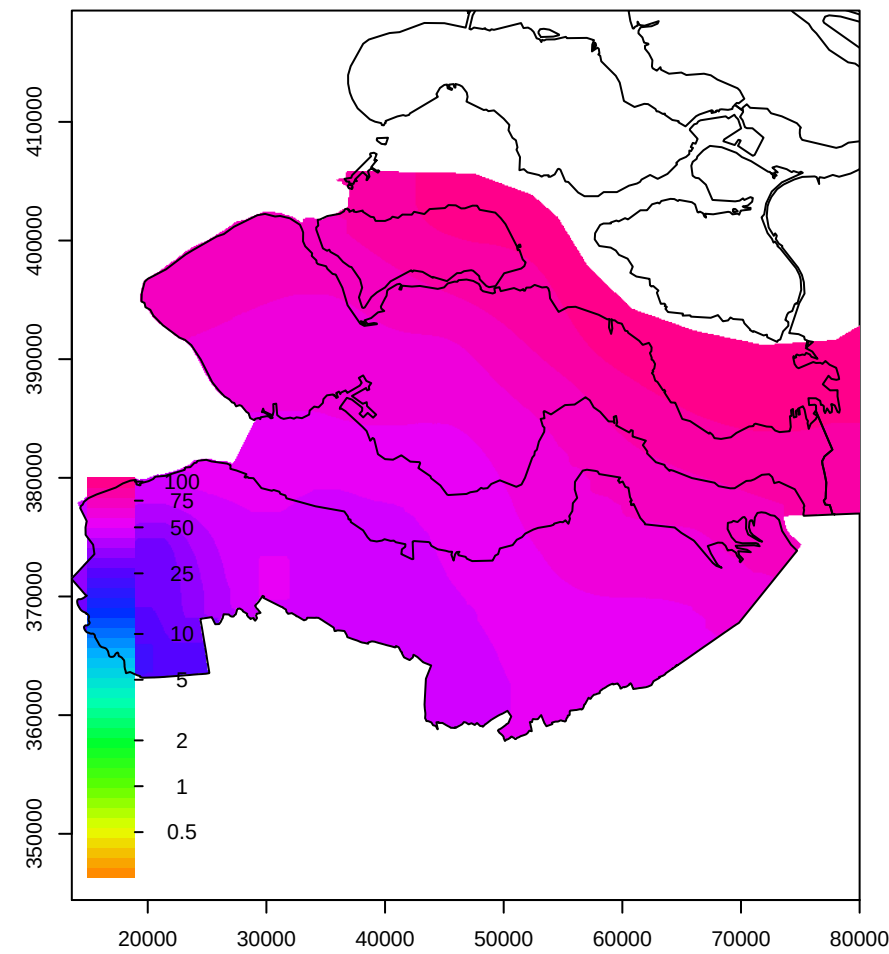
DOAsk1 std dikte



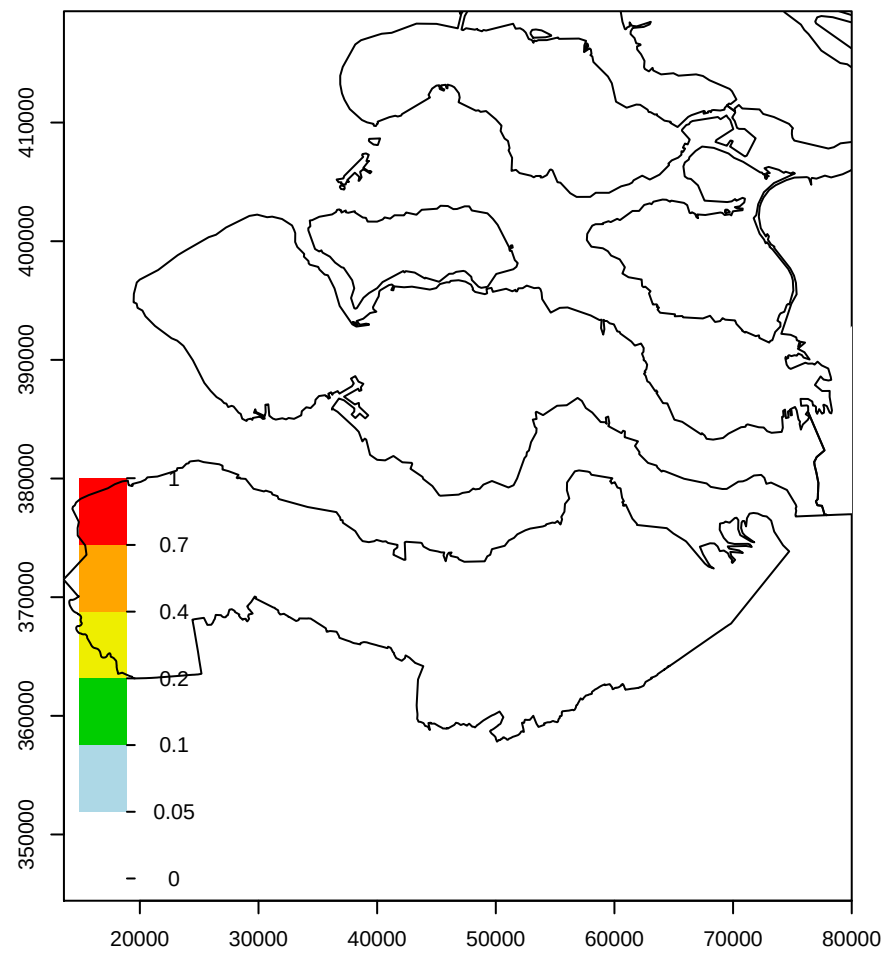
DOAsk1 std basis (afgeleide parameter)



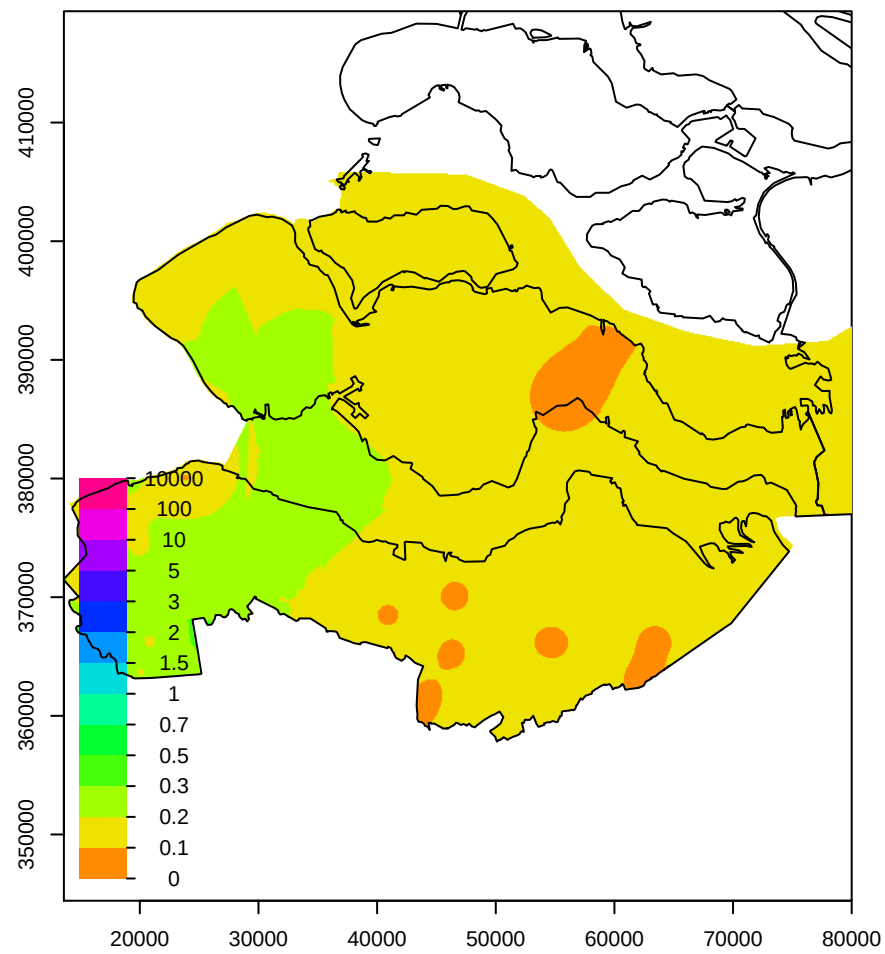
DOAsk1 dikte



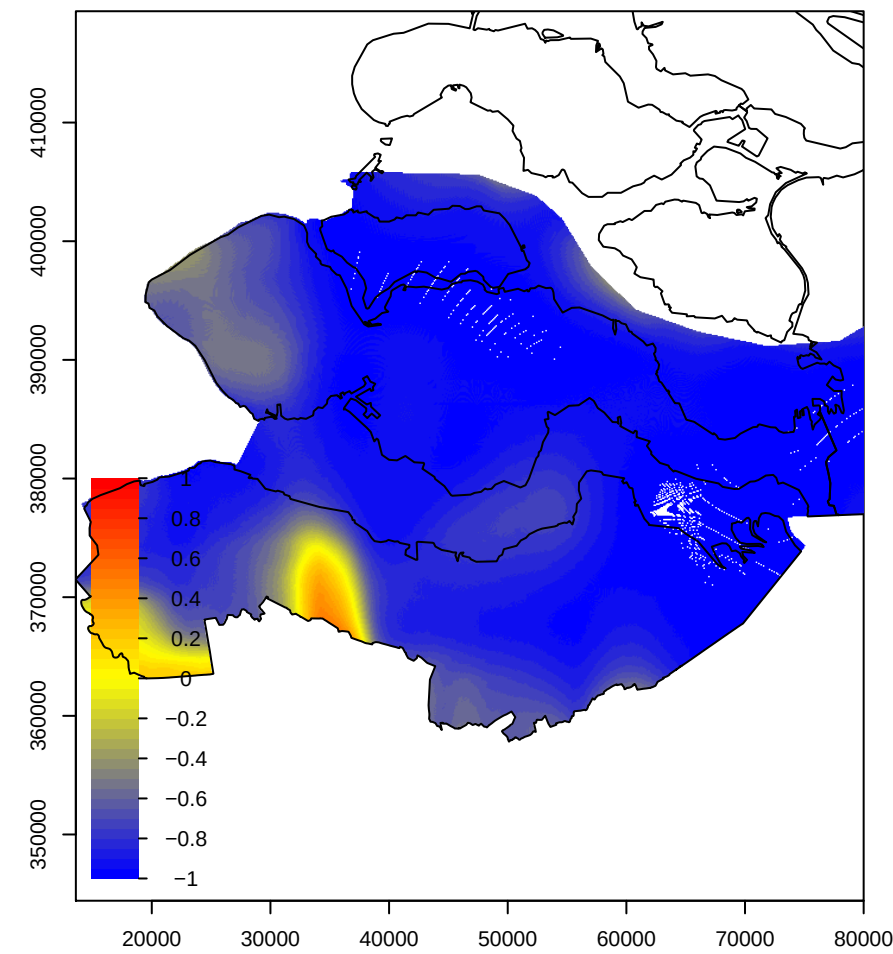
DOAsk1 kans op negatieve dikte



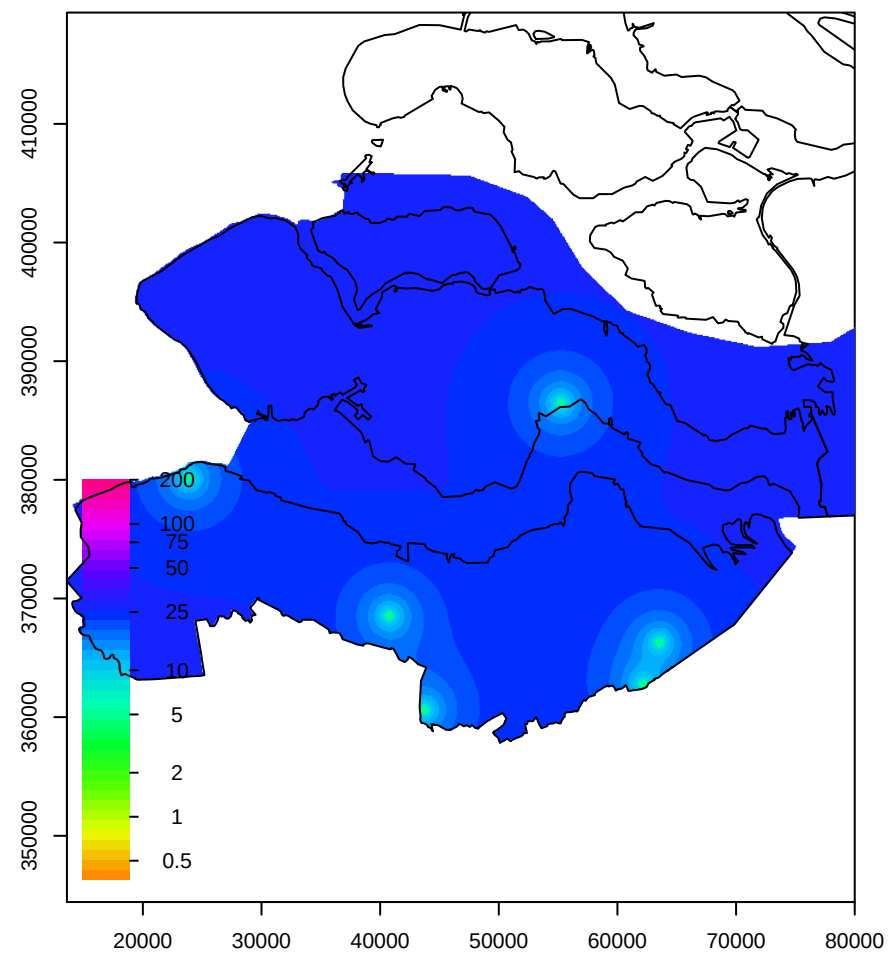
DOAsk1 CV dikte



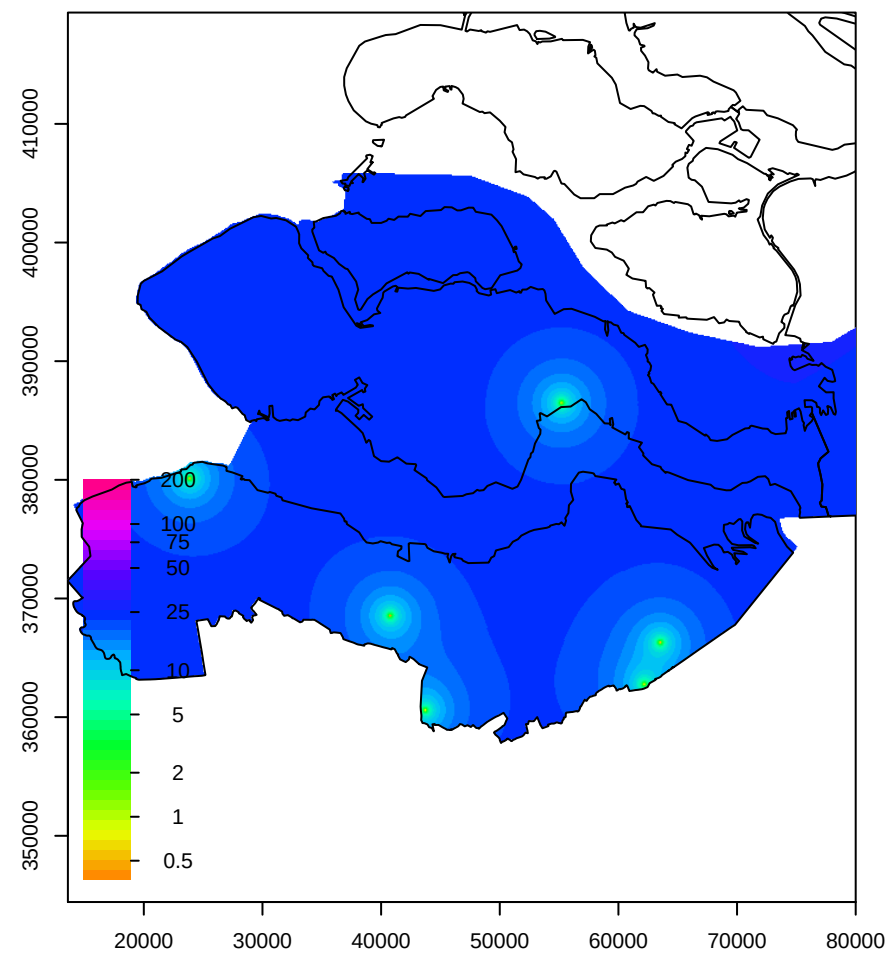
DOAsk1 correlatiecoefficient



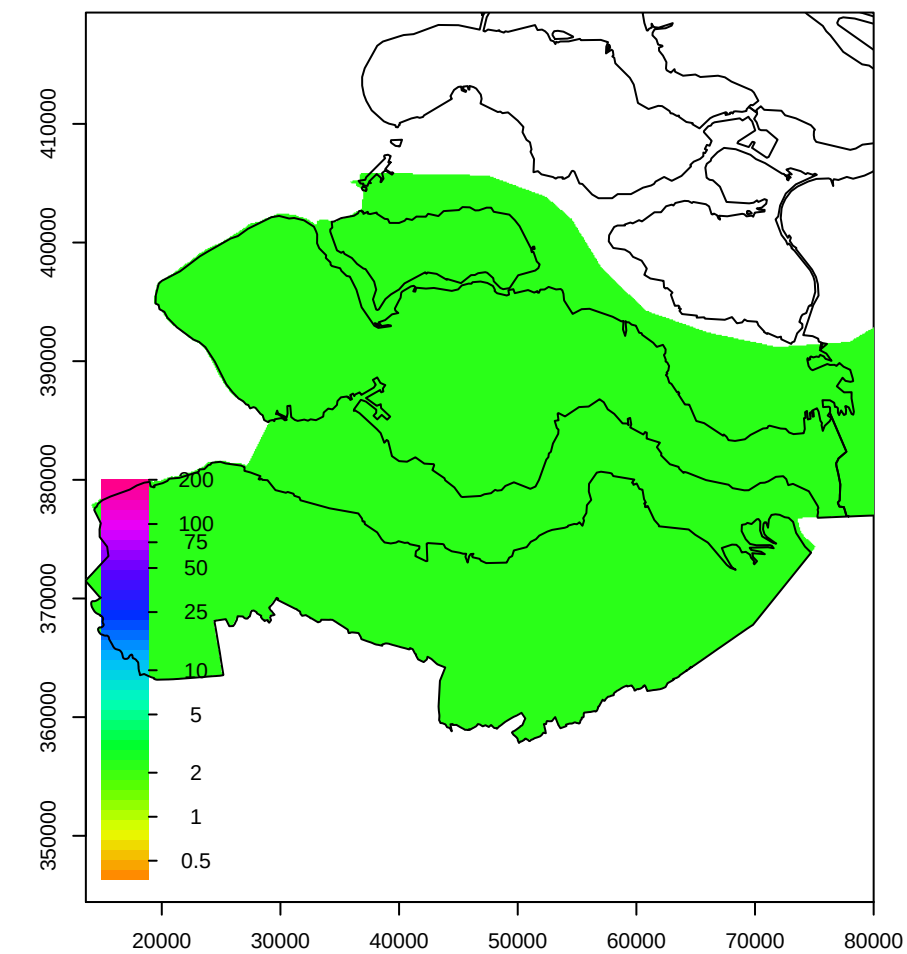
DOIEk1 std top



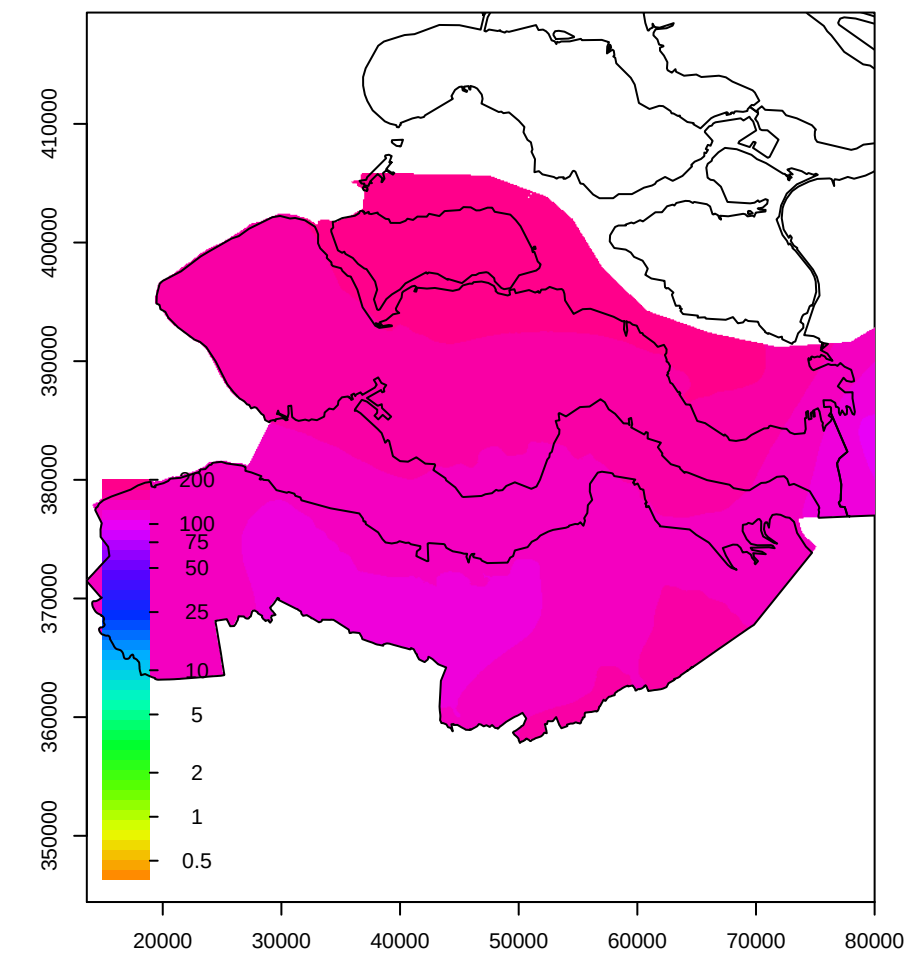
DOIEk1 std dikte (afgeleide parameter)



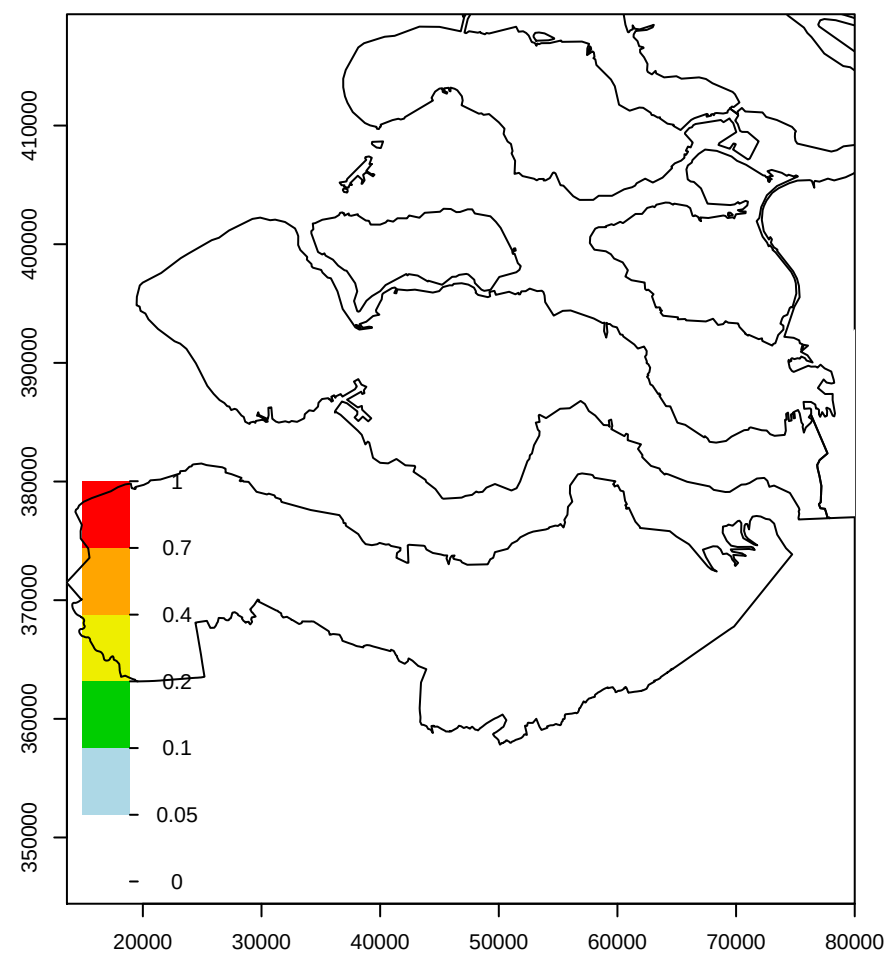
DOIEk1 std basis



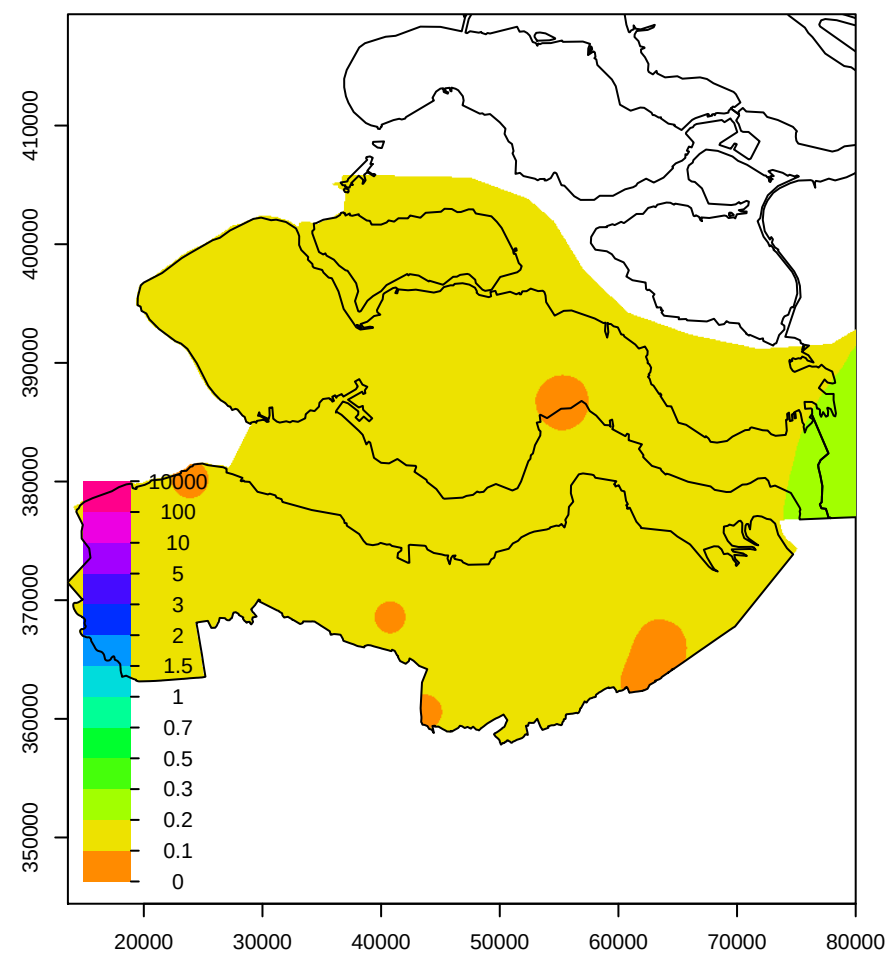
DOIEk1 dikte



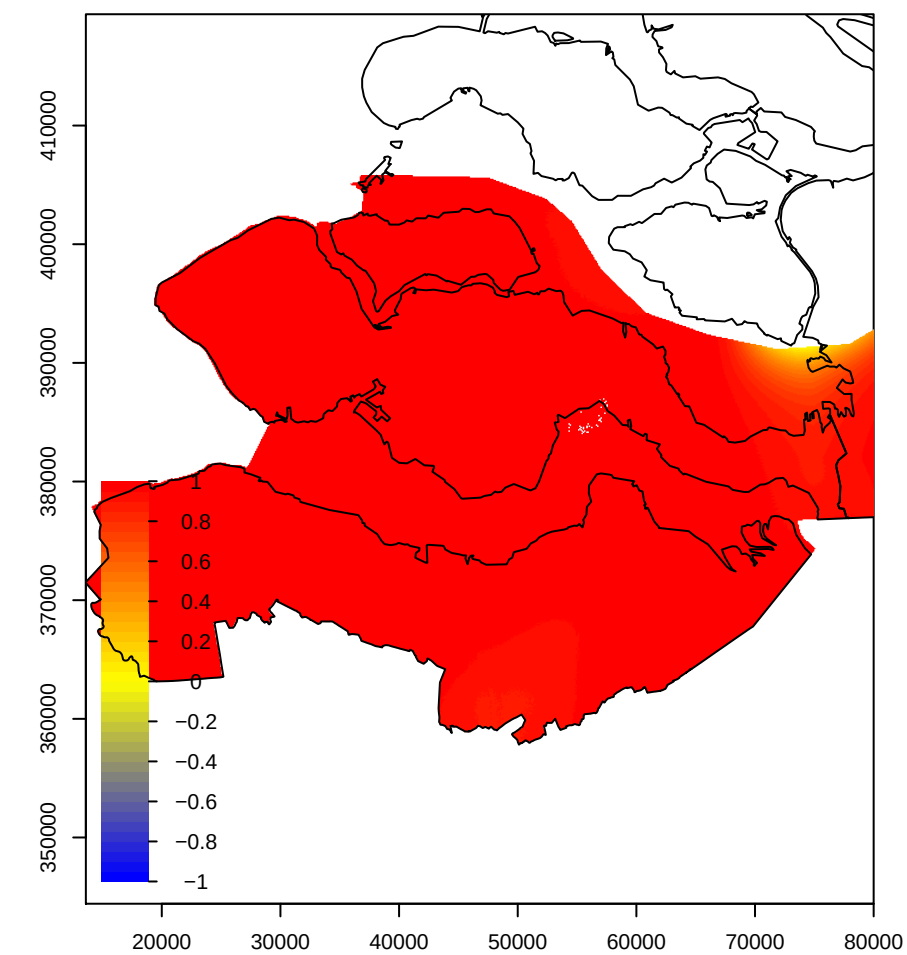
DOIEk1 kans op negatieve dikte

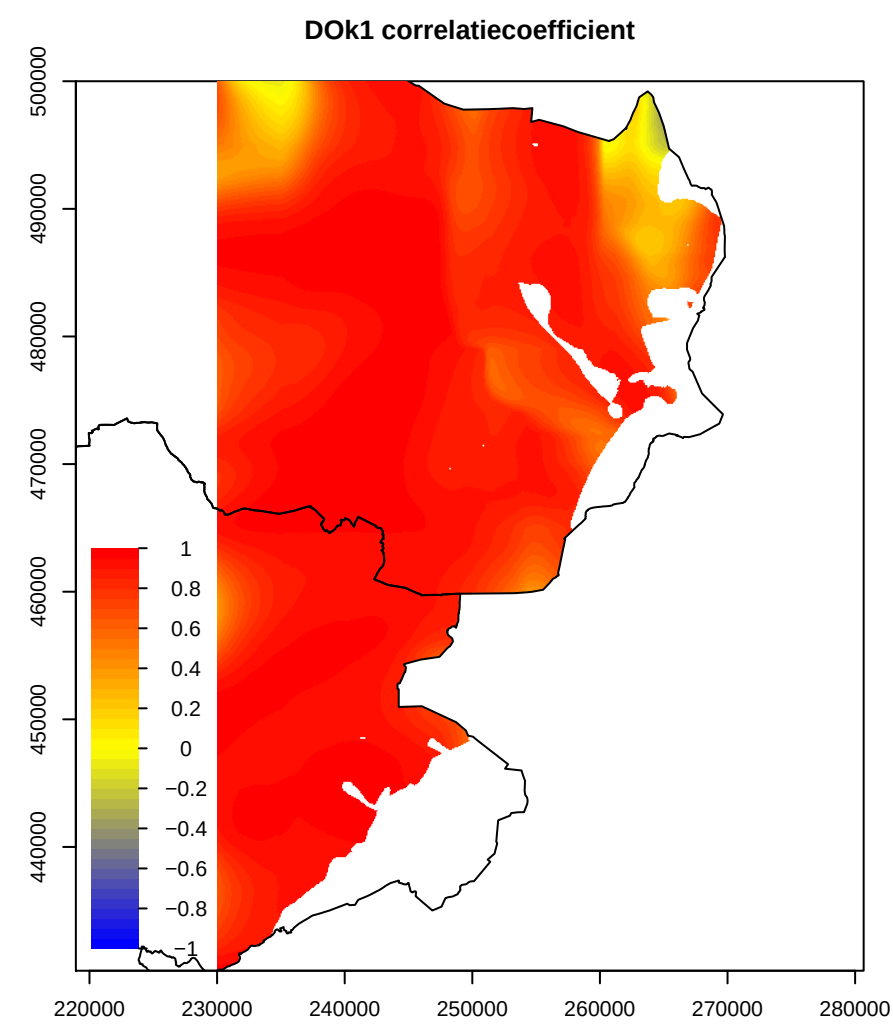
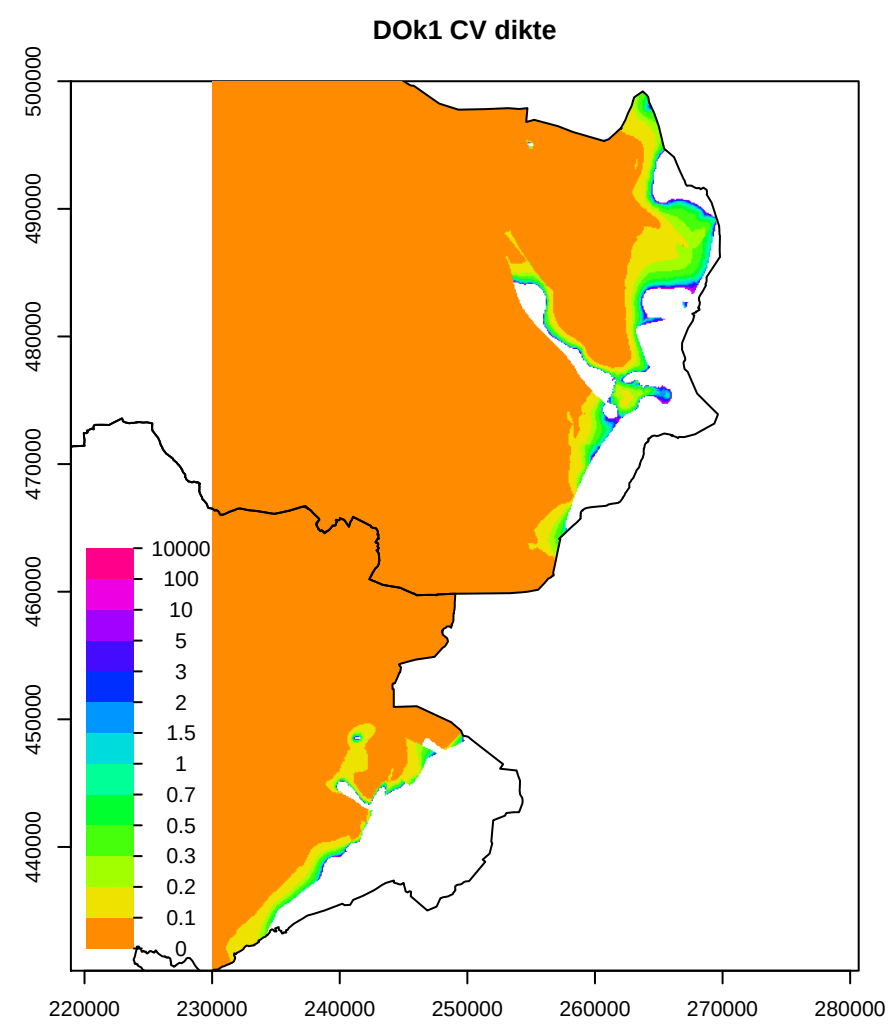
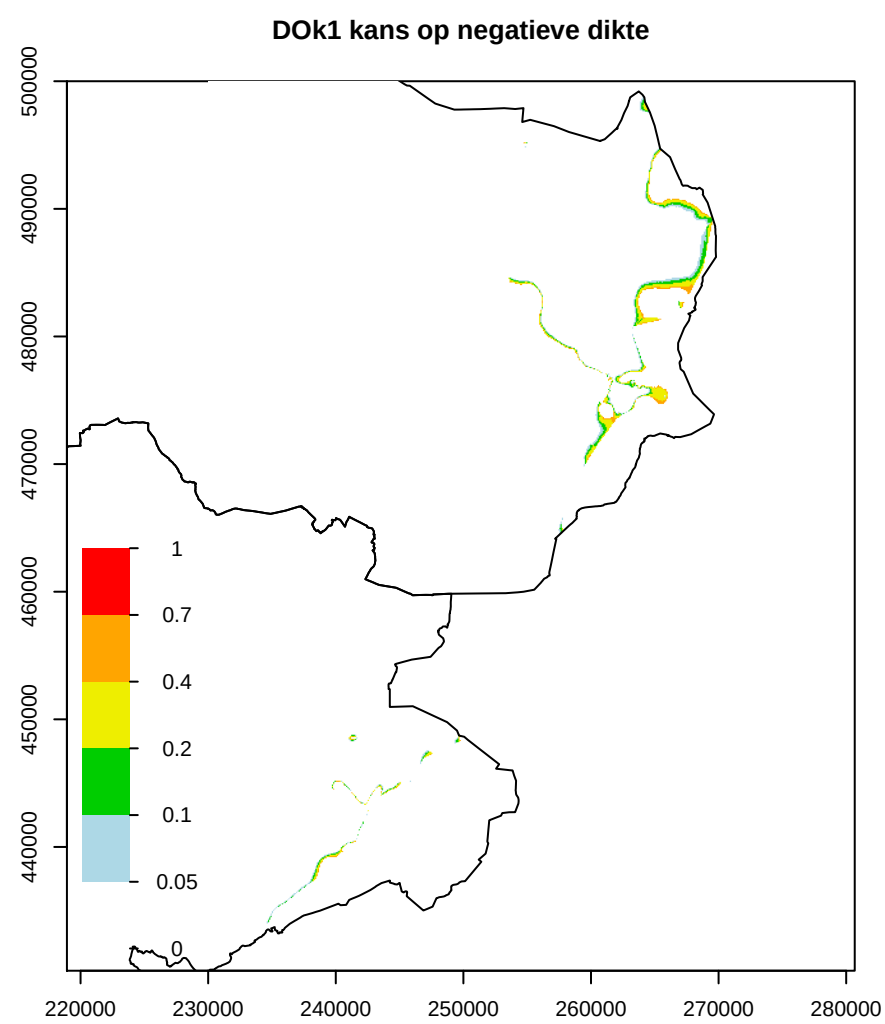
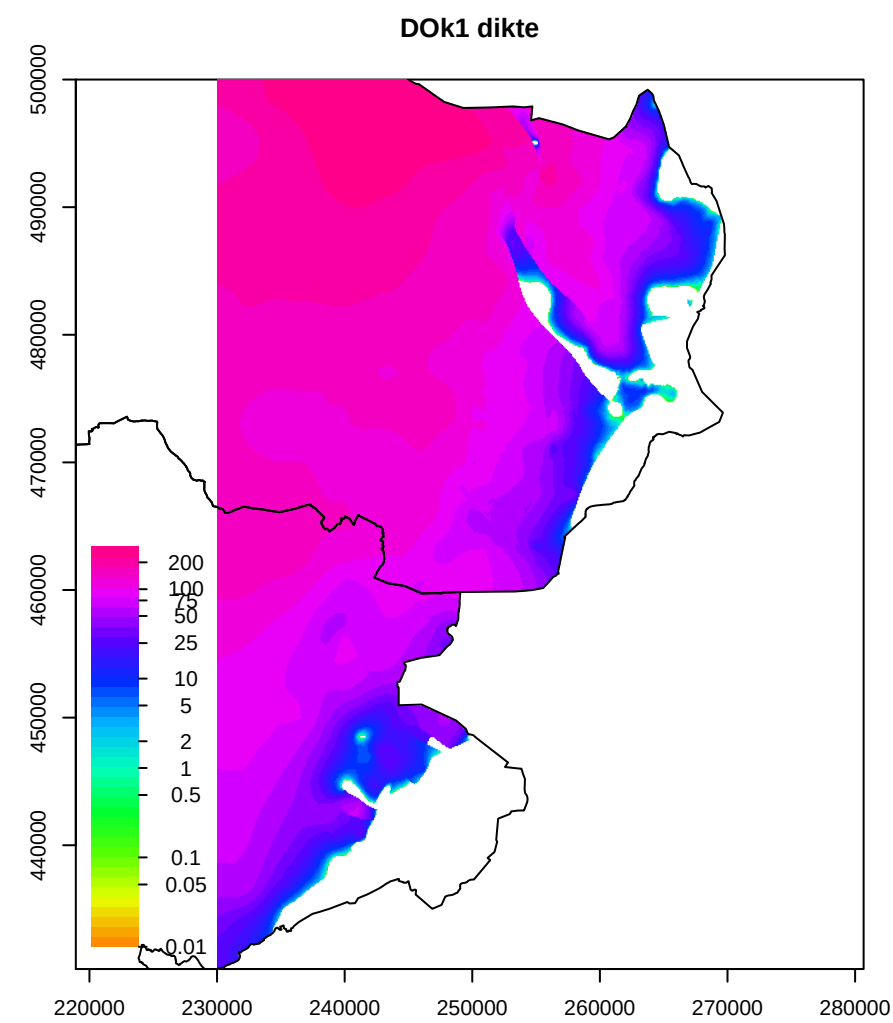
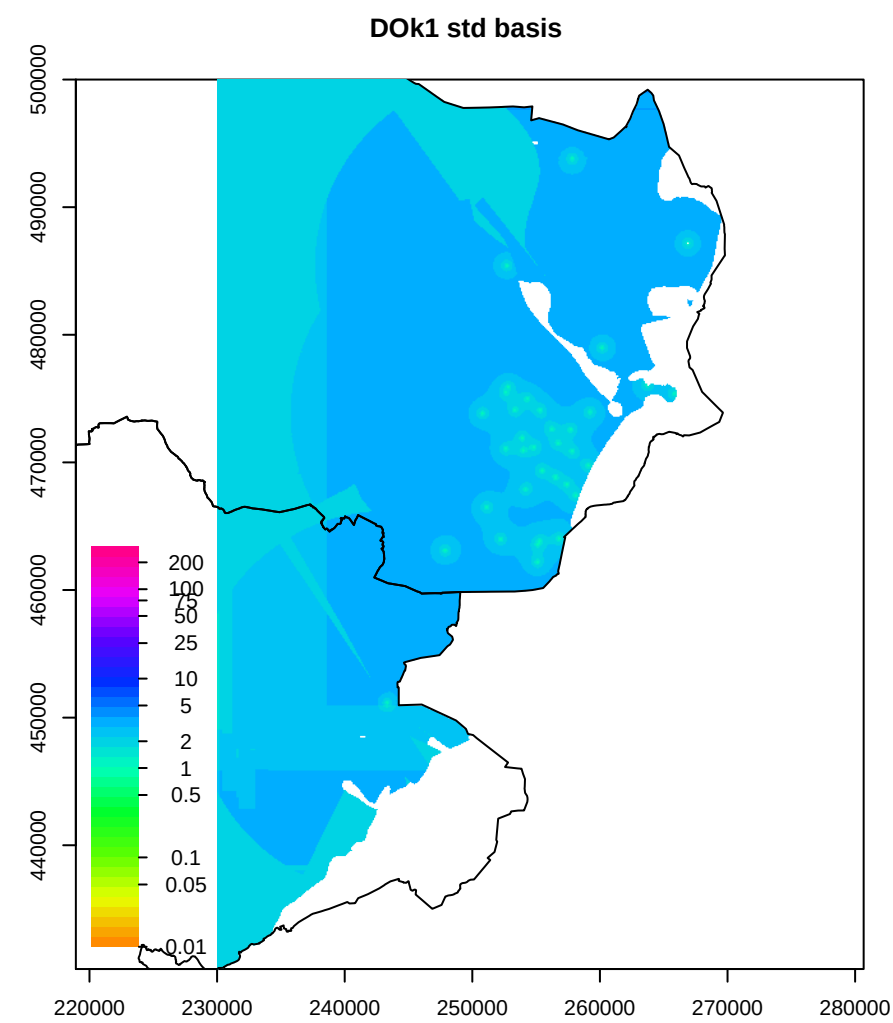
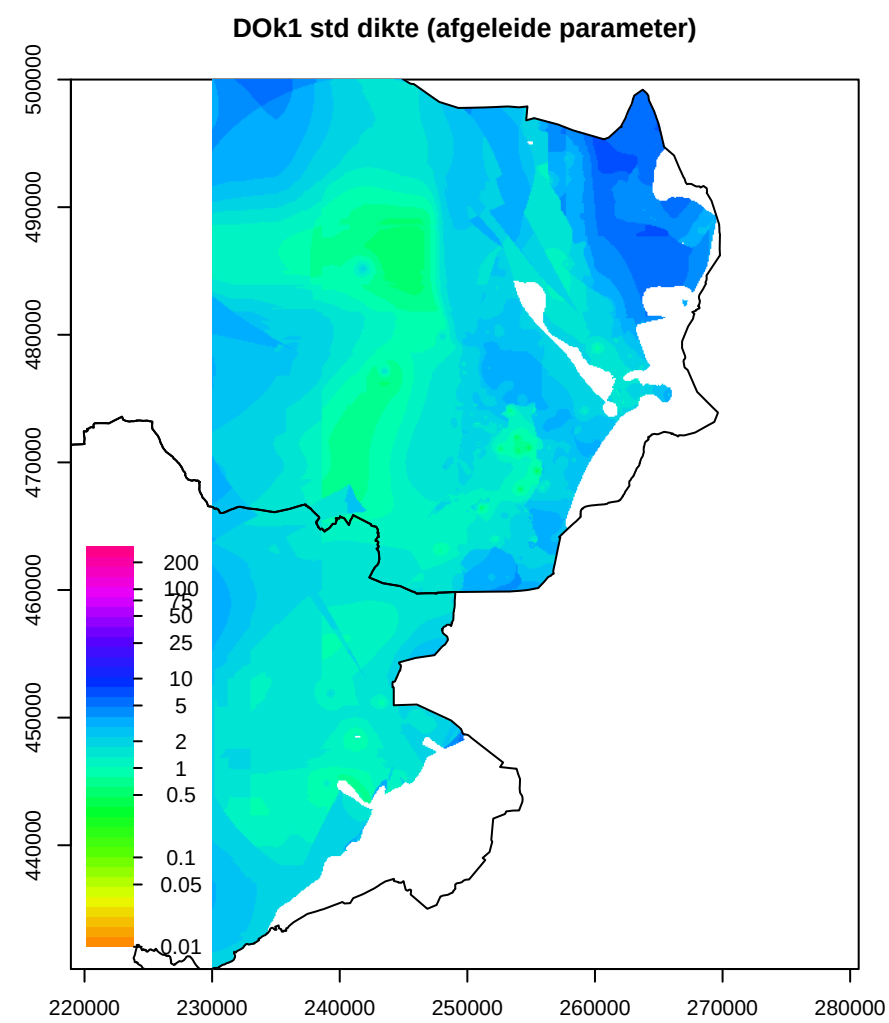
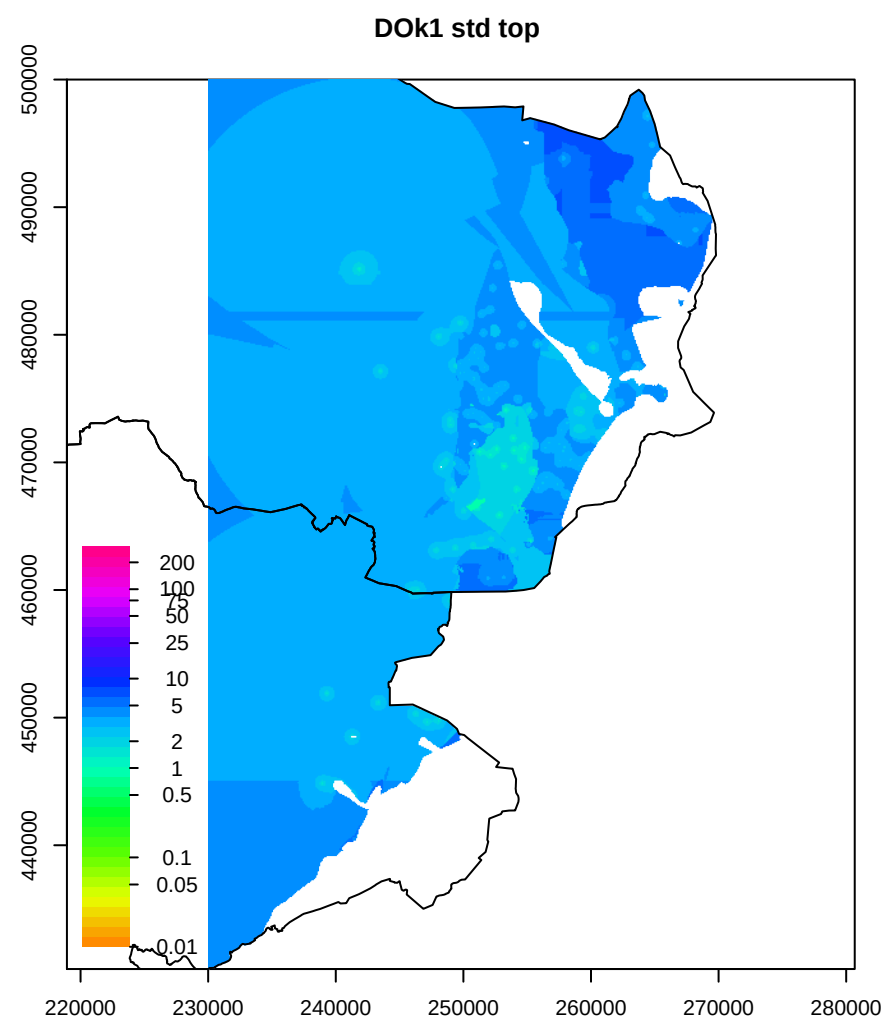


DOIEk1 CV dikte

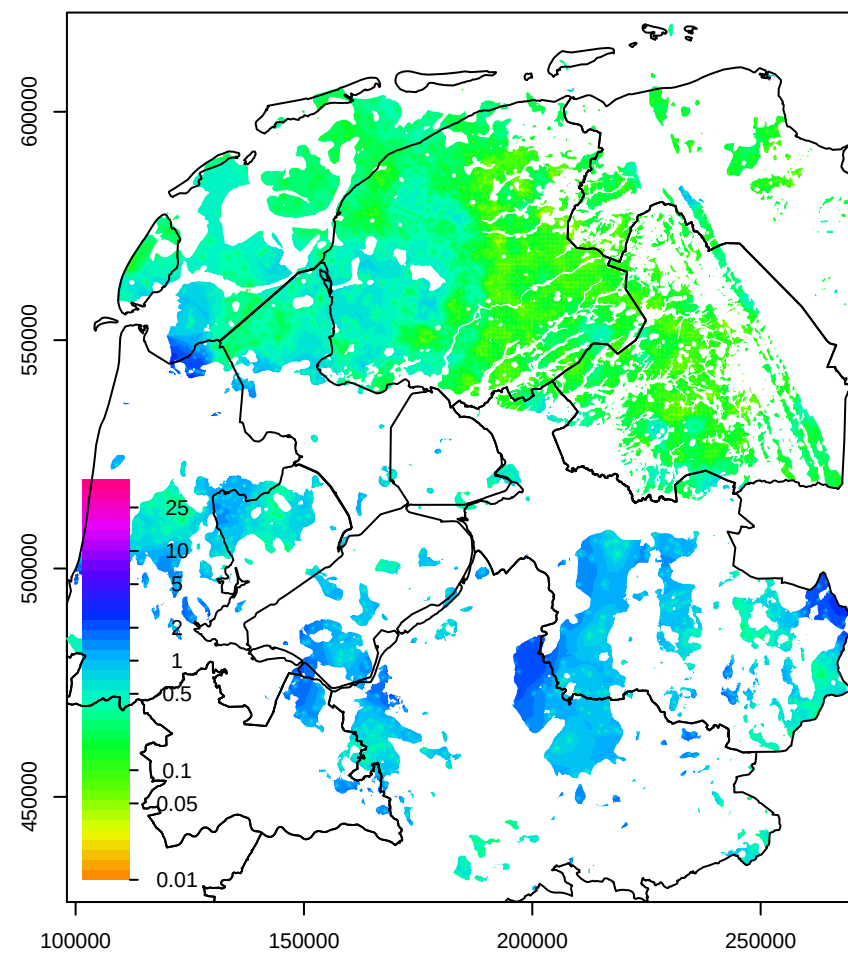


DOIEk1 correlatiecoefficient

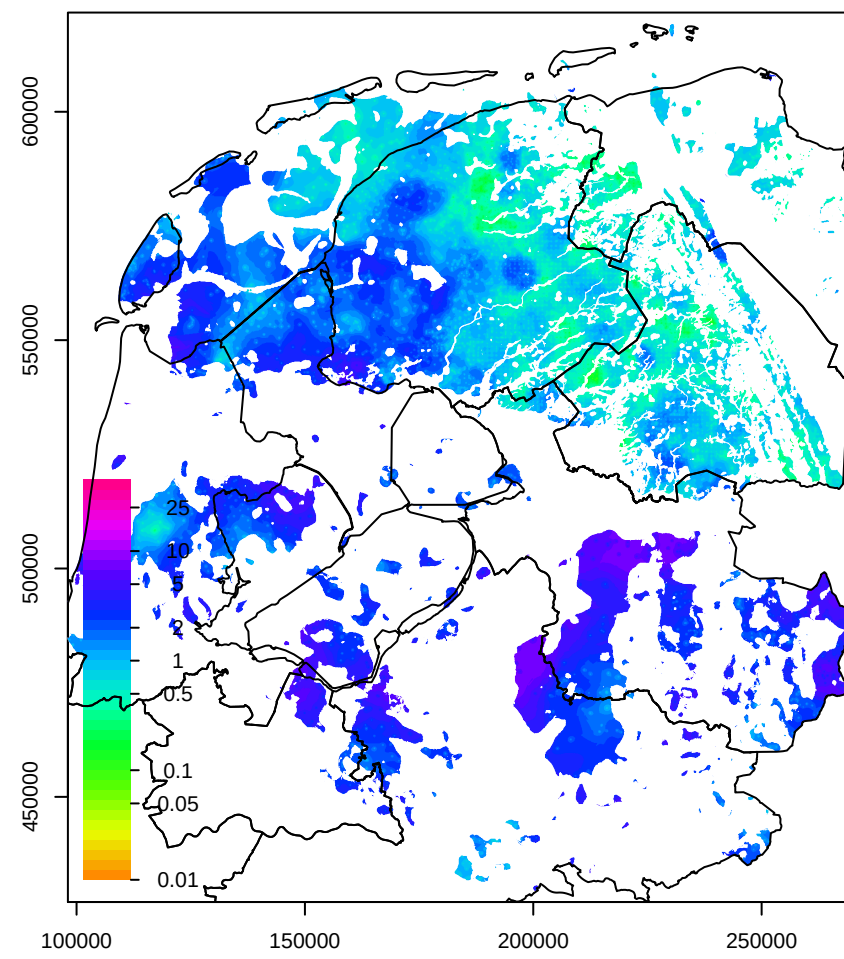




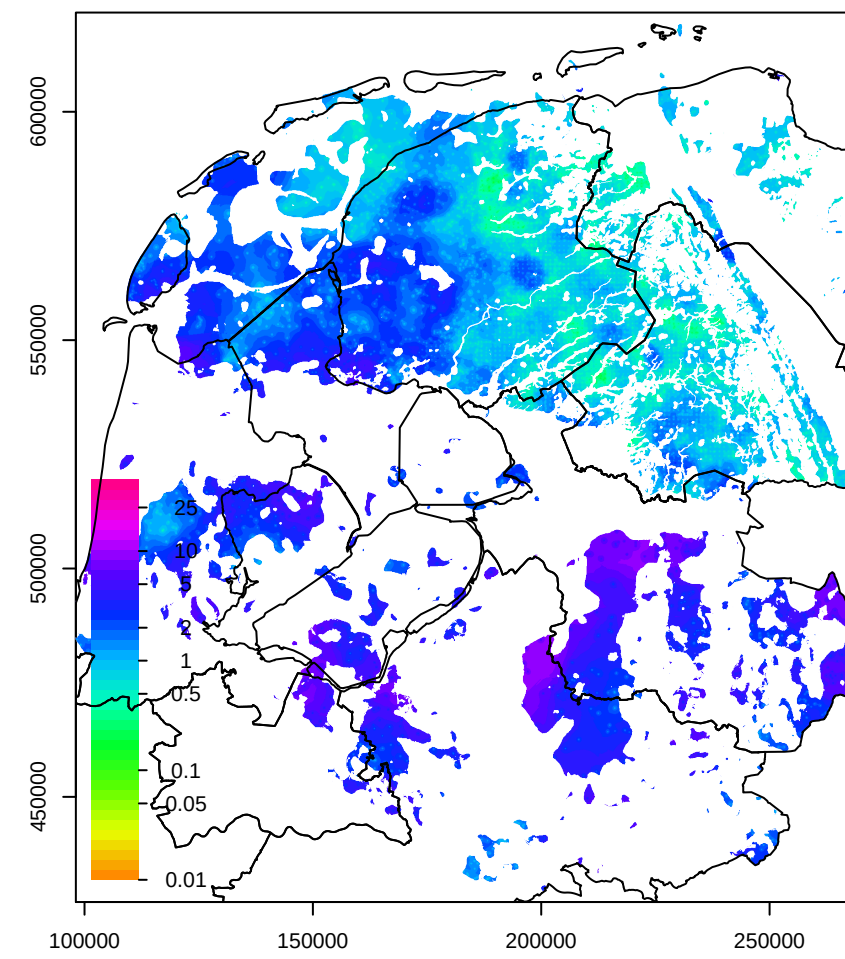
DRGIk1 std top



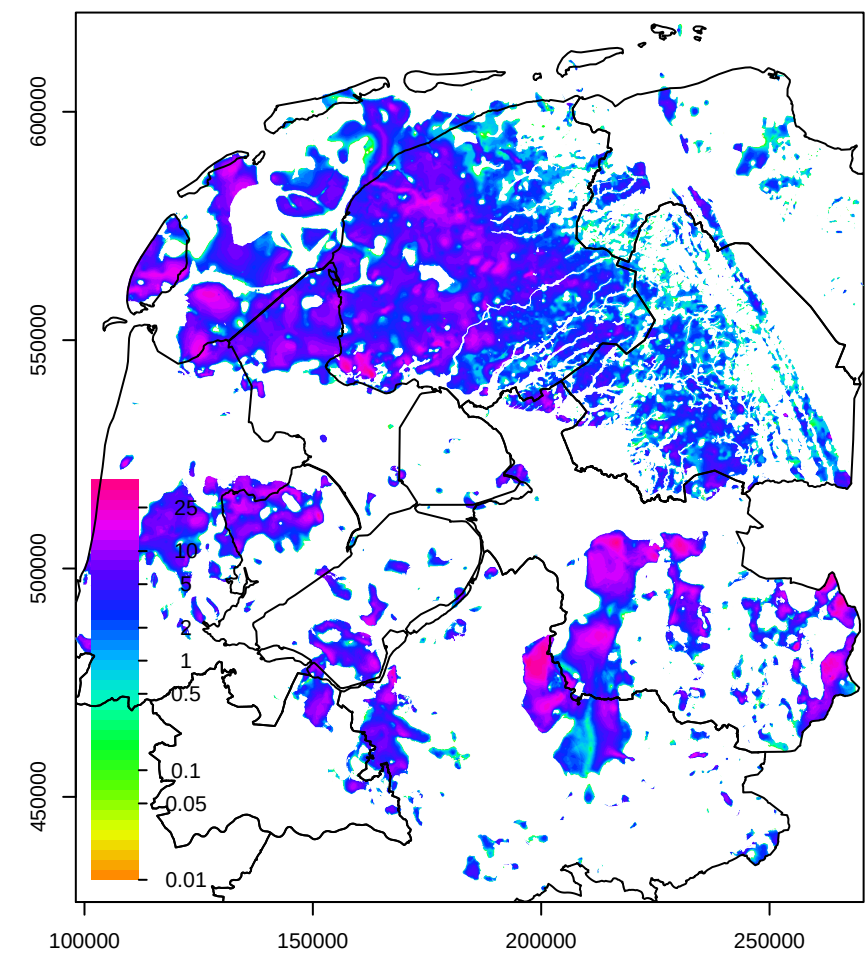
DRGIk1 std dikte (afgeleide parameter)



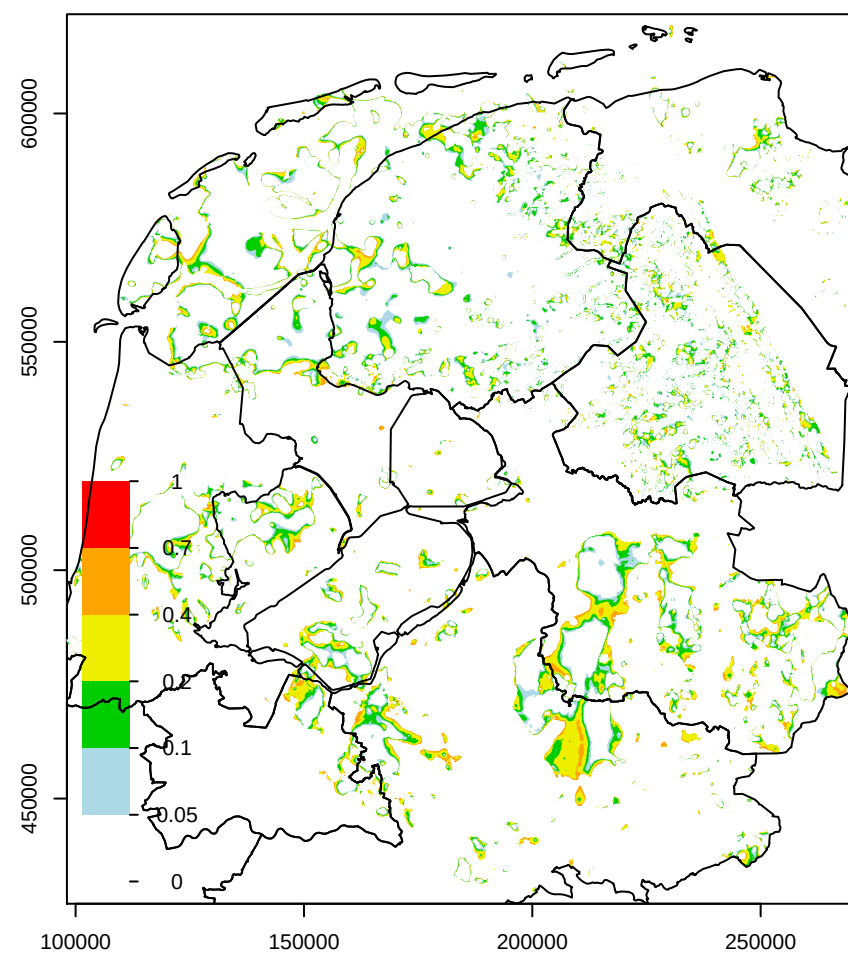
DRGIk1 std basis



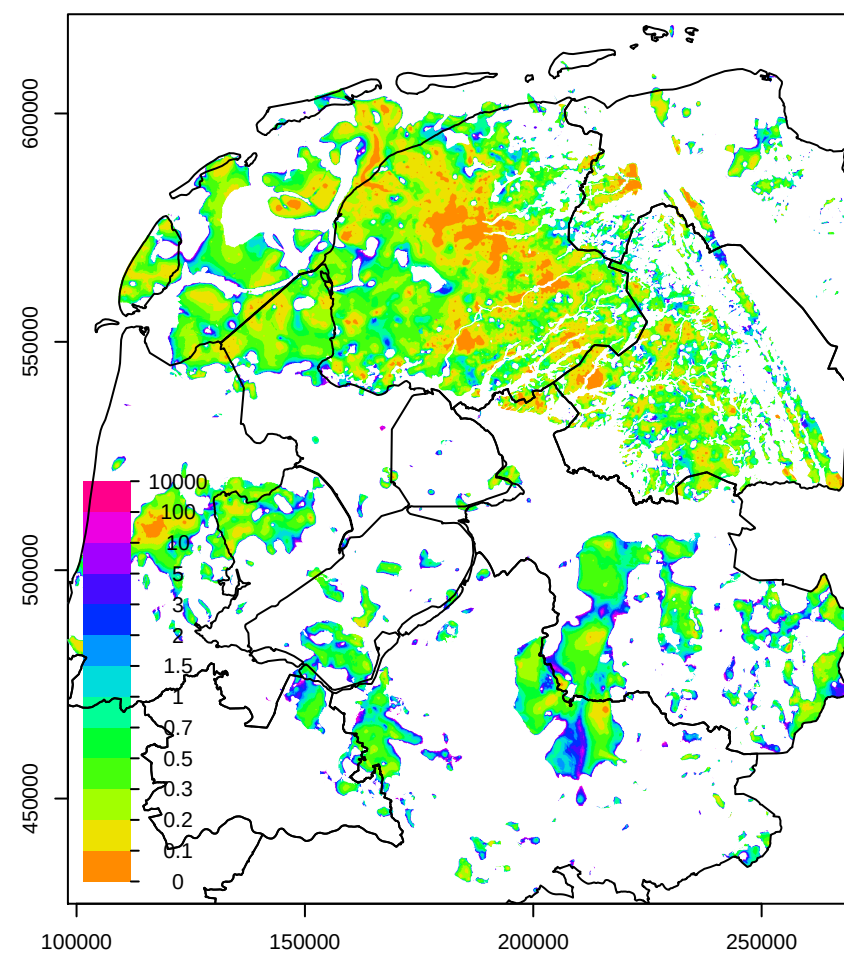
DRGIk1 dikte



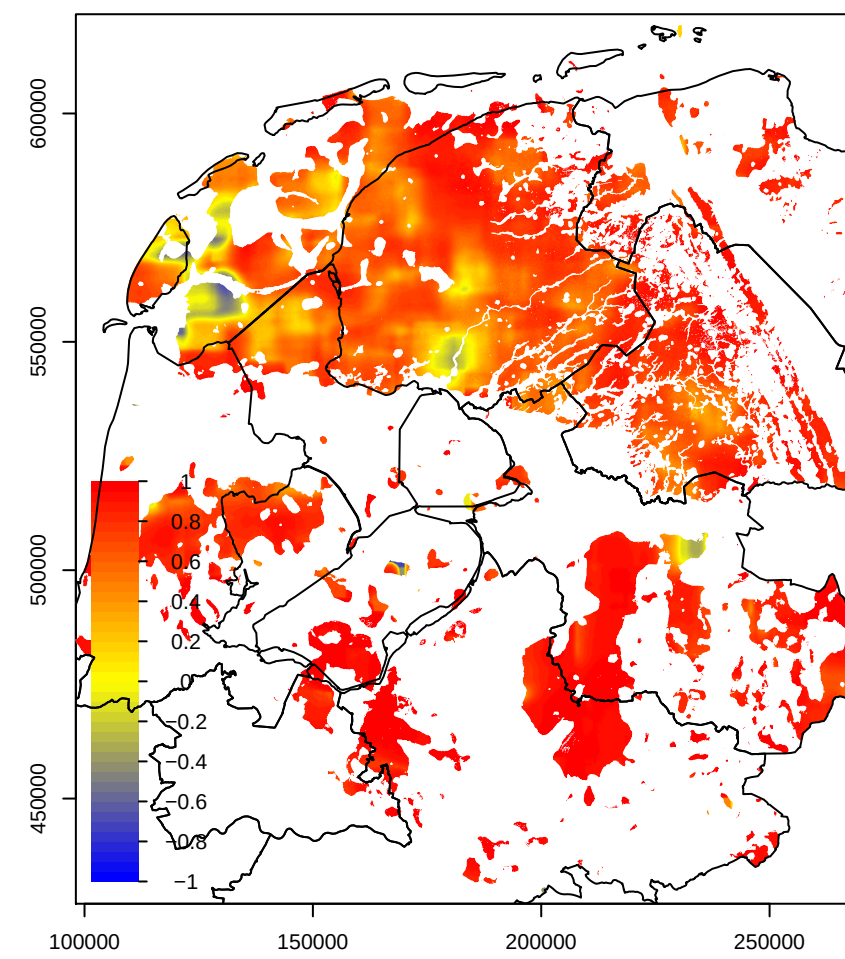
DRGIk1 kans op negatieve dikte

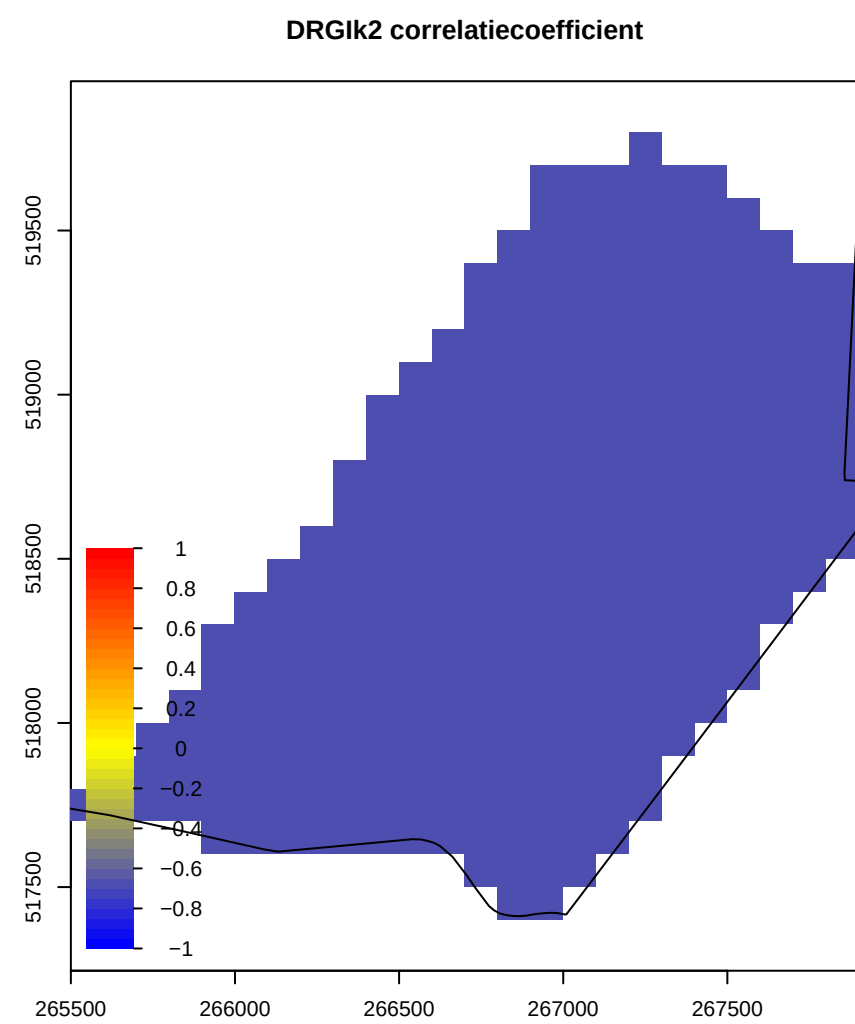
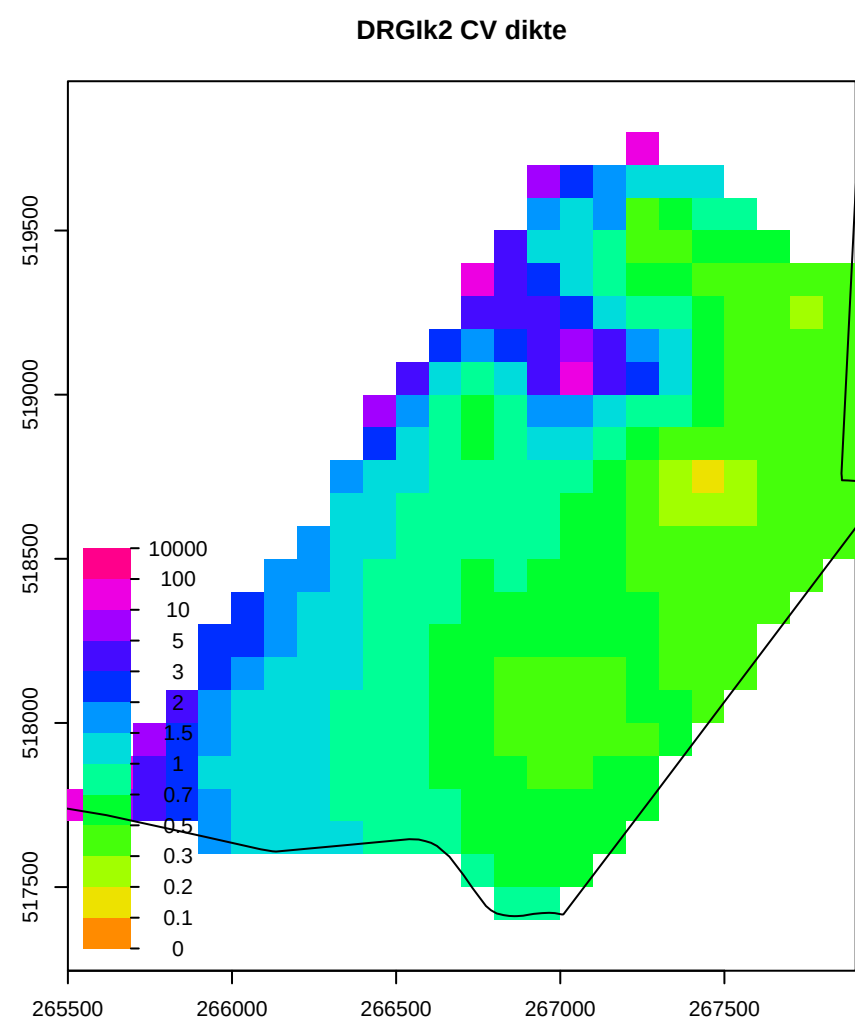
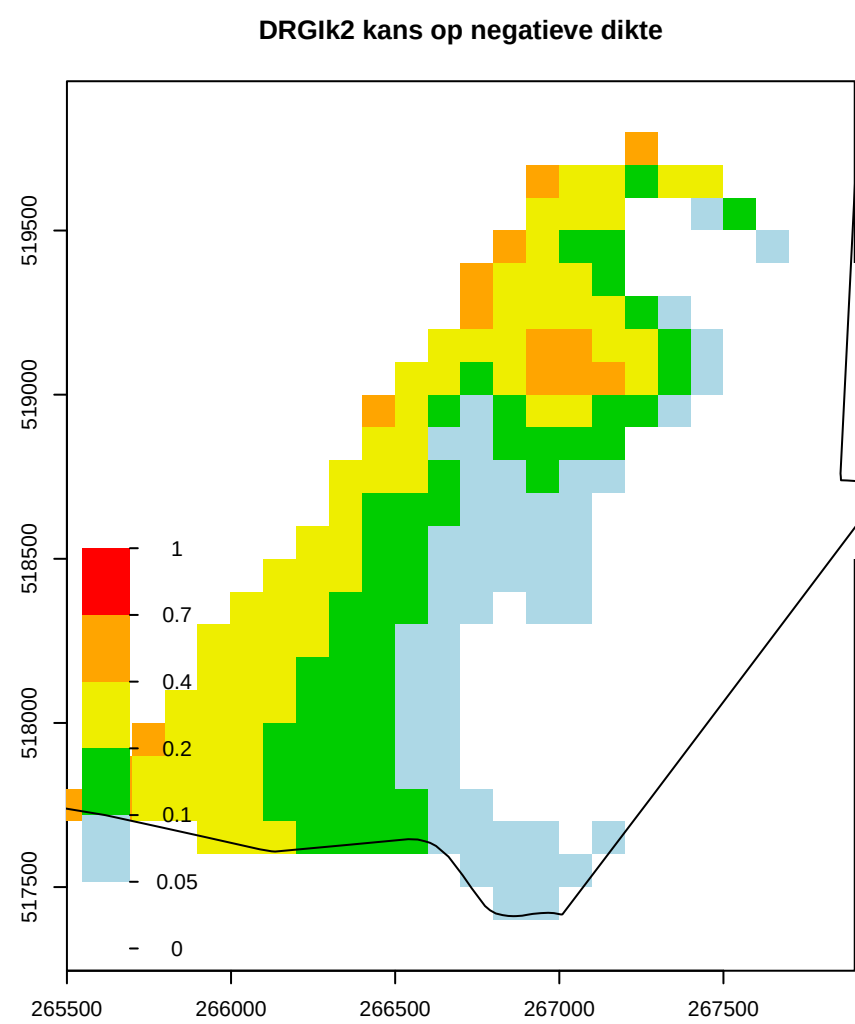
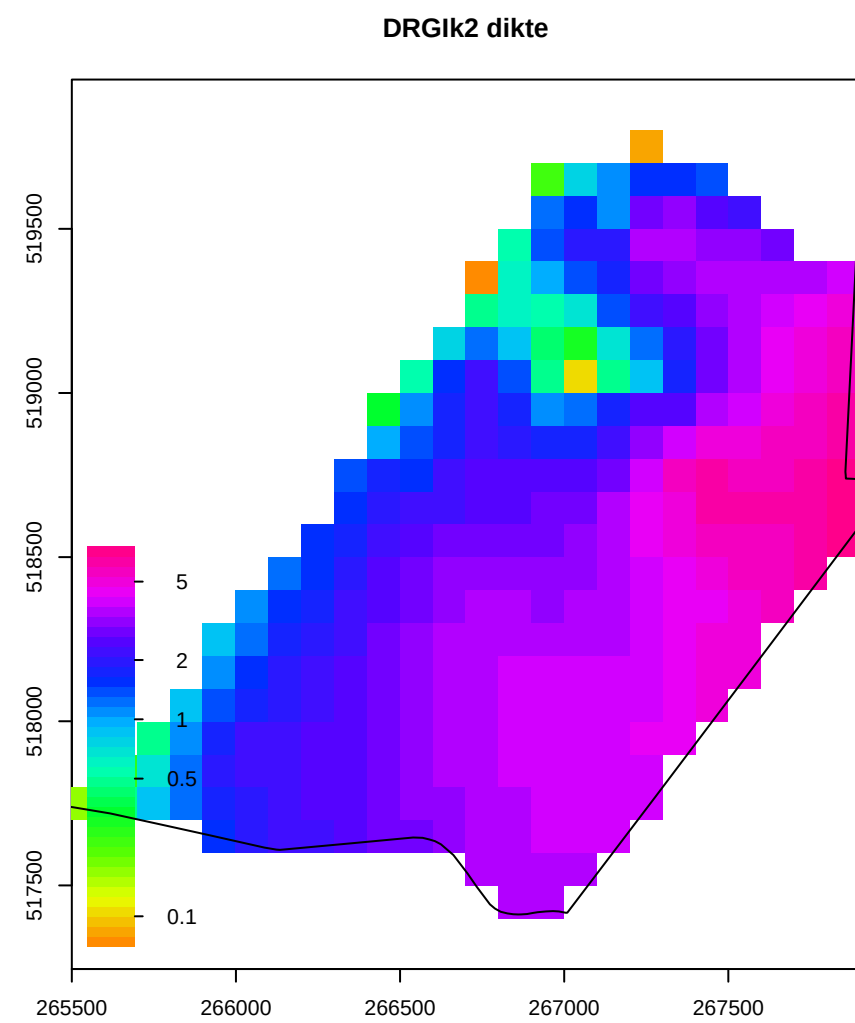
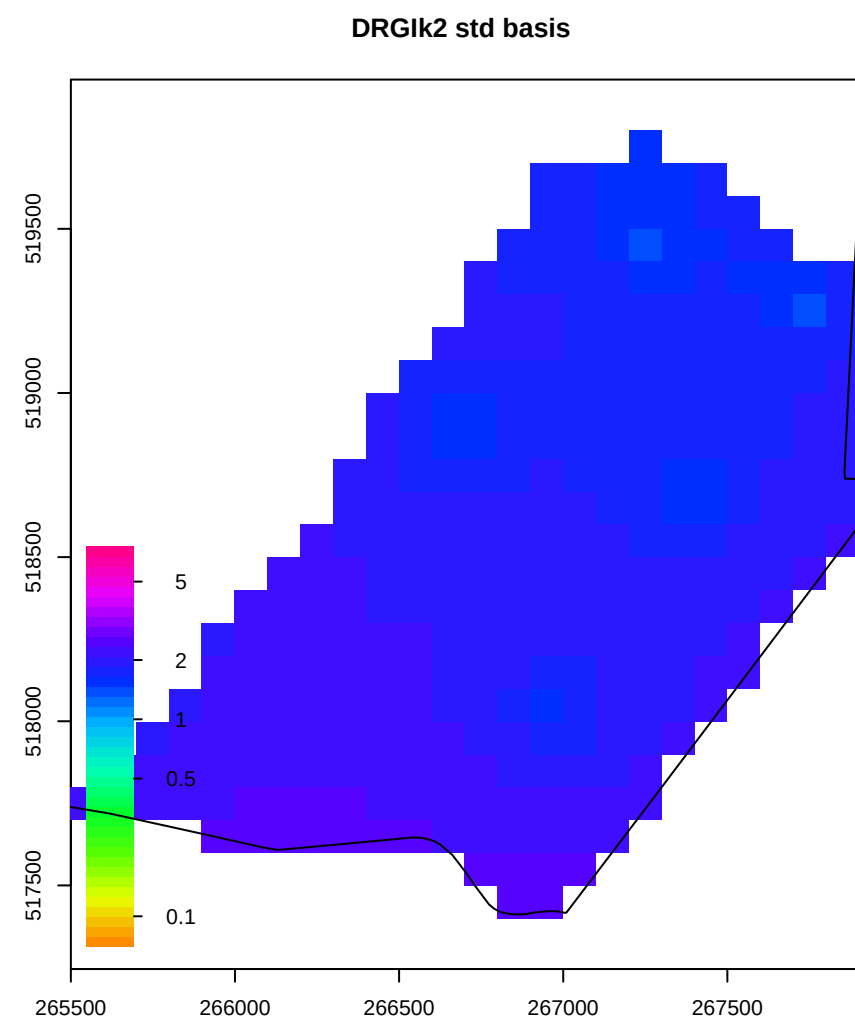
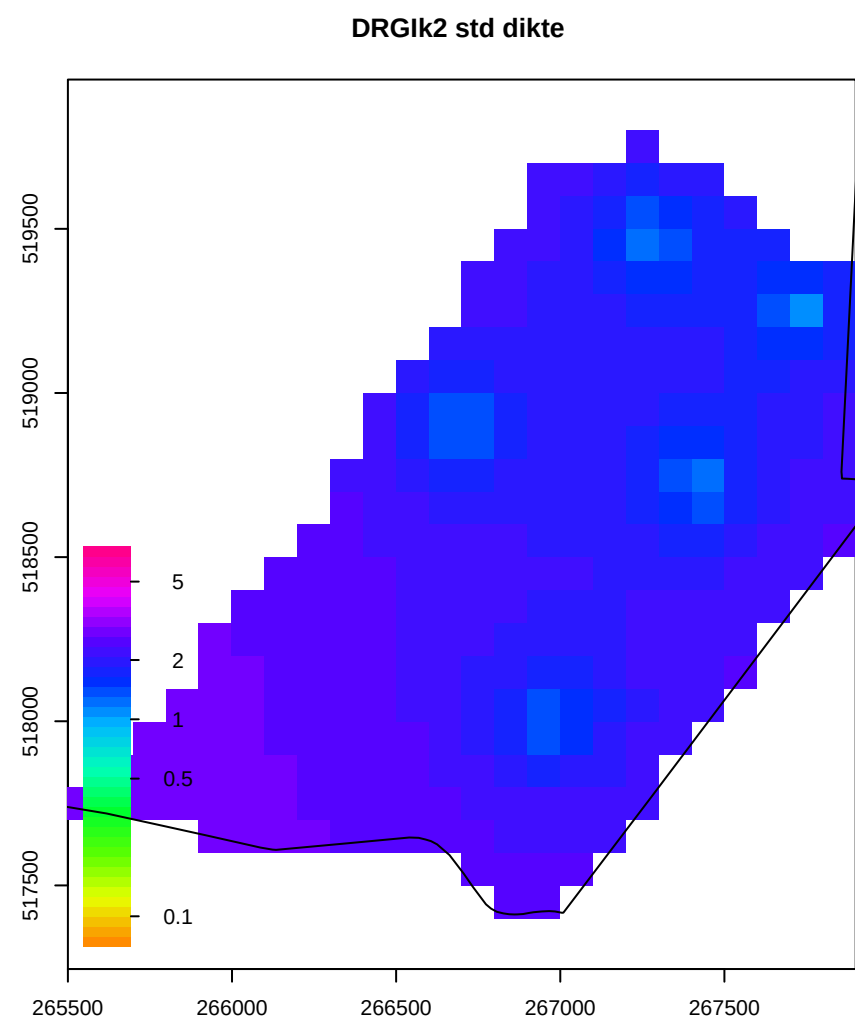
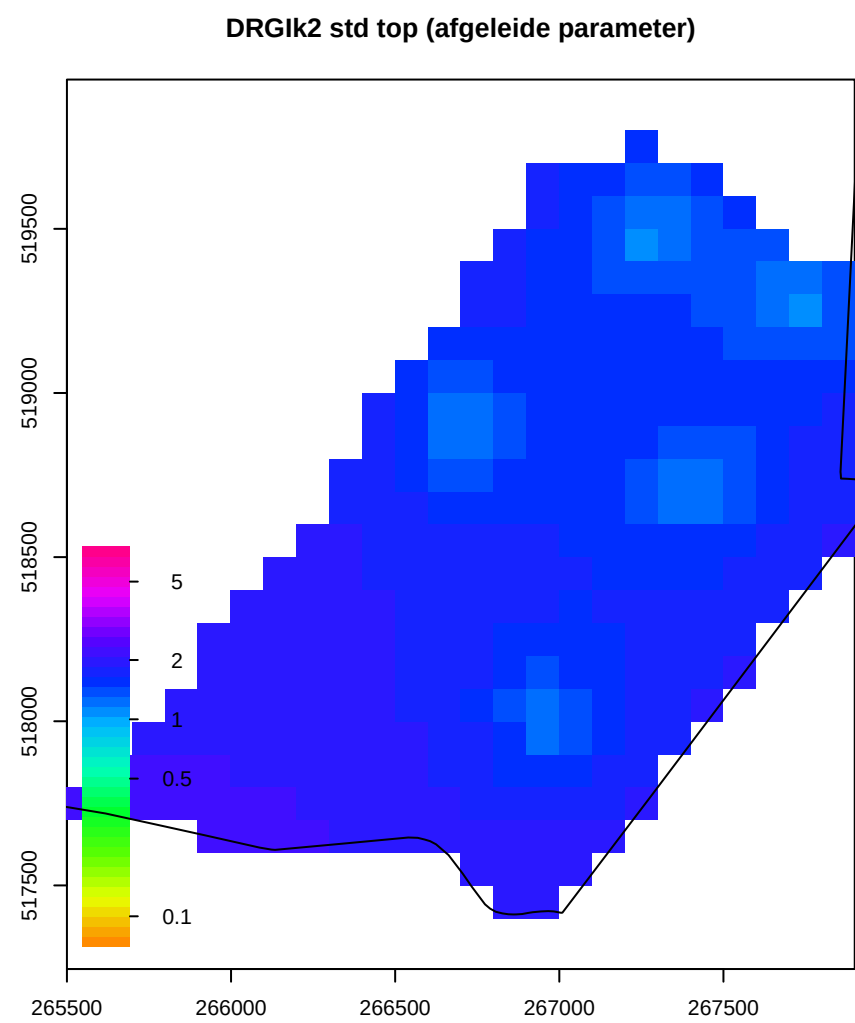


DRGIk1 CV dikte

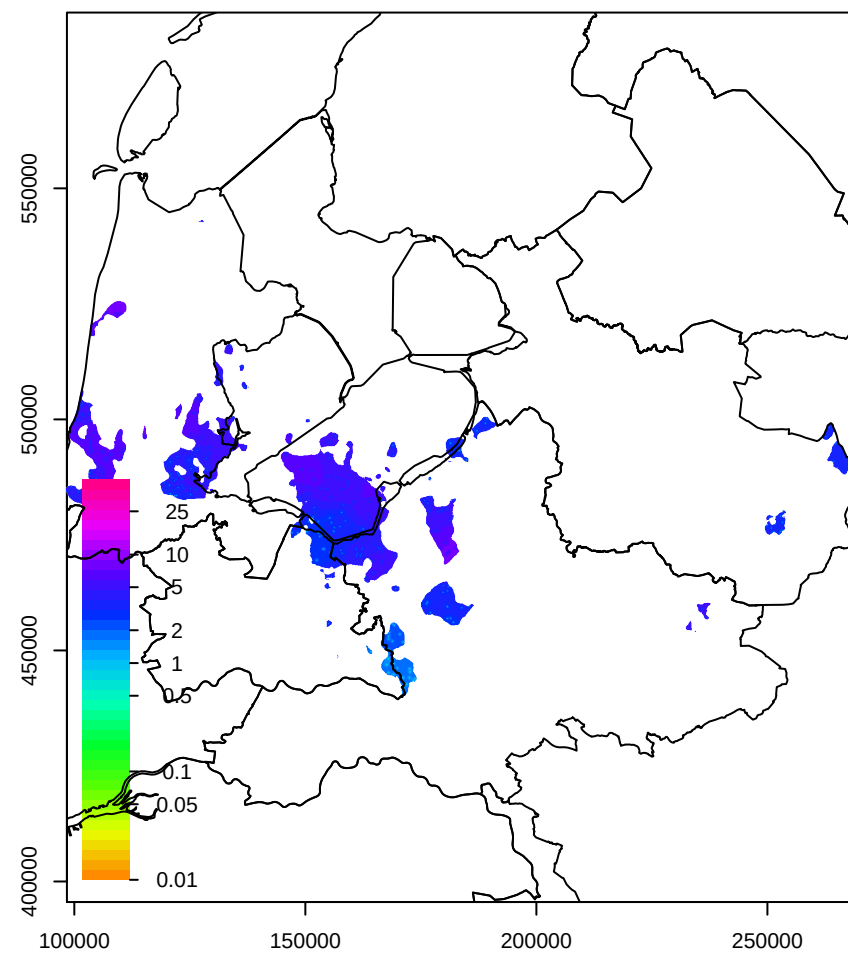


DRGIk1 correlatiecoefficient

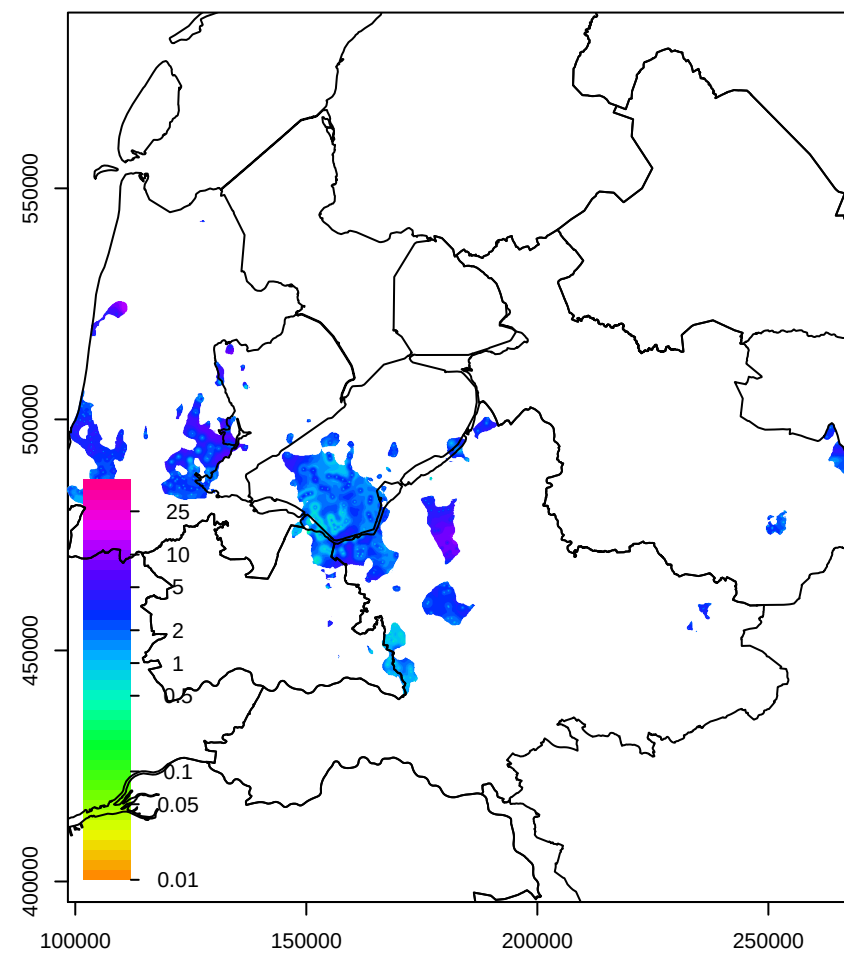




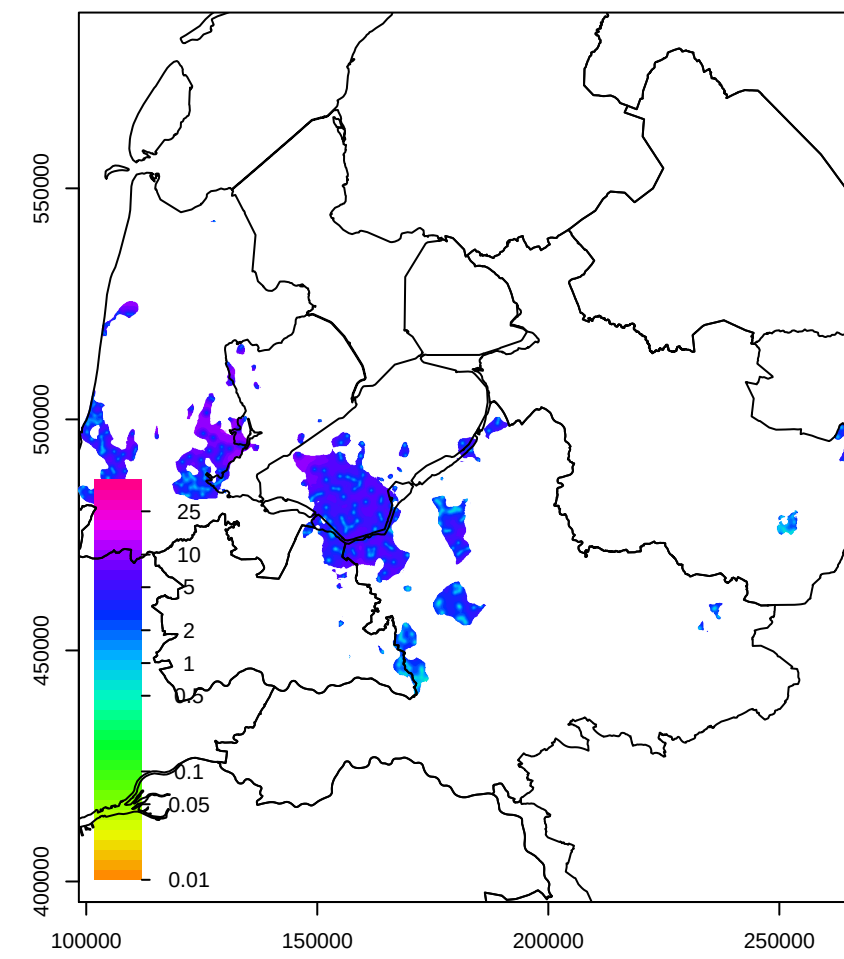
DRUIk1 std top



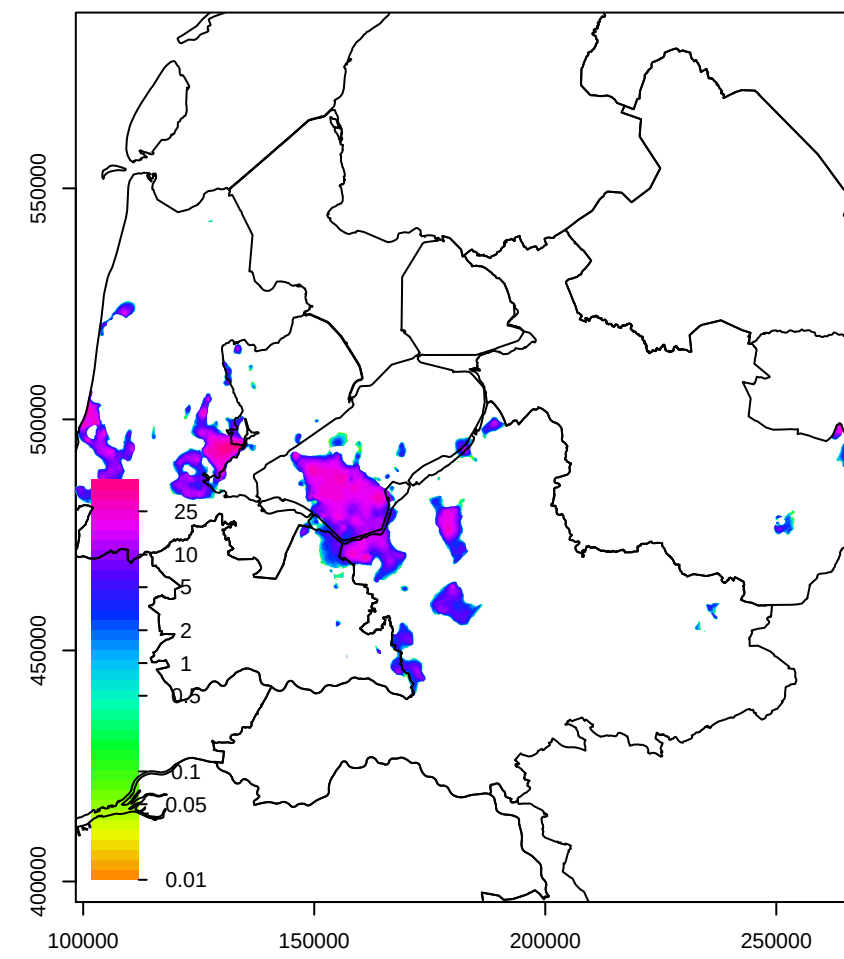
DRUIk1 std dikte (afgeleide parameter)



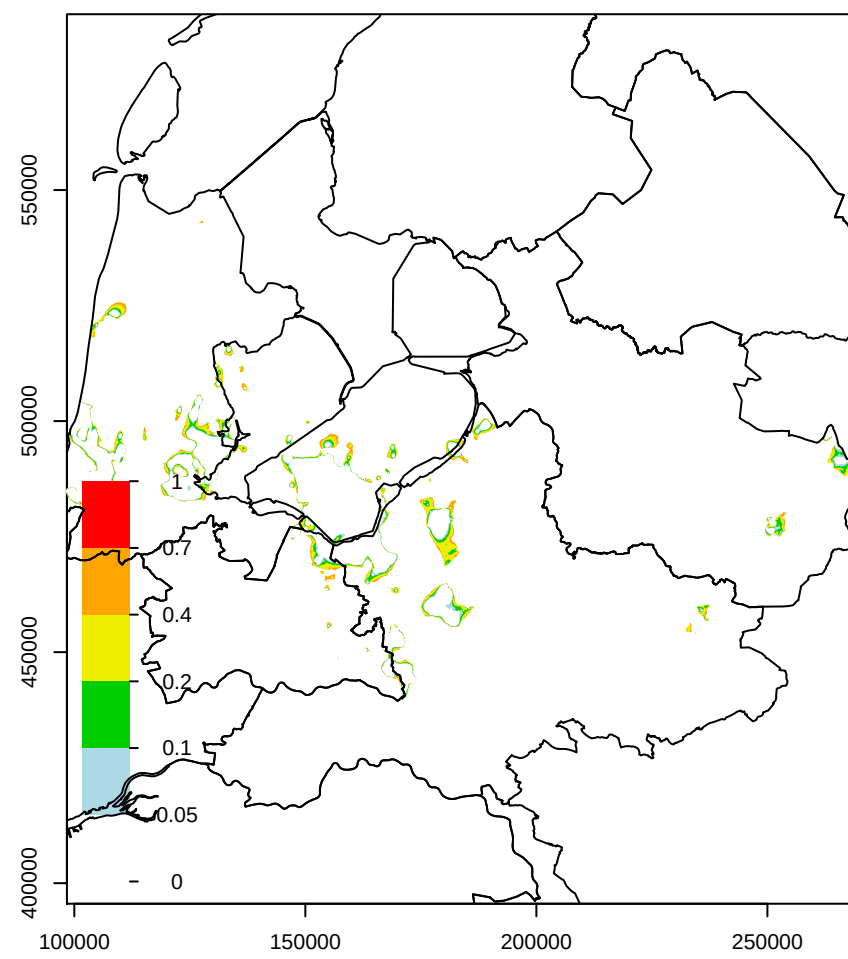
DRUIk1 std basis



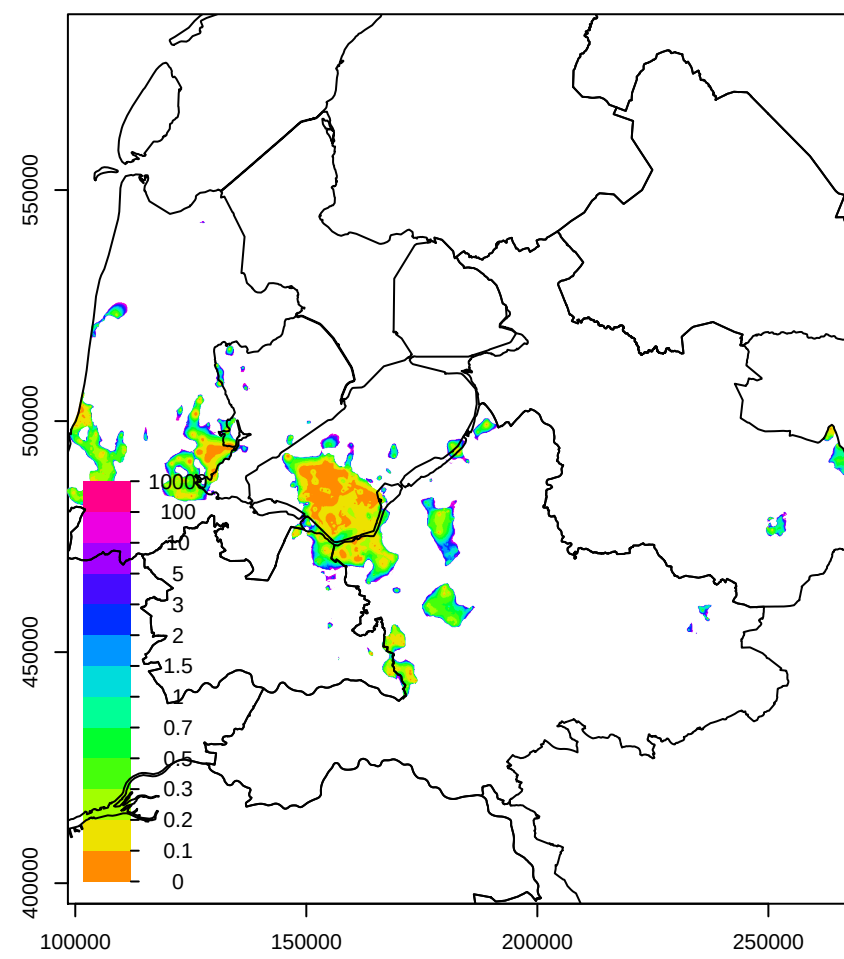
DRUIk1 dikte



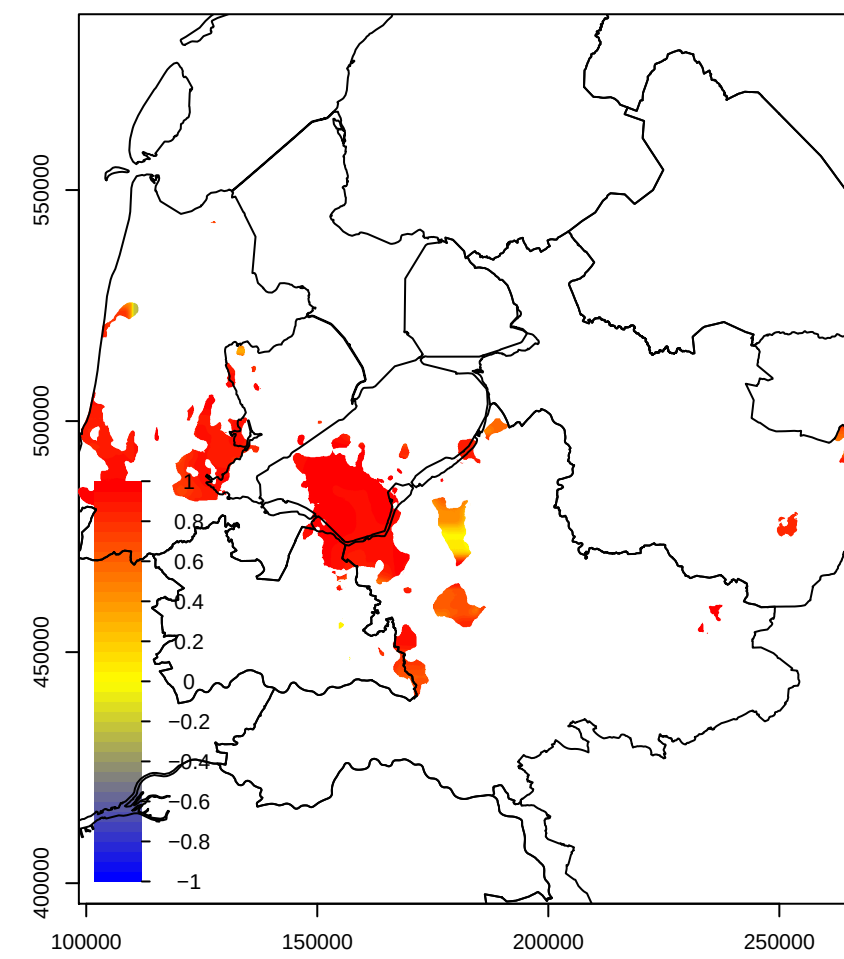
DRUIk1 kans op negatieve dikte



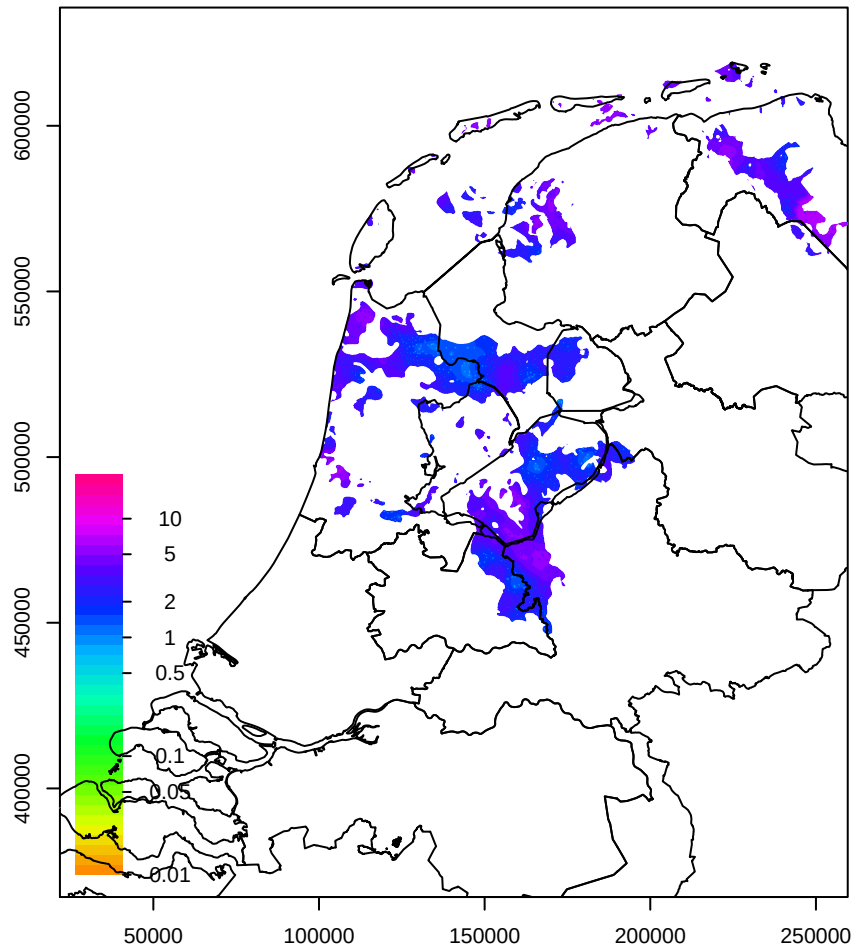
DRUIk1 CV dikte



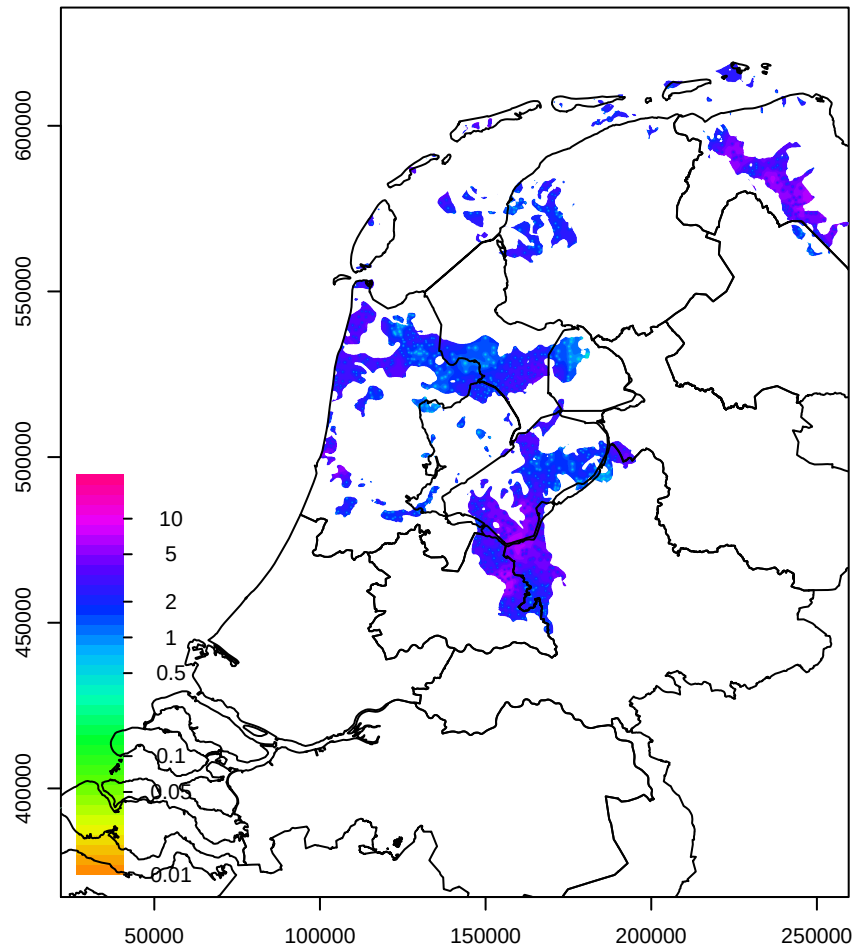
DRUIk1 correlatiecoefficient



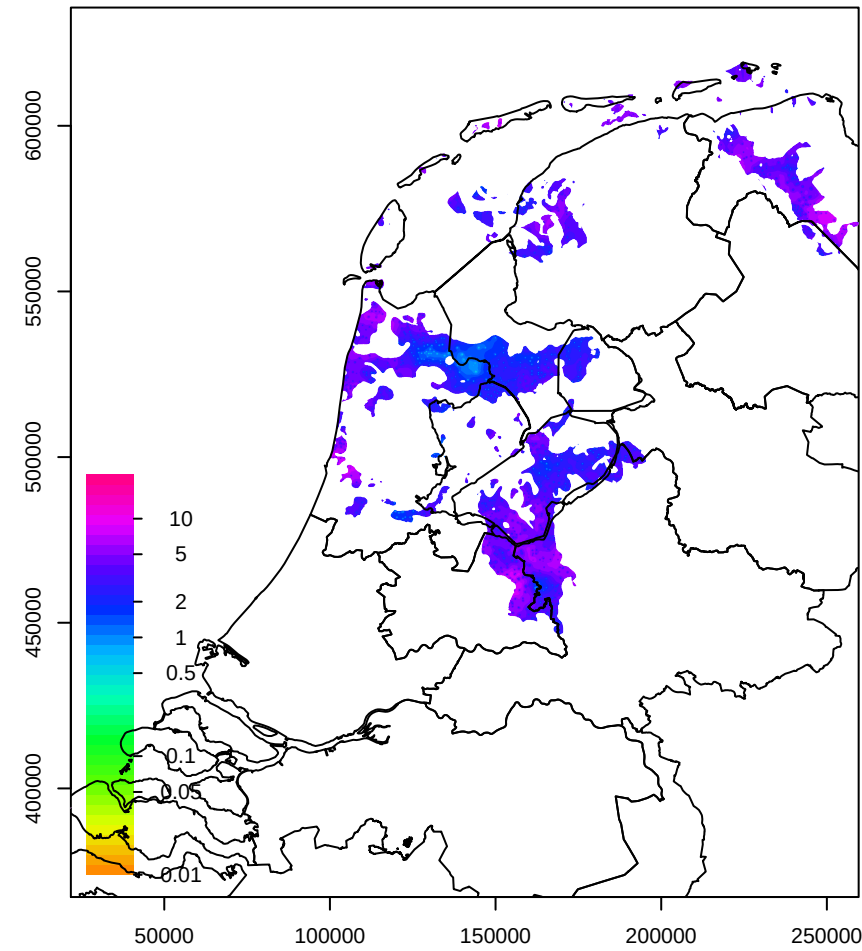
EEk1 std top



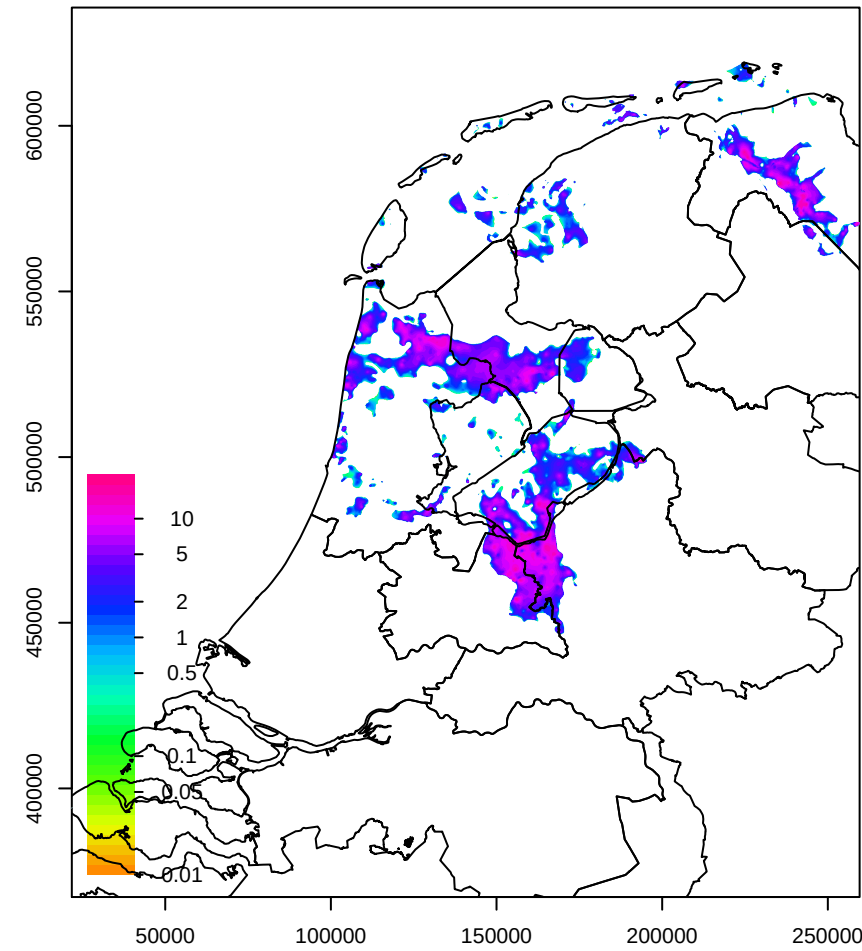
EEk1 std dikte



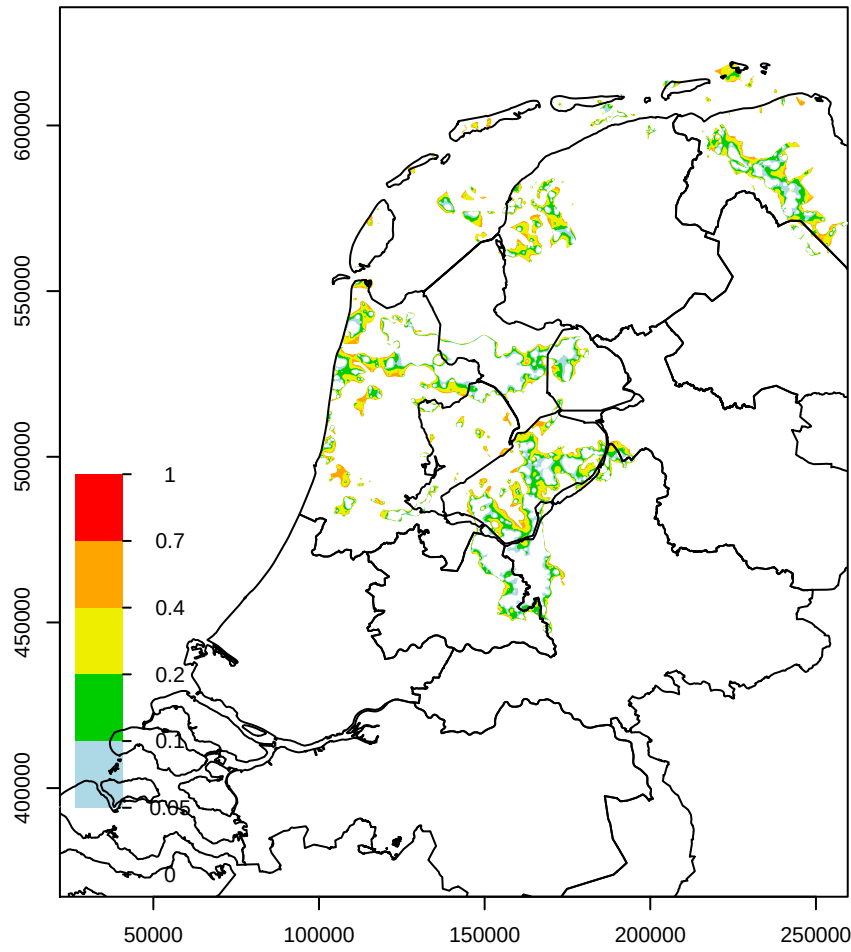
EEk1 std basis (afgeleide parameter)



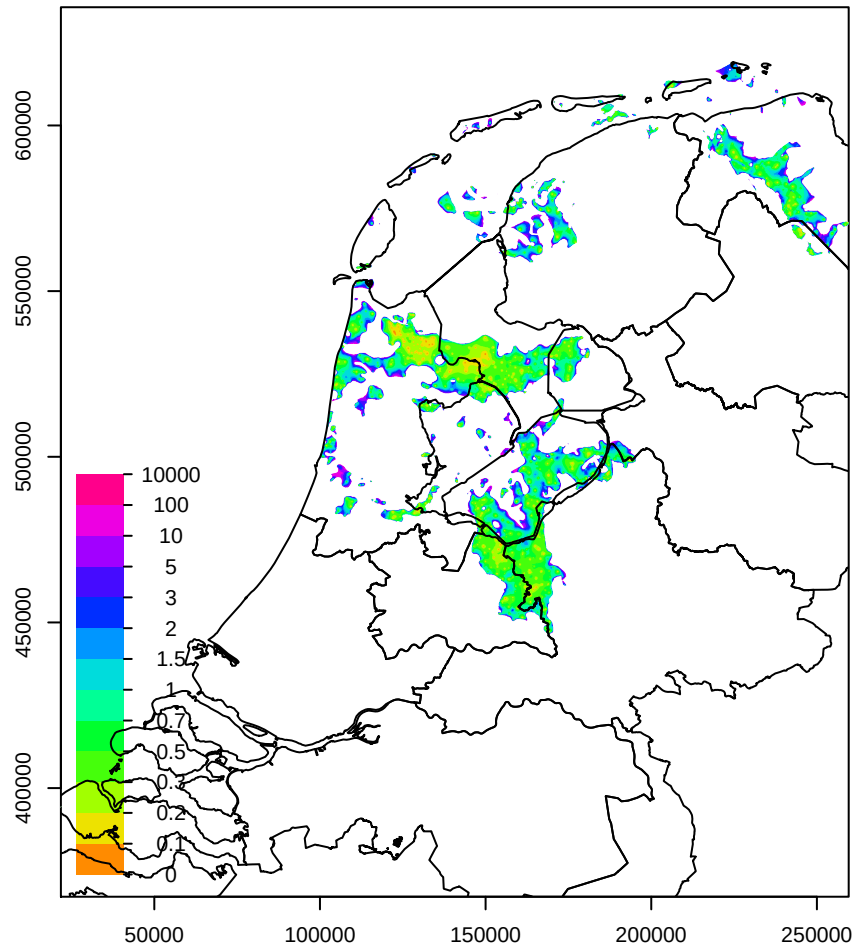
EEk1 dikte



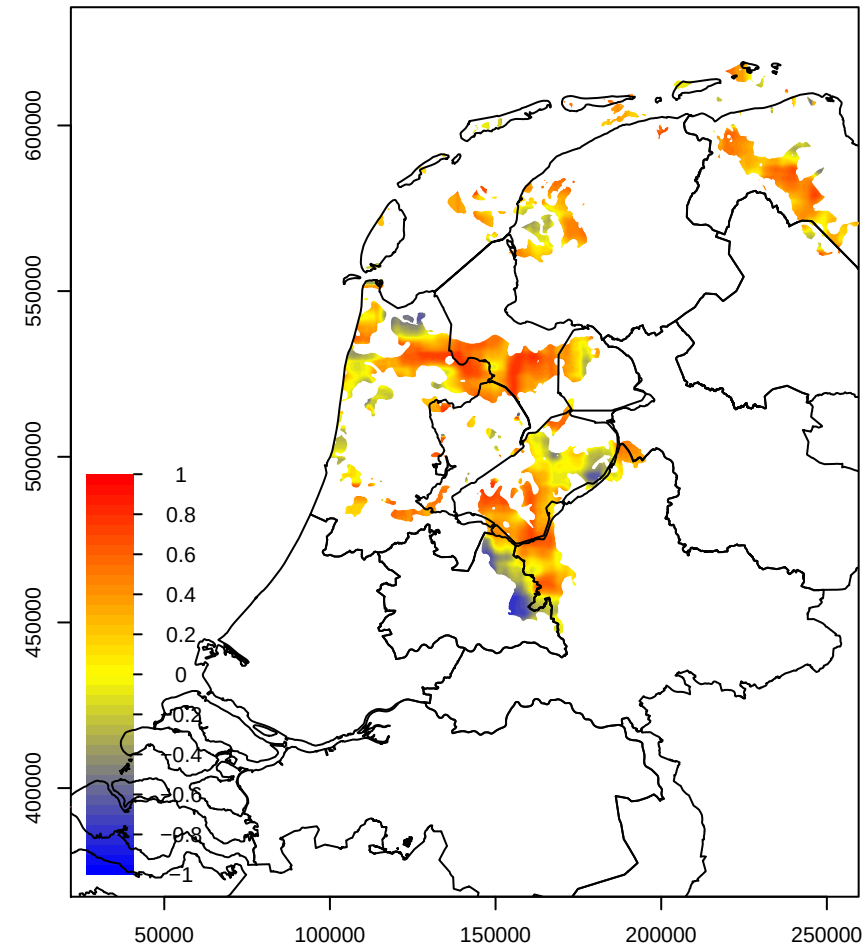
EEk1 kans op negatieve dikte

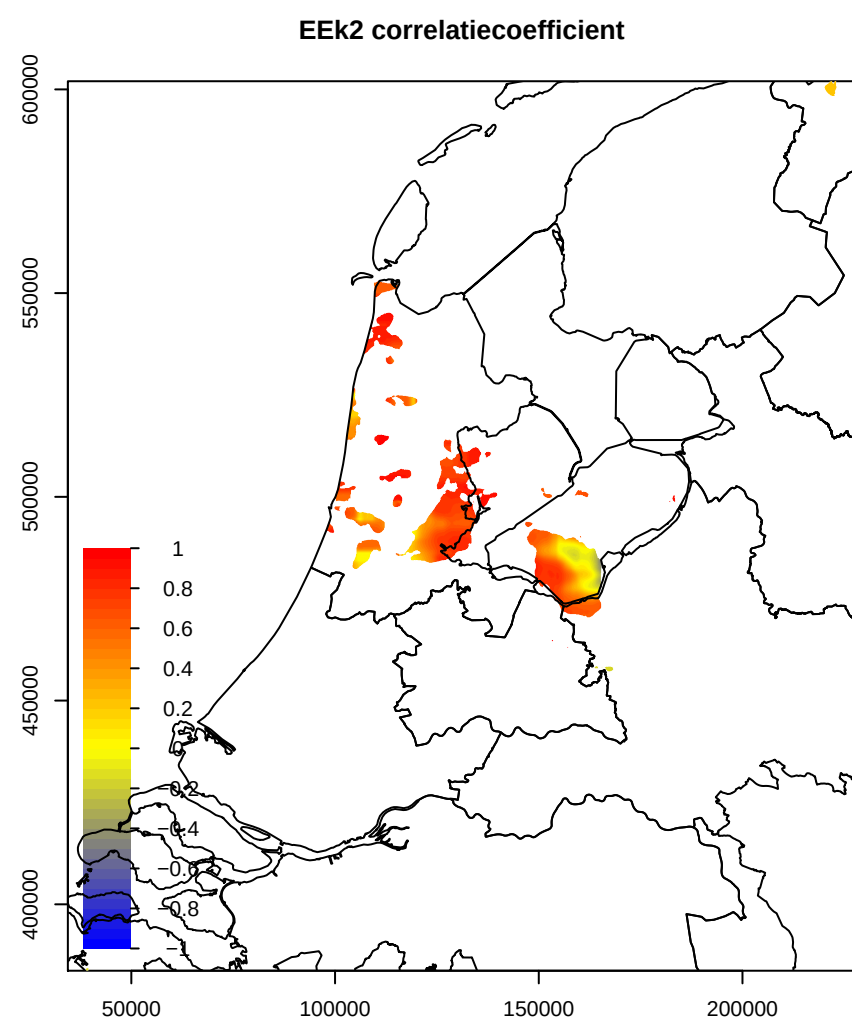
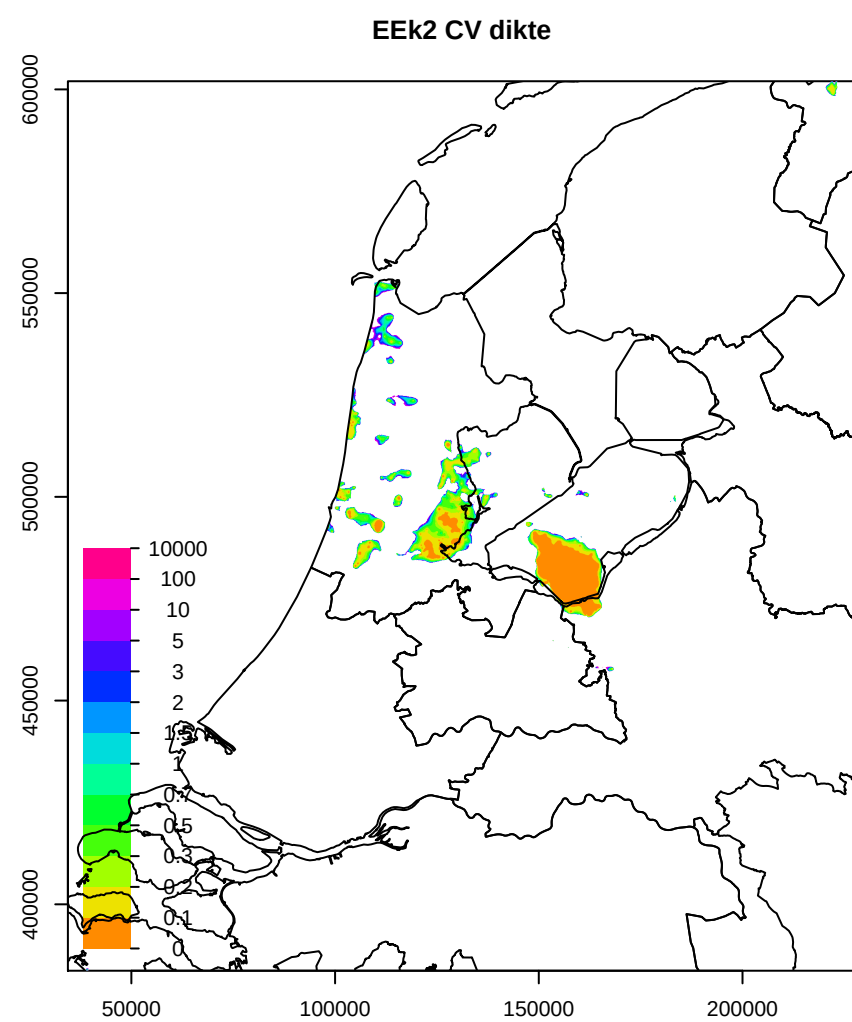
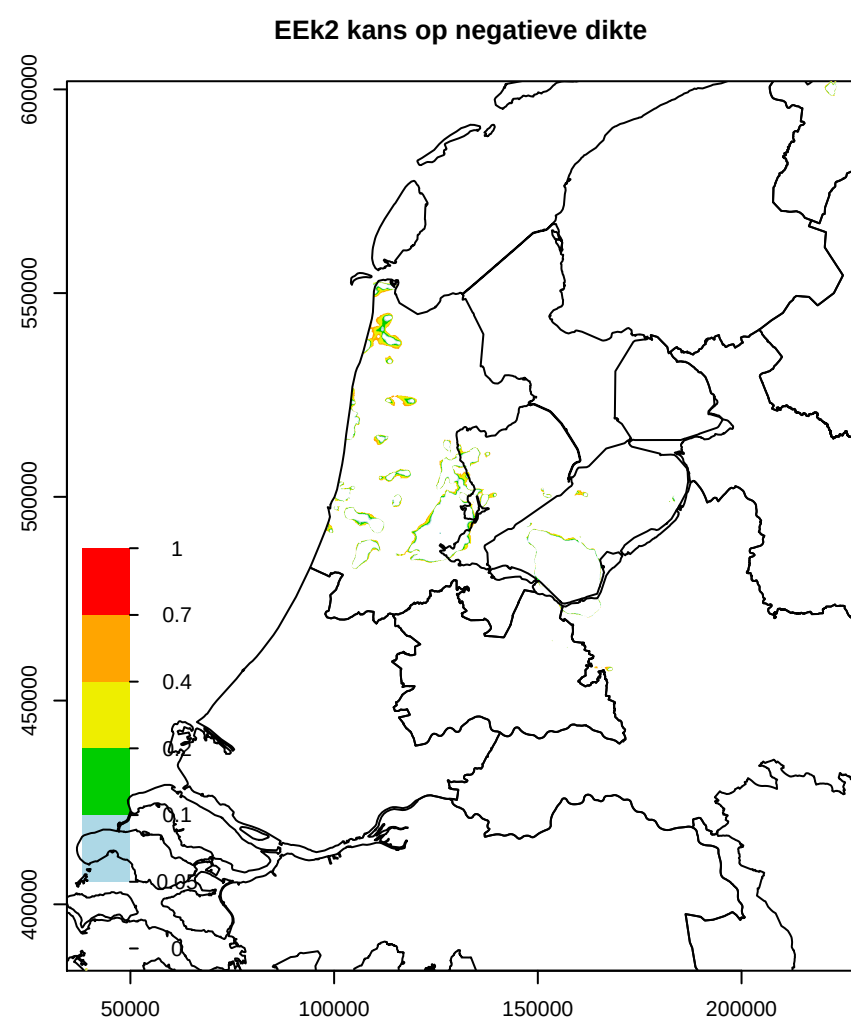
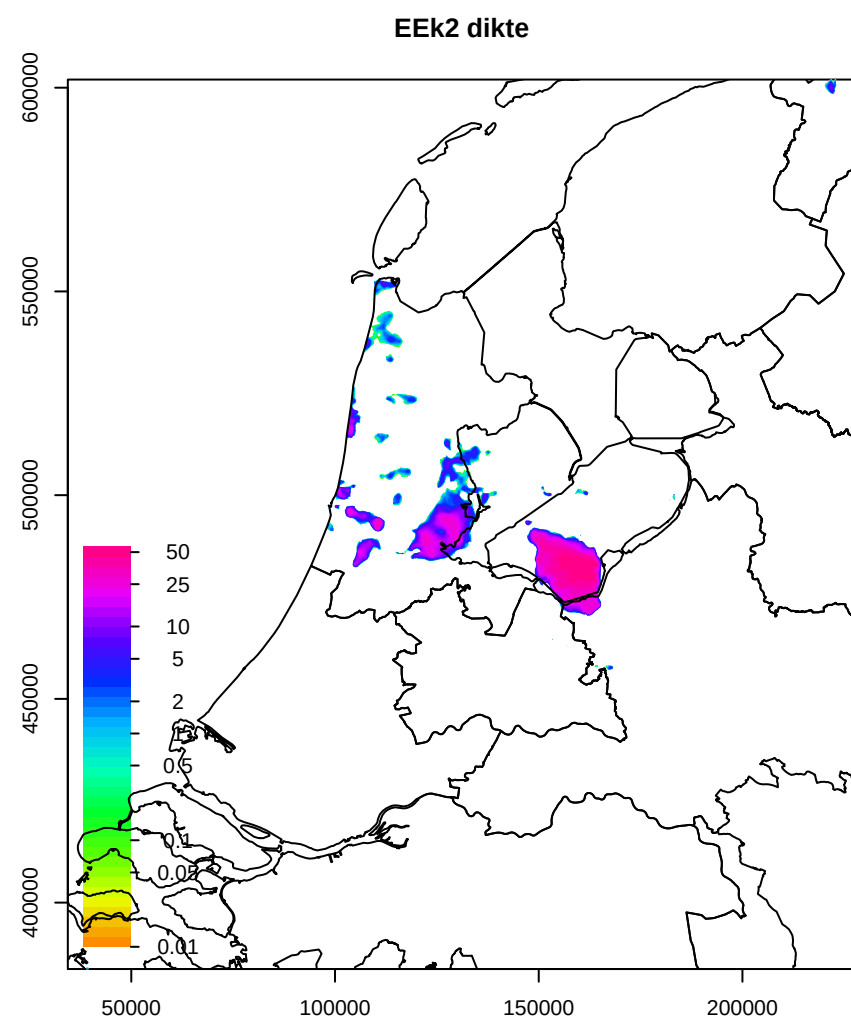
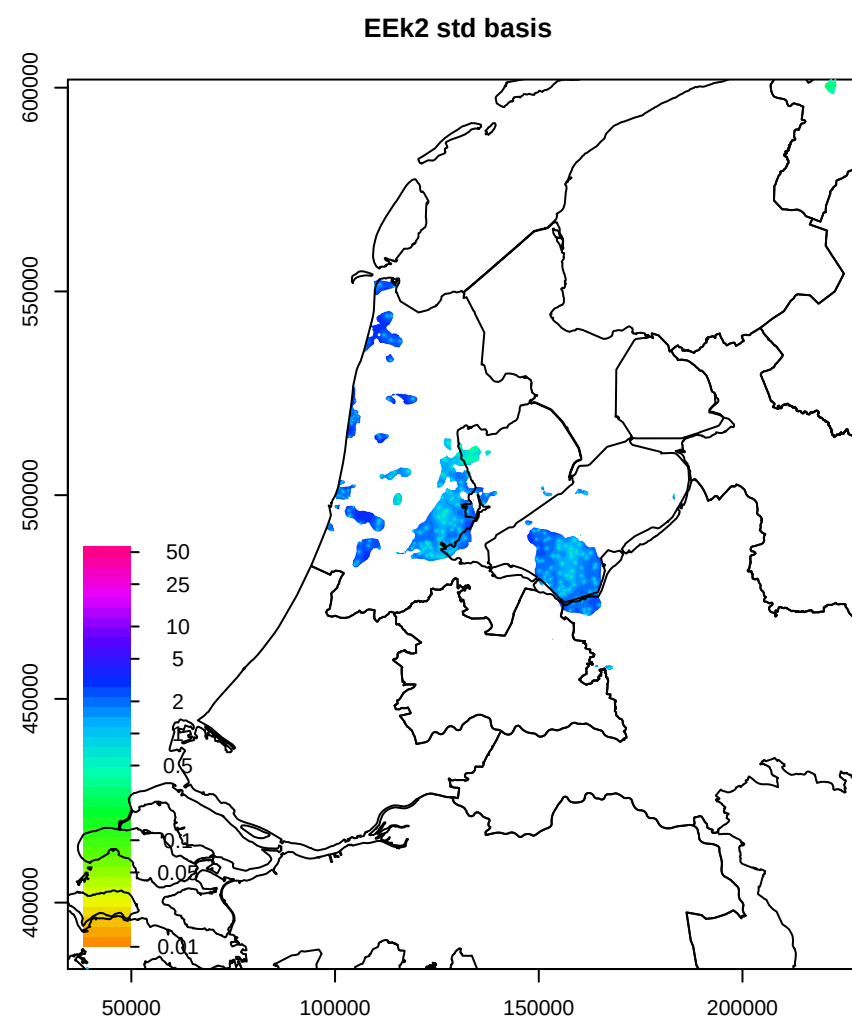
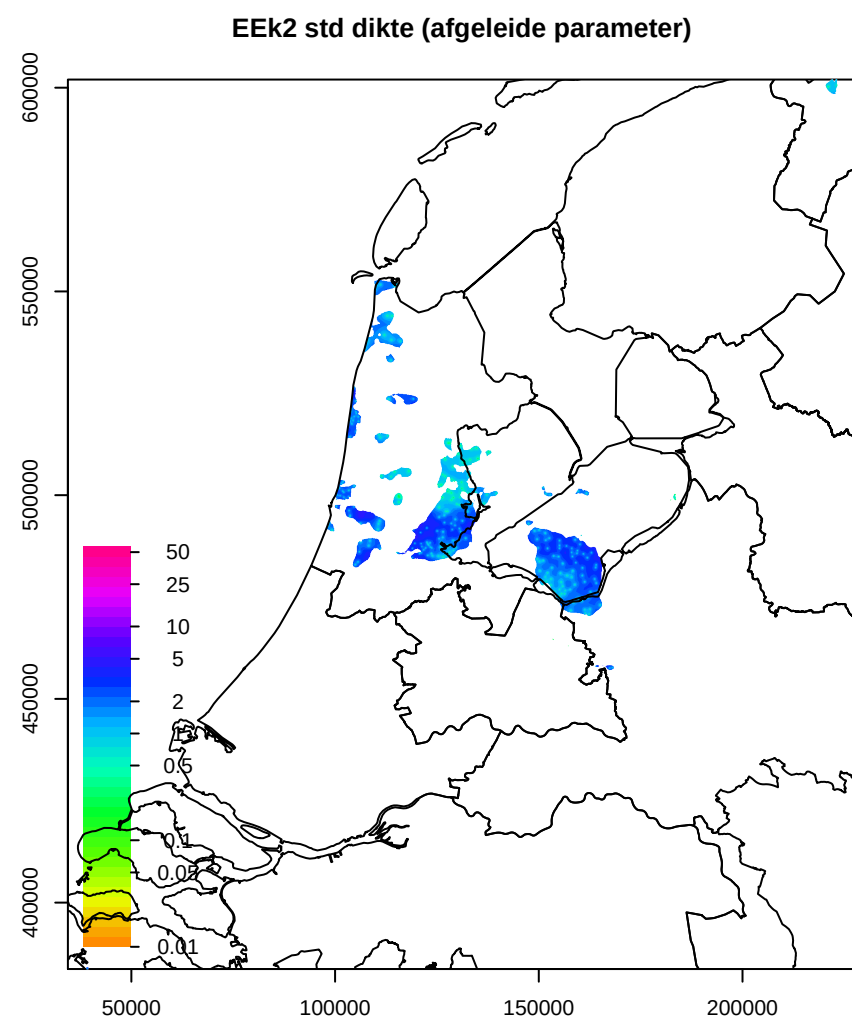
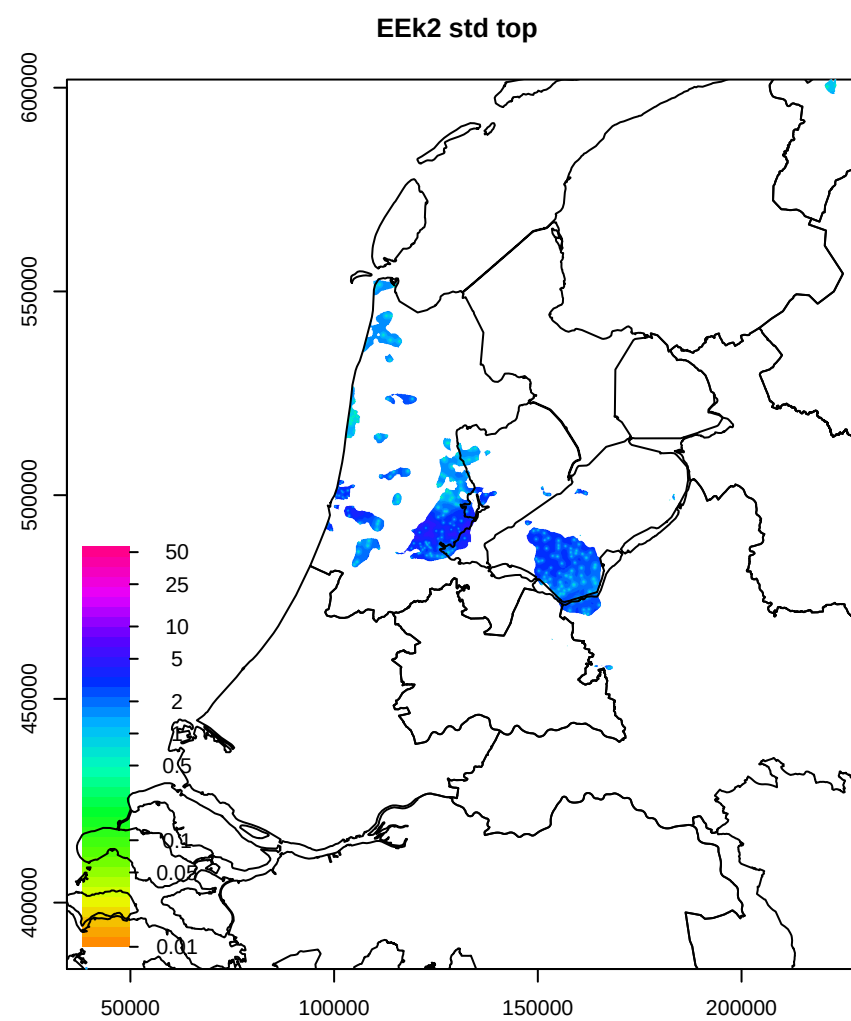


EEk1 CV dikte

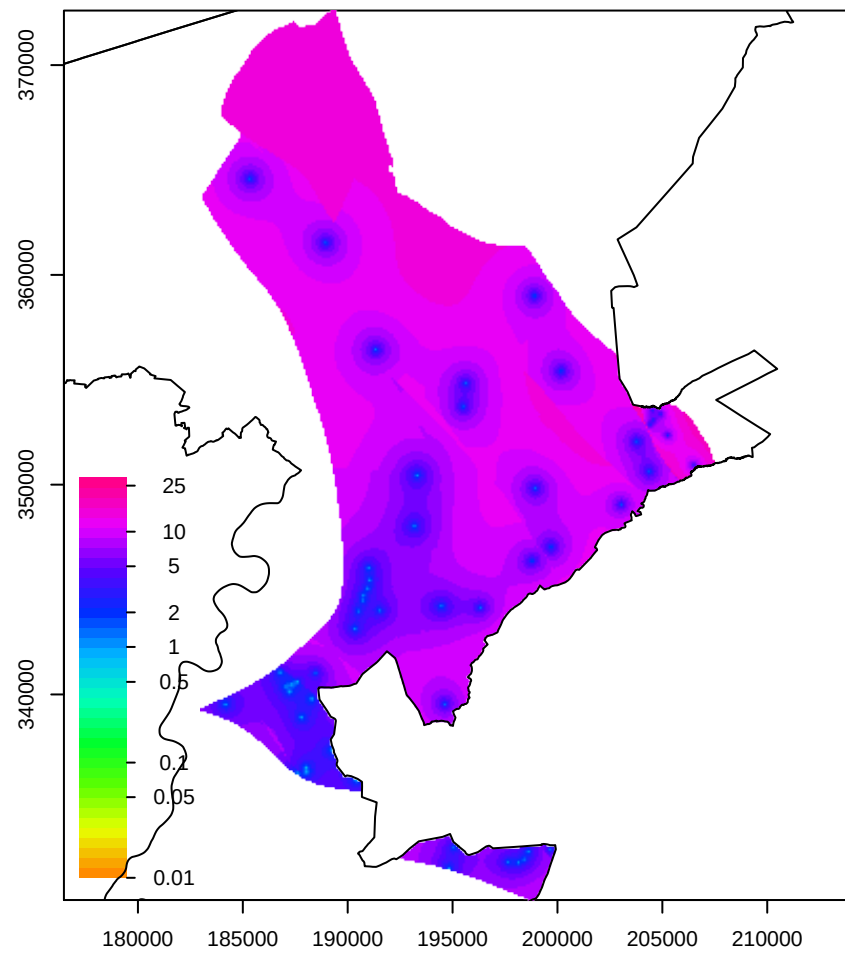


EEk1 correlatiecoefficient

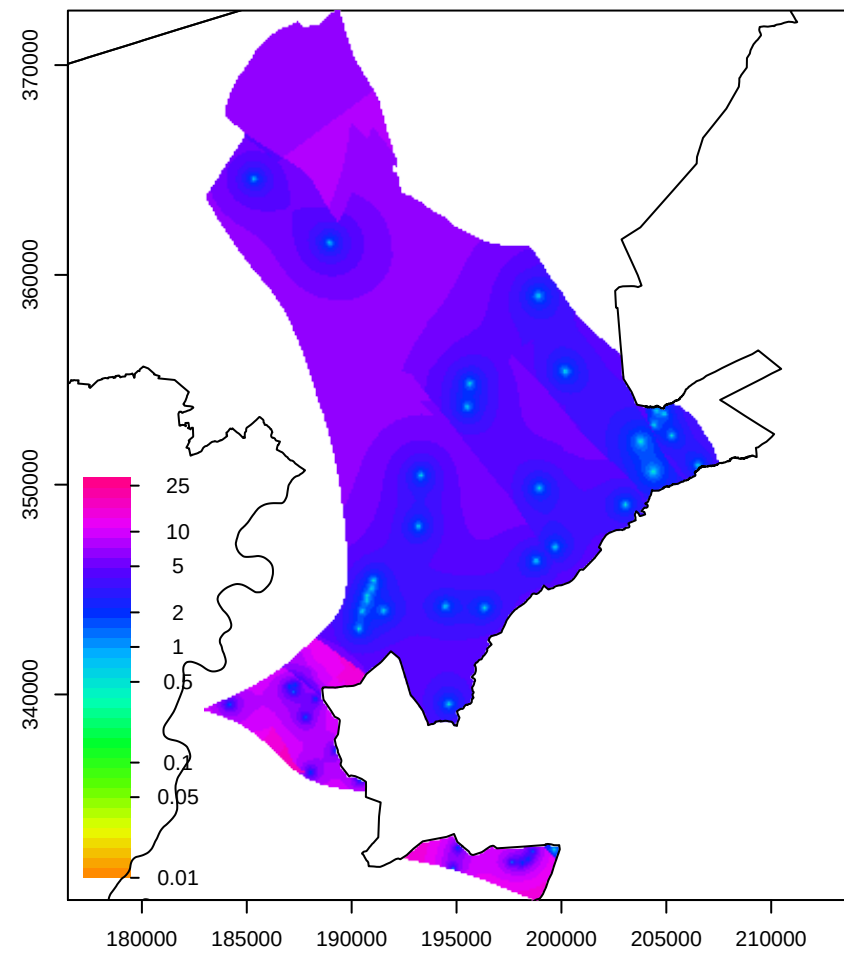




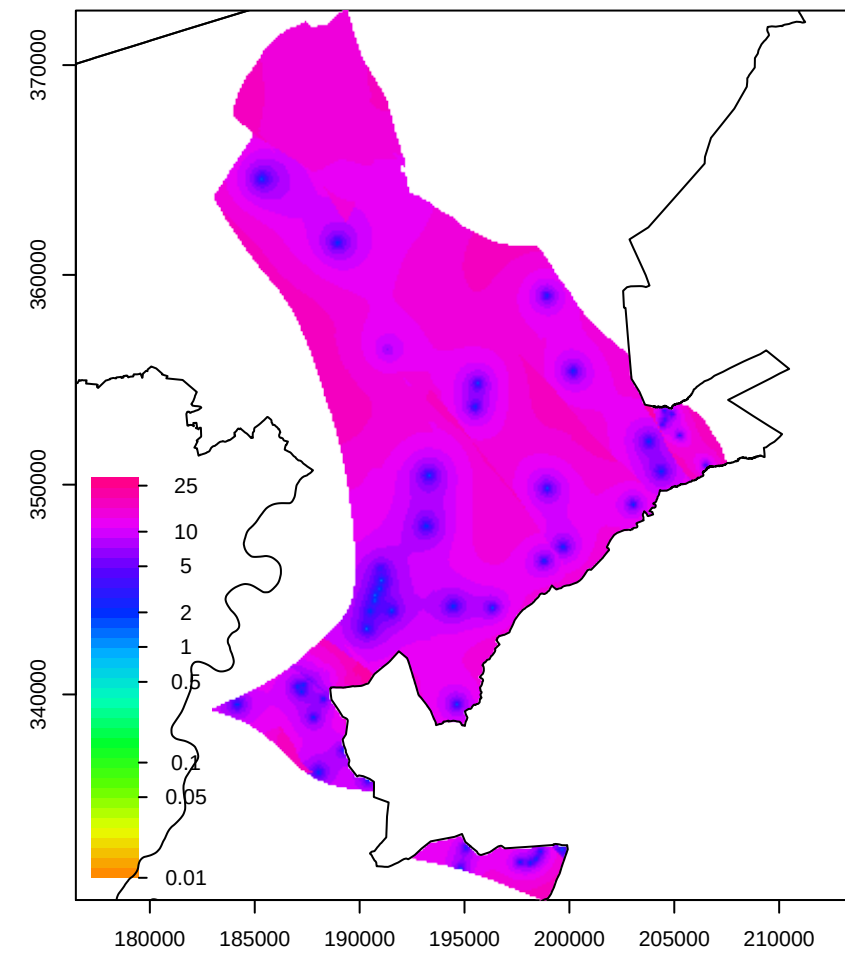
IEk1 std top



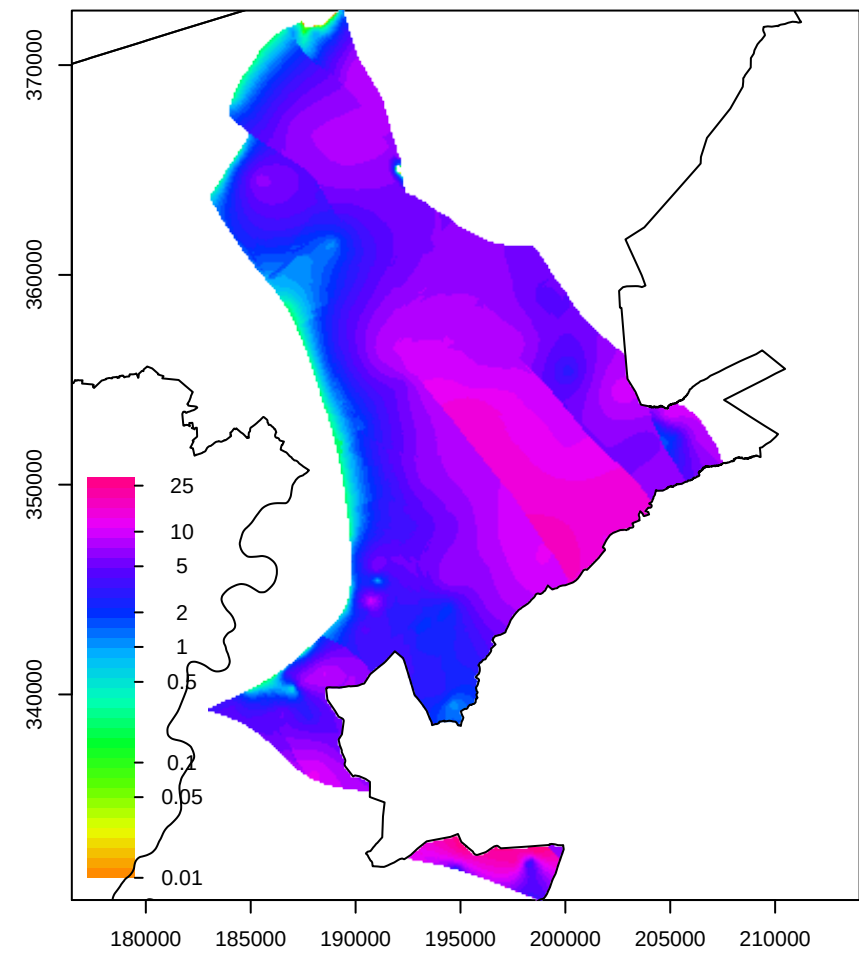
IEk1 std dikte



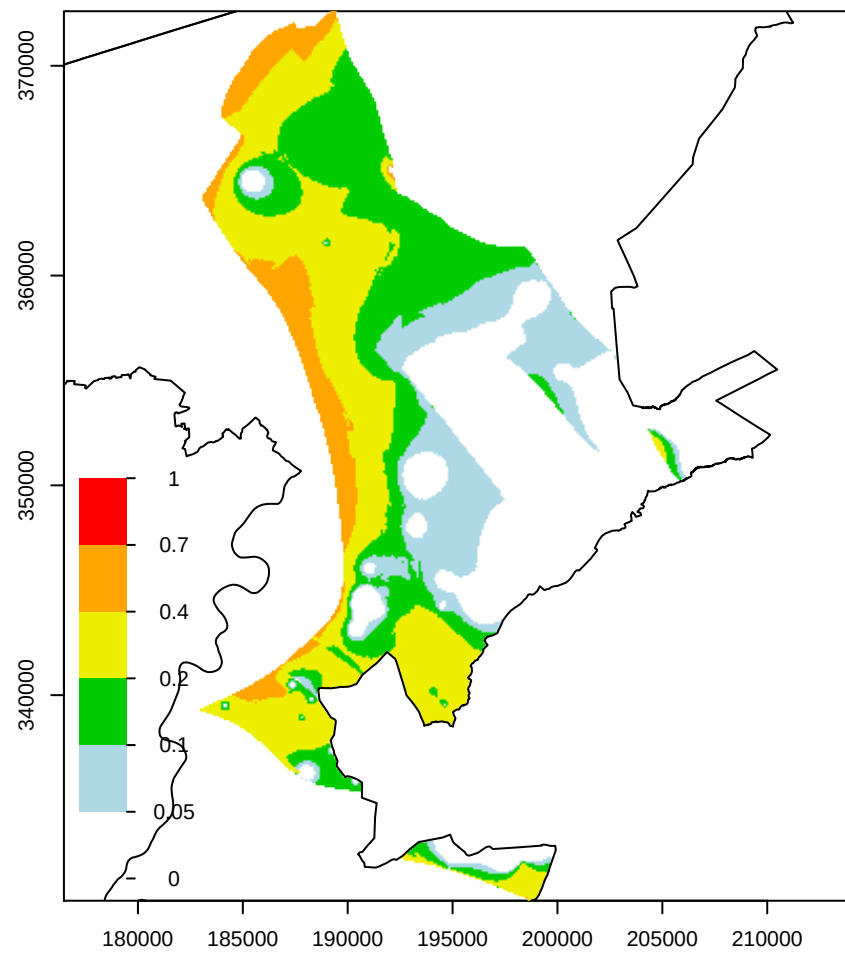
IEk1 std basis (afgeleide parameter)



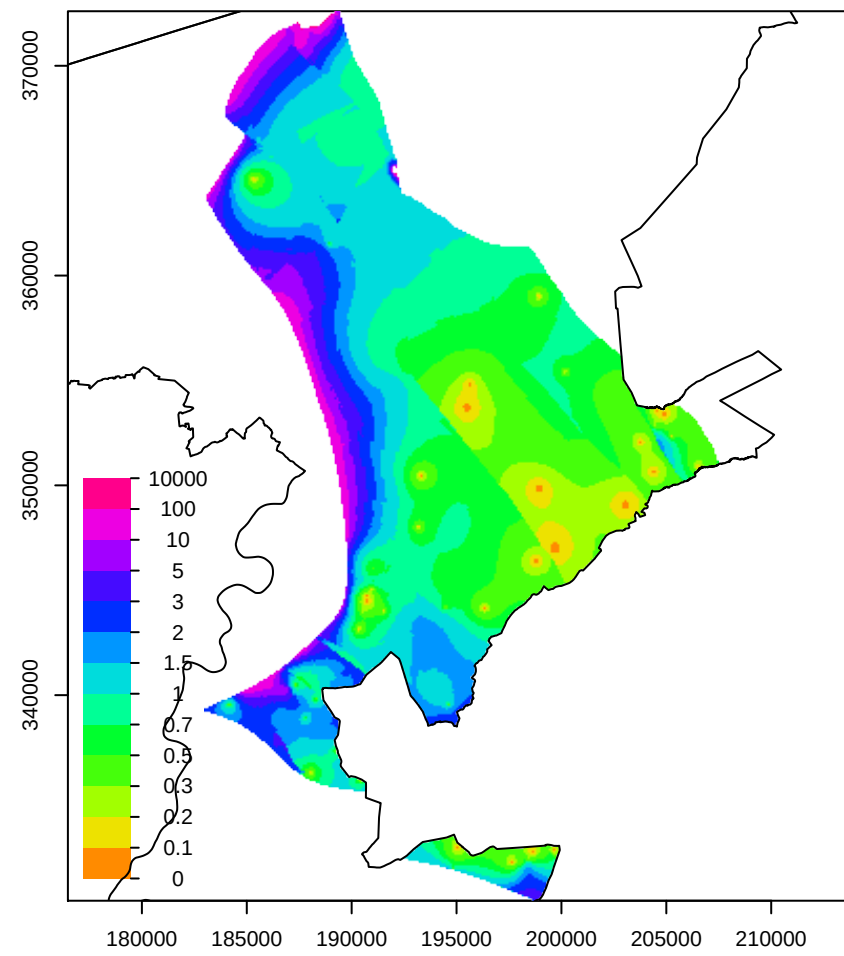
IEk1 dikte



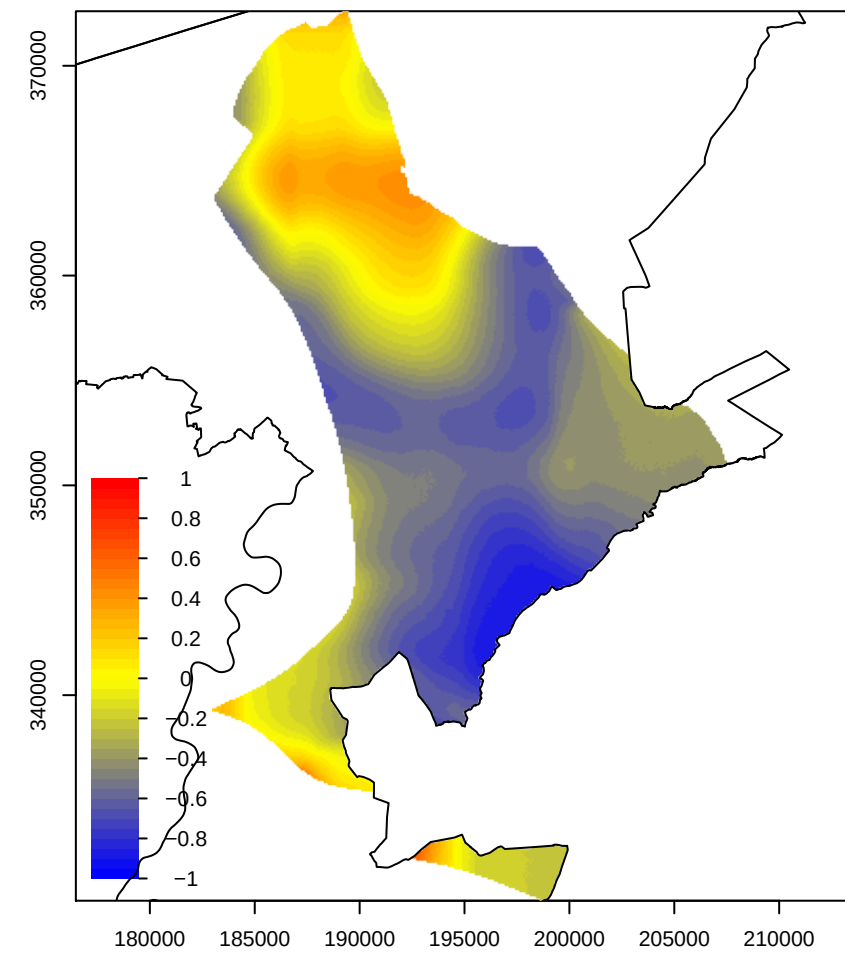
IEk1 kans op negatieve dikte



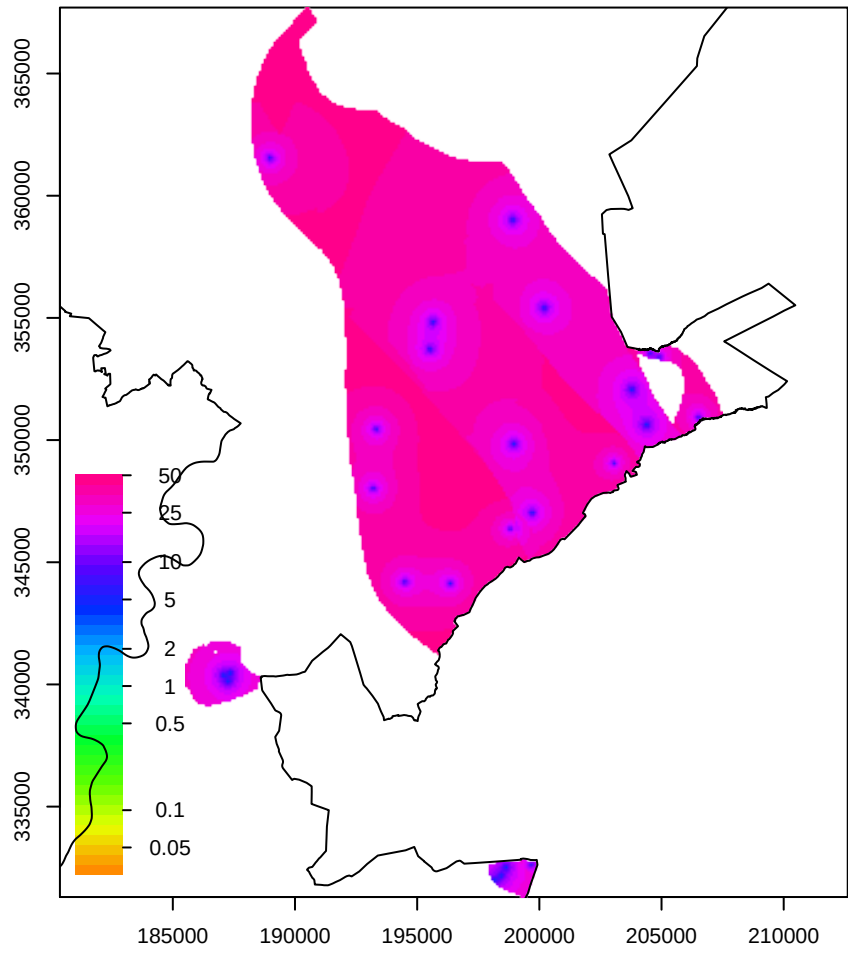
IEk1 CV dikte



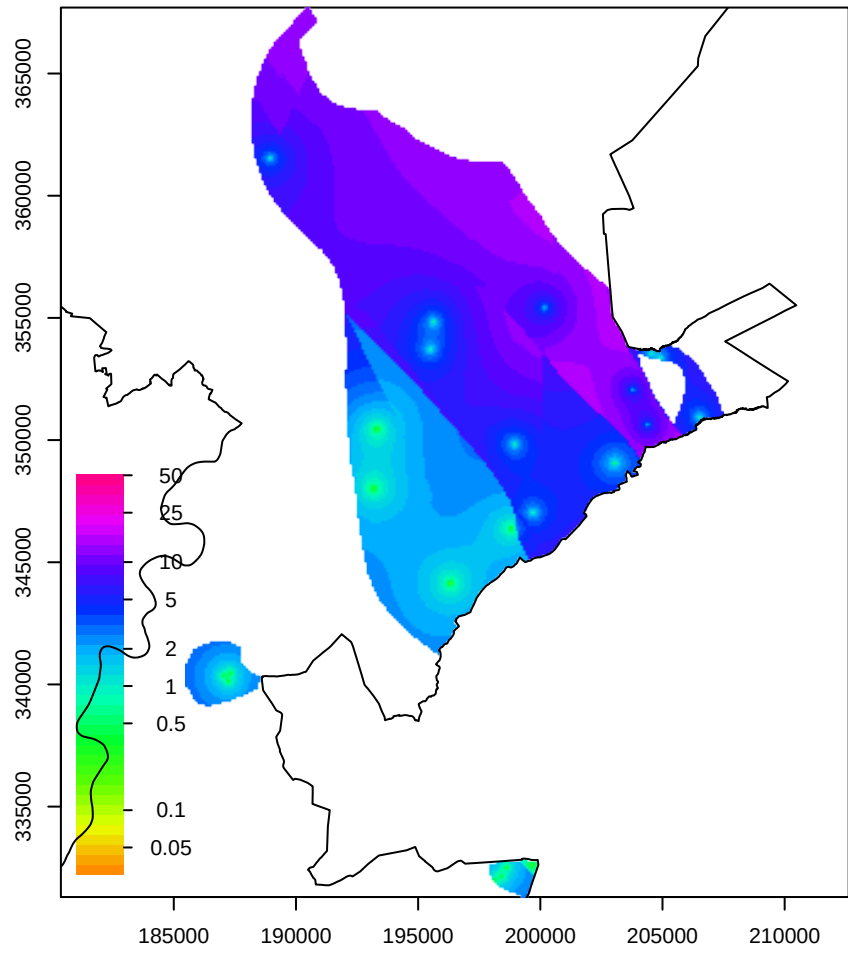
IEk1 correlatiecoefficient



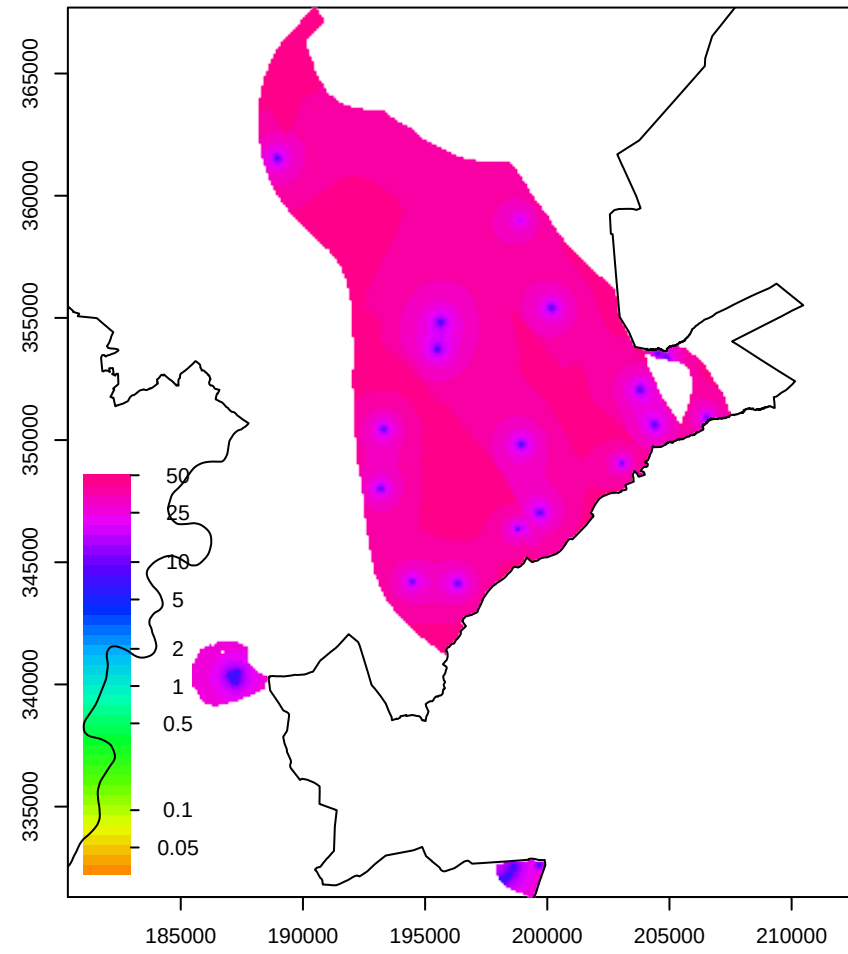
IEk2 std top



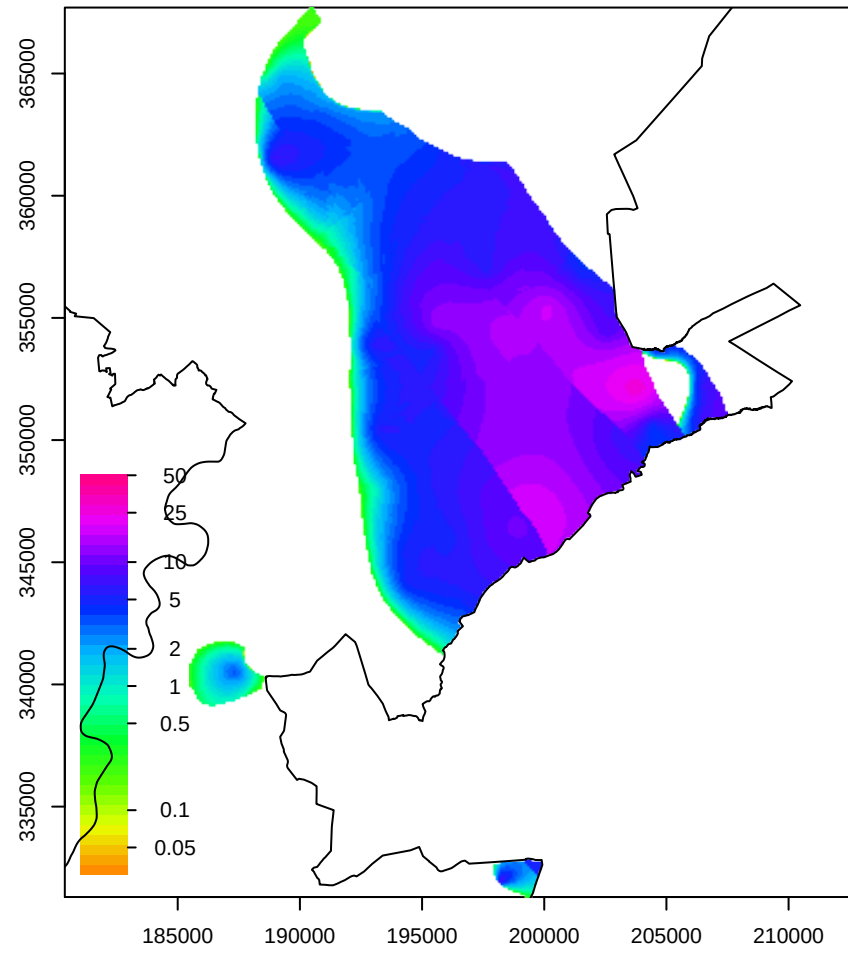
IEk2 std dikte



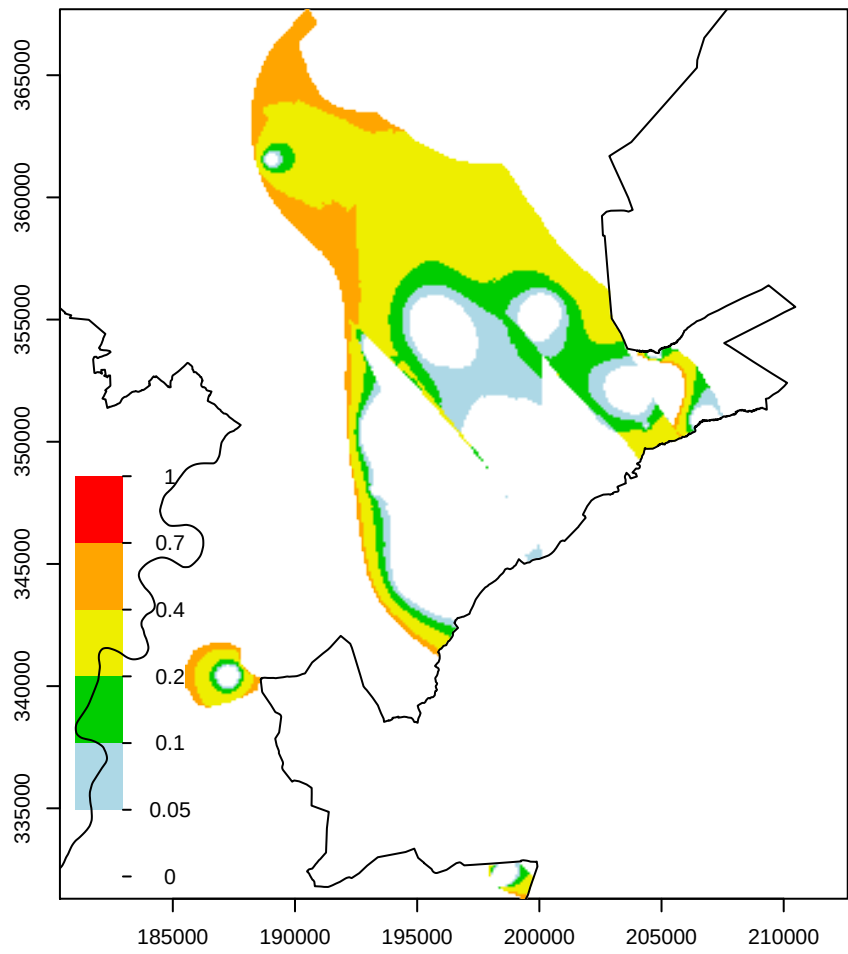
IEk2 std basis (afgeleide parameter)



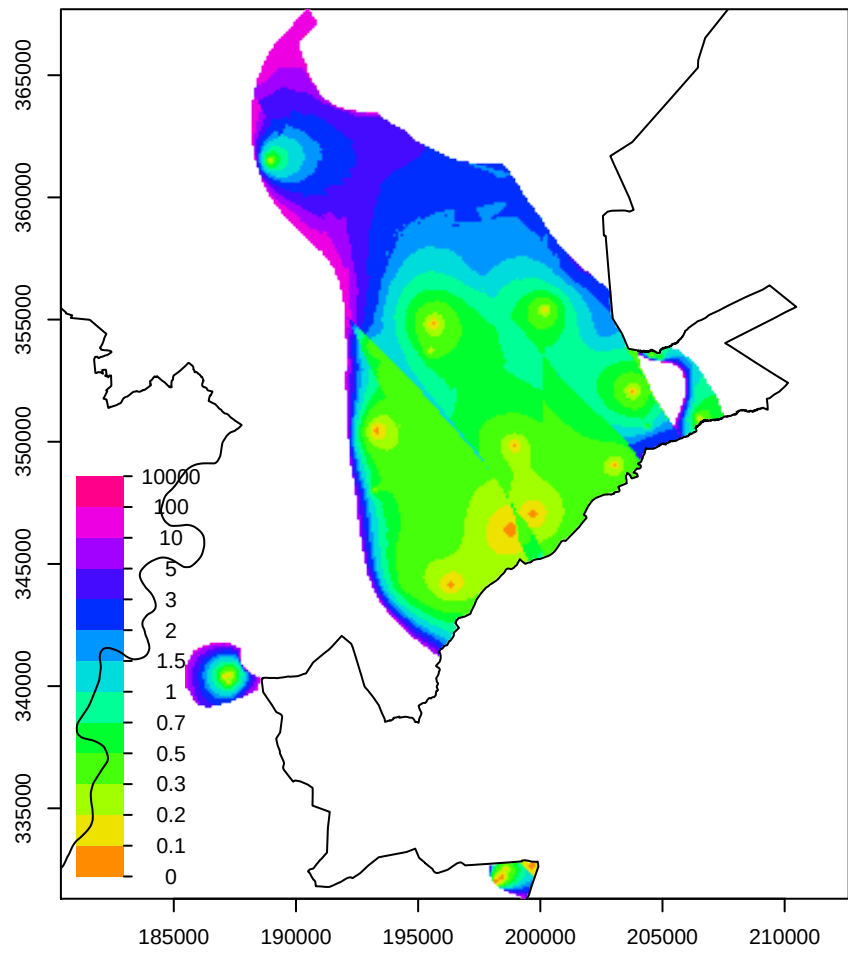
IEk2 dikte



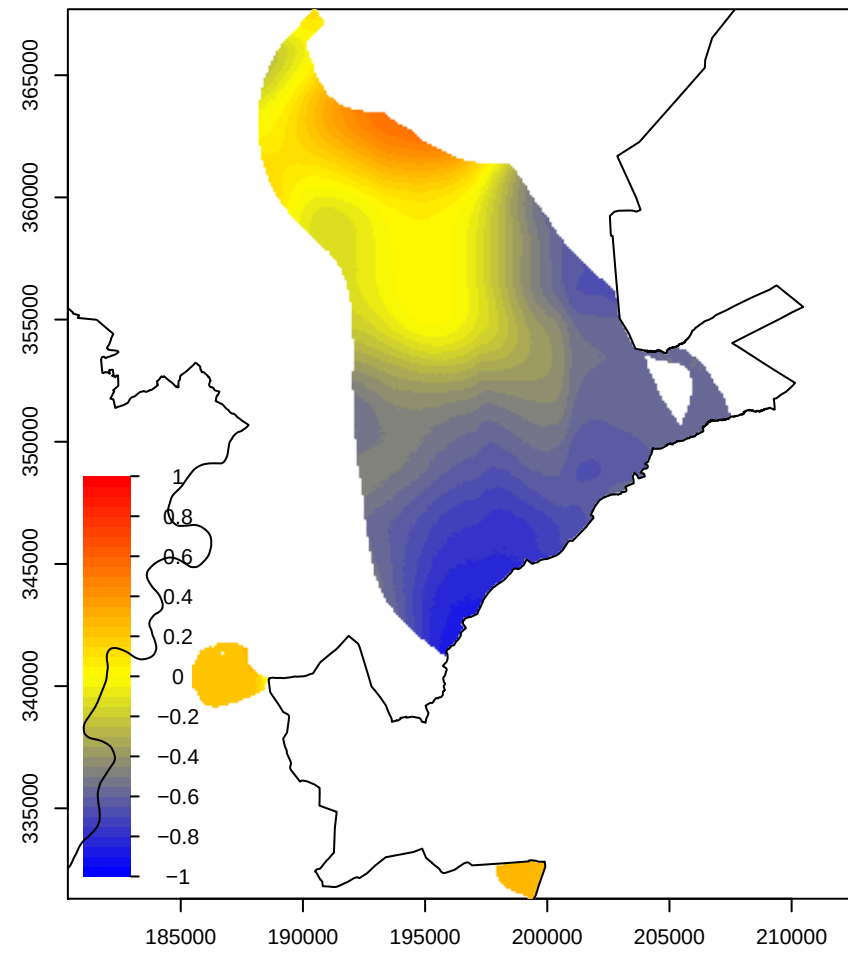
IEk2 kans op negatieve dikte



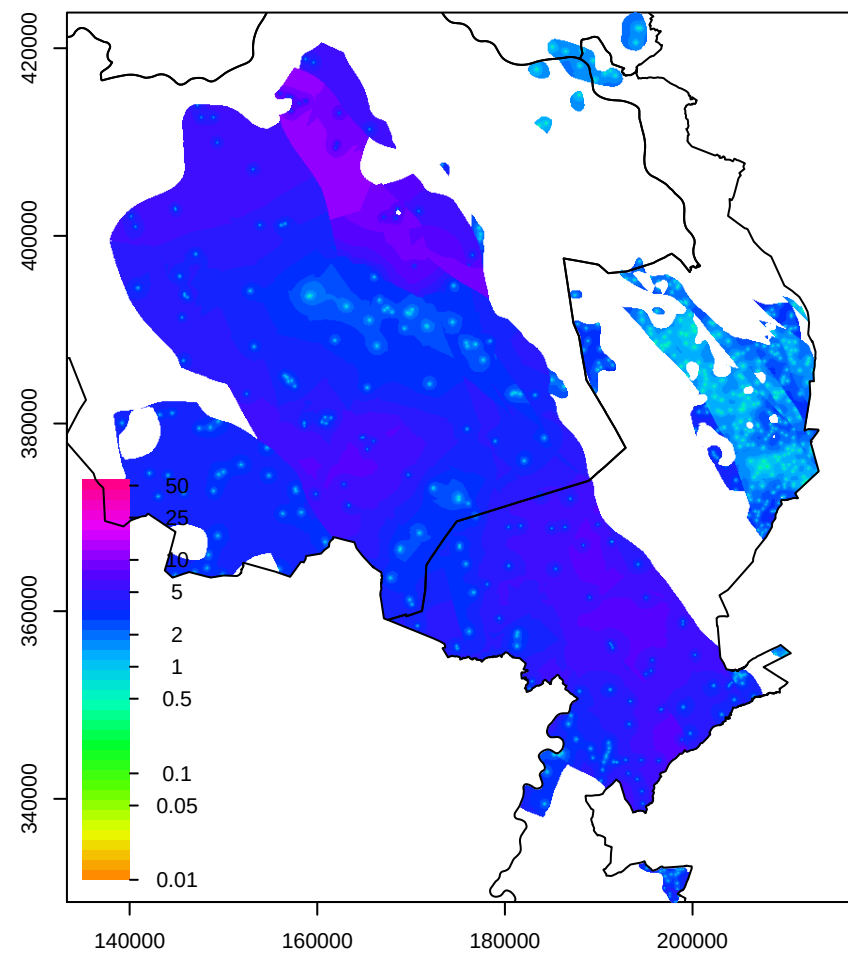
IEk2 CV dikte



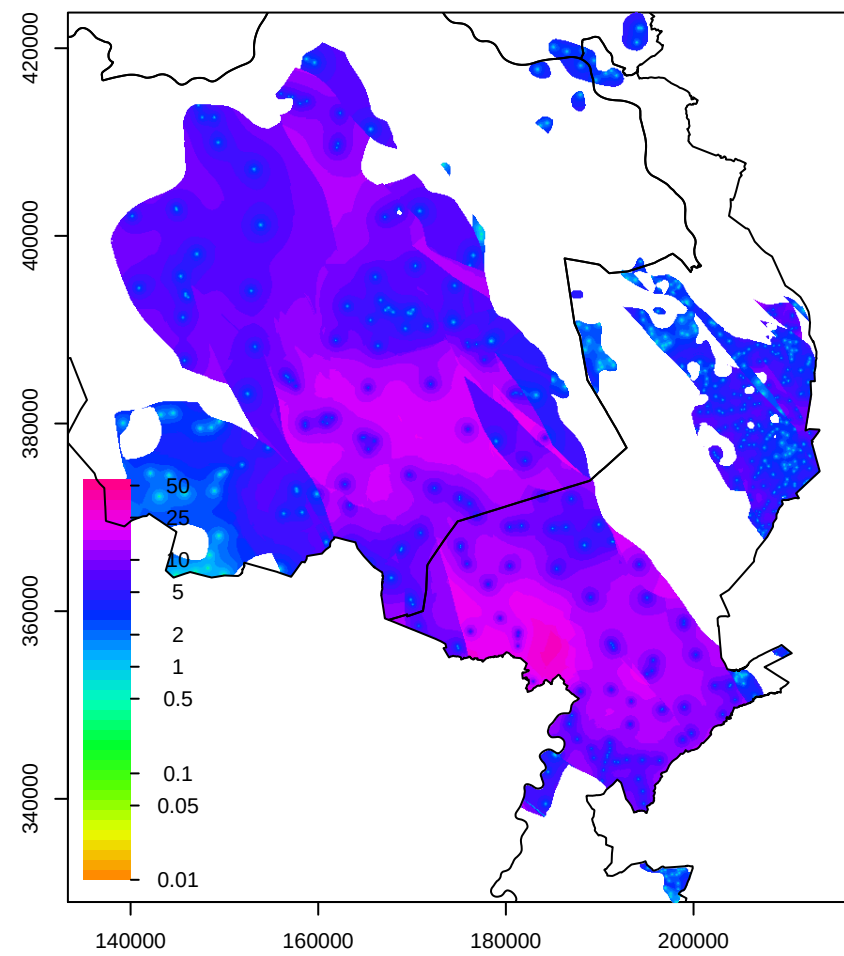
IEk2 correlatiecoefficient



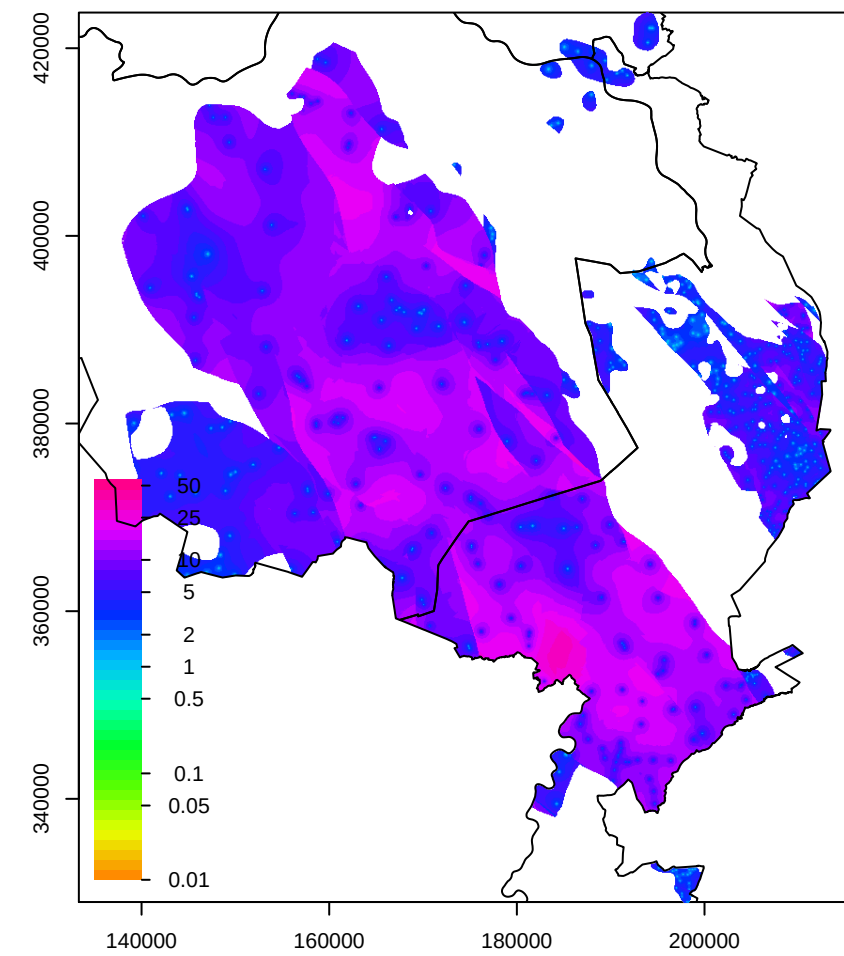
Kik1 std top



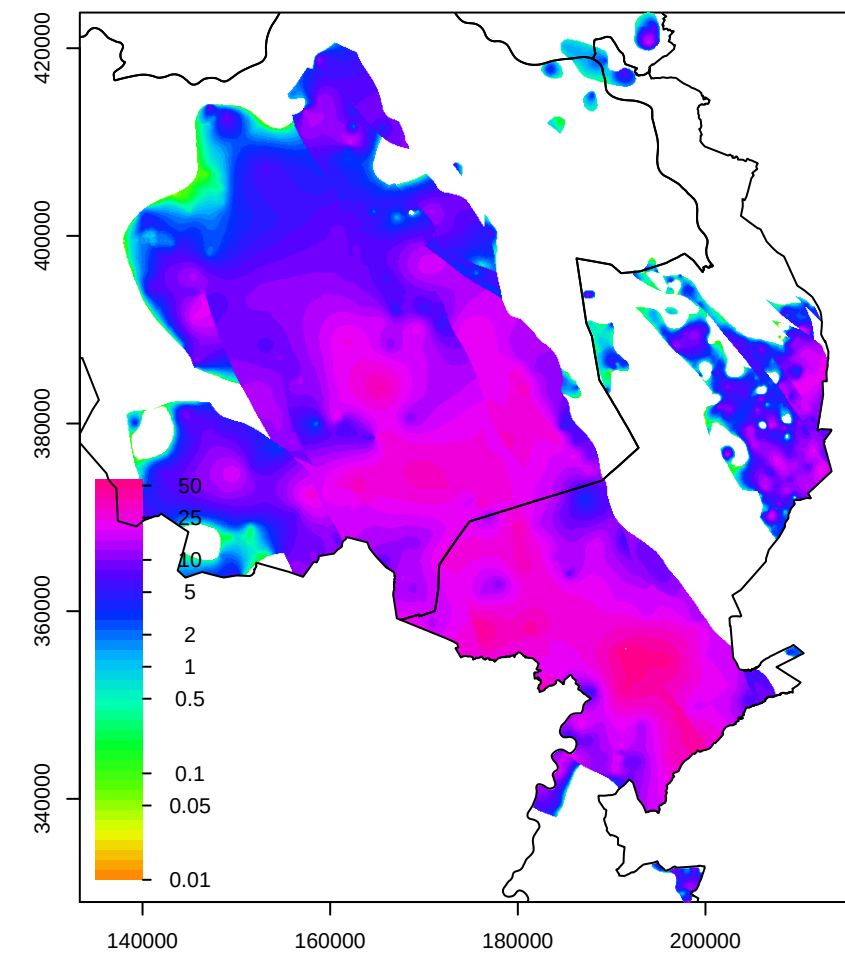
Kik1 std dikte



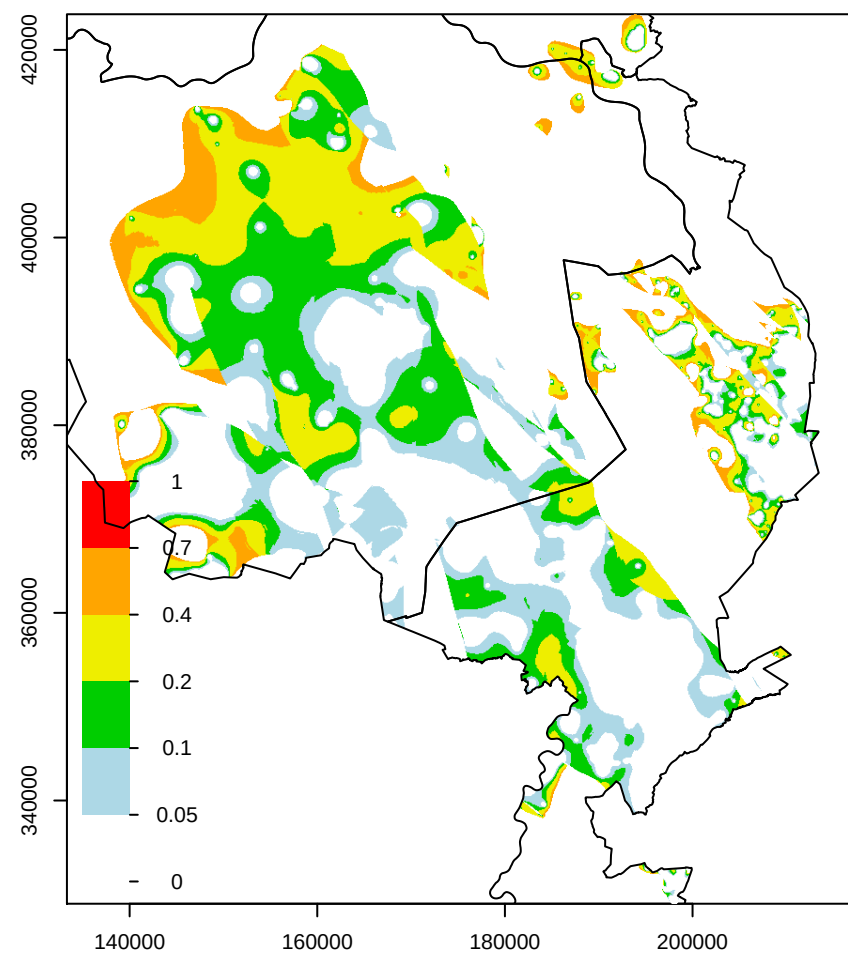
Kik1 std basis (afgeleide parameter)



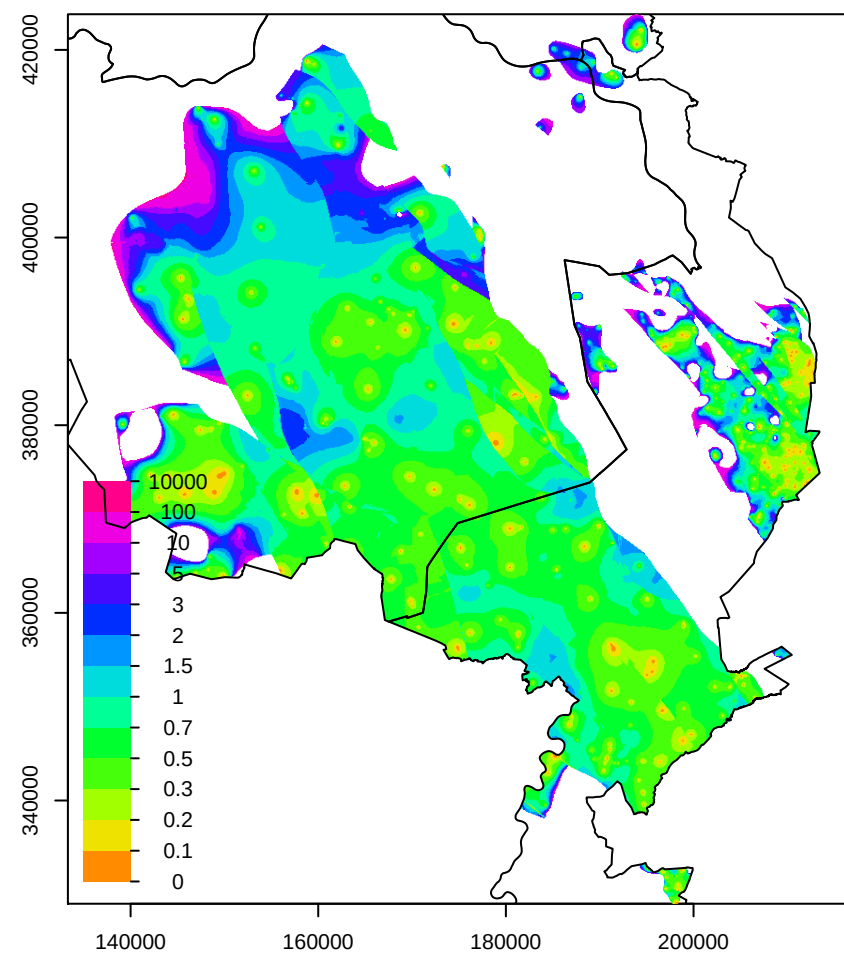
Kik1 dikte



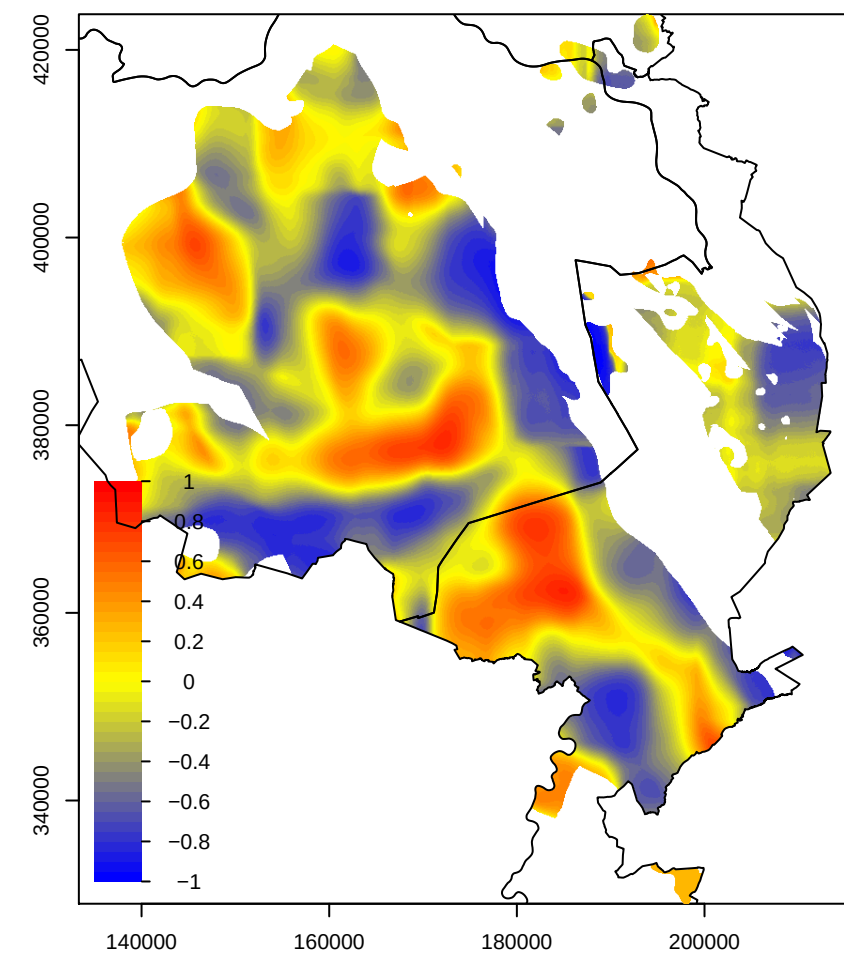
Kik1 kans op negatieve dikte



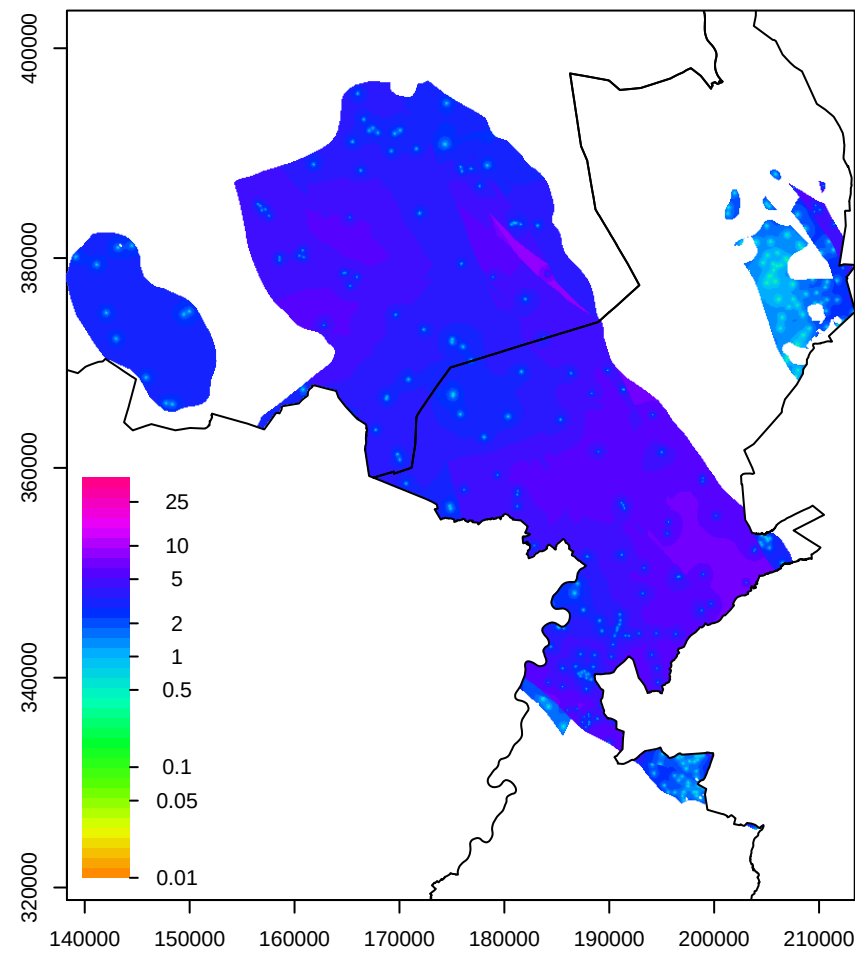
Kik1 CV dikte



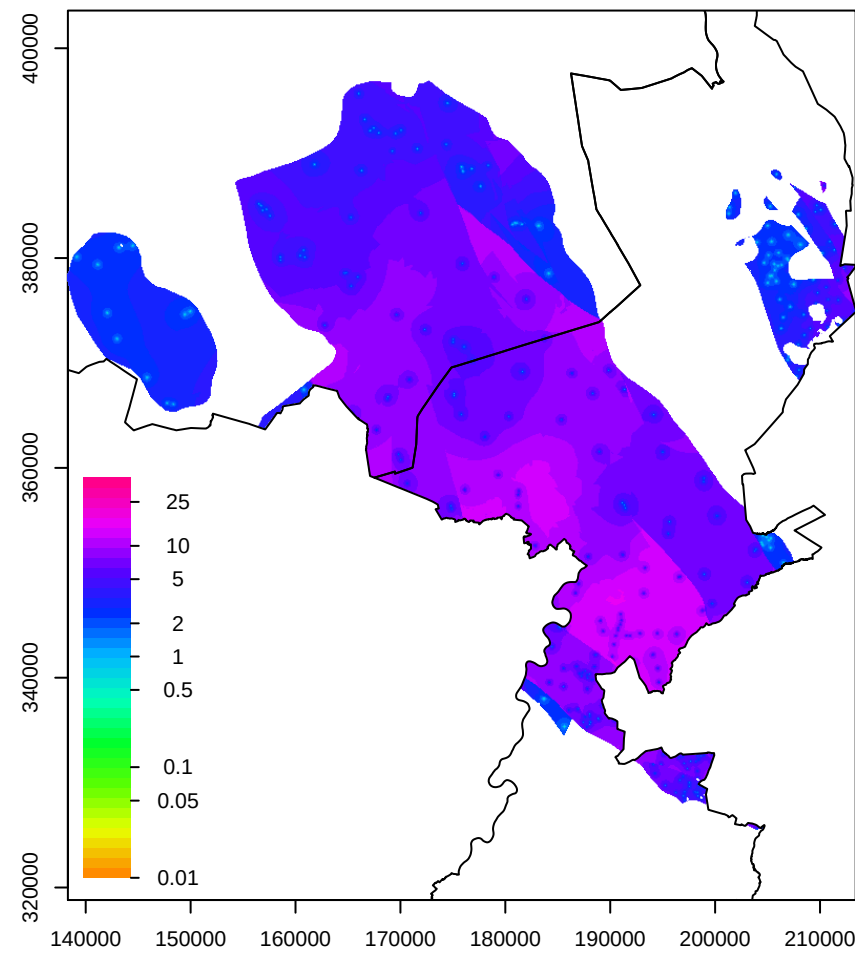
Kik1 correlatiecoefficient



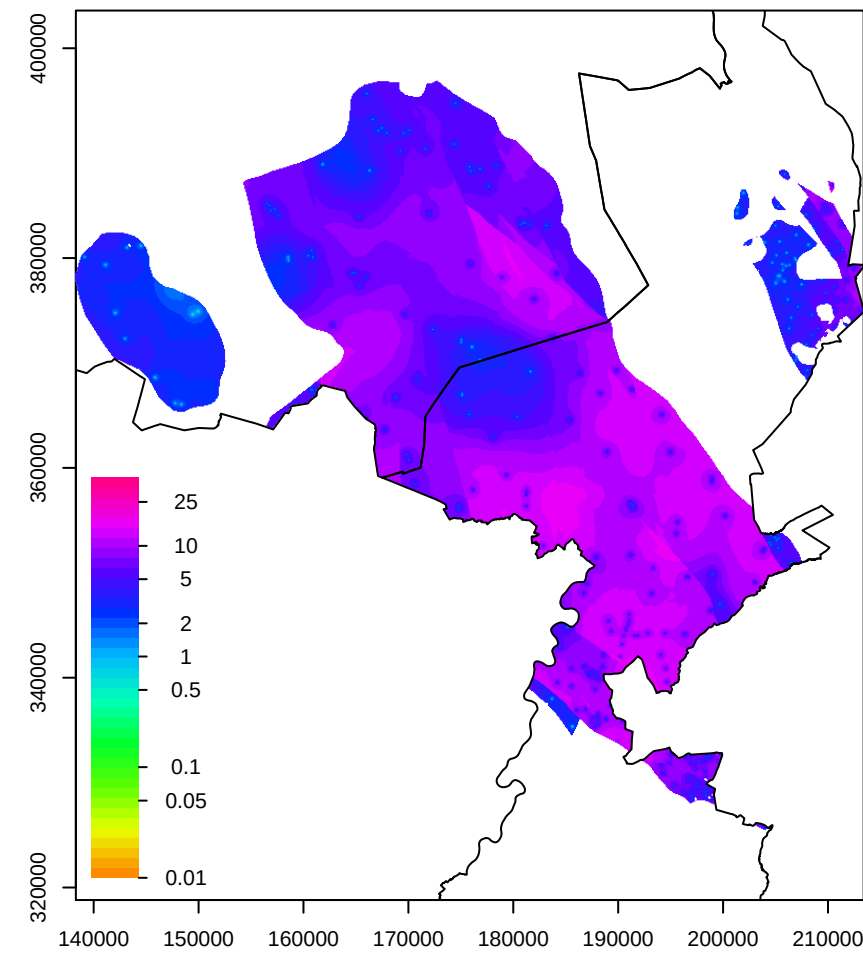
Klk2 std top



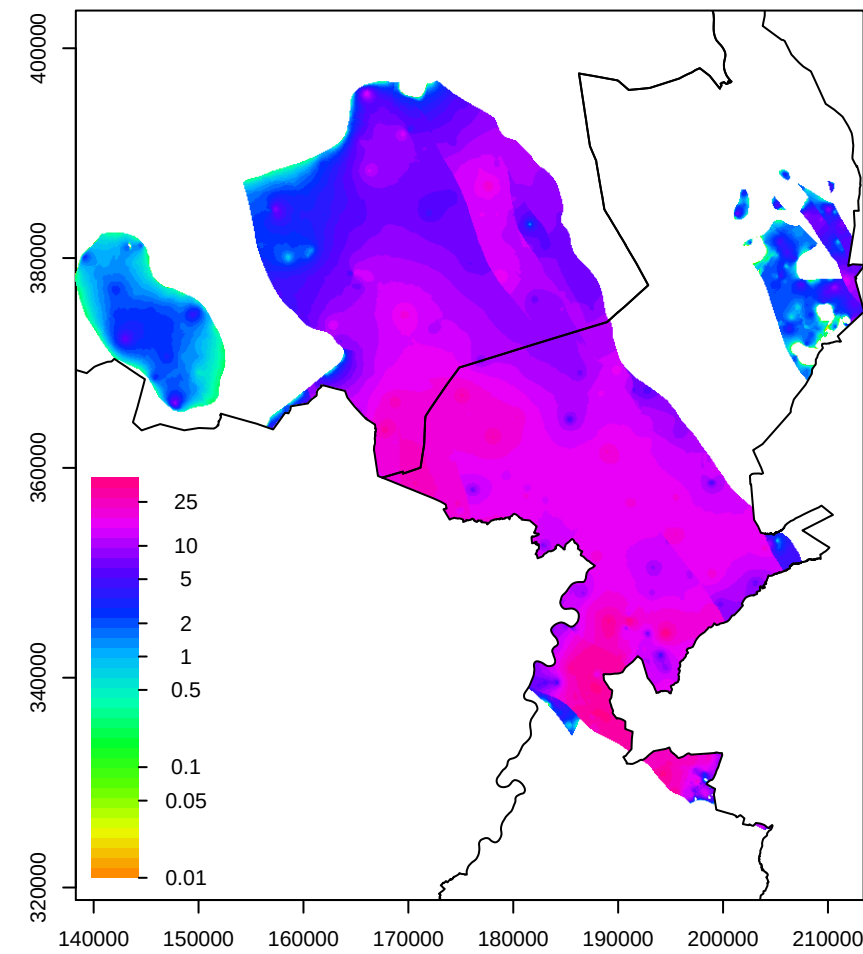
Klk2 std dikte



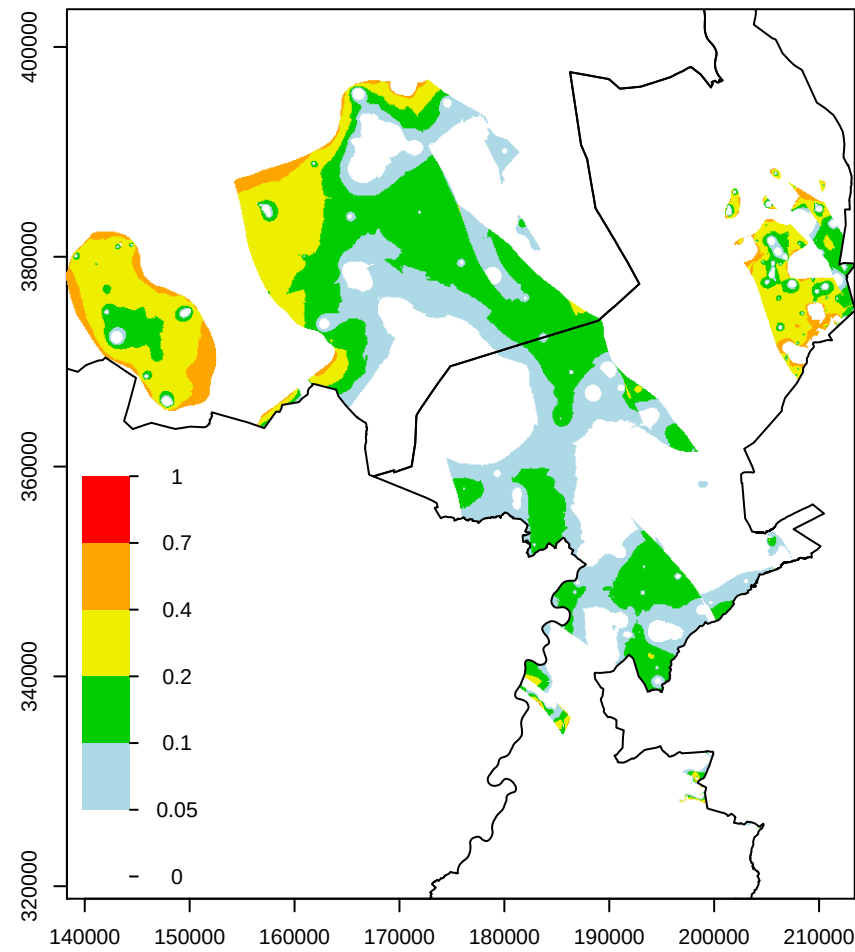
Klk2 std basis (afgeleide parameter)



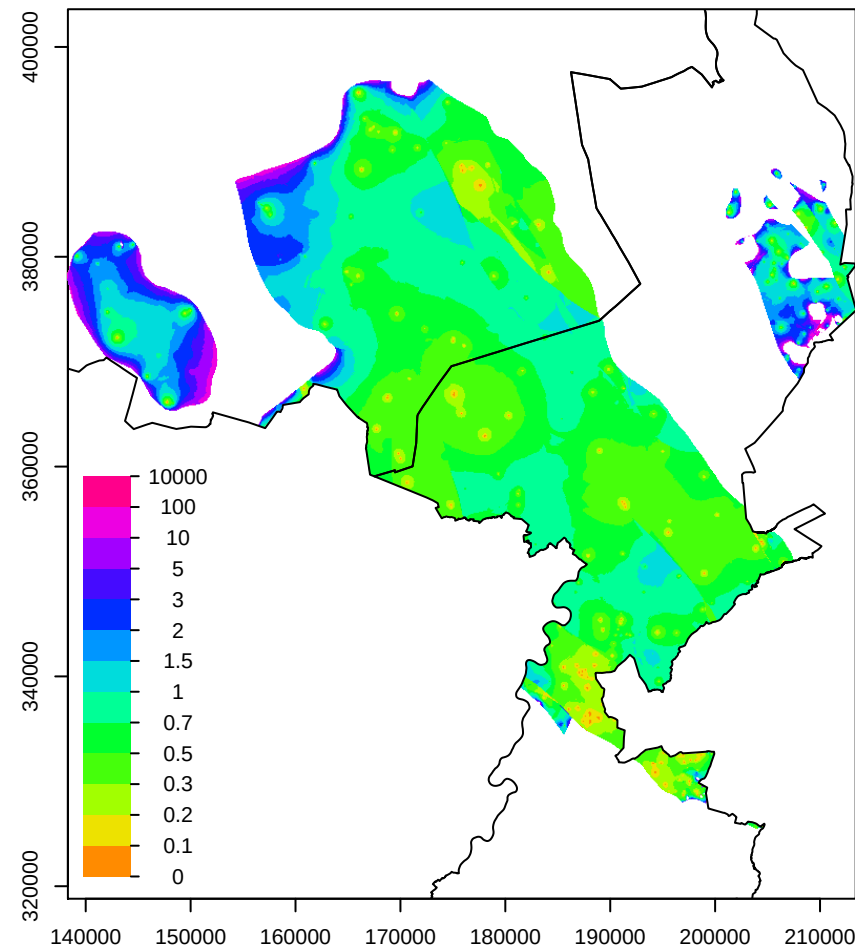
Klk2 dikte



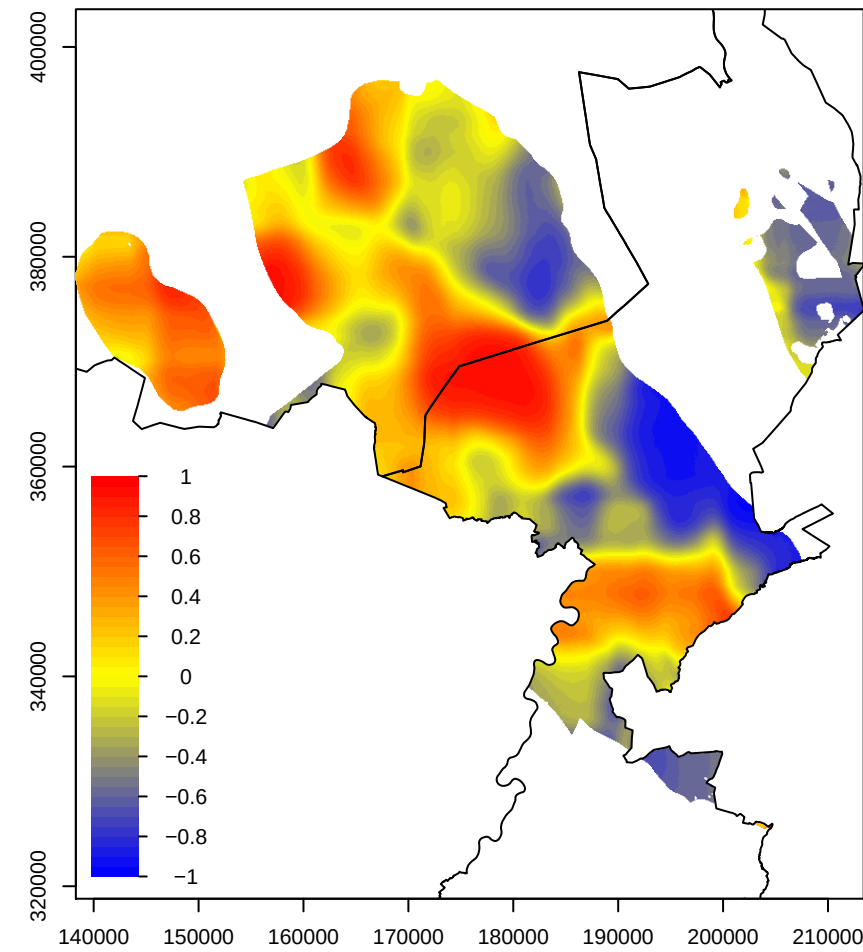
Klk2 kans op negatieve dikte

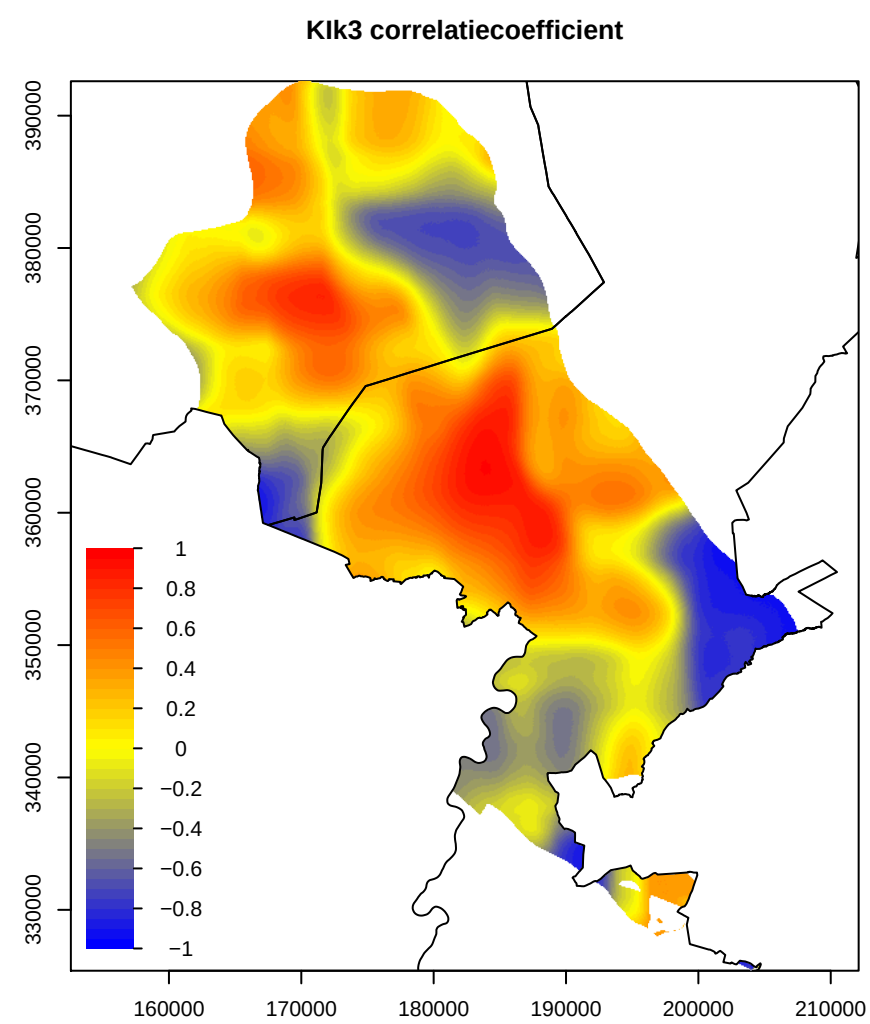
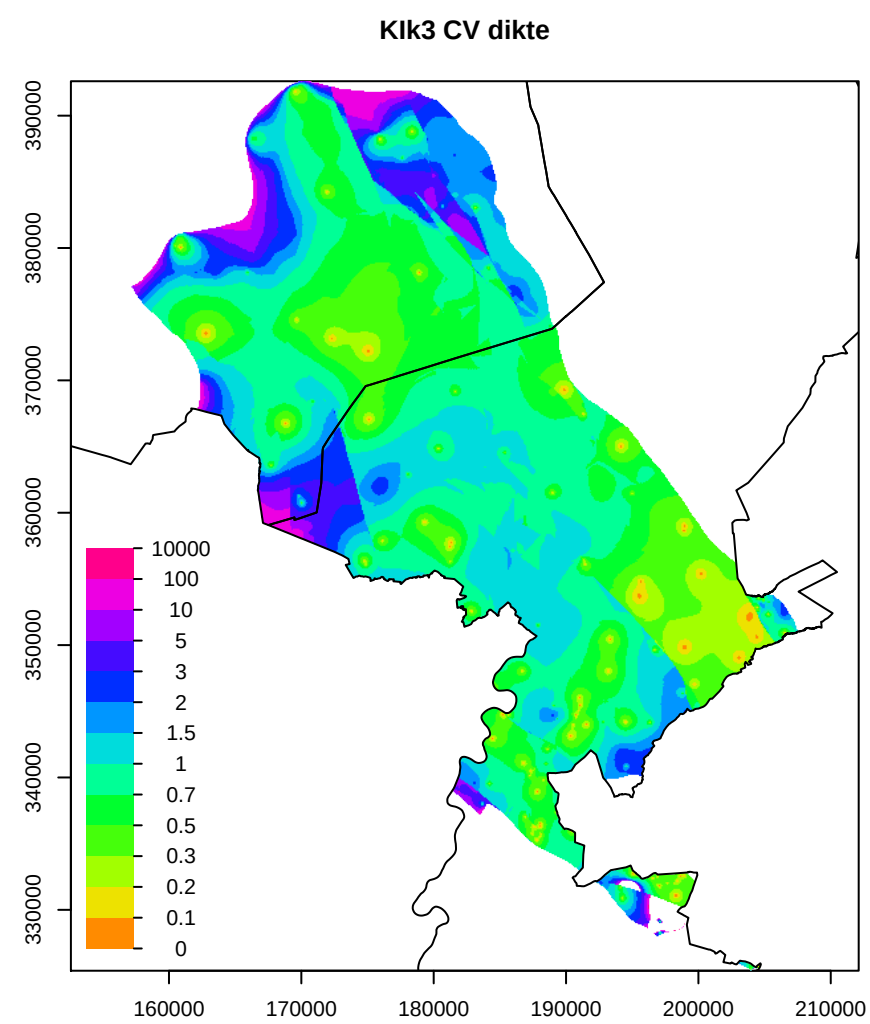
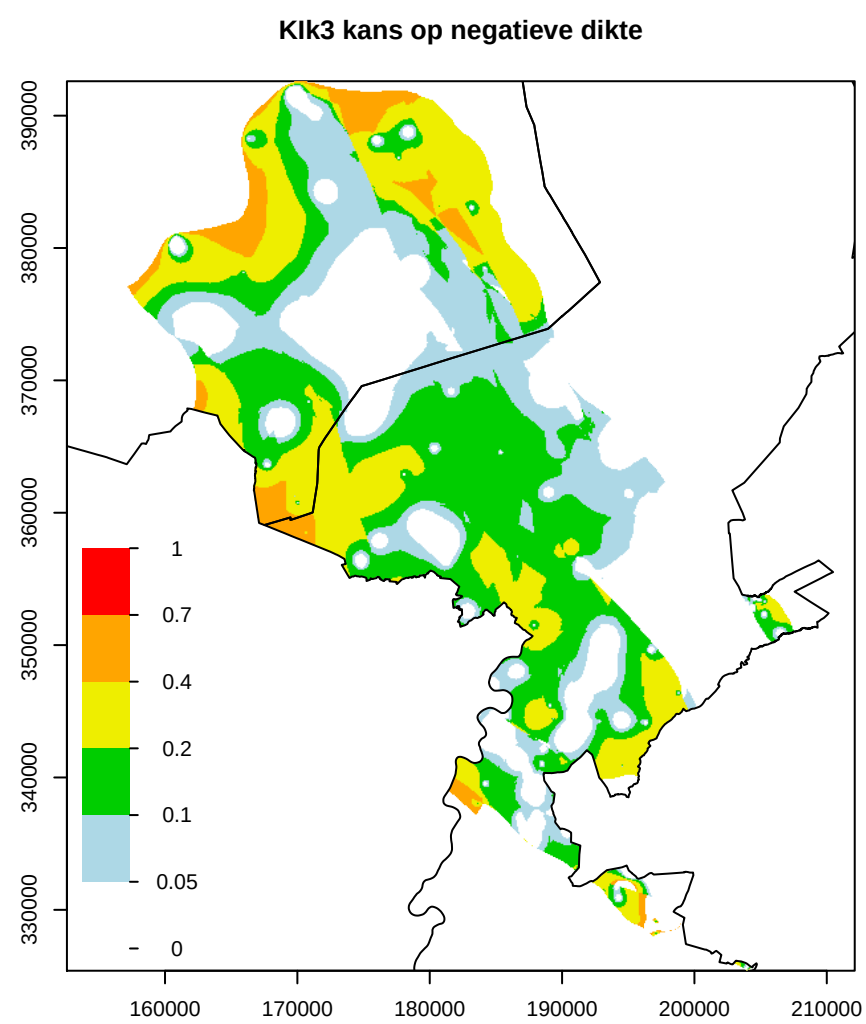
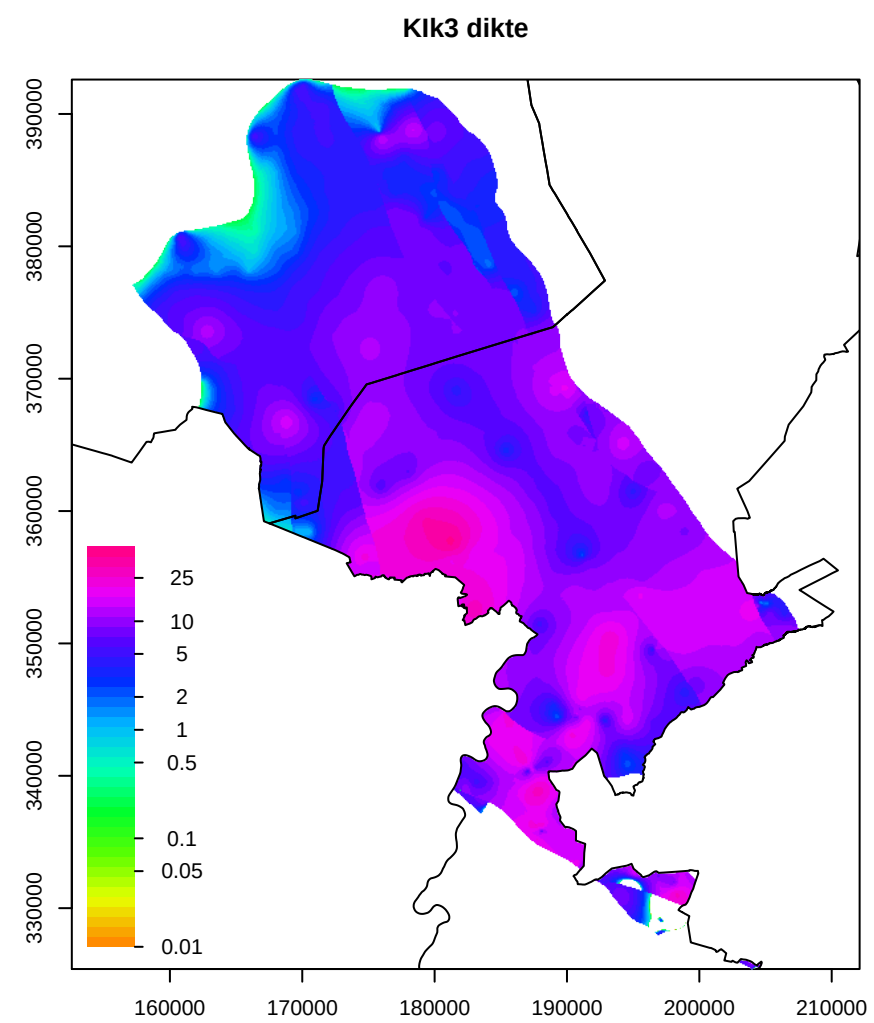
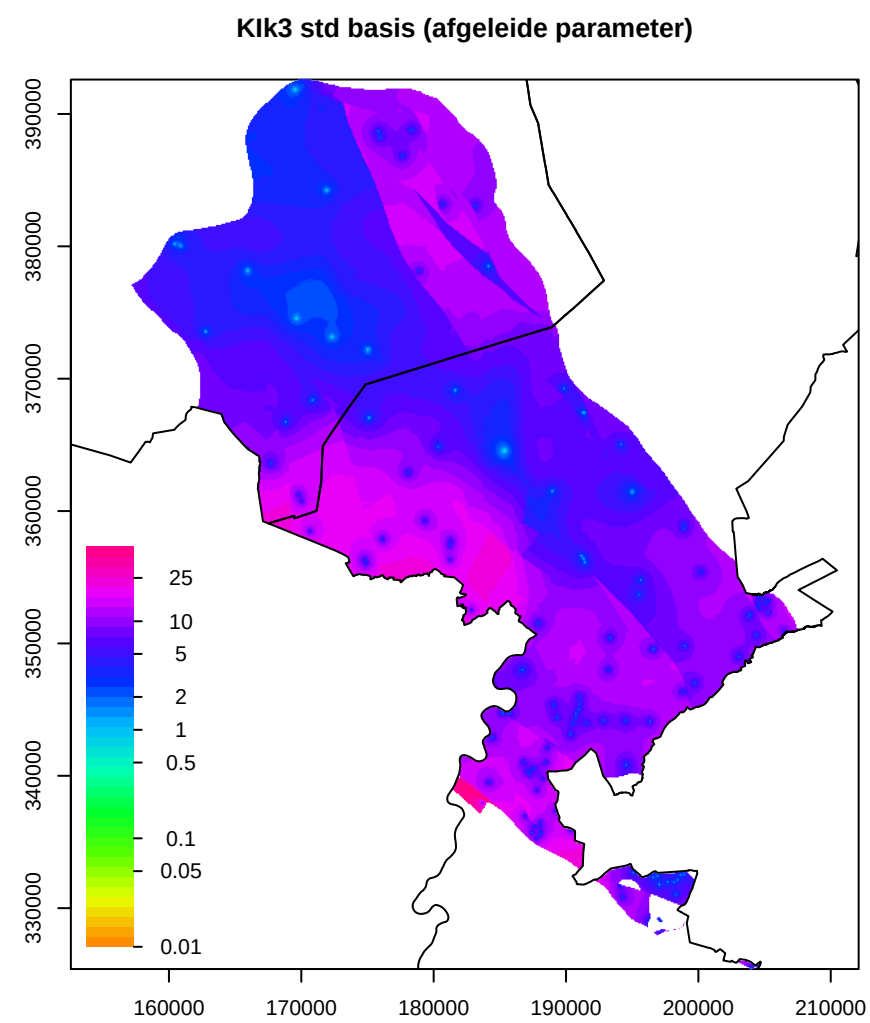
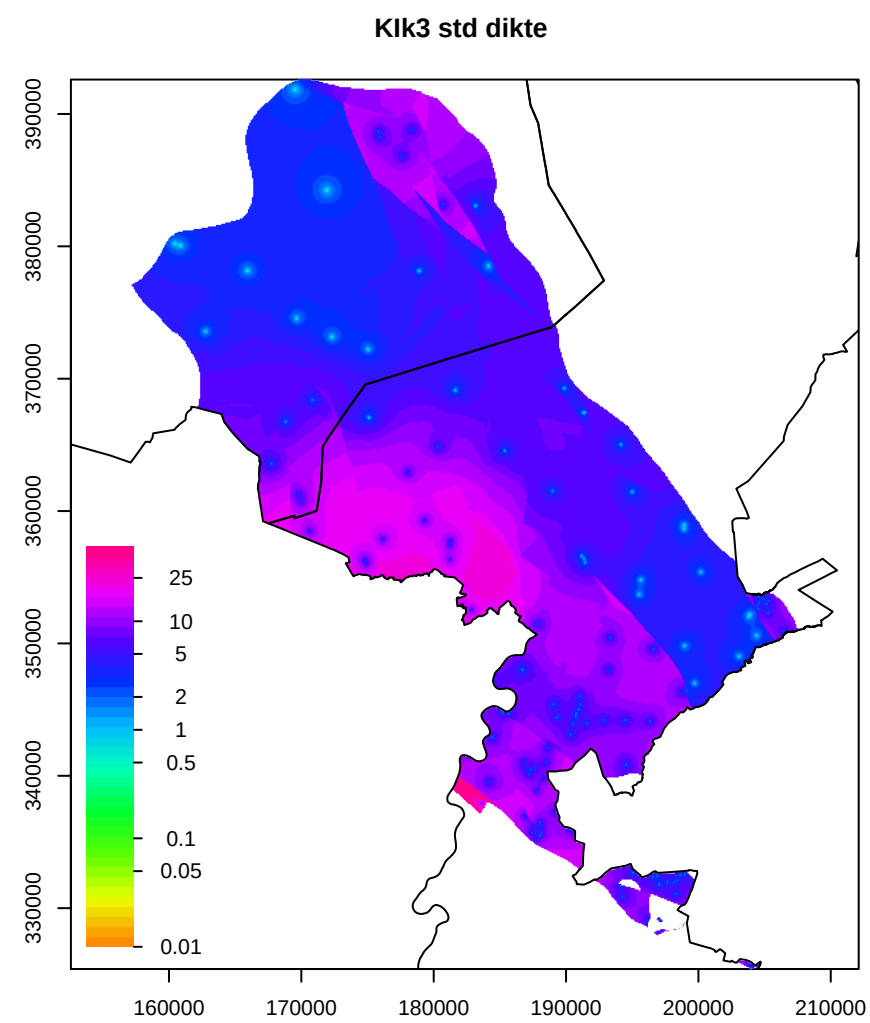
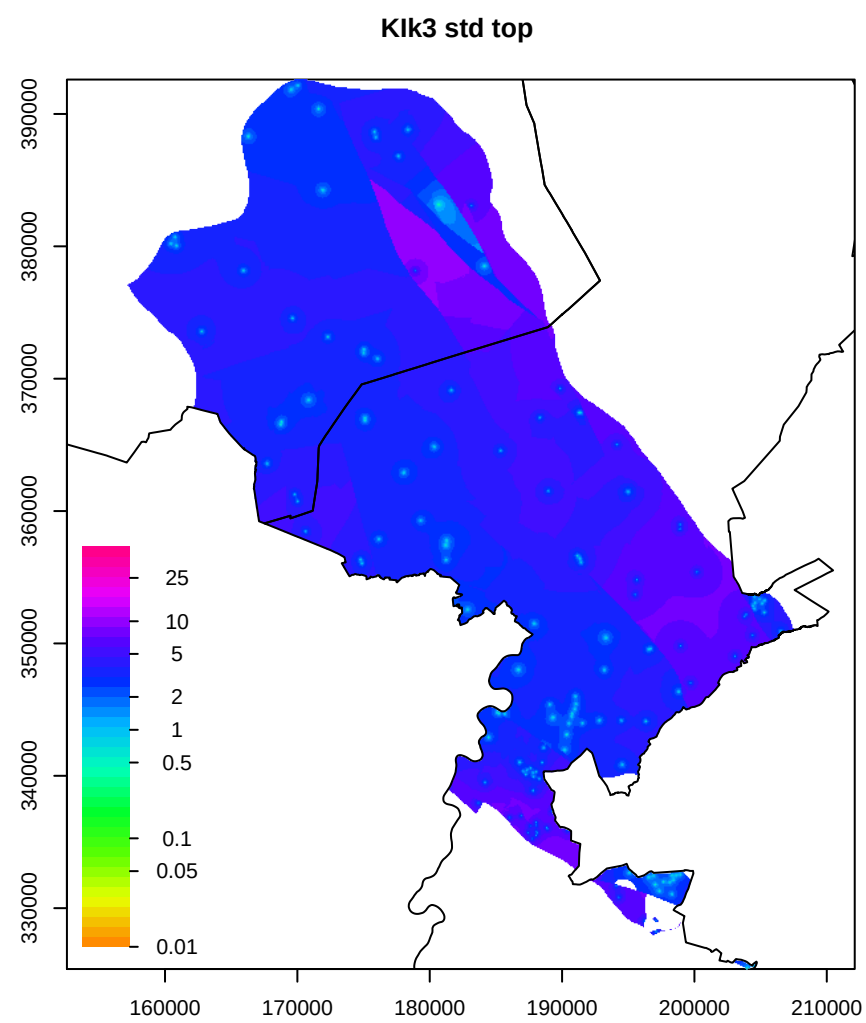


Klk2 CV dikte

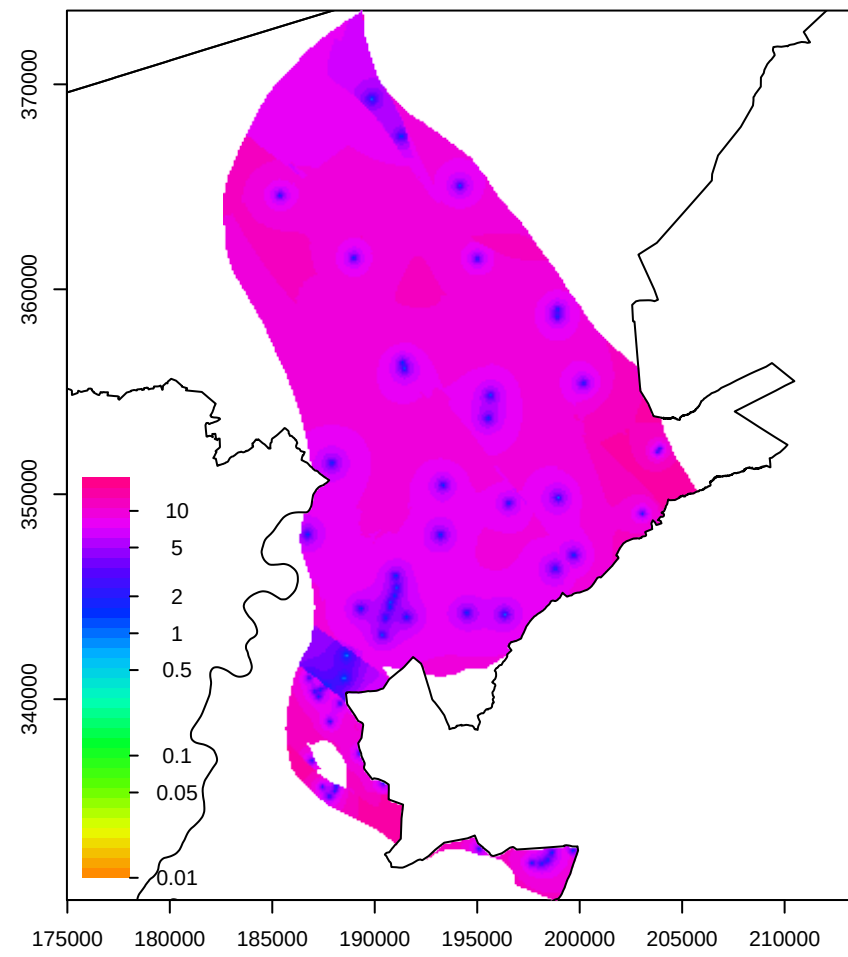


Klk2 correlatiecoefficient

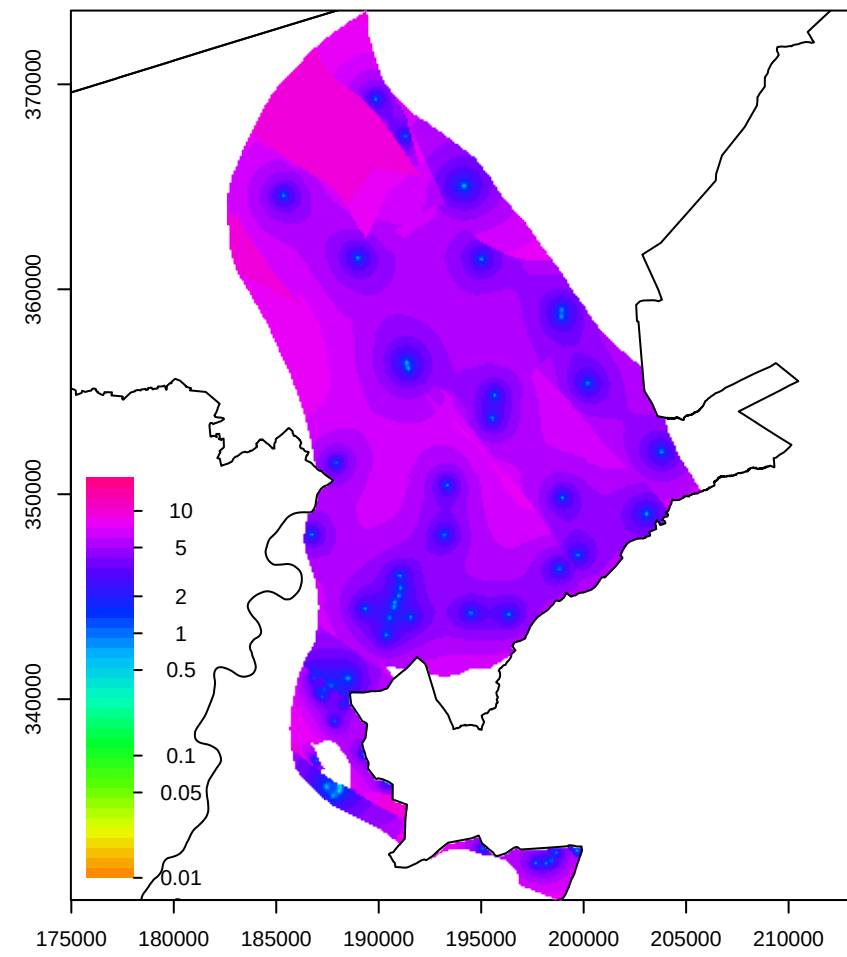




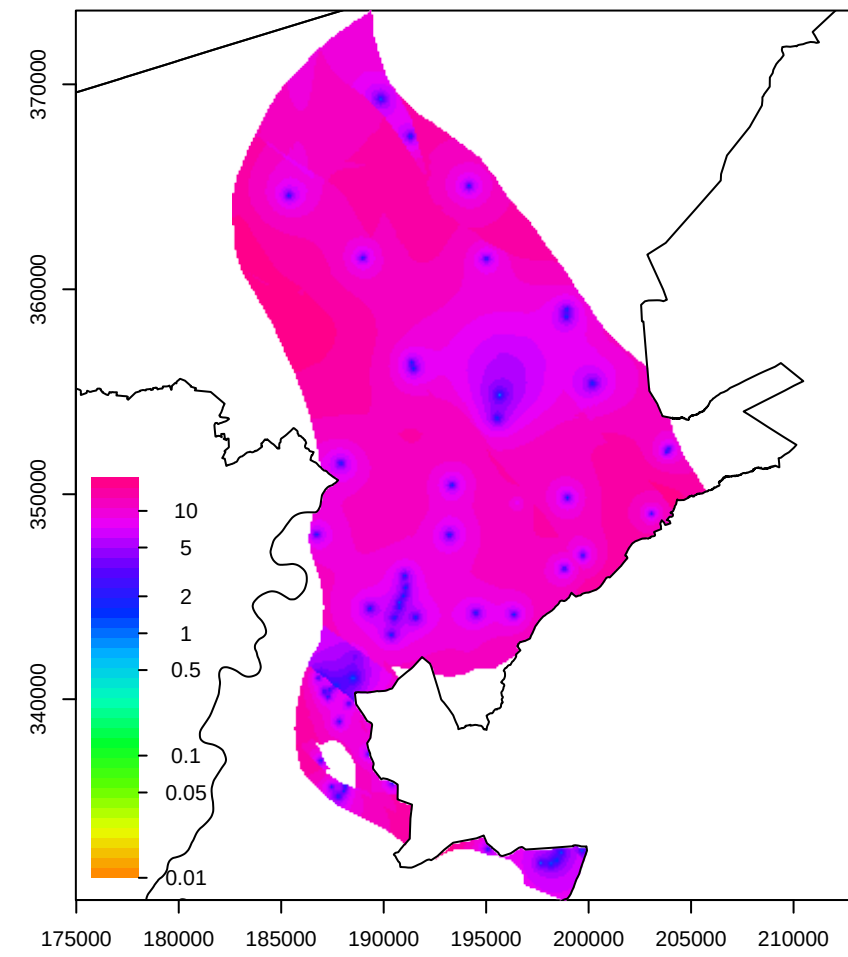
Klk4 std top



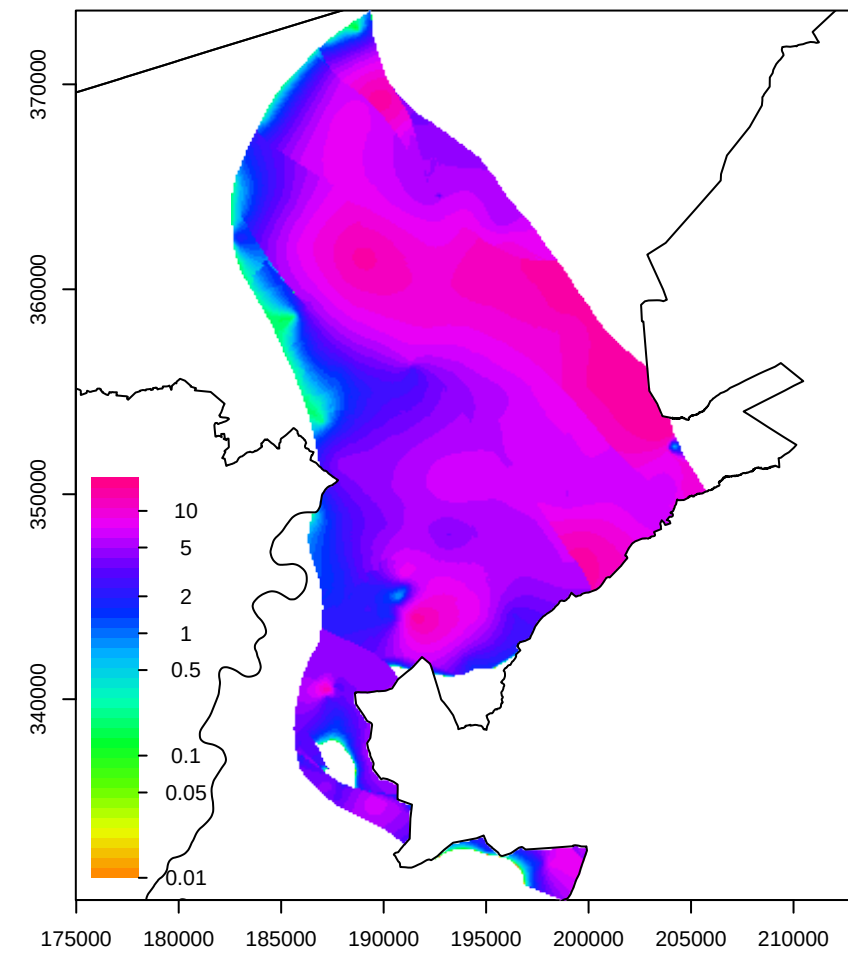
Klk4 std dikte



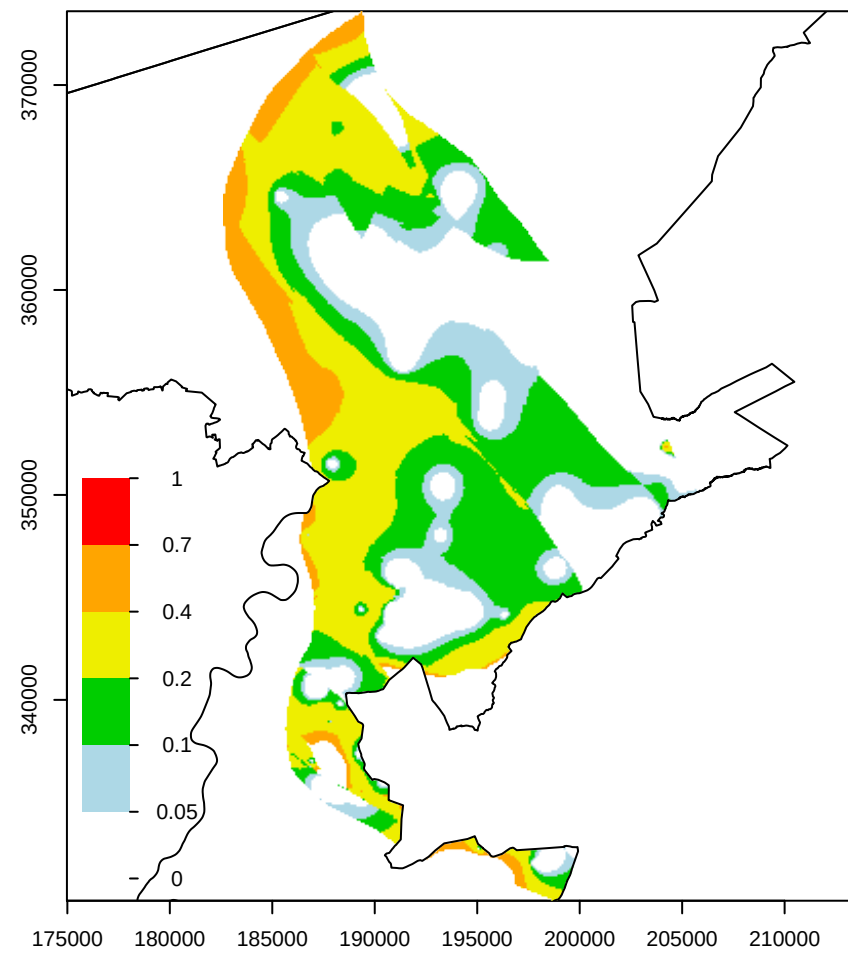
Klk4 std basis (afgeleide parameter)



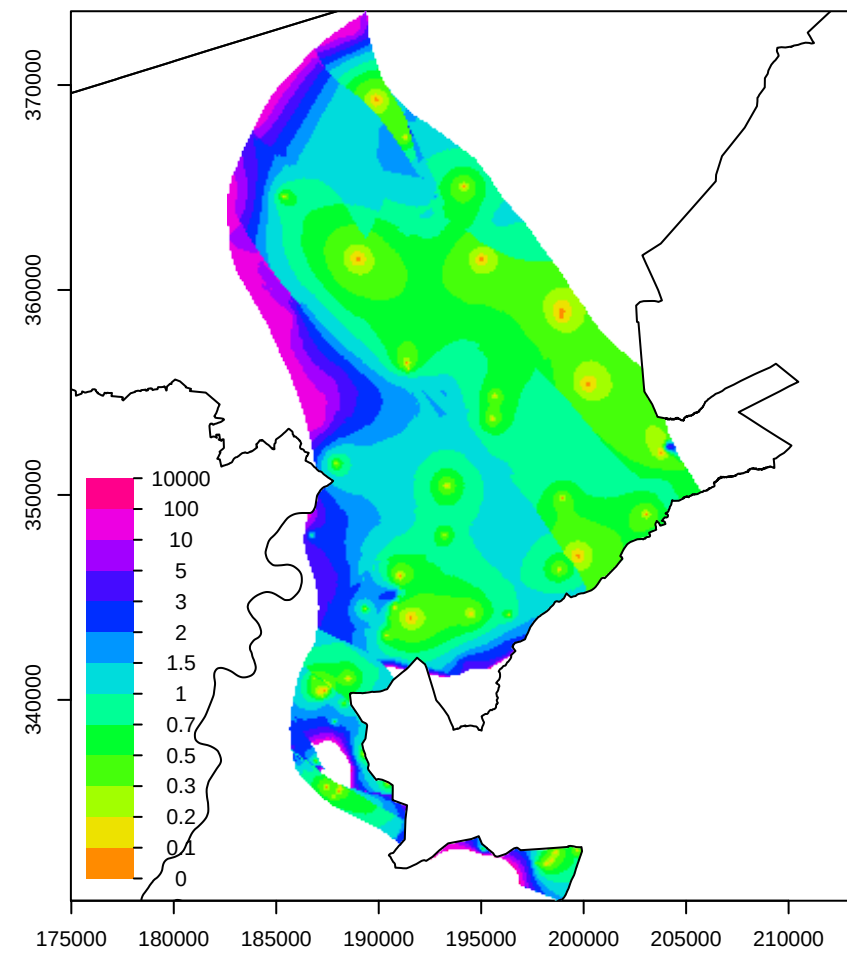
Klk4 dikte



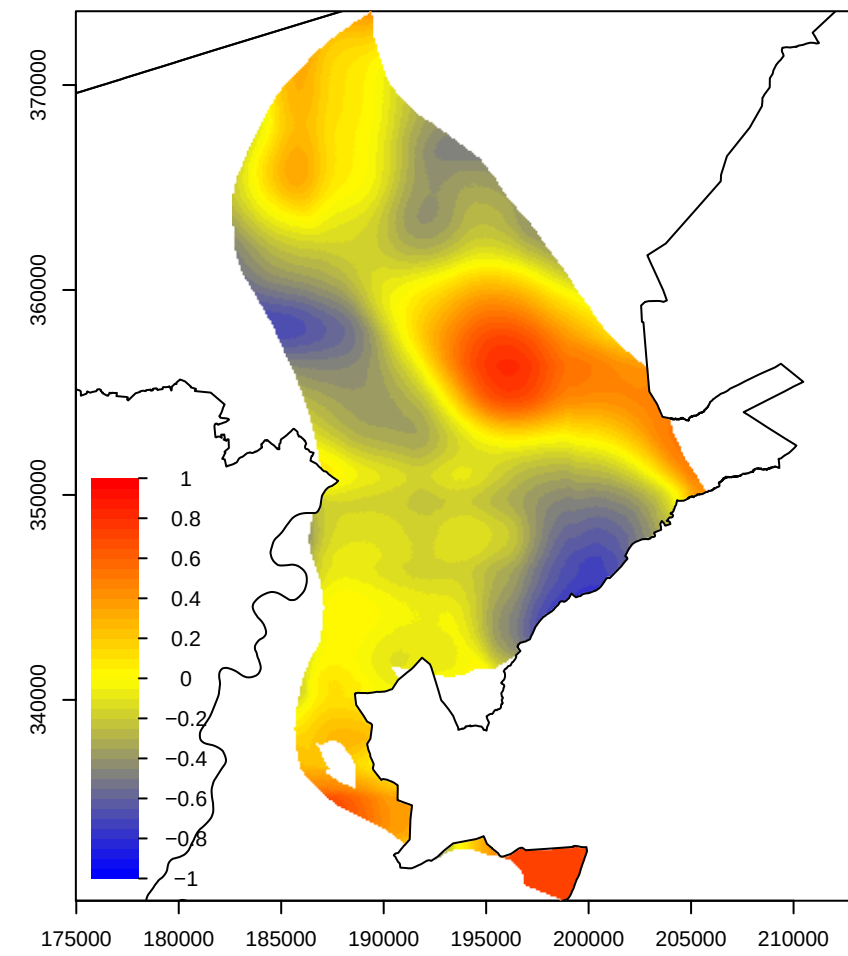
Klk4 kans op negatieve dikte



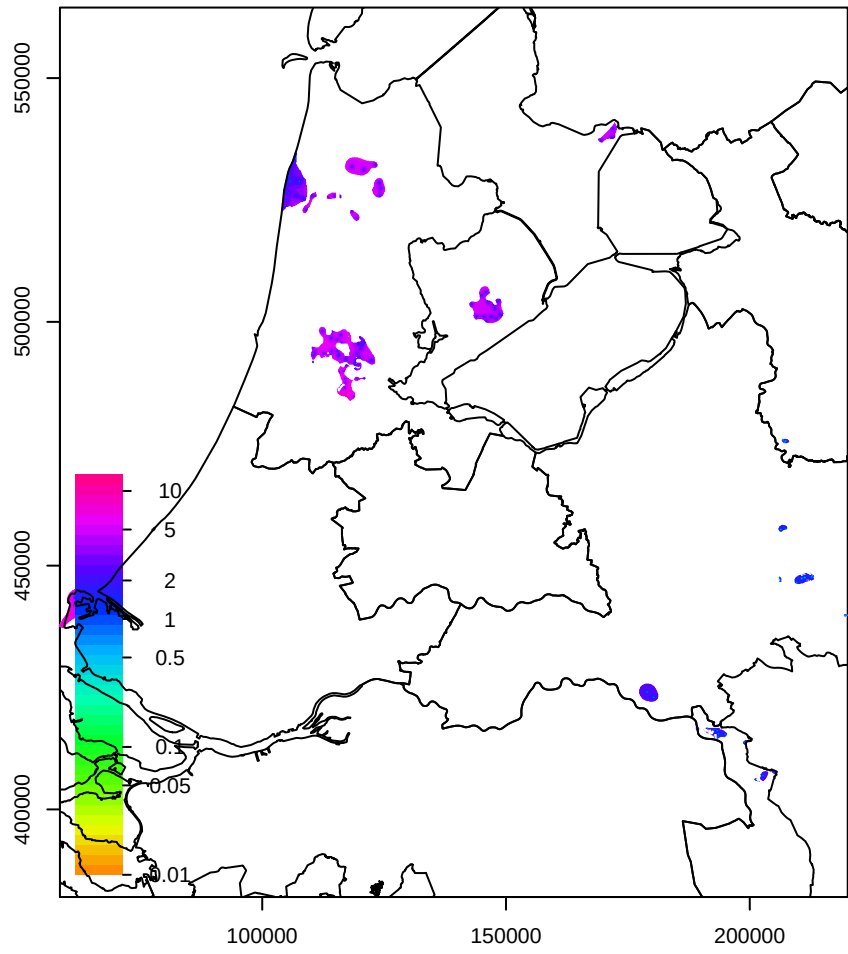
Klk4 CV dikte



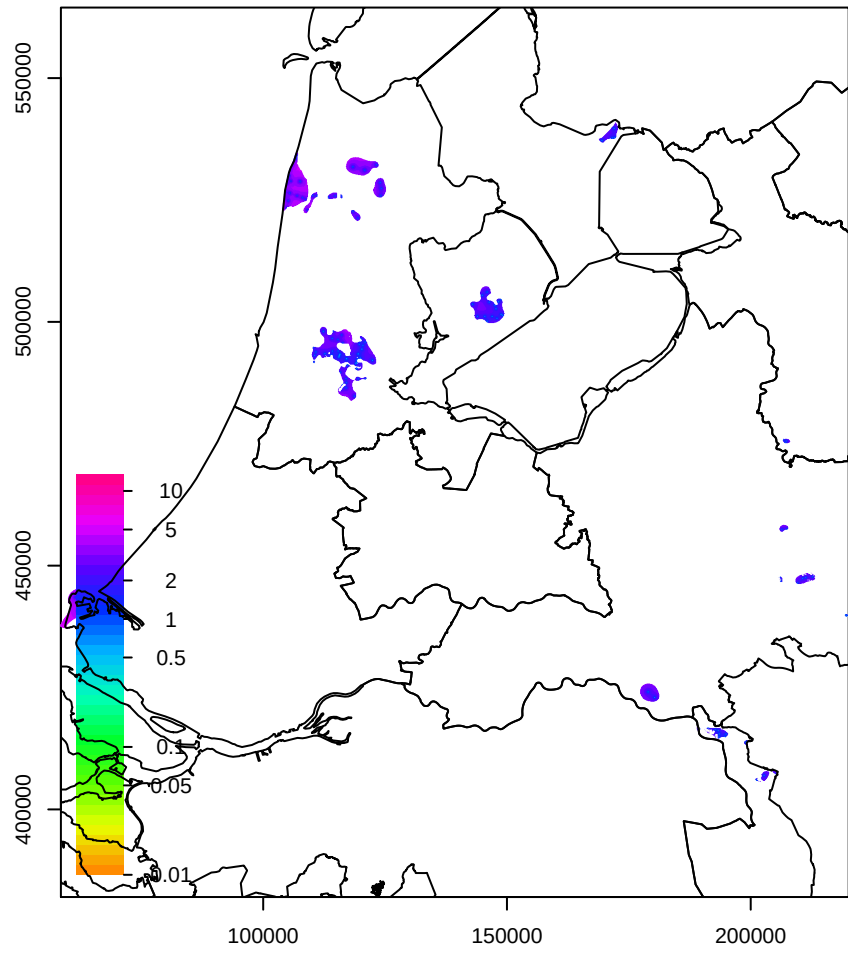
Klk4 correlatiecoefficient



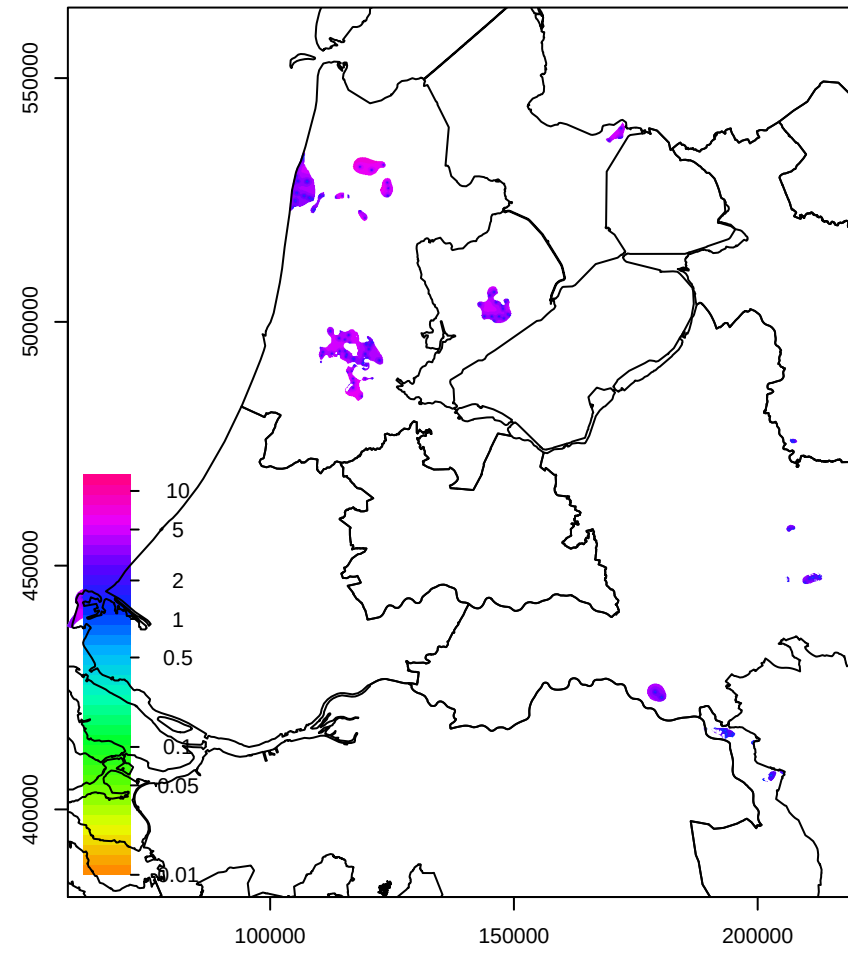
KRk1 std top



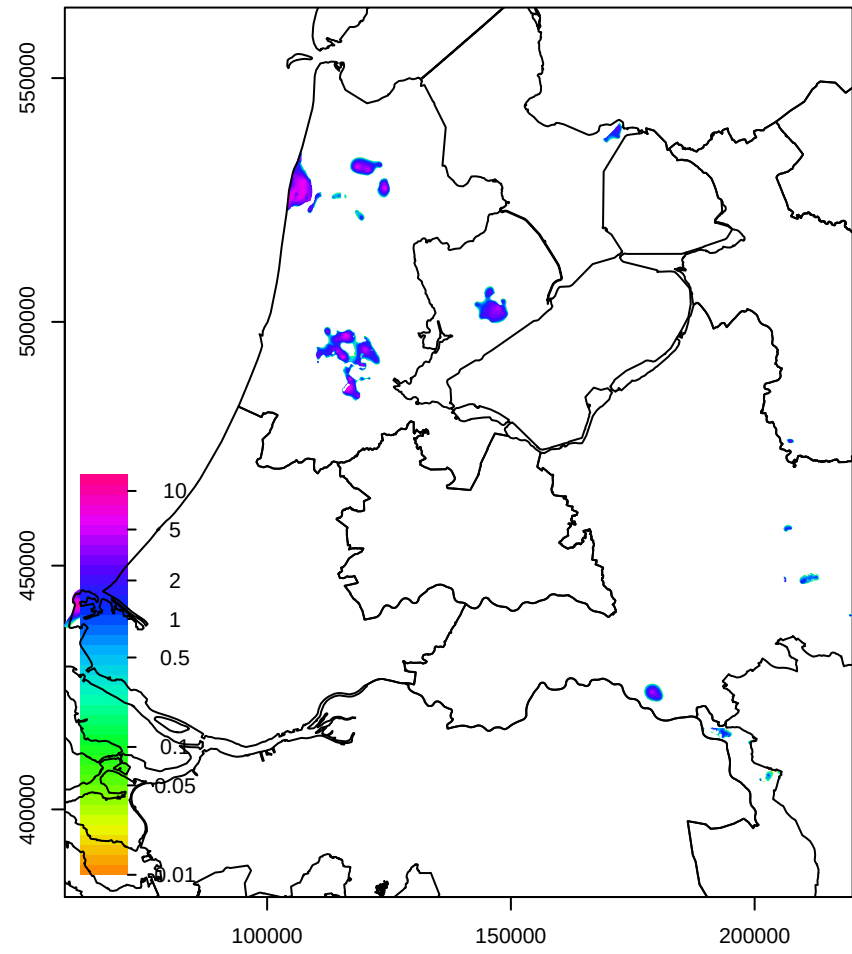
KRk1 std dikte



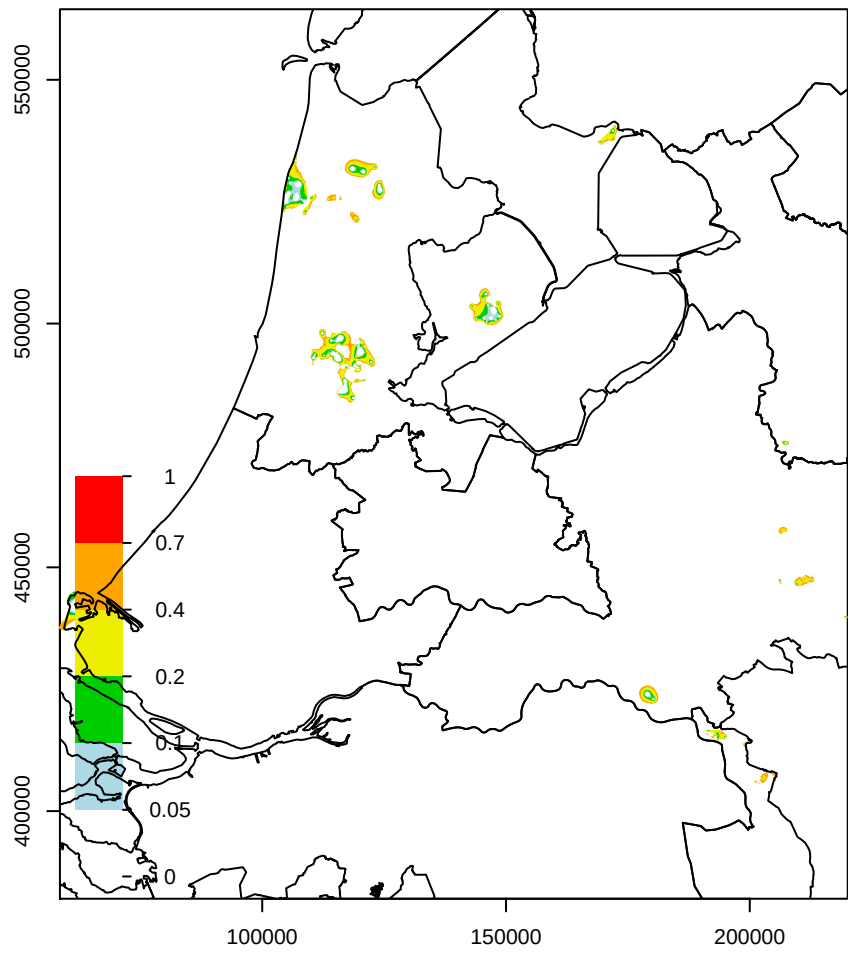
KRk1 std basis (afgeleide parameter)



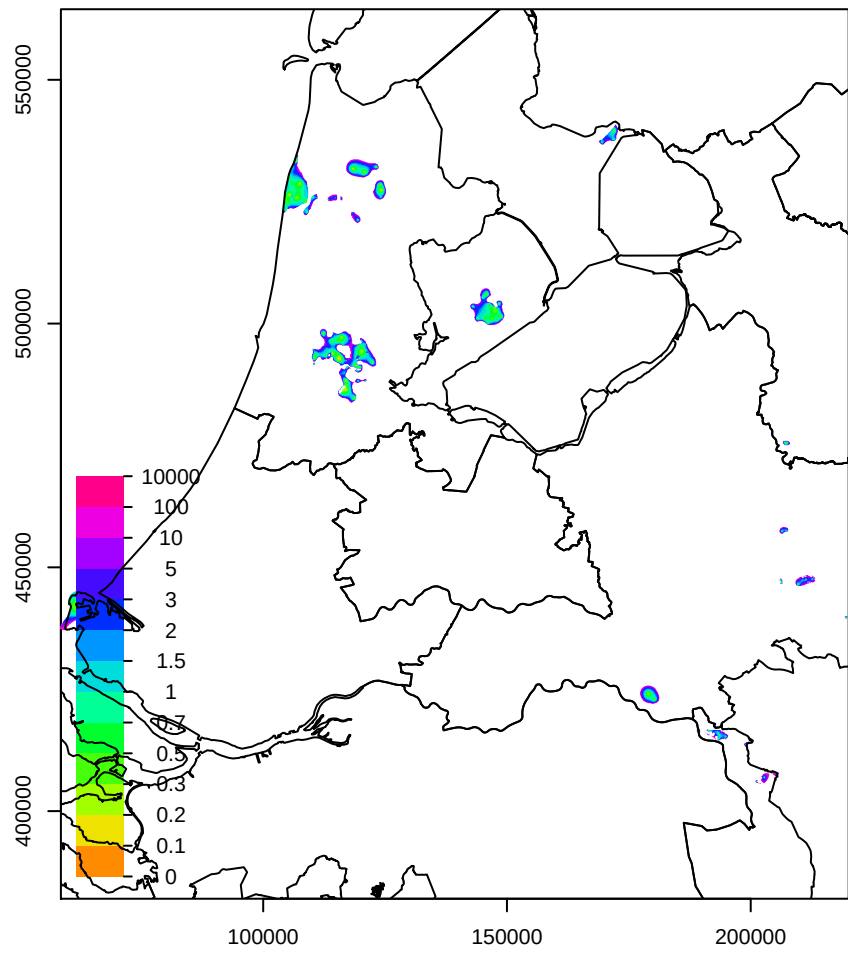
KRk1 dikte



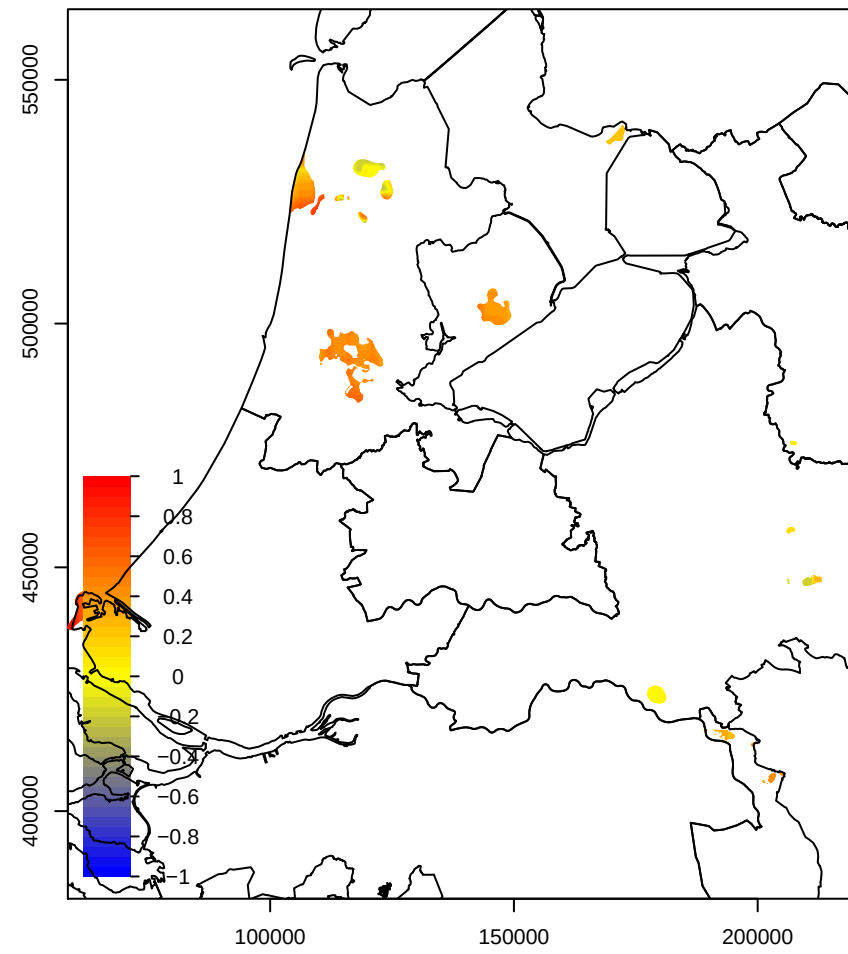
KRk1 kans op negatieve dikte



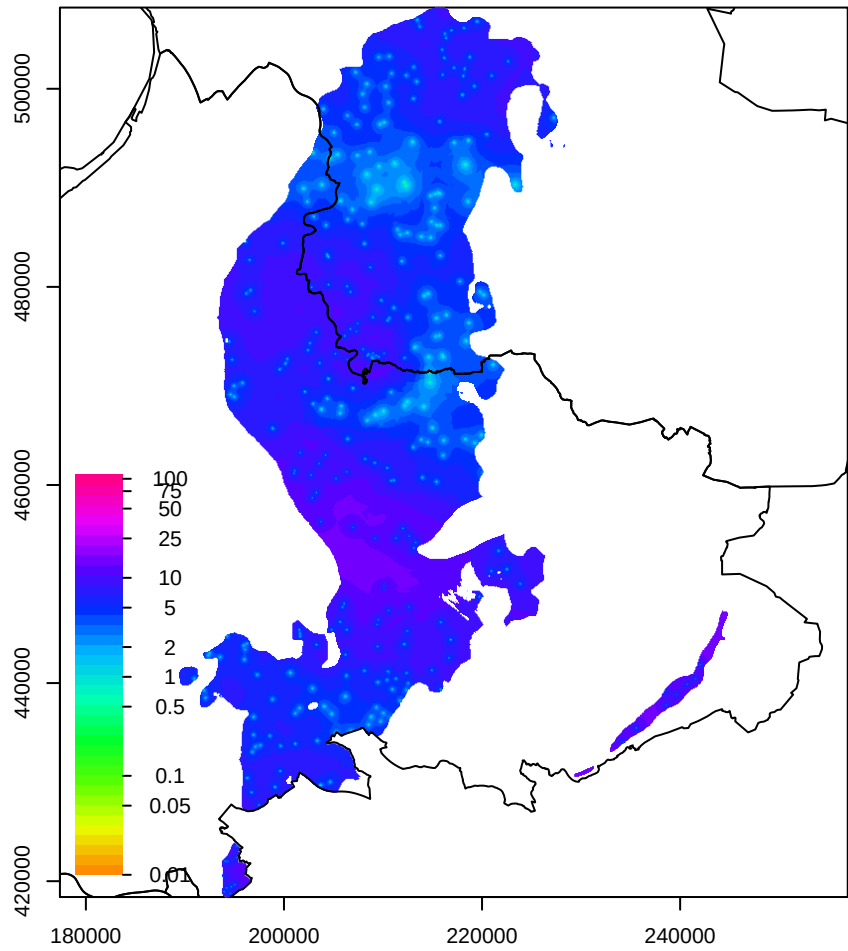
KRk1 CV dikte



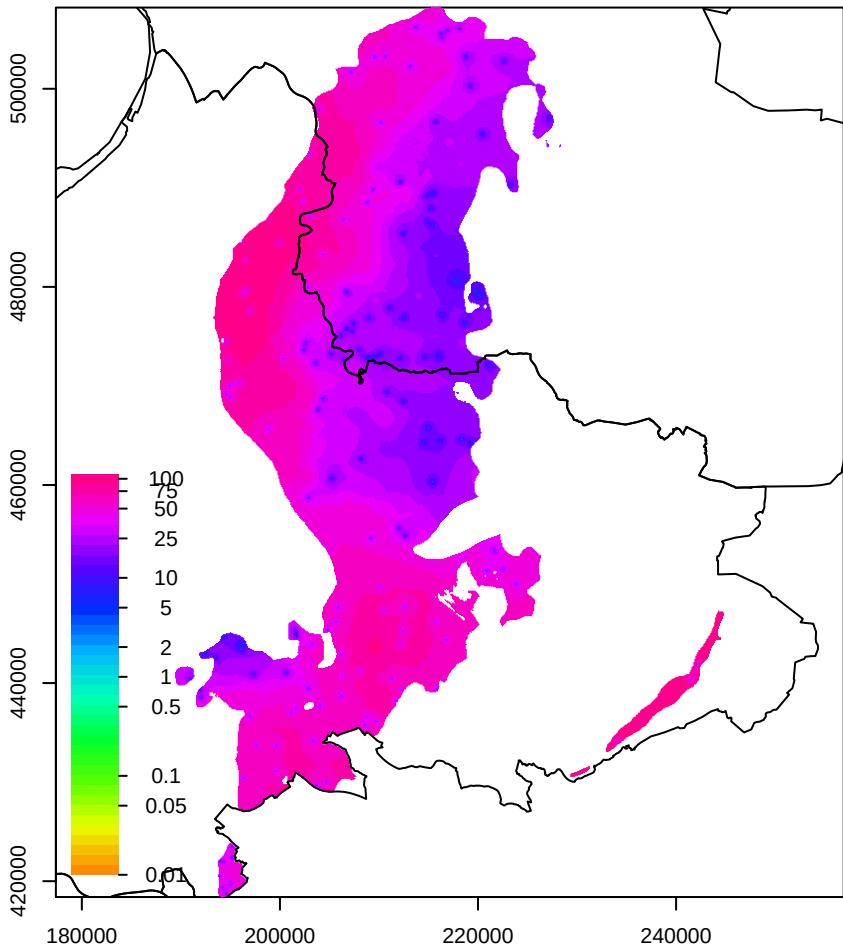
KRk1 correlatiecoefficient



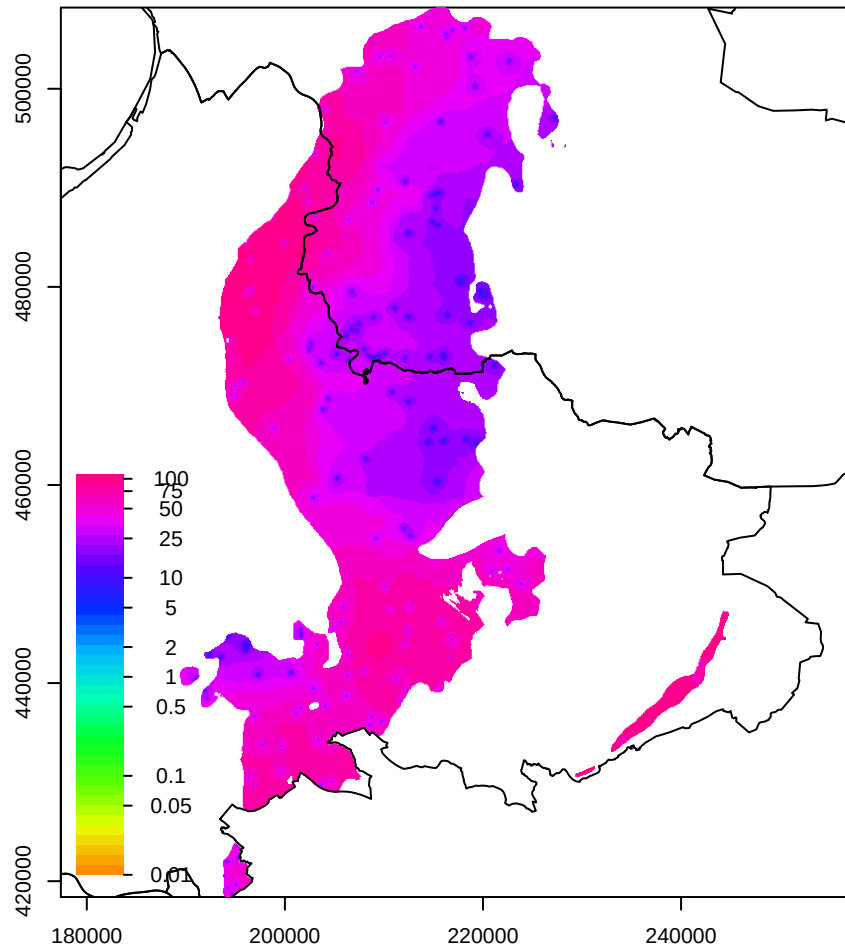
KRTWk1 std top



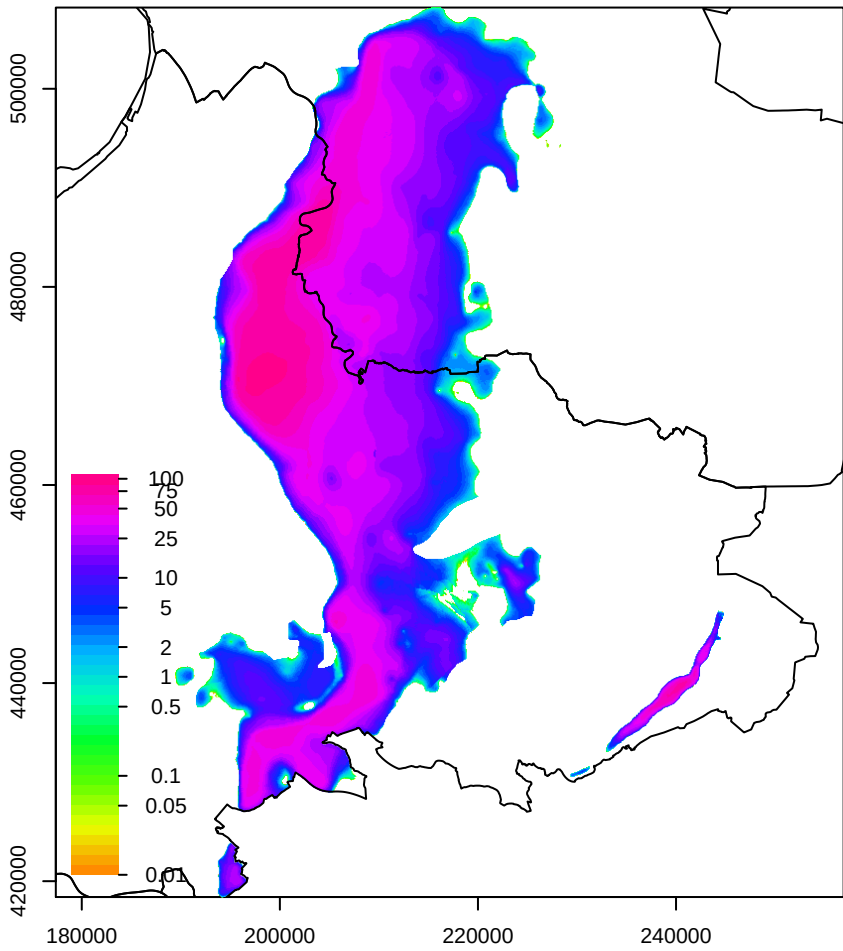
KRTWk1 std dikte (afgeleide parameter)



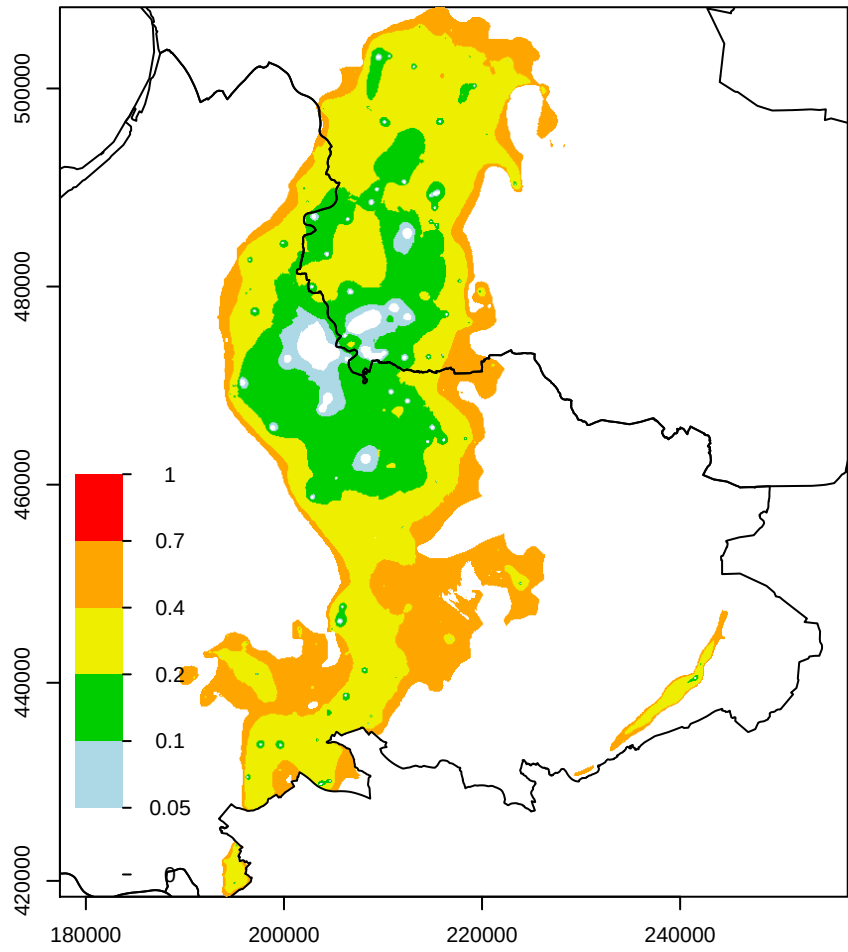
KRTWk1 std basis



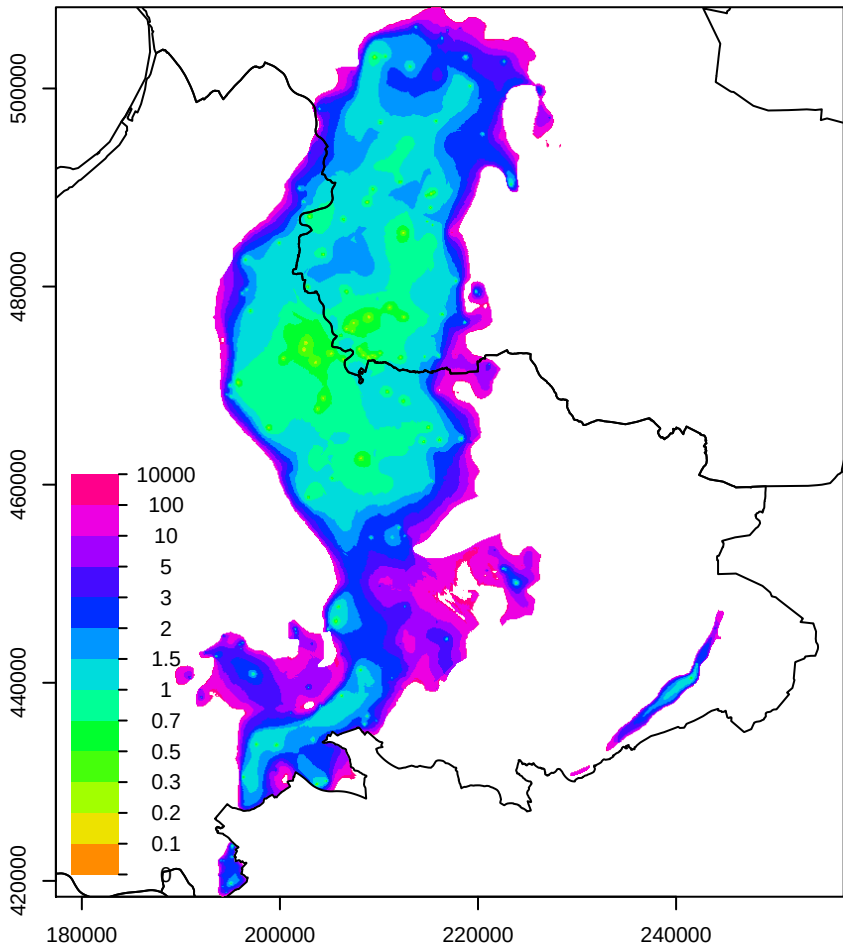
KRTWk1 dikte



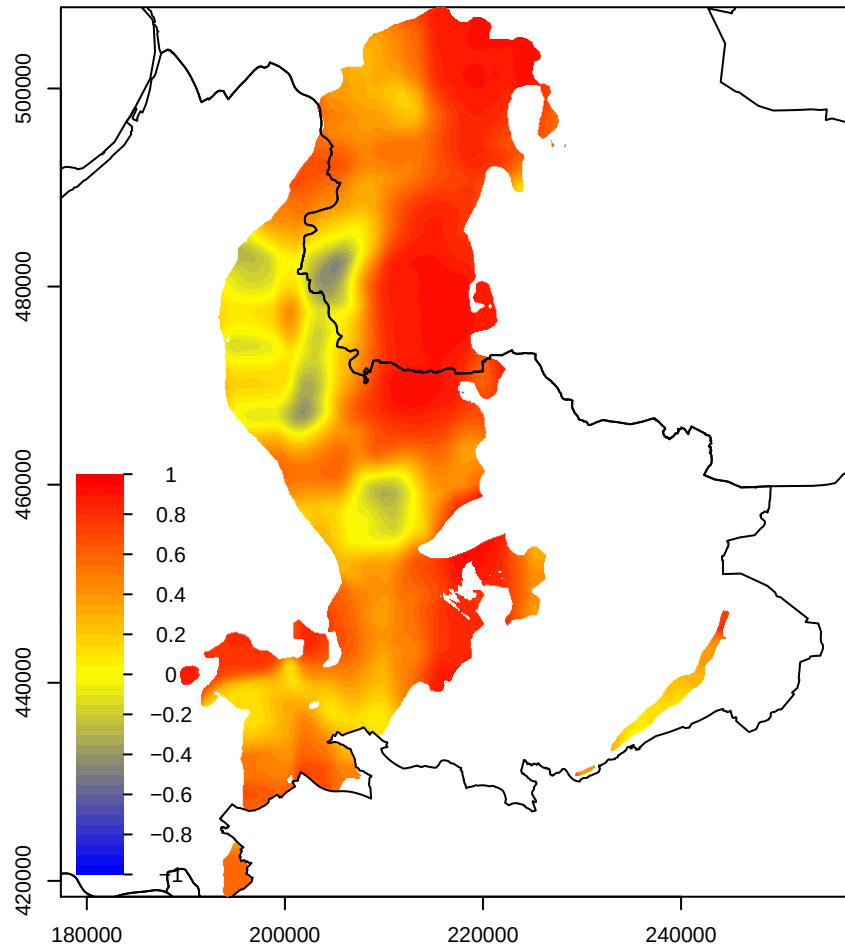
KRTWk1 kans op negatieve dikte



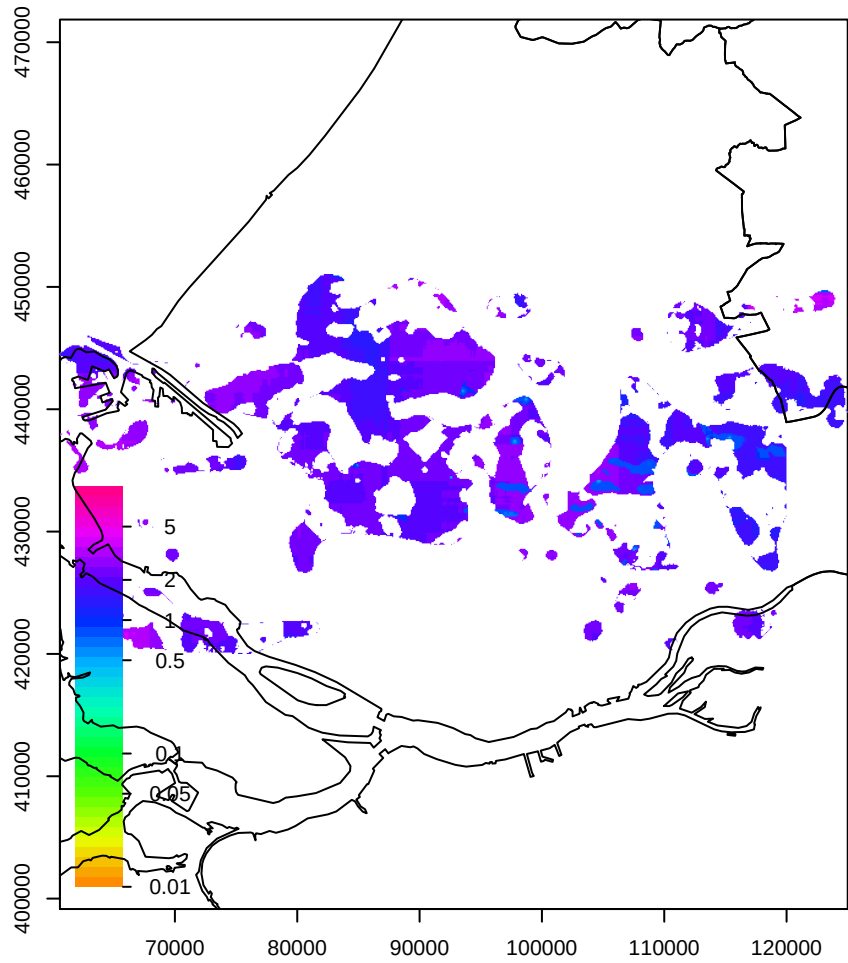
KRTWk1 CV dikte



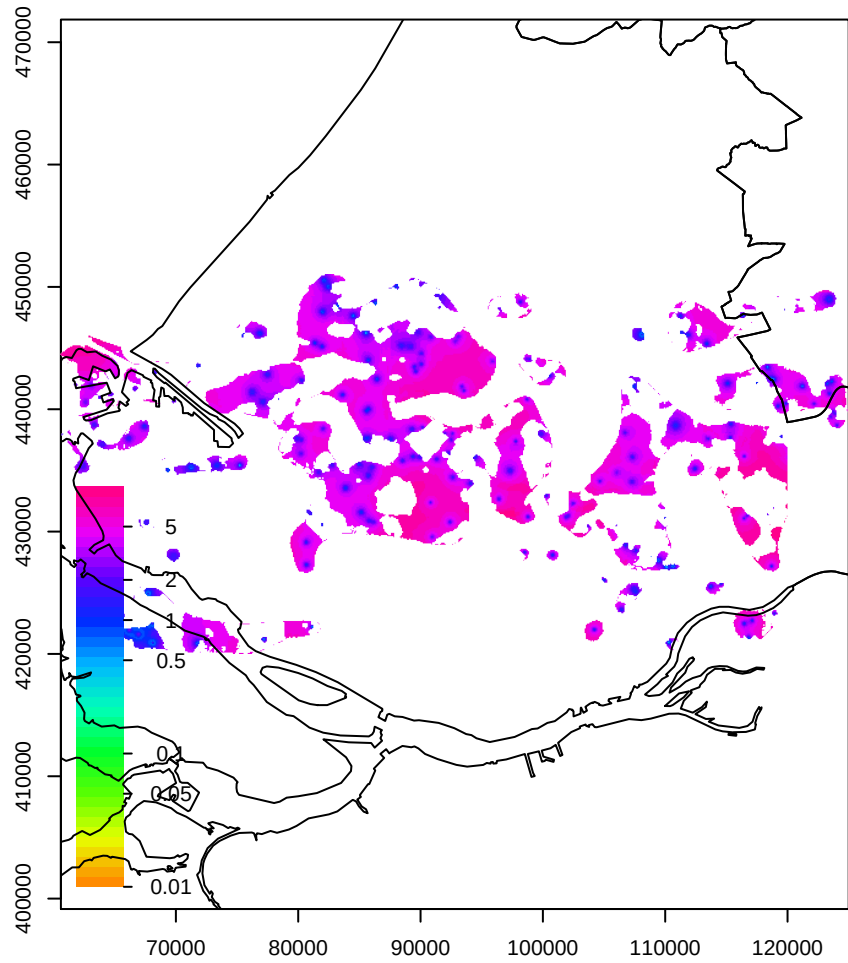
KRTWk1 correlatiecoefficient



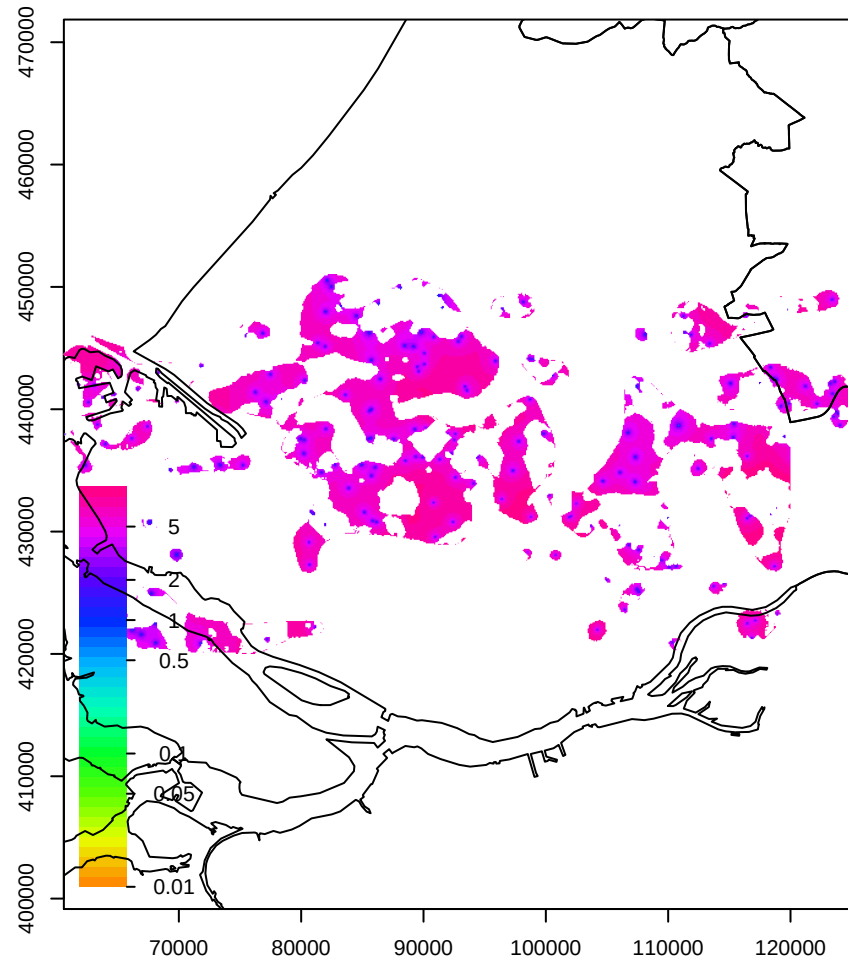
KRWYk1 std top



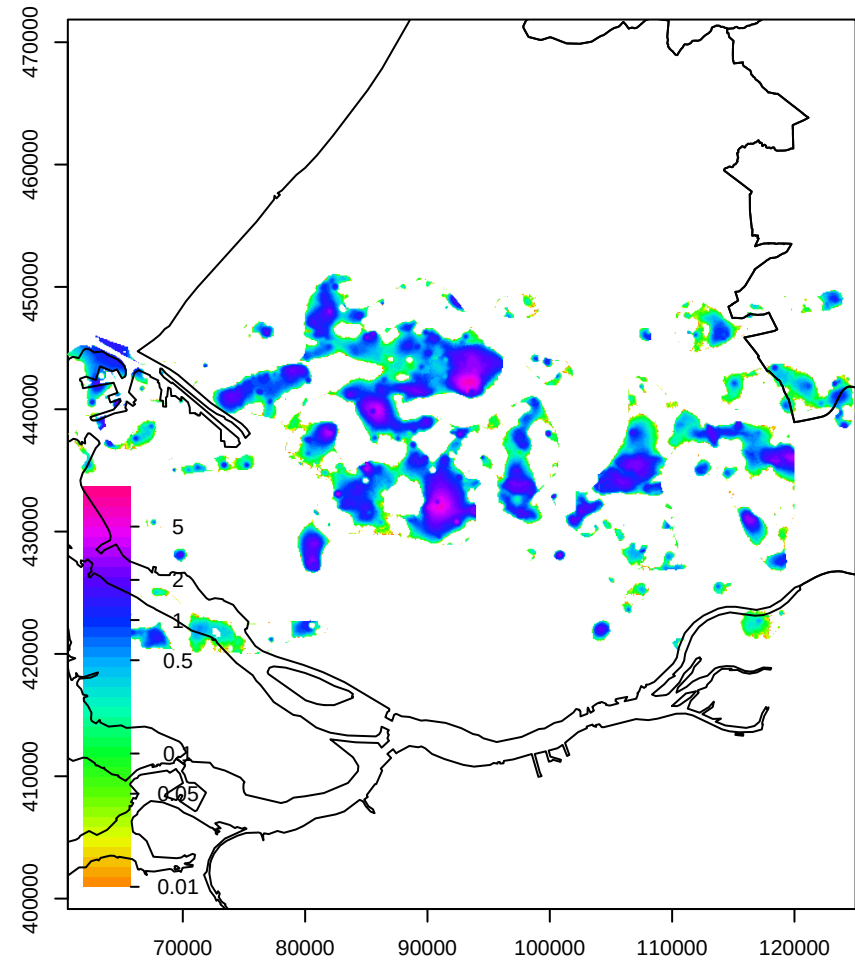
KRWYk1 std dikte (afgeleide parameter)



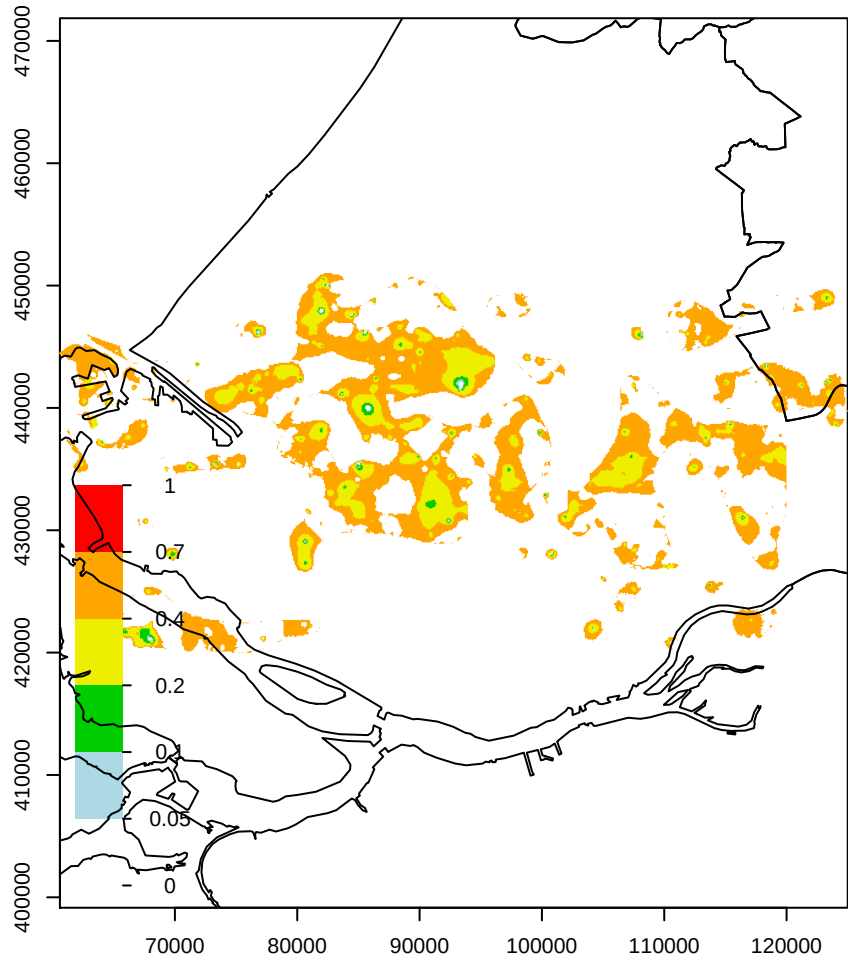
KRWYk1 std basis



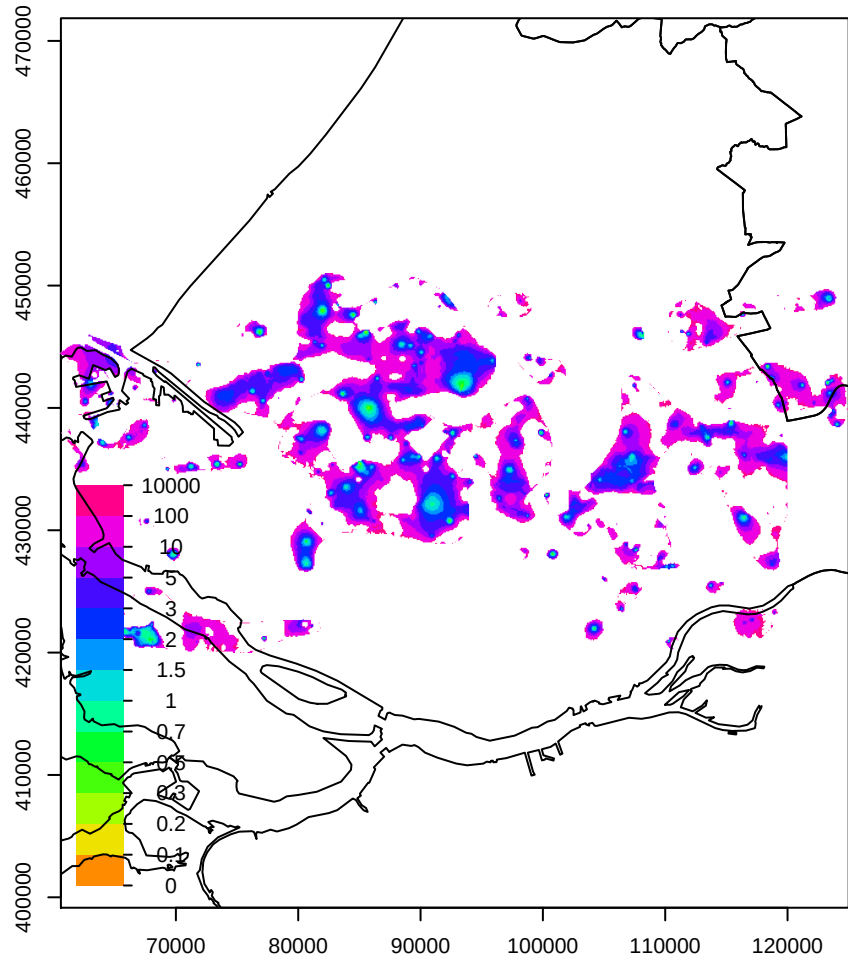
KRWYk1 dikte



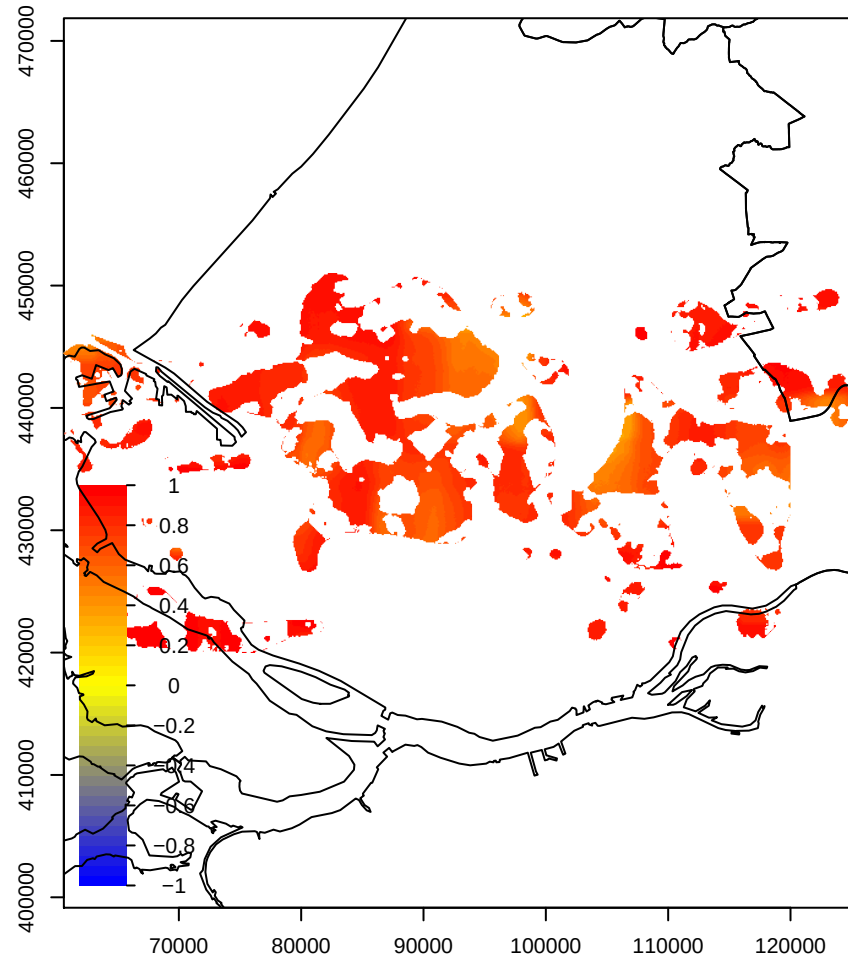
KRWYk1 kans op negatieve dikte

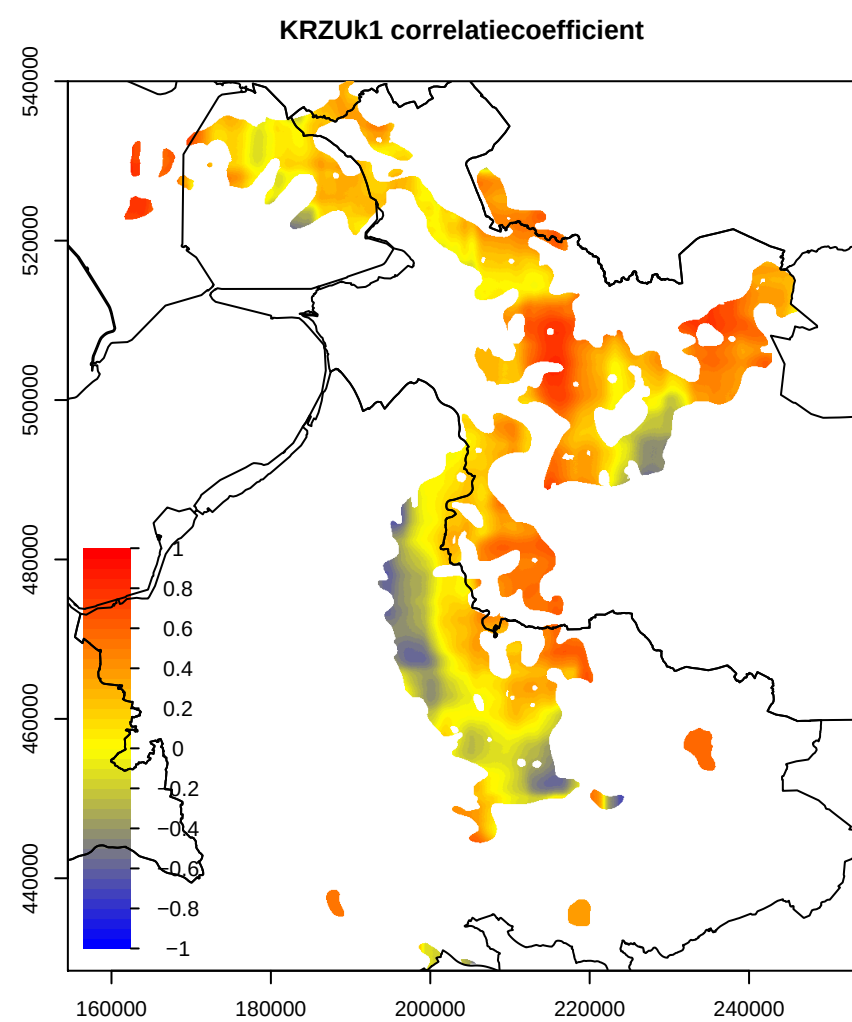
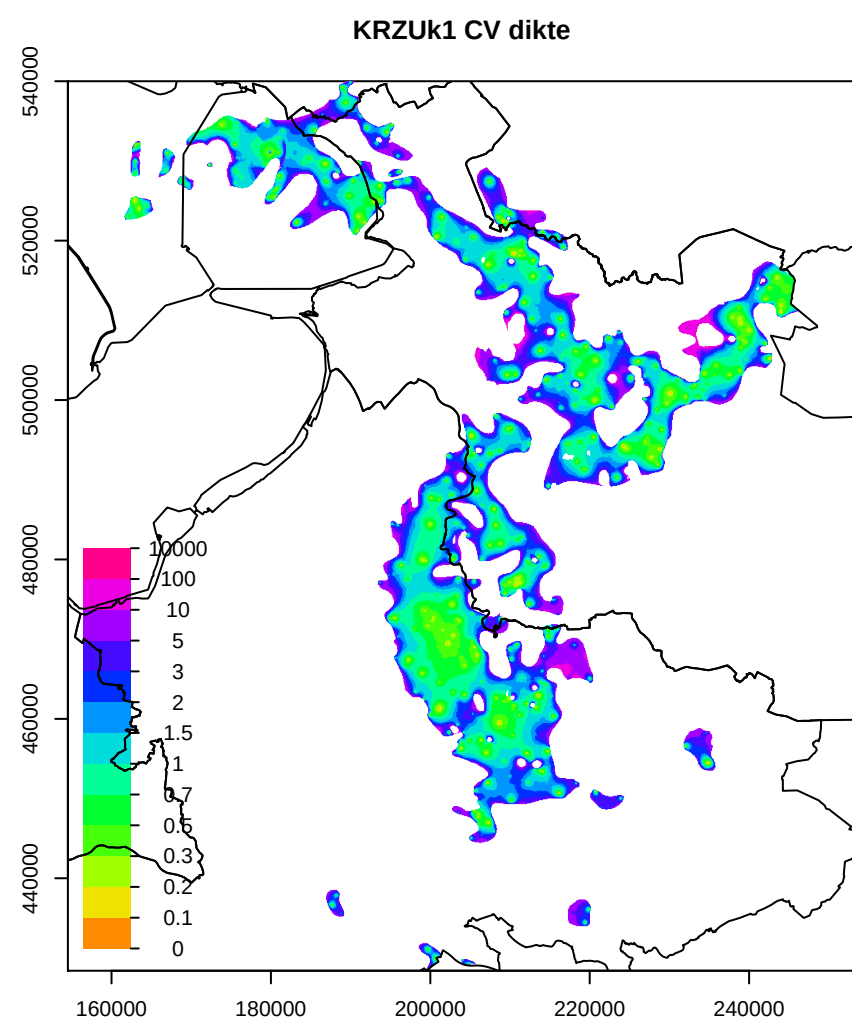
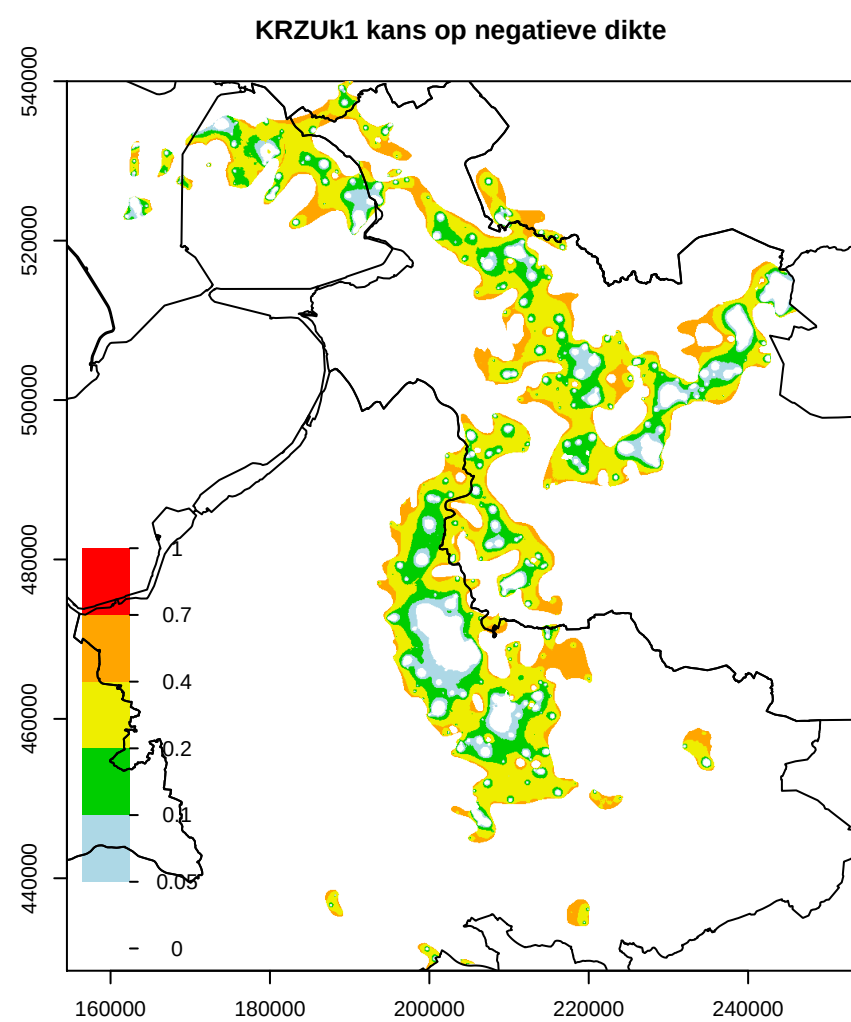
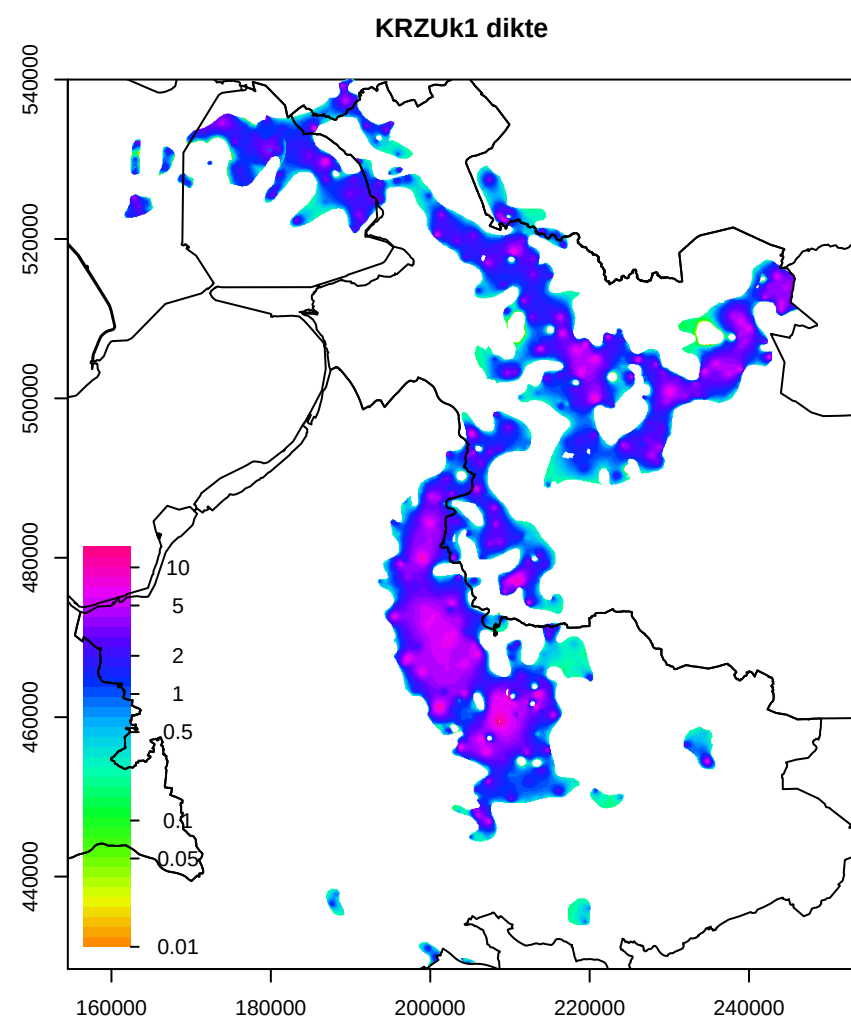
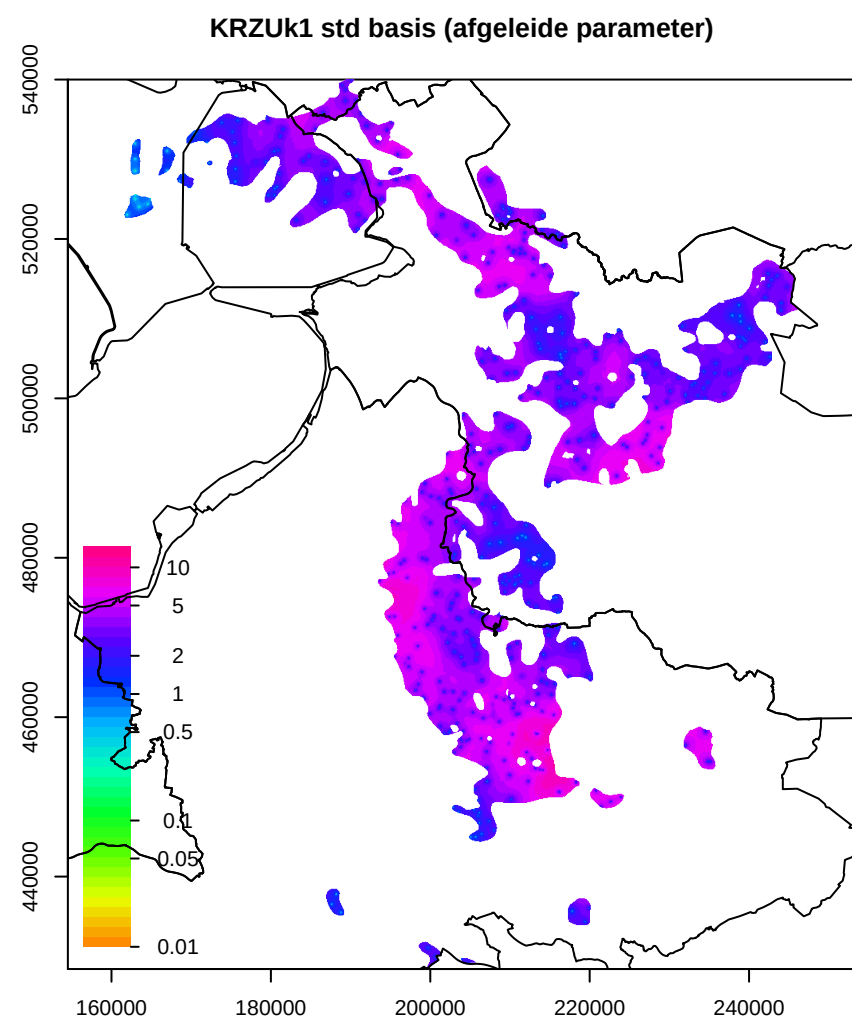
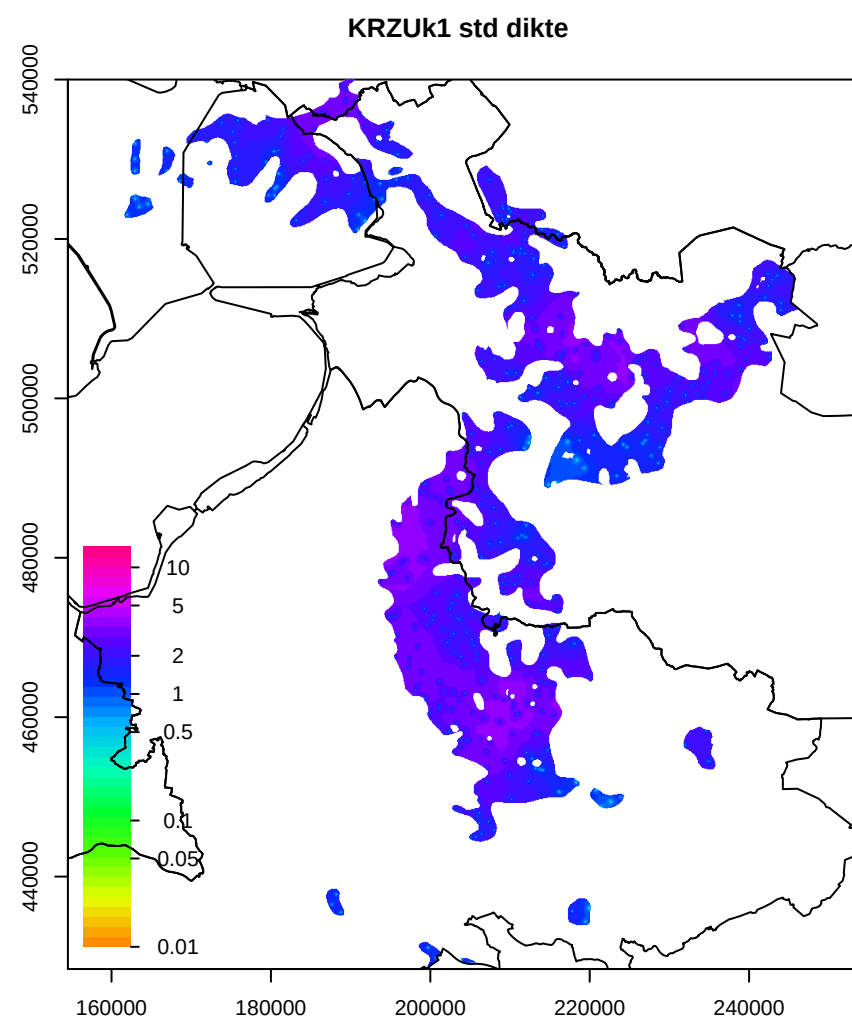
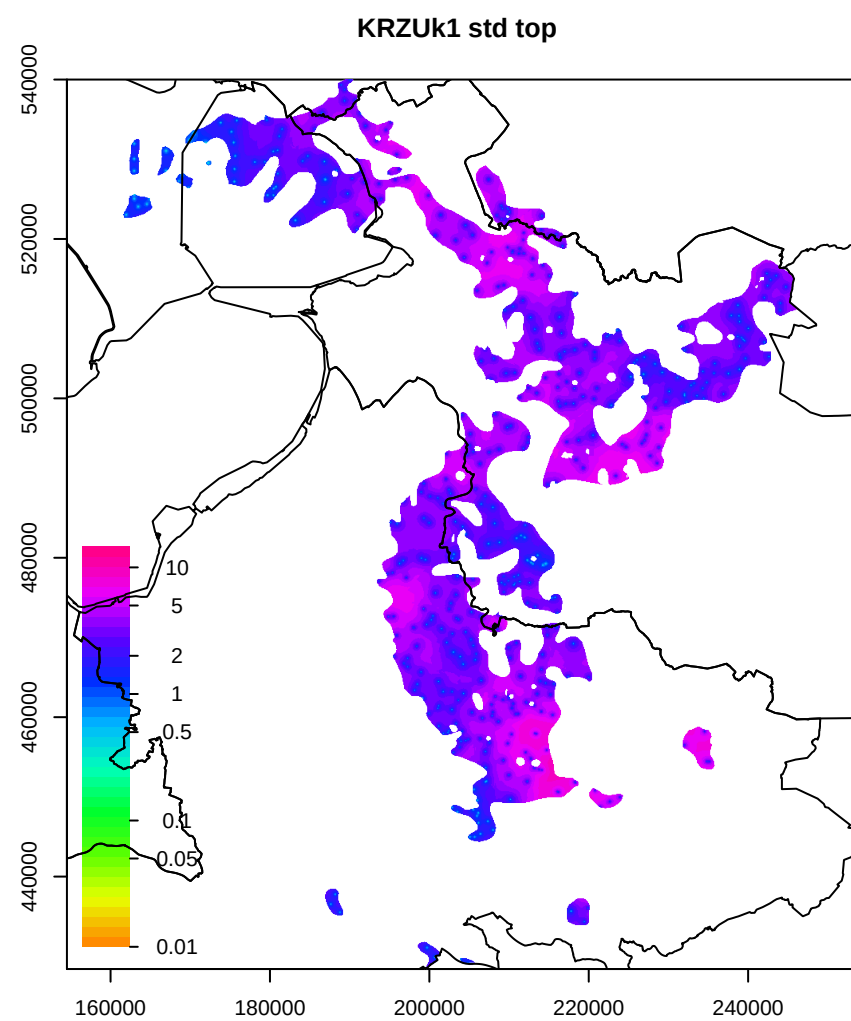


KRWYk1 CV dikte

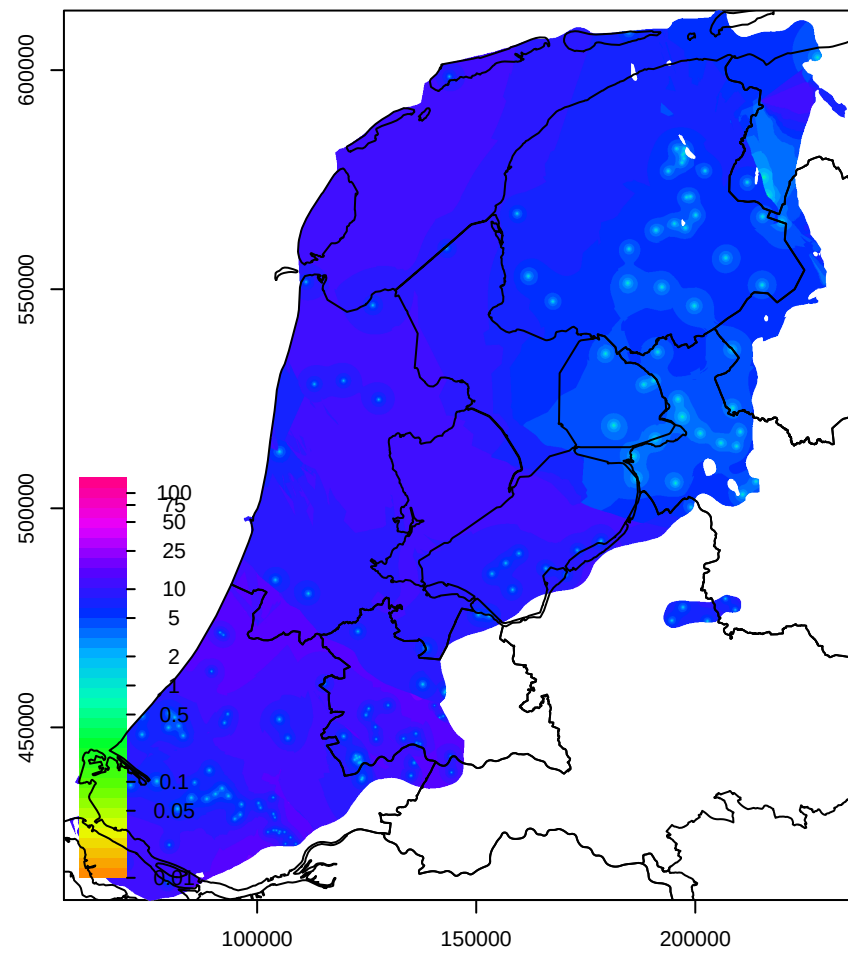


KRWYk1 correlatiecoefficient

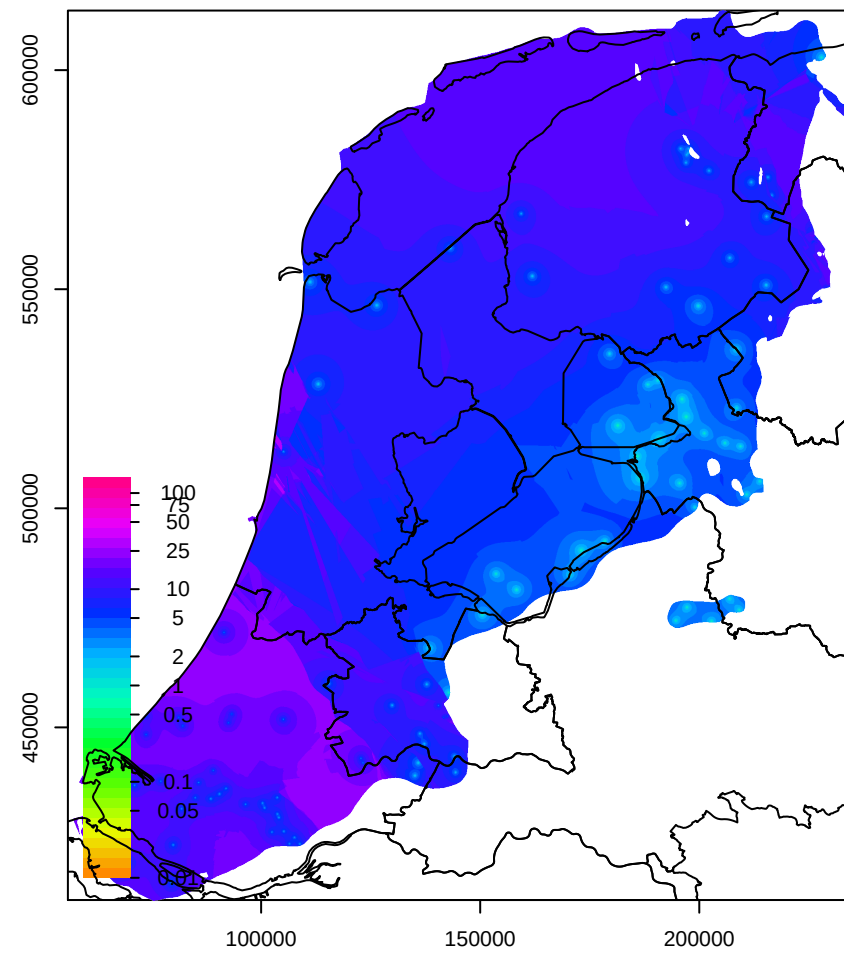




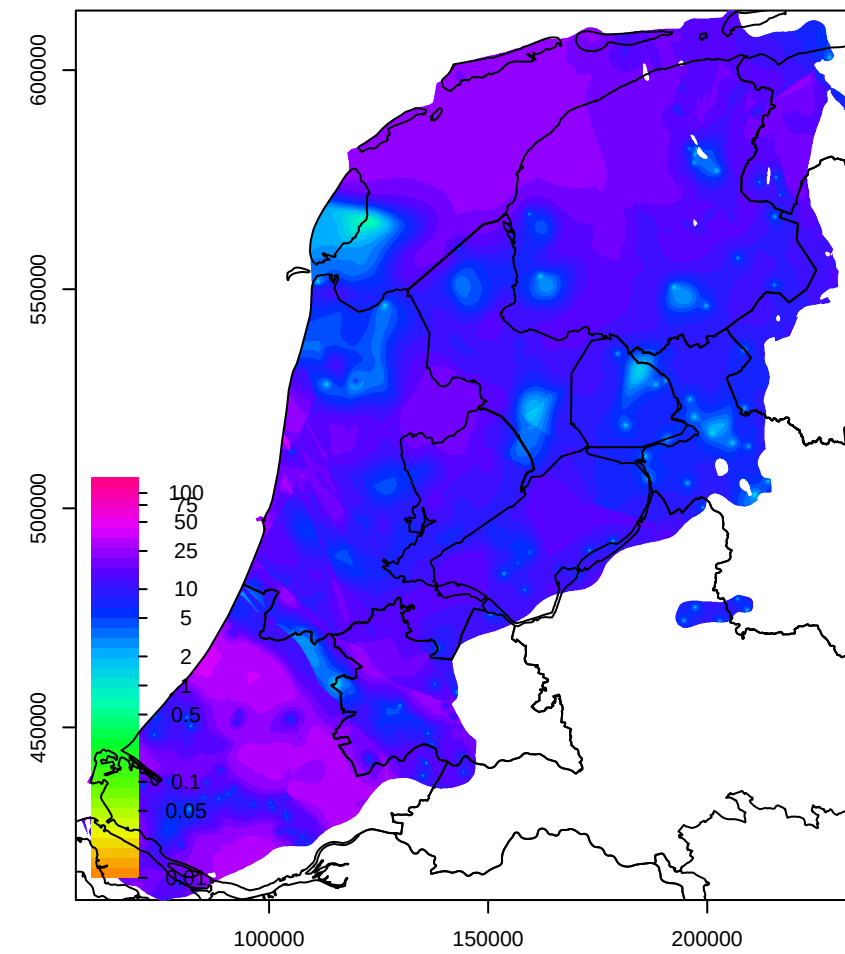
MSc std top



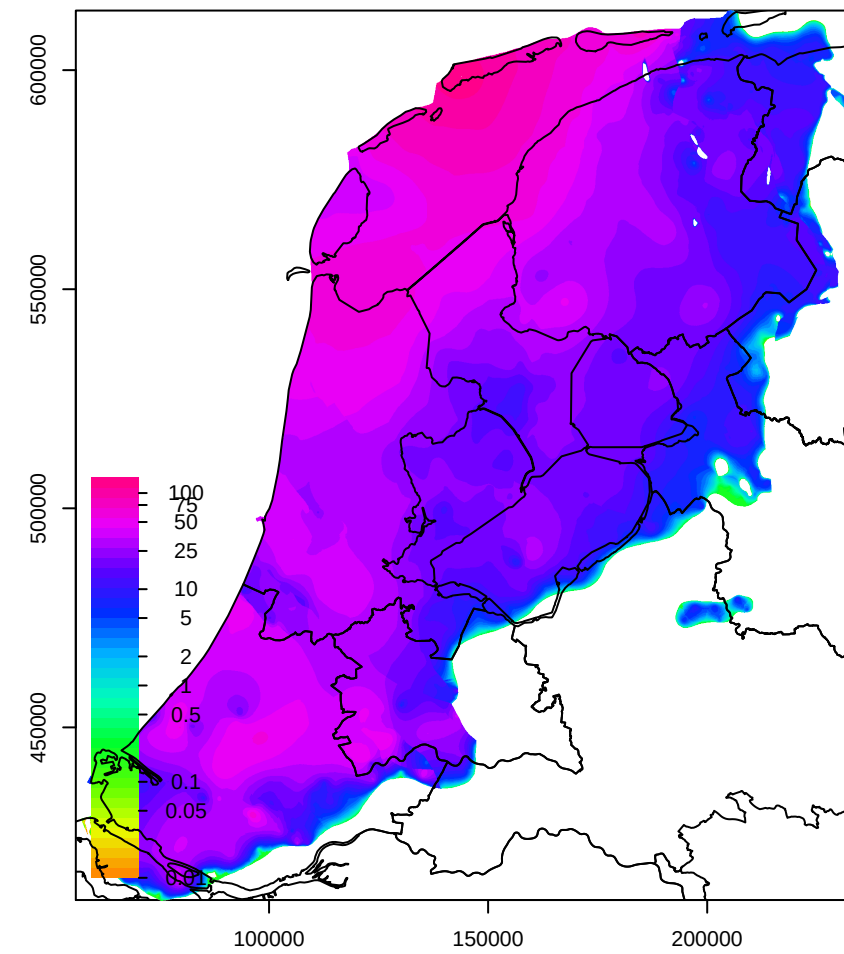
MSc std dikte



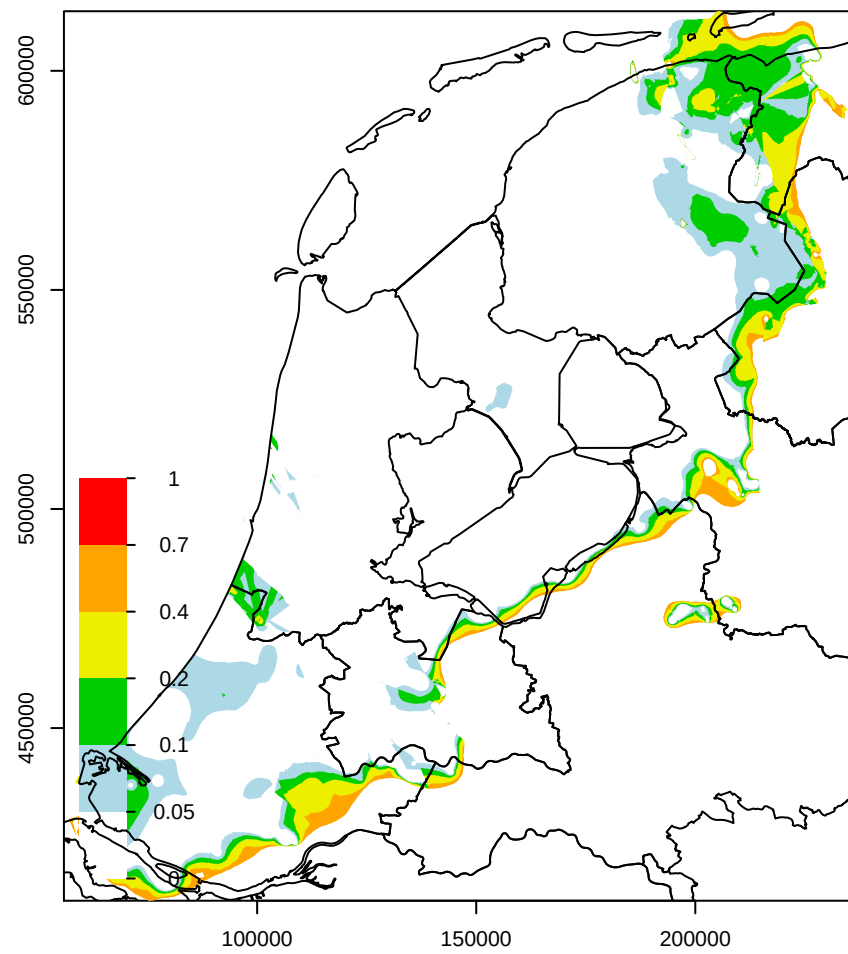
MSc std basis (afgeleide parameter)



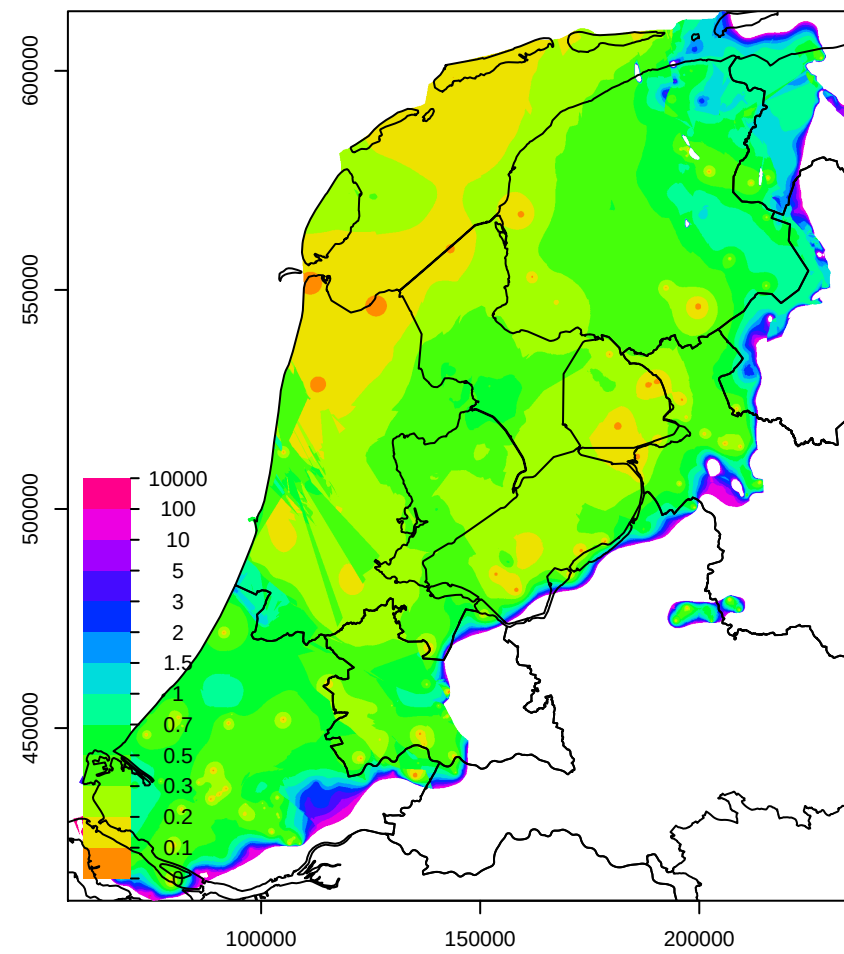
MSc dikte



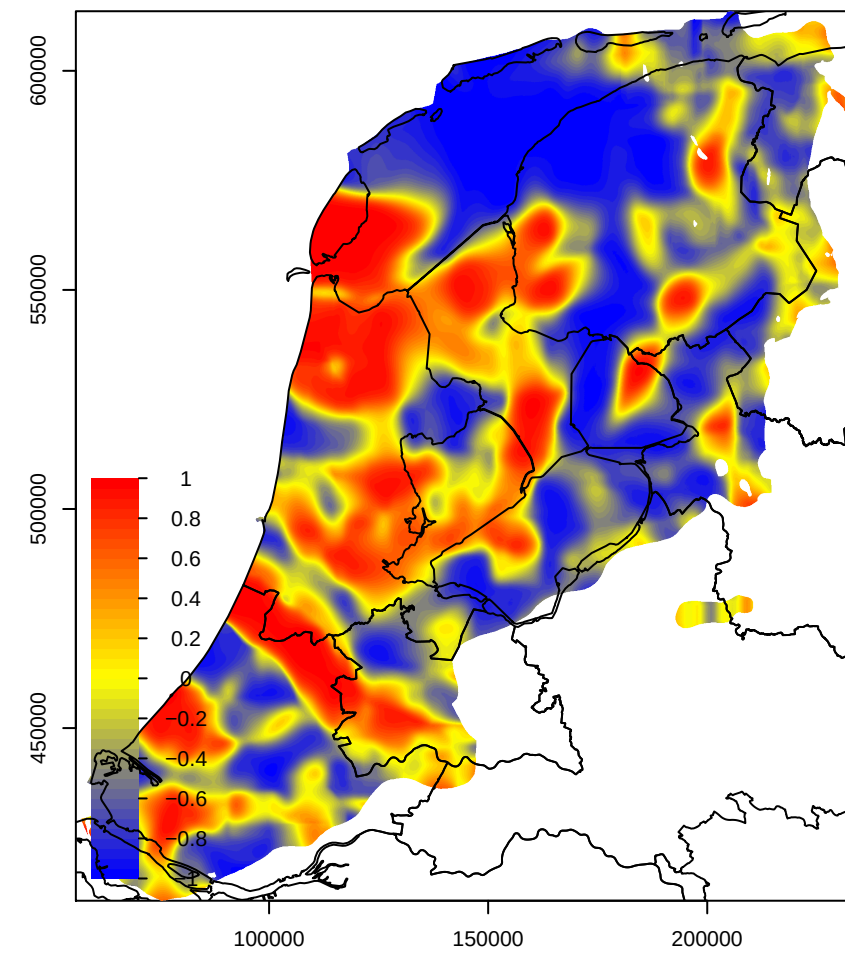
MSc kans op negatieve dikte

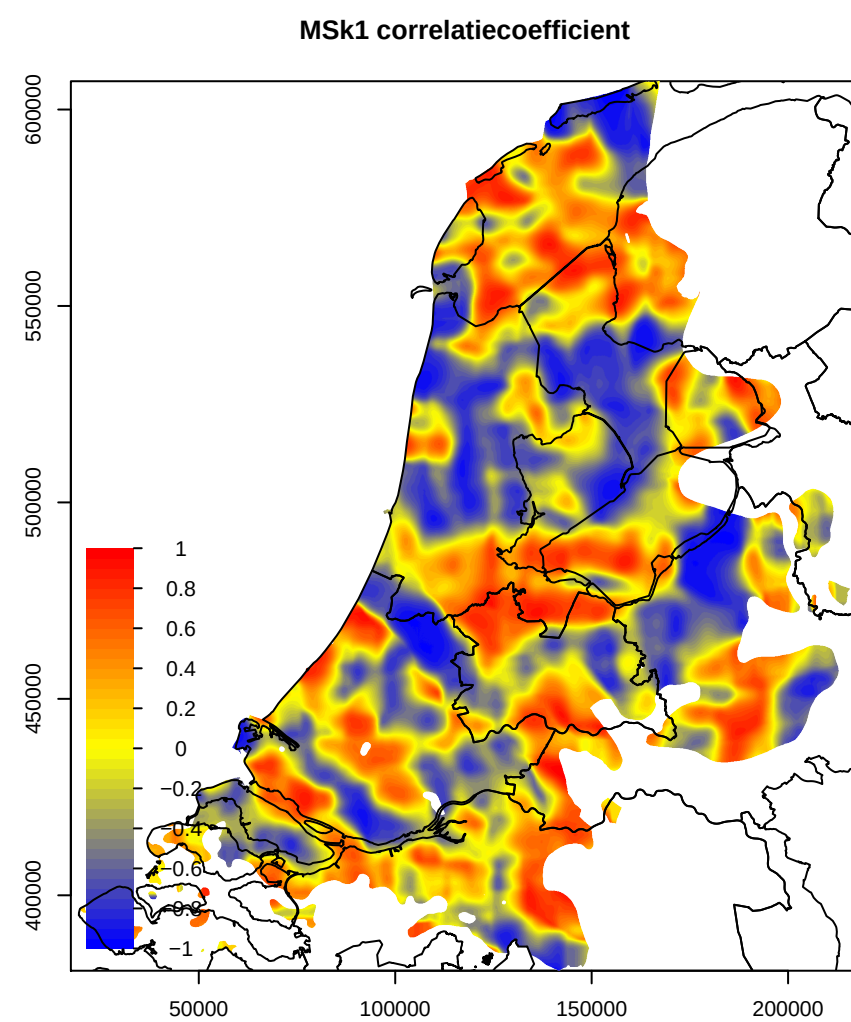
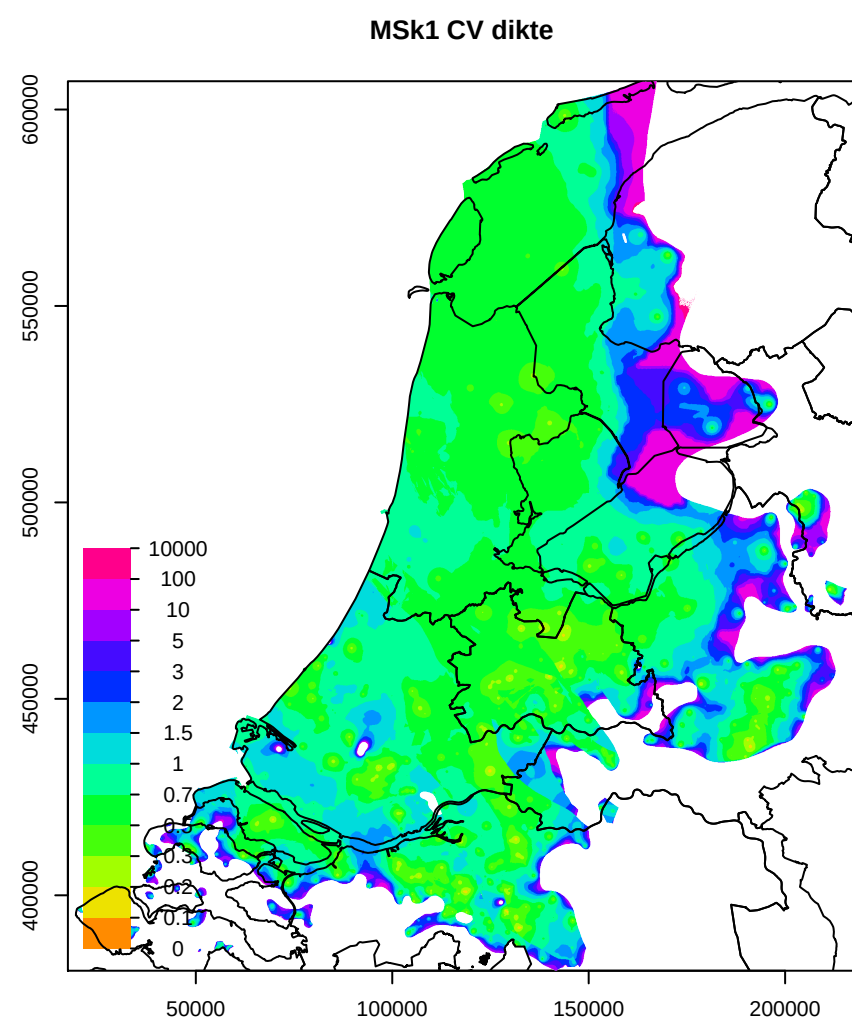
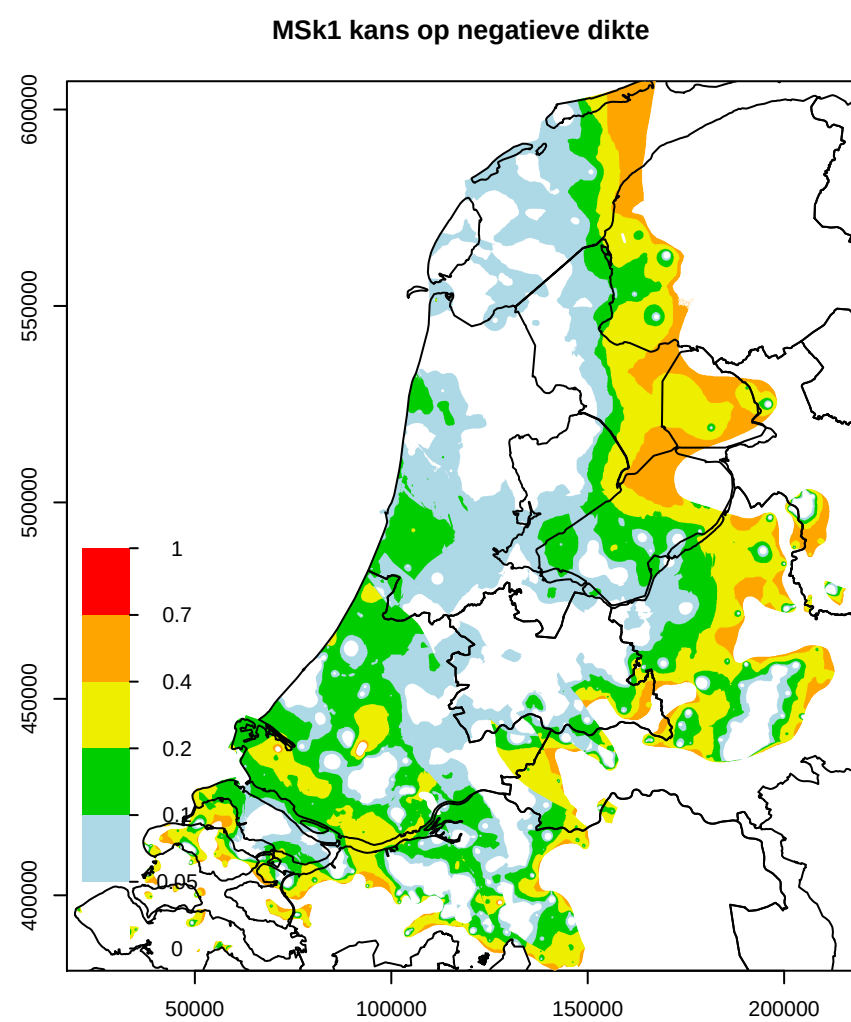
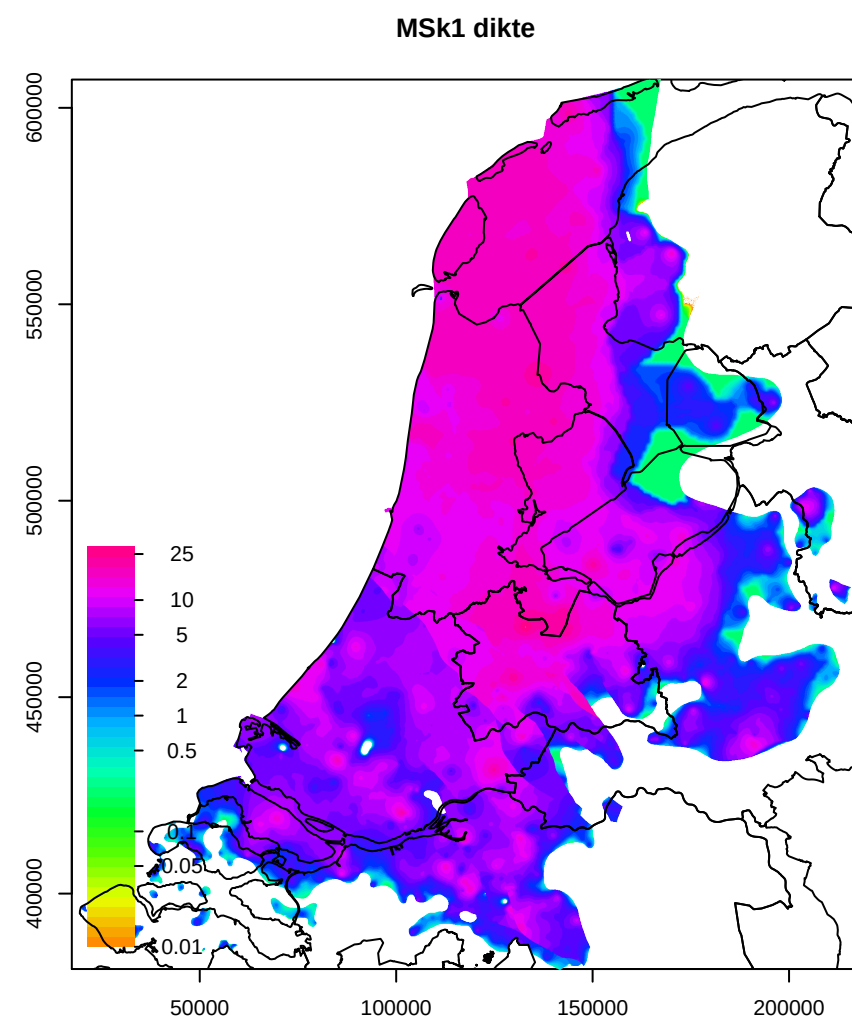
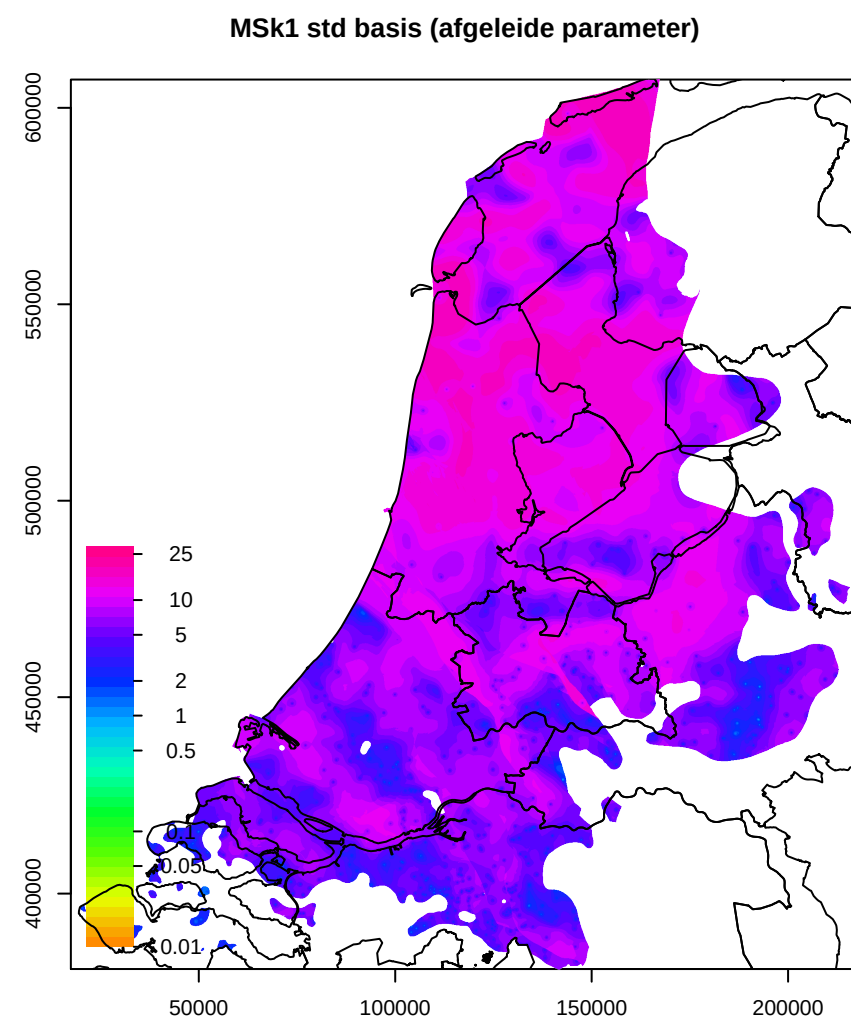
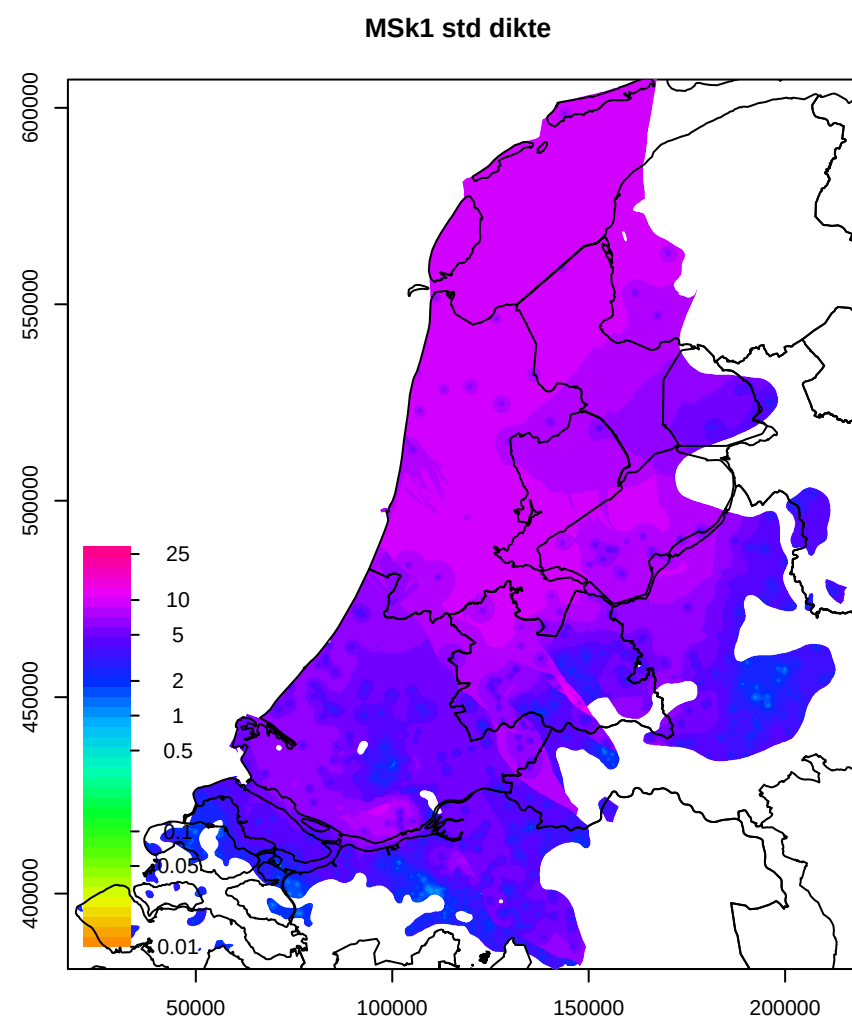
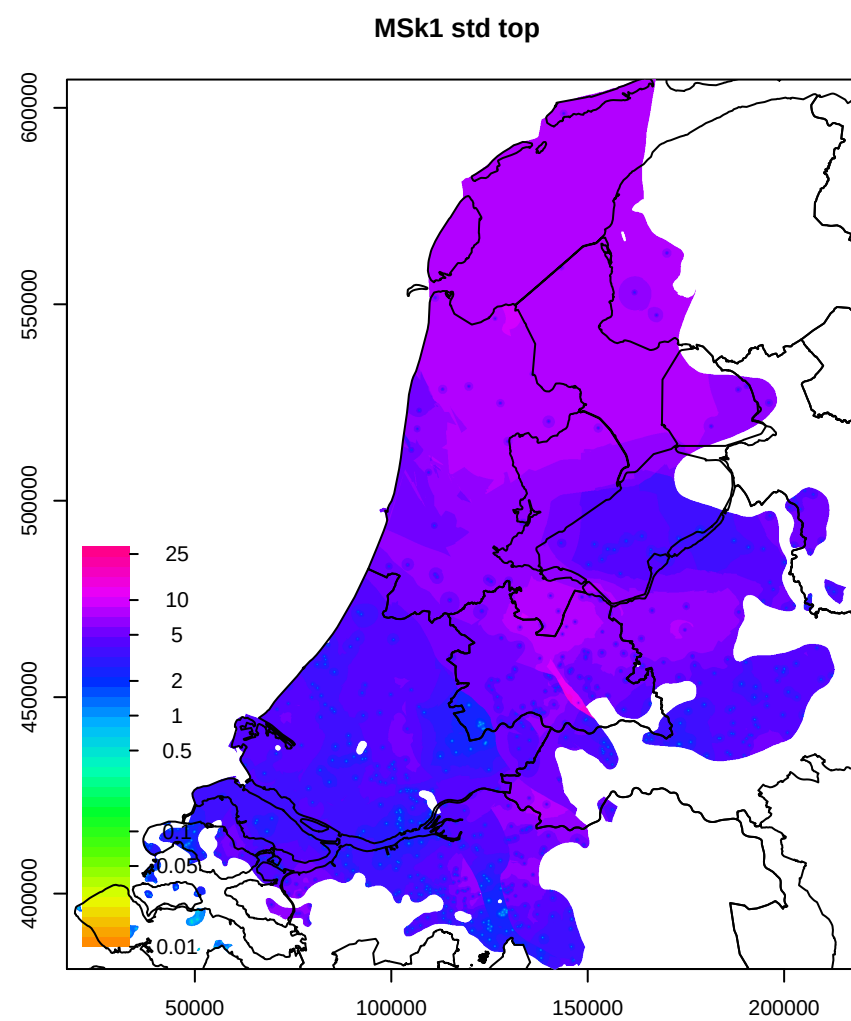


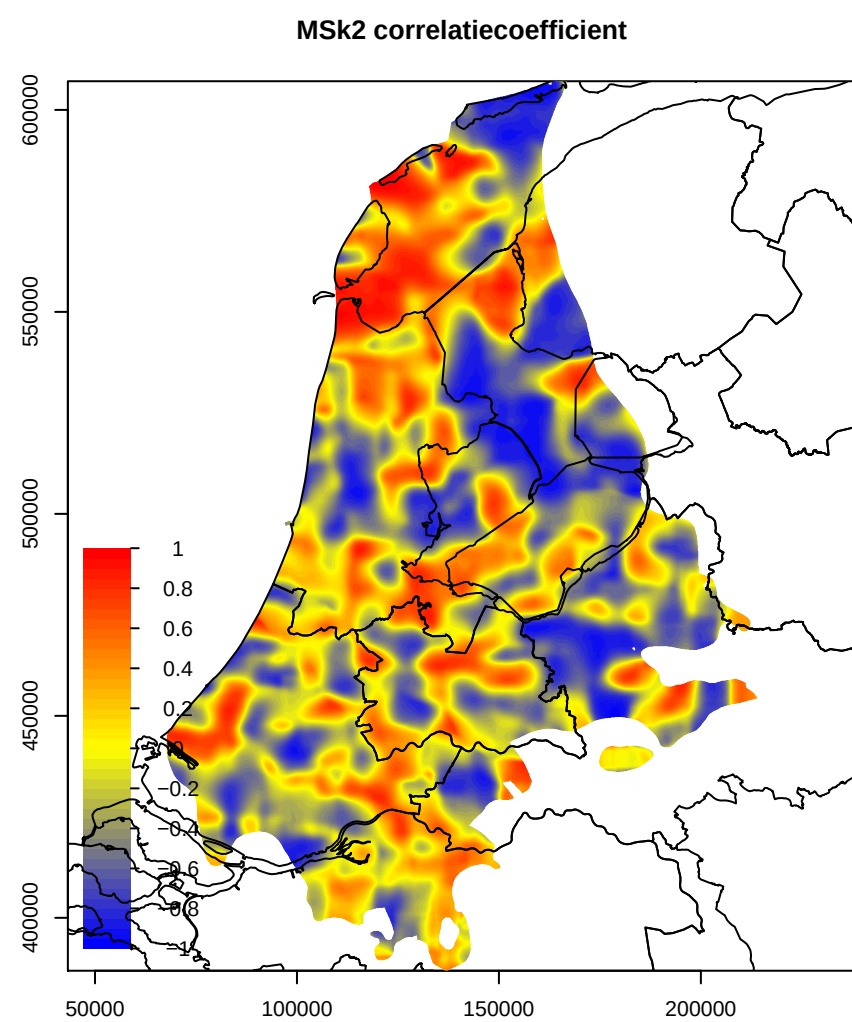
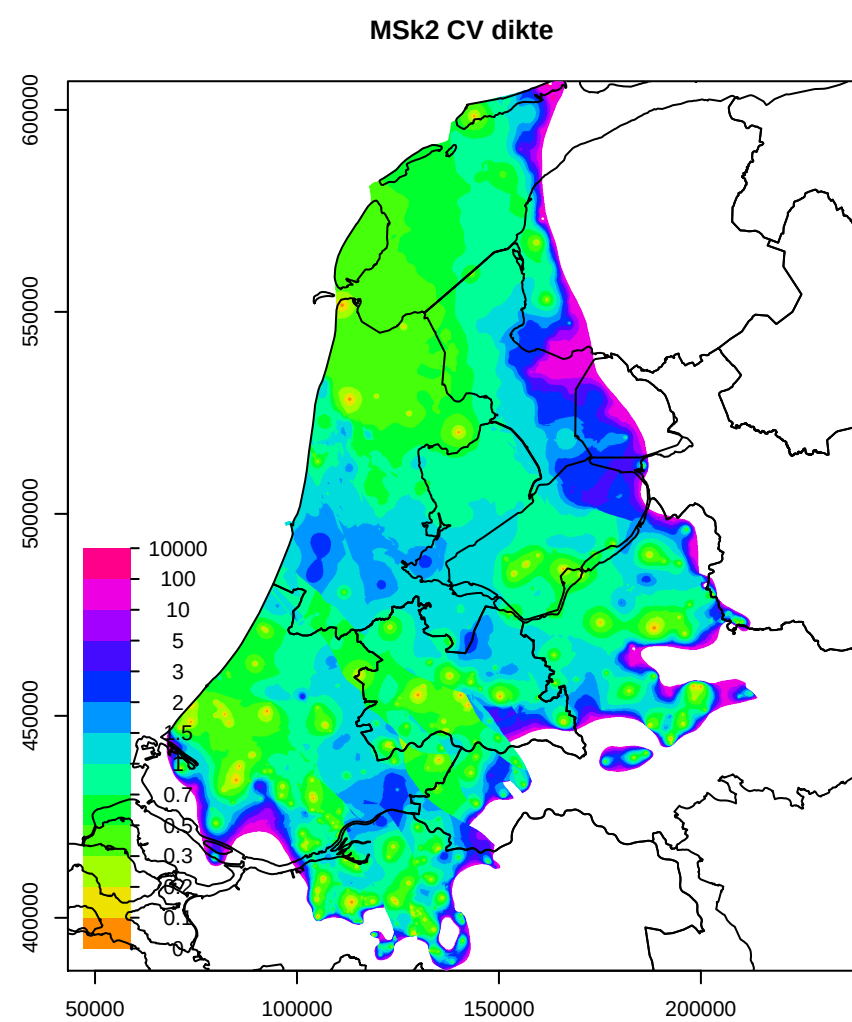
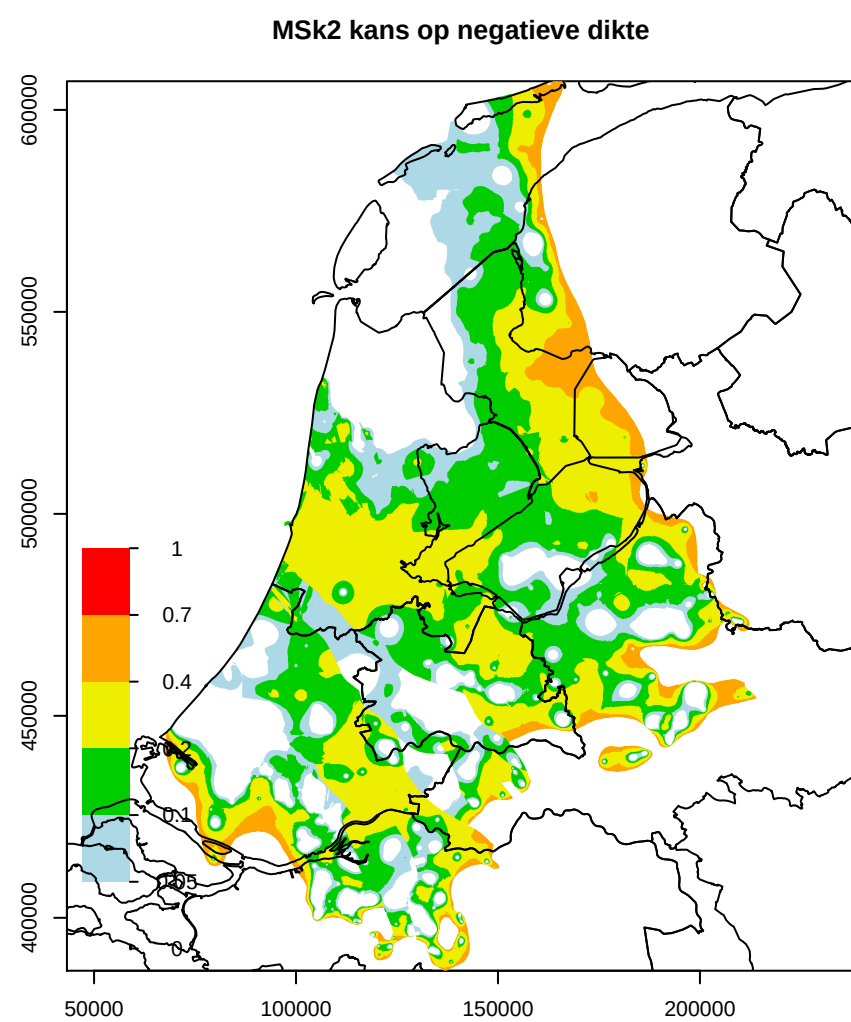
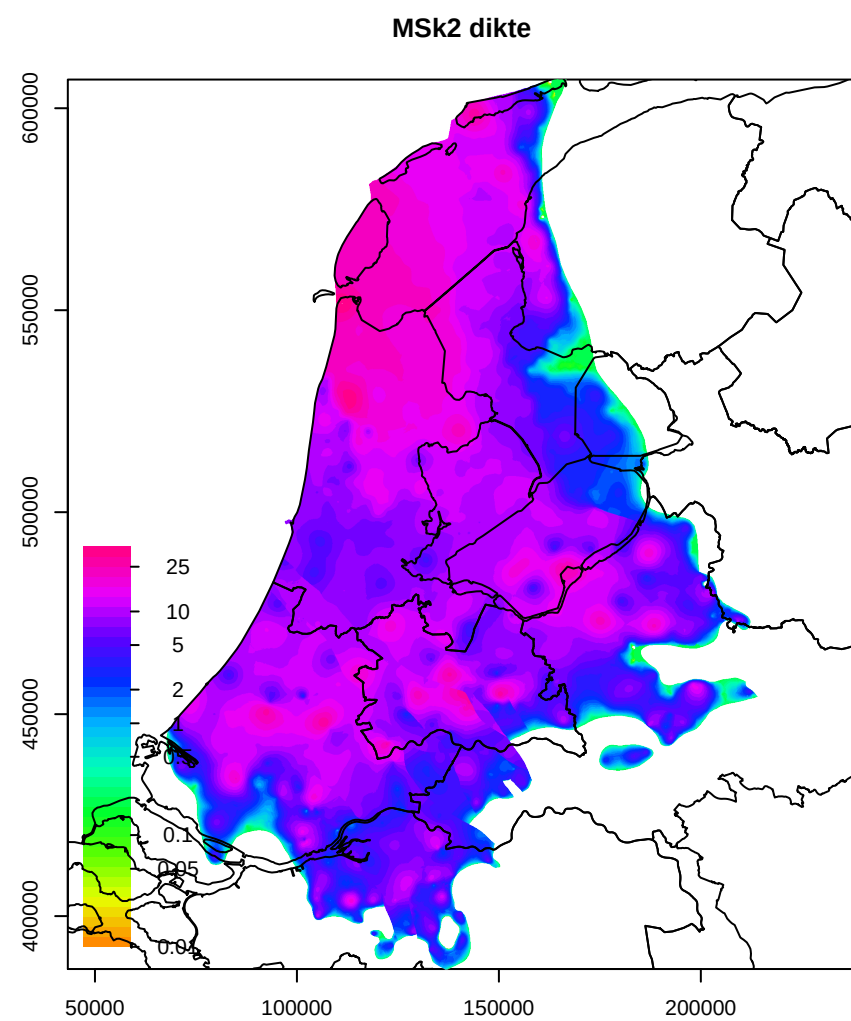
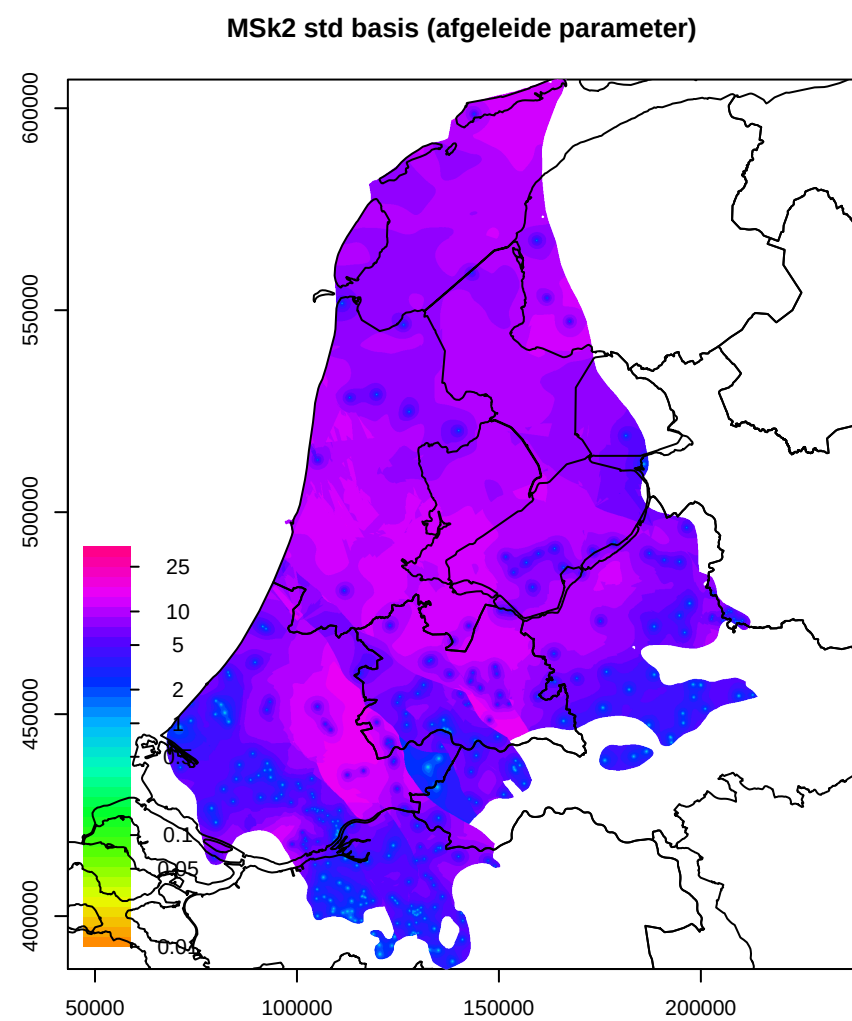
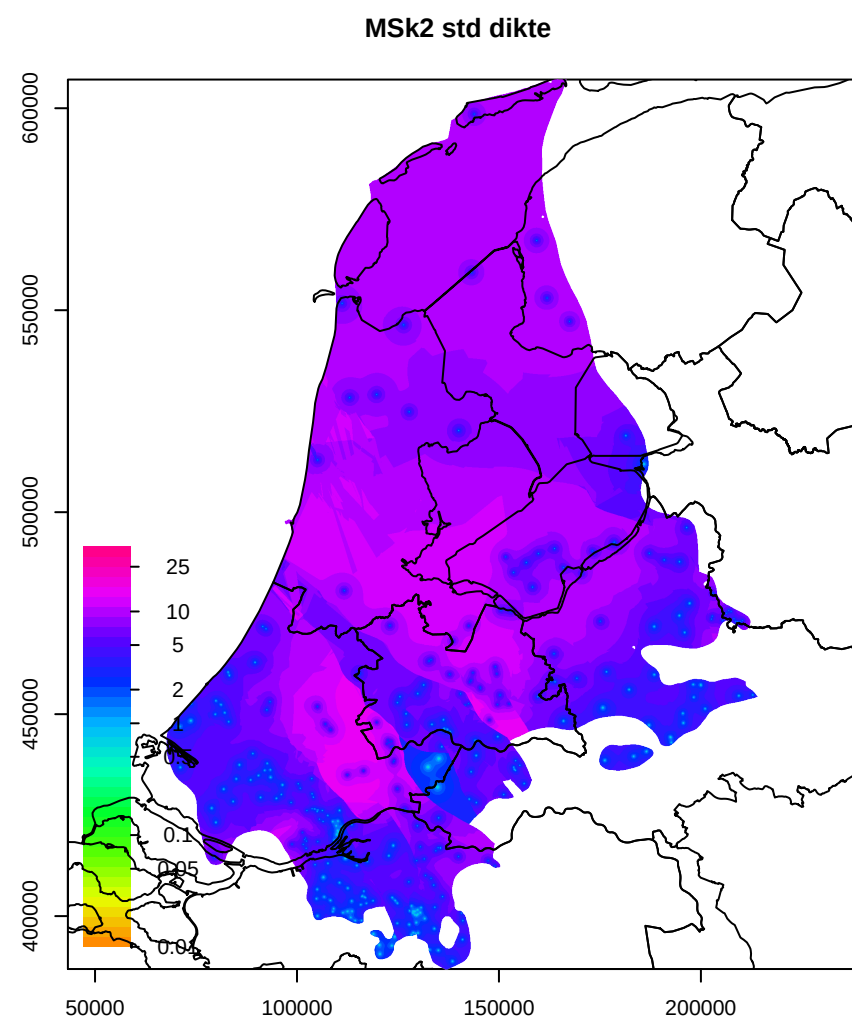
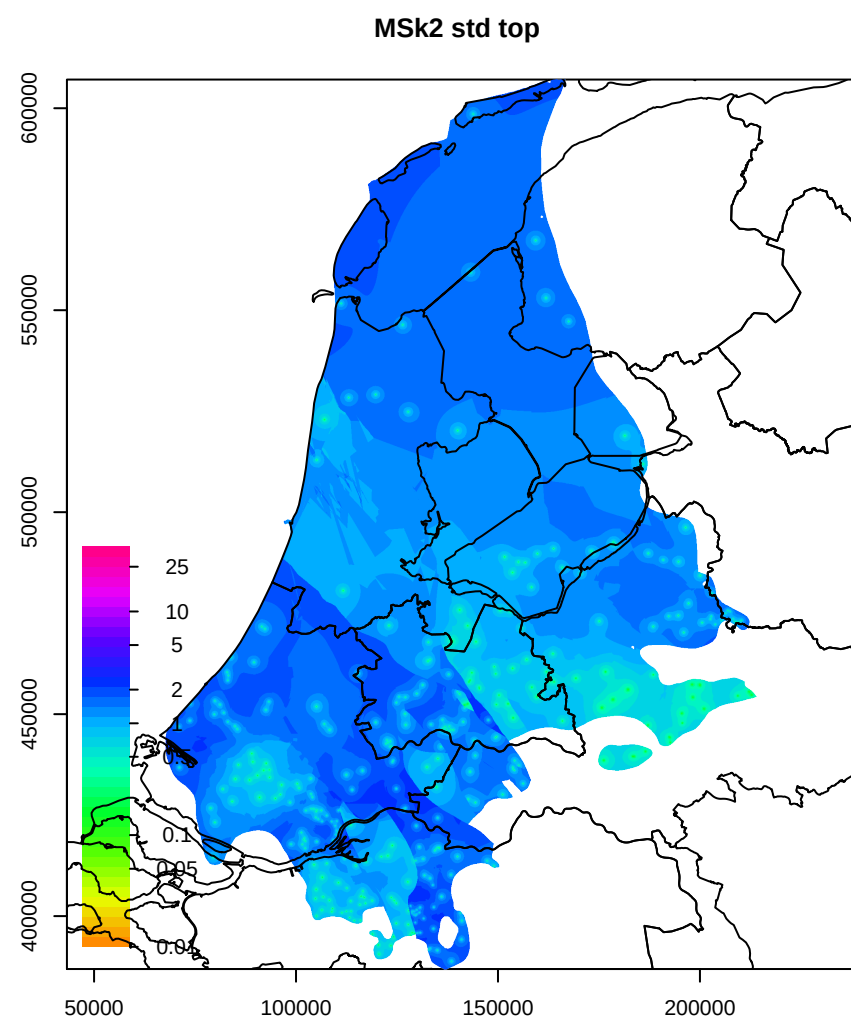
MSc CV dikte



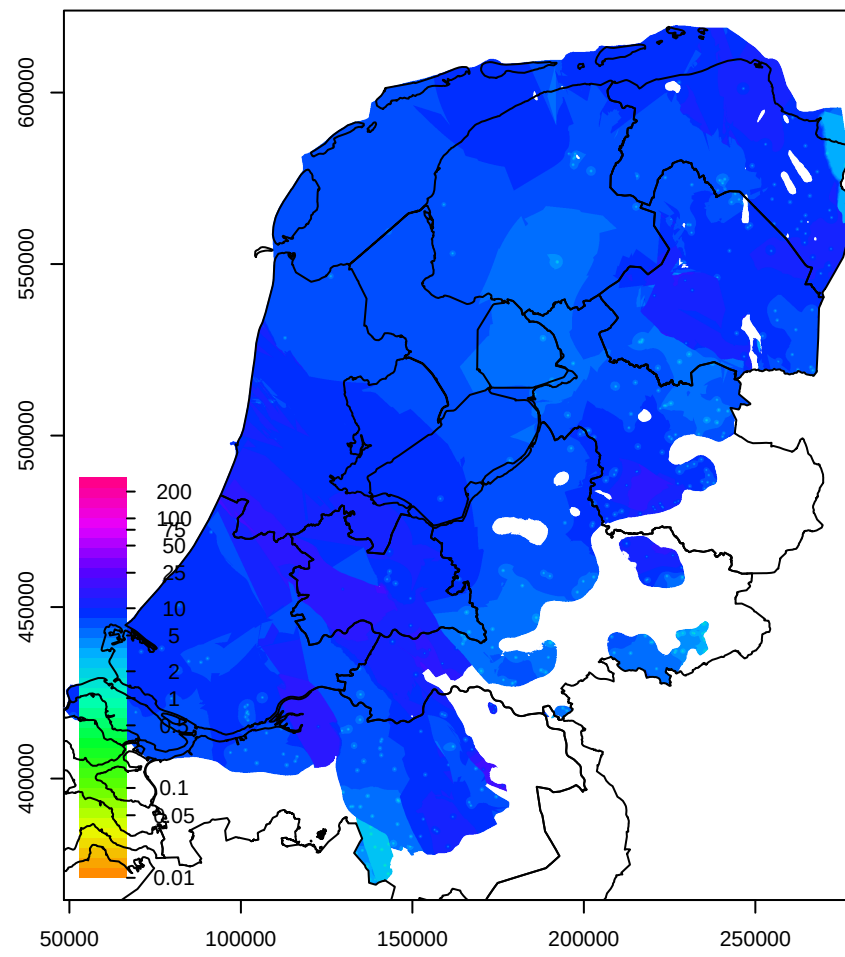
MSc correlatiecoefficient



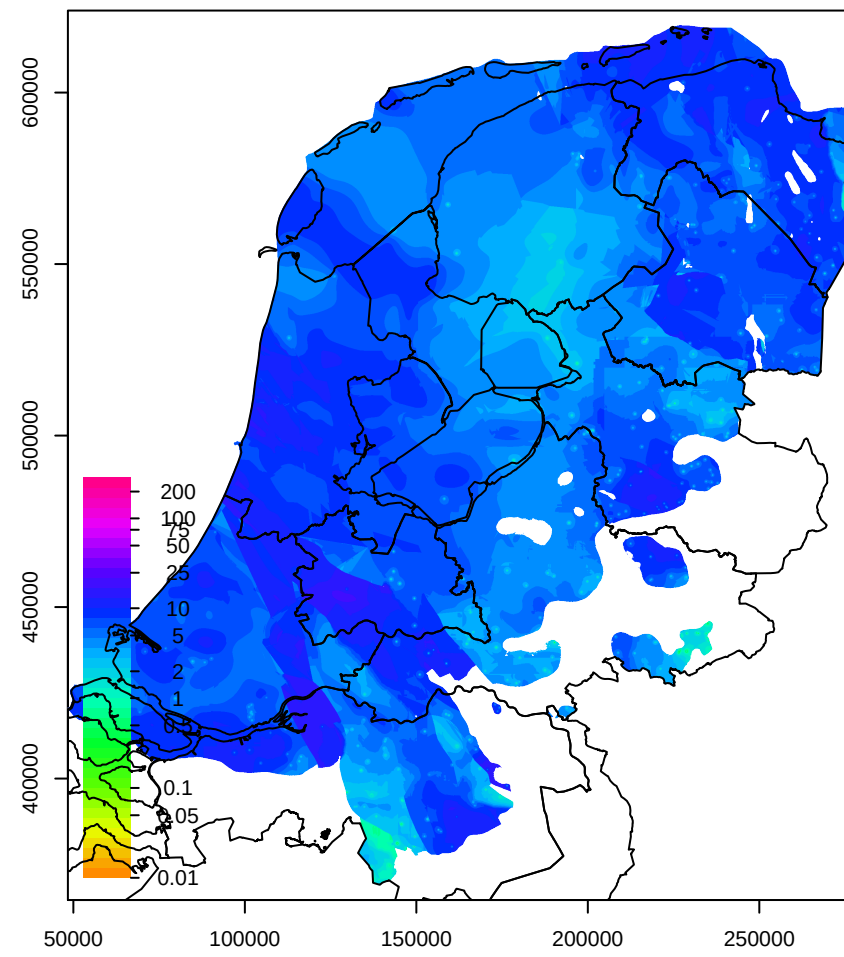




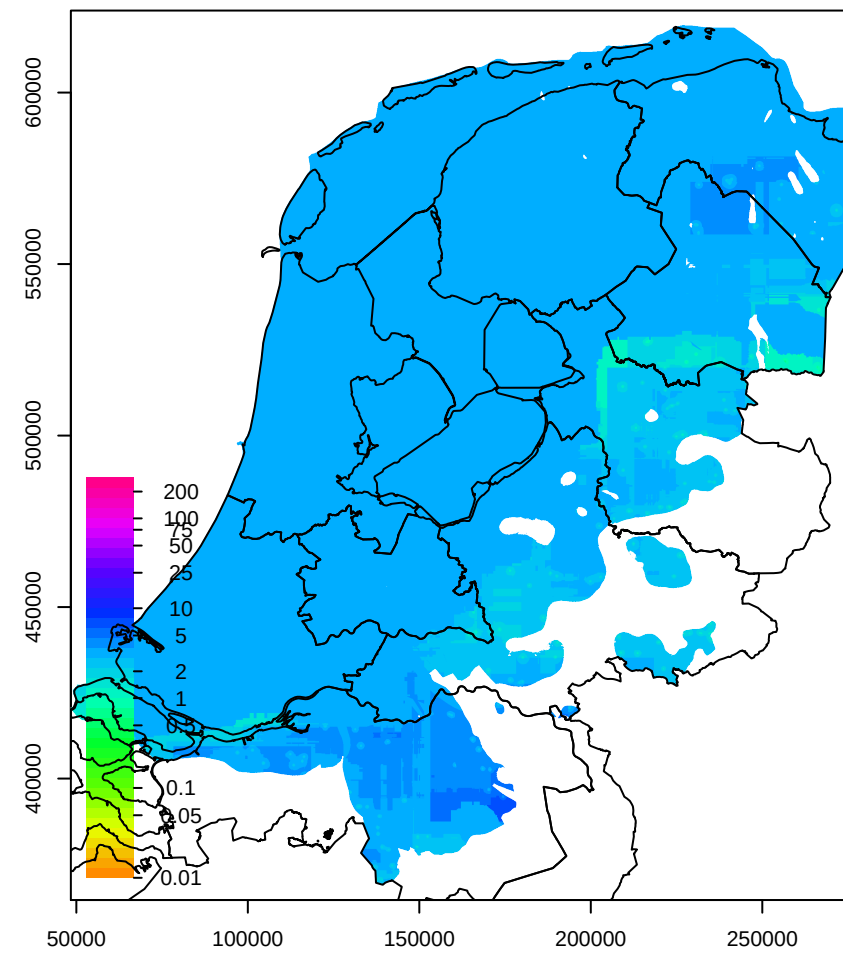
OOc std top



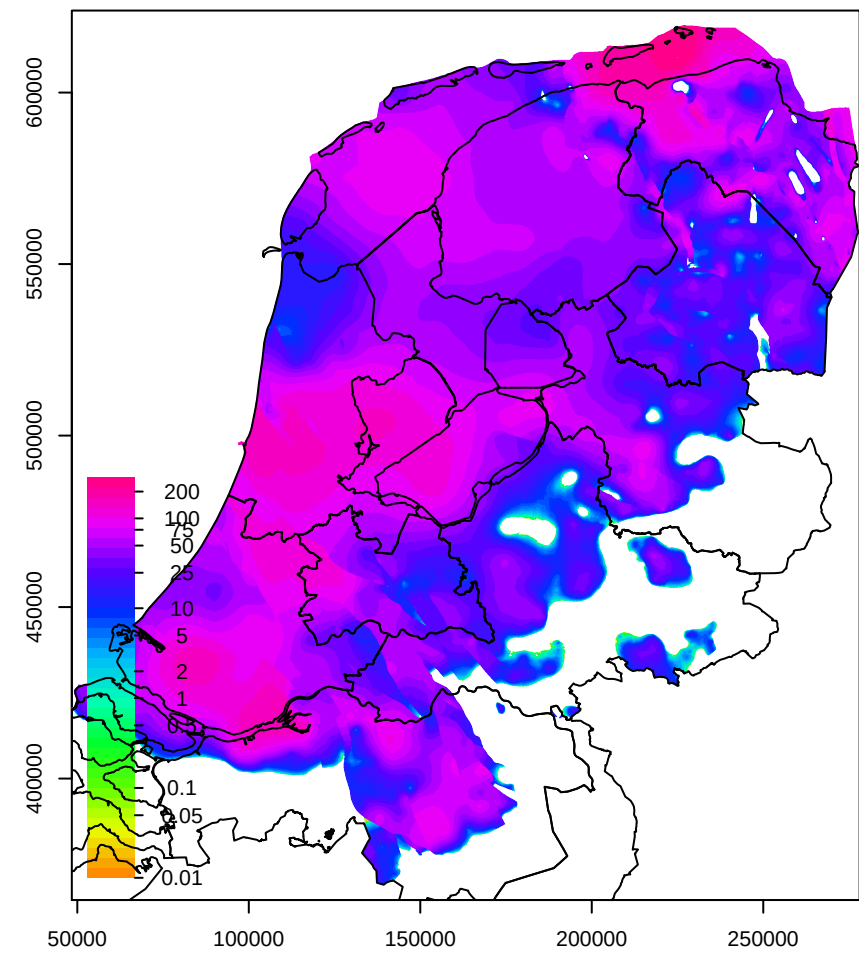
OOc std dikte (afgeleide parameter)



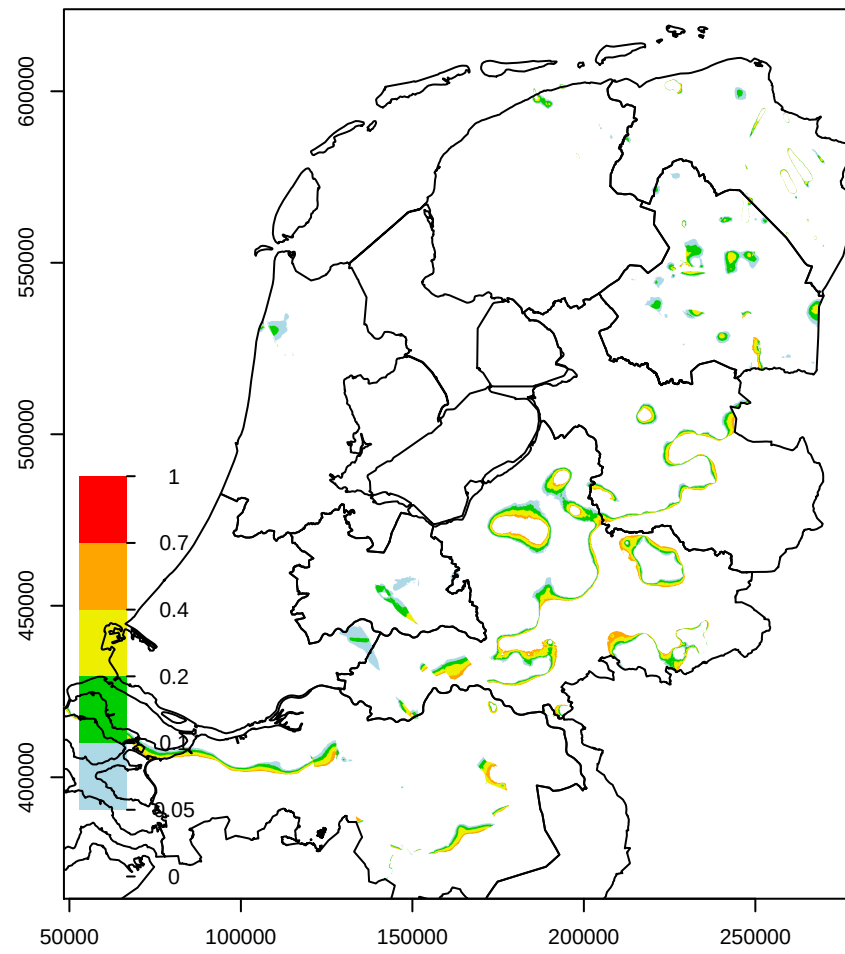
OOc std basis



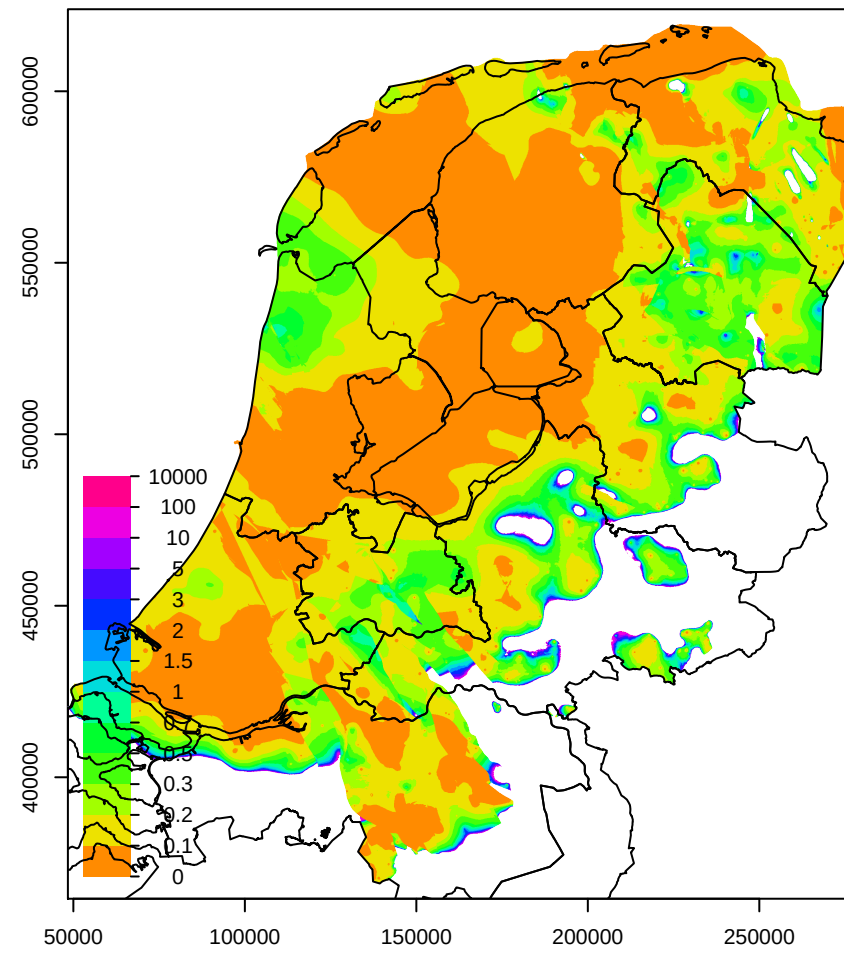
OOc dikte



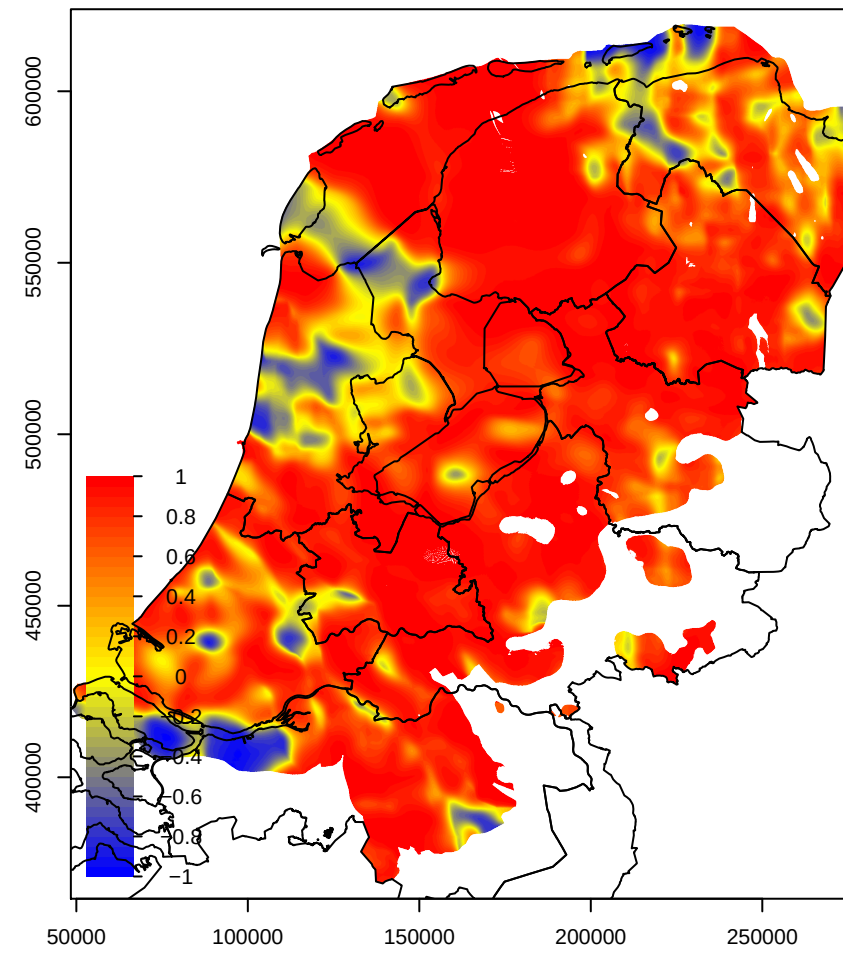
OOc kans op negatieve dikte



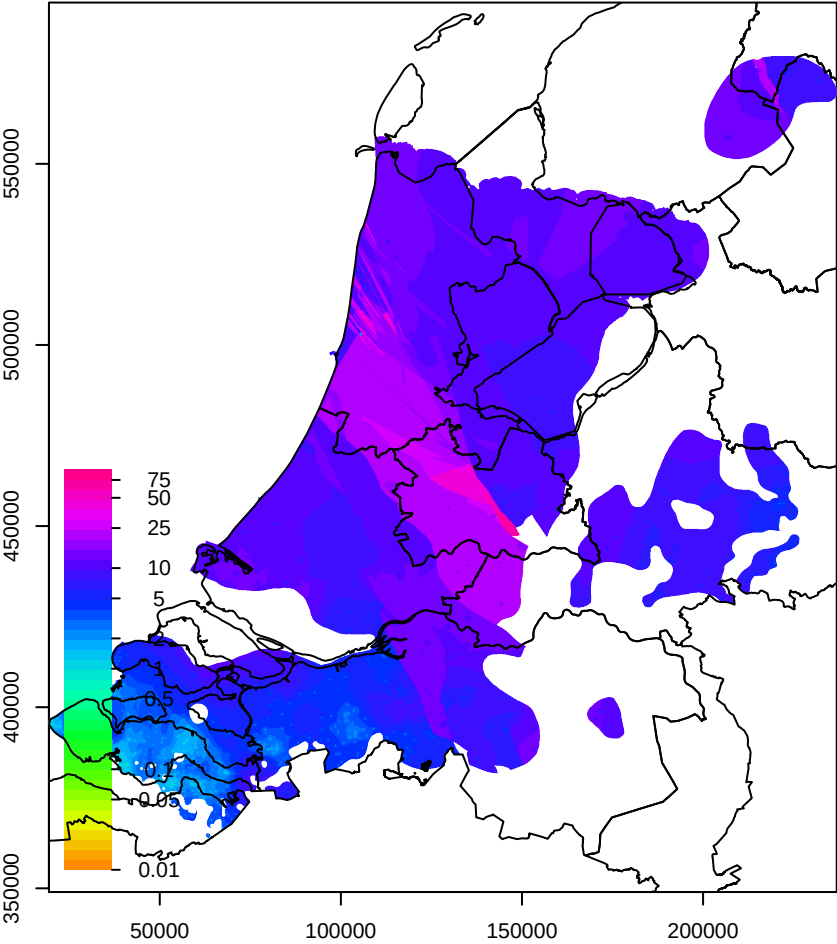
OOc CV dikte



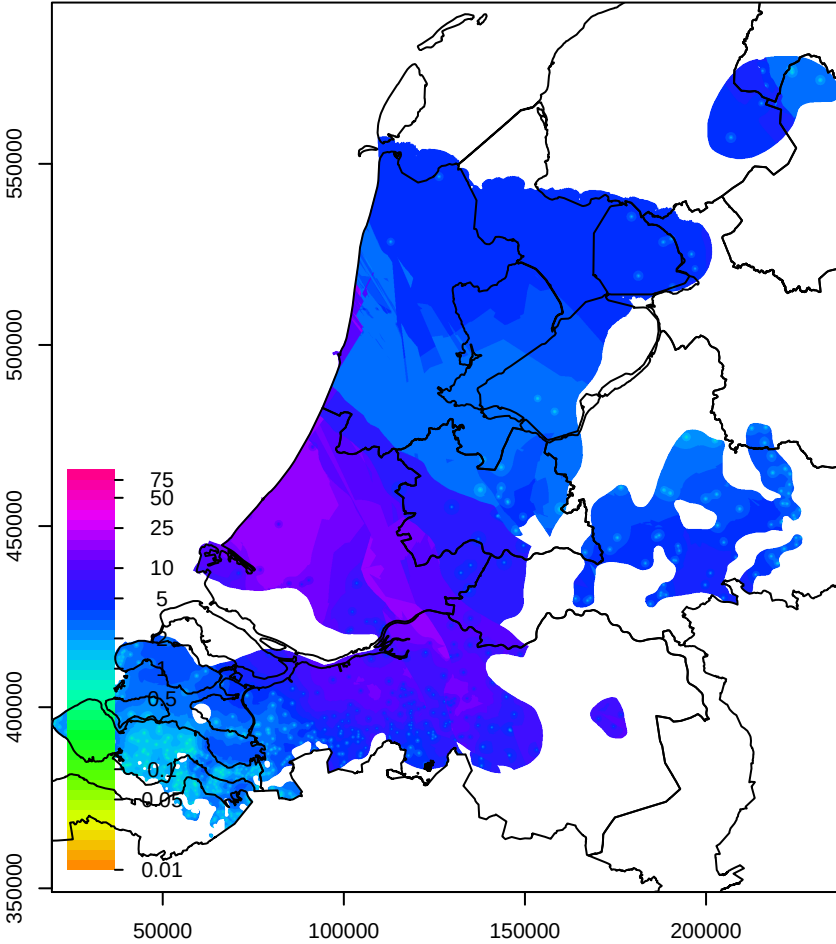
OOc correlatiecoefficient



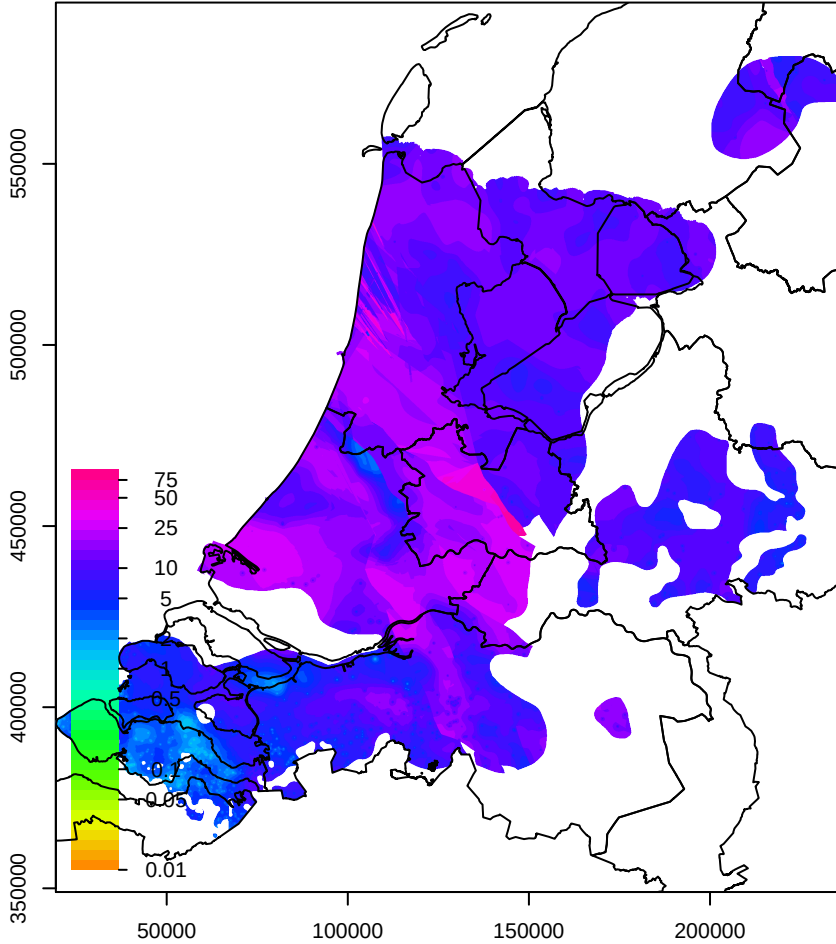
OOK1 std top



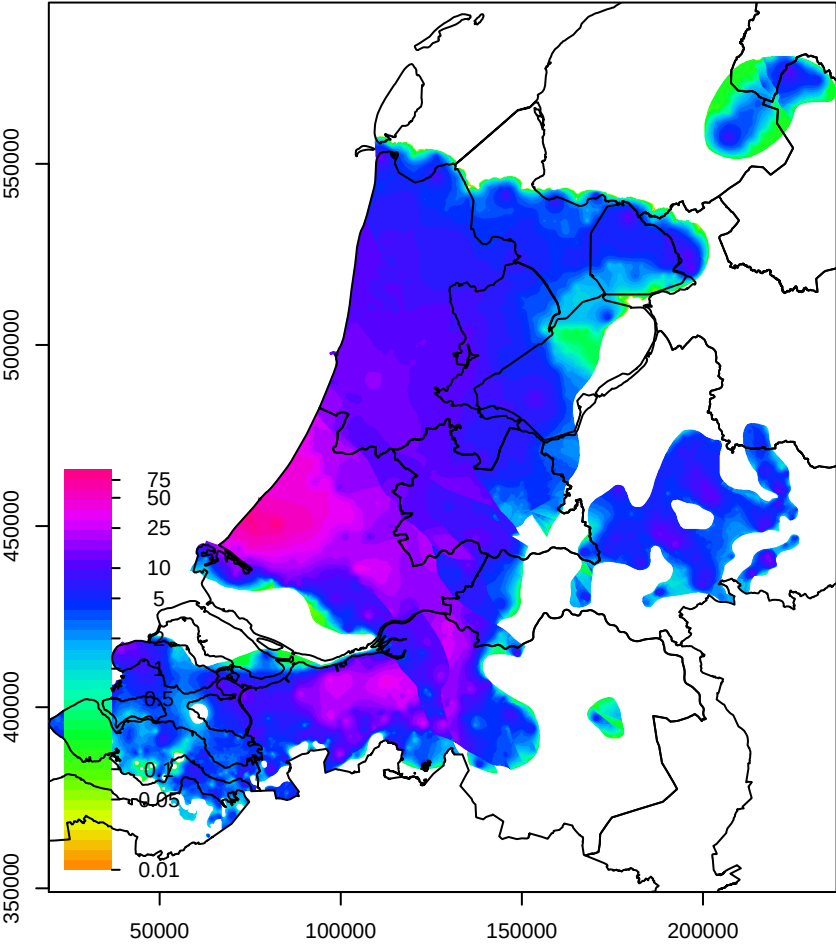
OOK1 std dikte



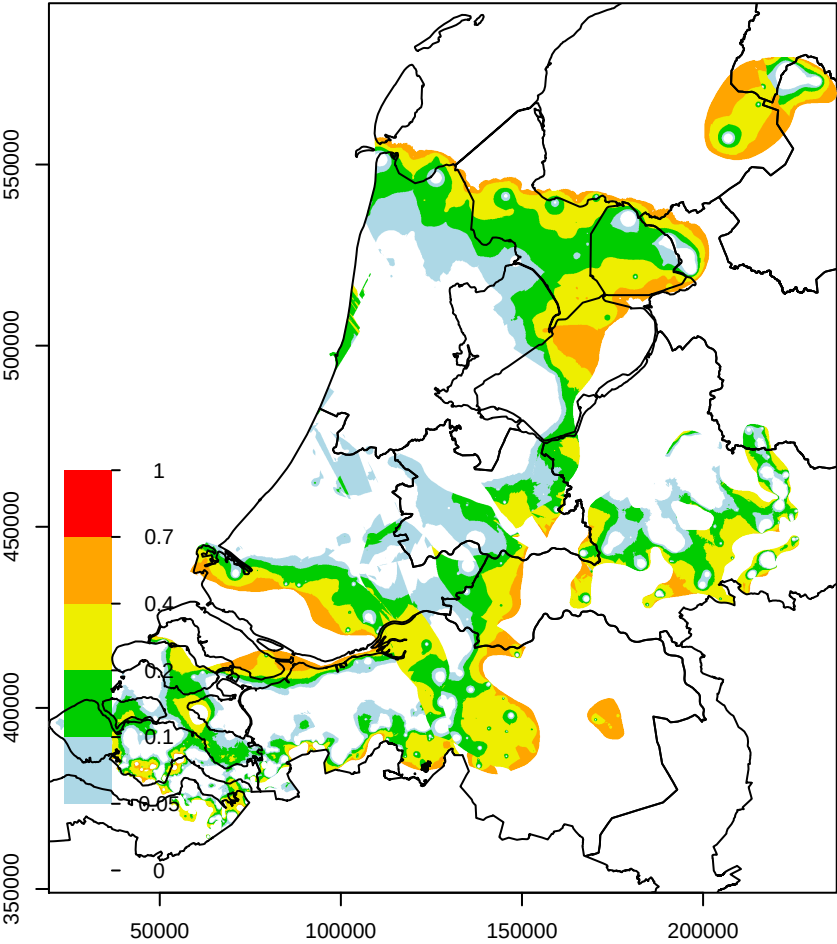
OOK1 std basis (afgeleide parameter)



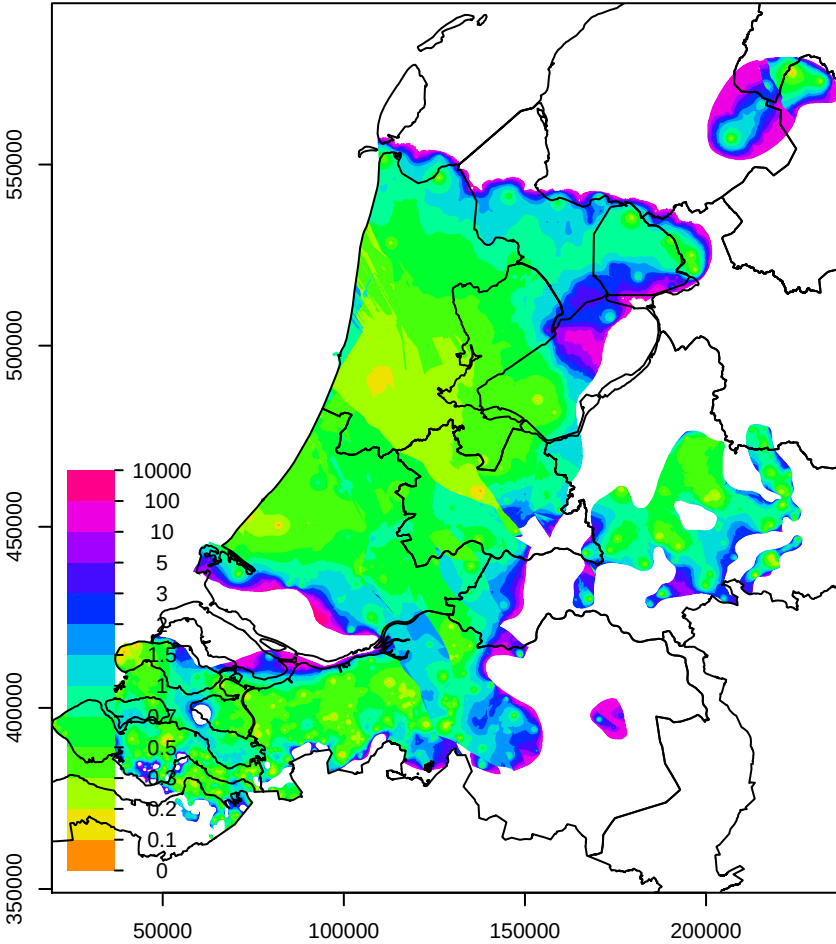
OOK1 dikte



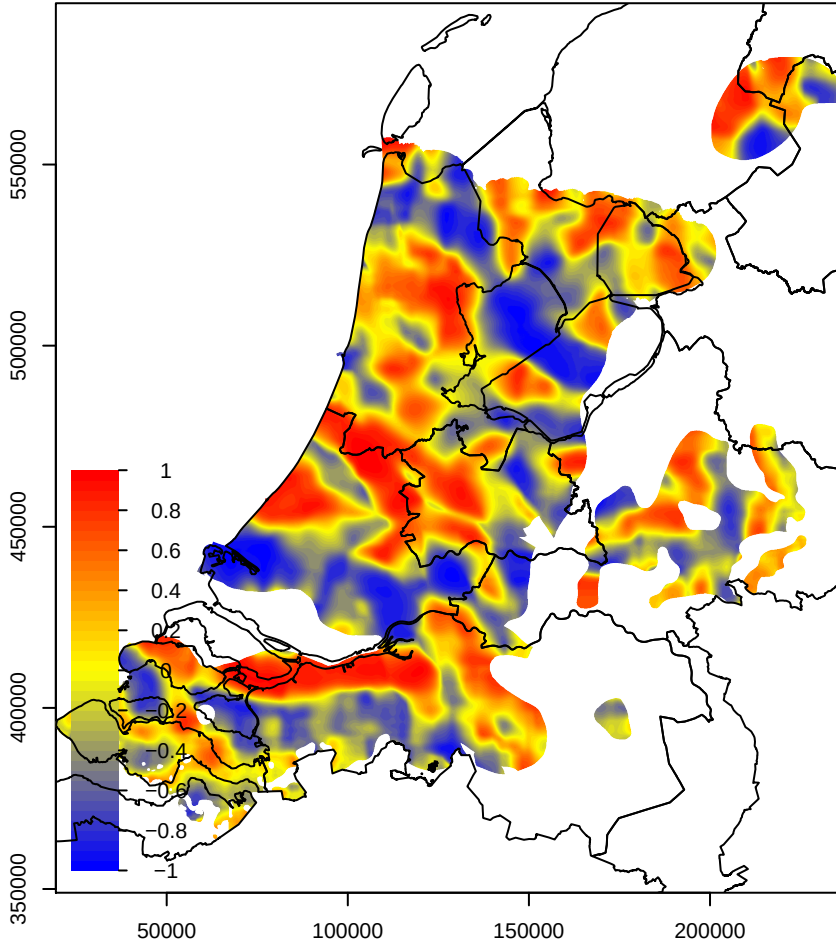
OOK1 kans op negatieve dikte



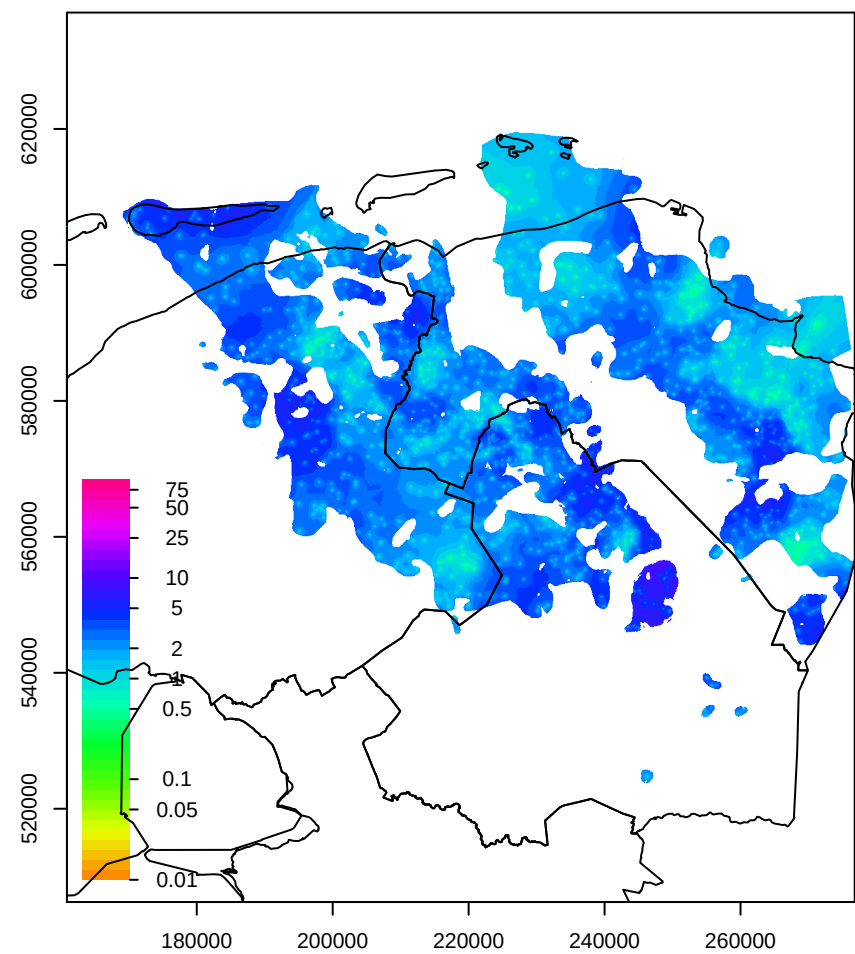
OOK1 CV dikte



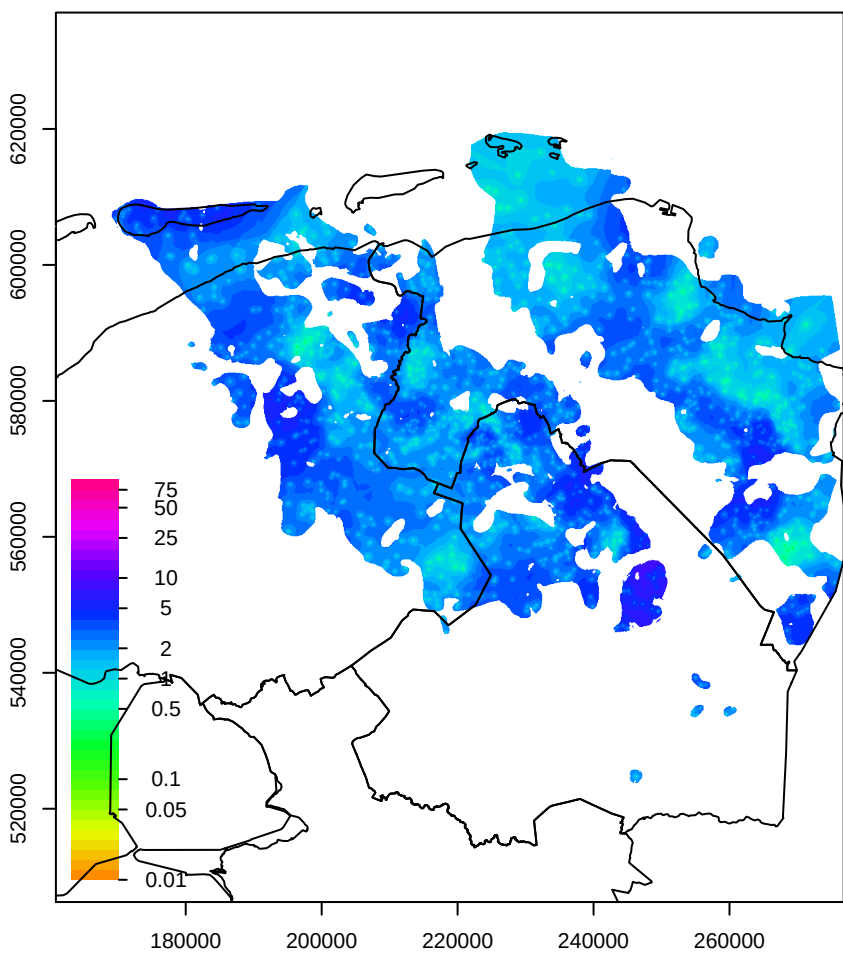
OOK1 correlatiecoefficient



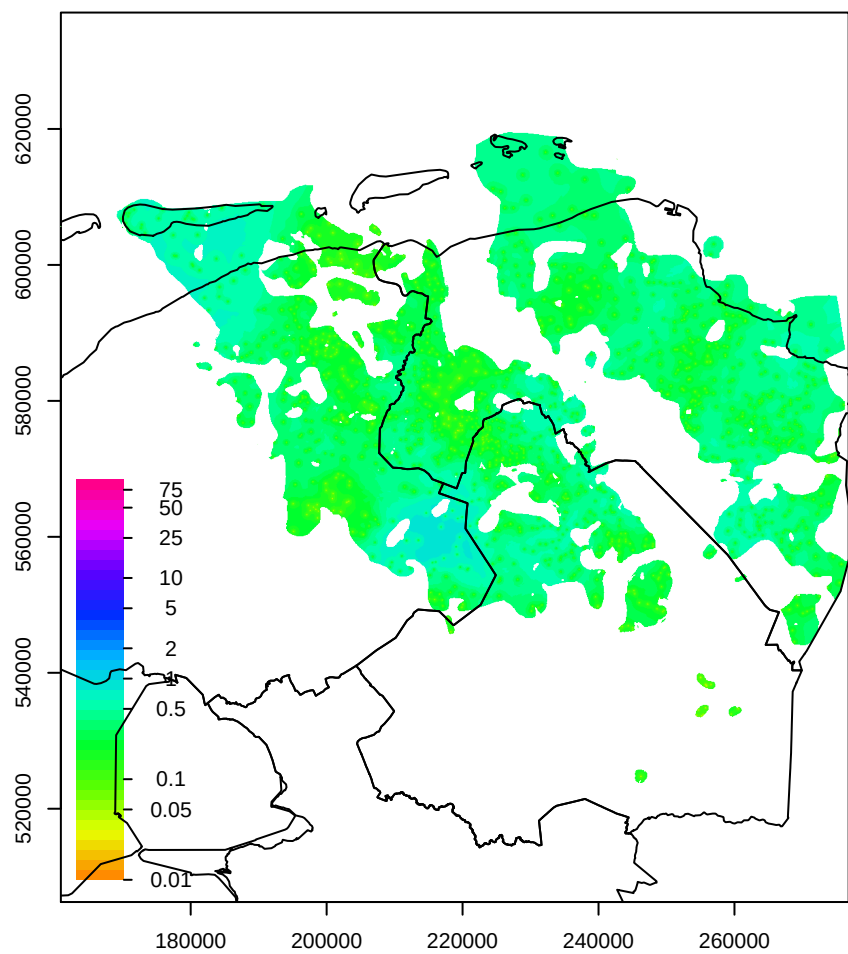
PEk1 std top



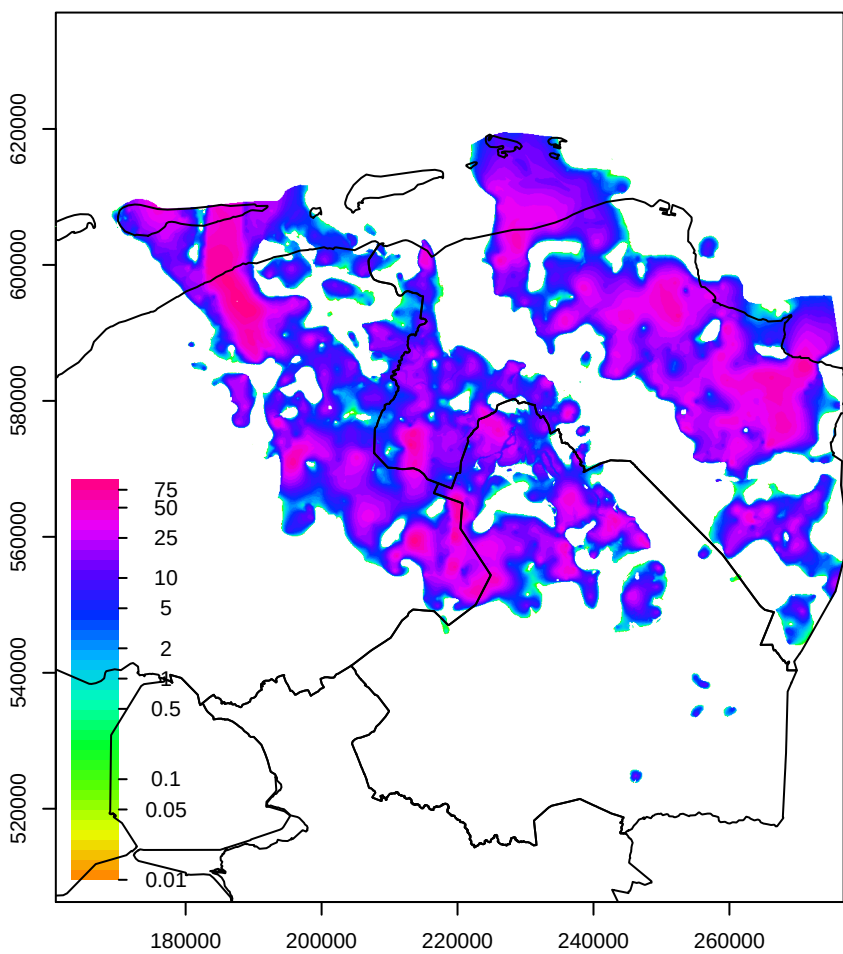
PEk1 std dikte (afgeleide parameter)



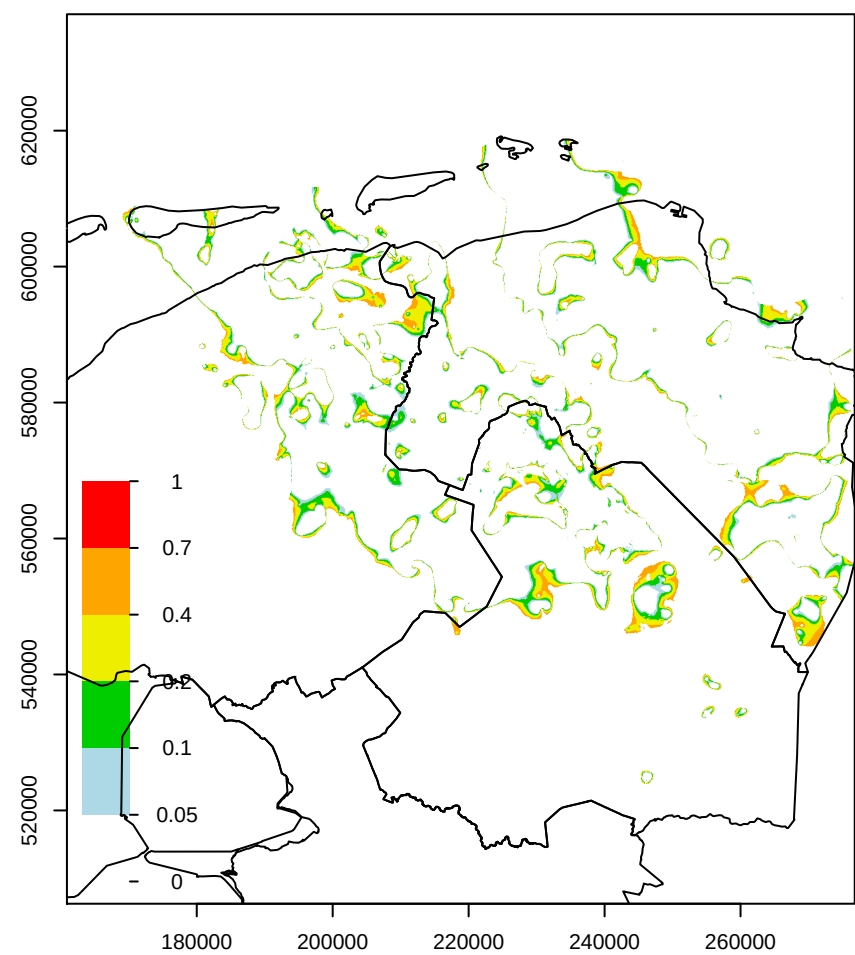
PEk1 std basis



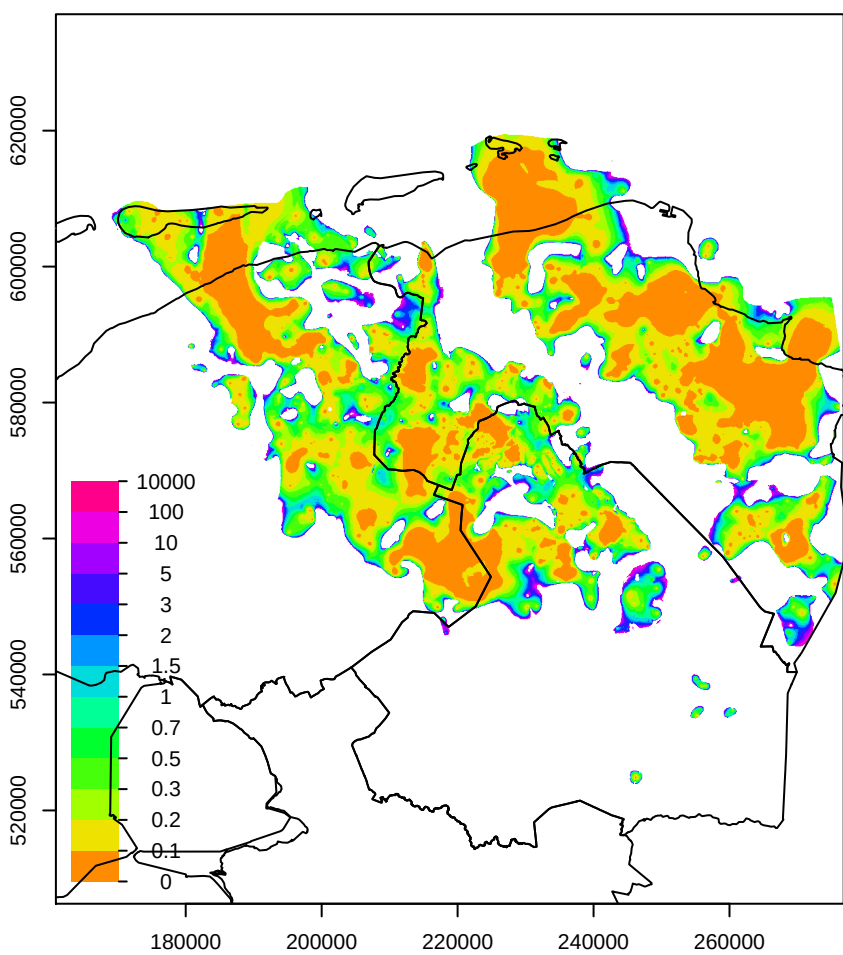
PEk1 dikte



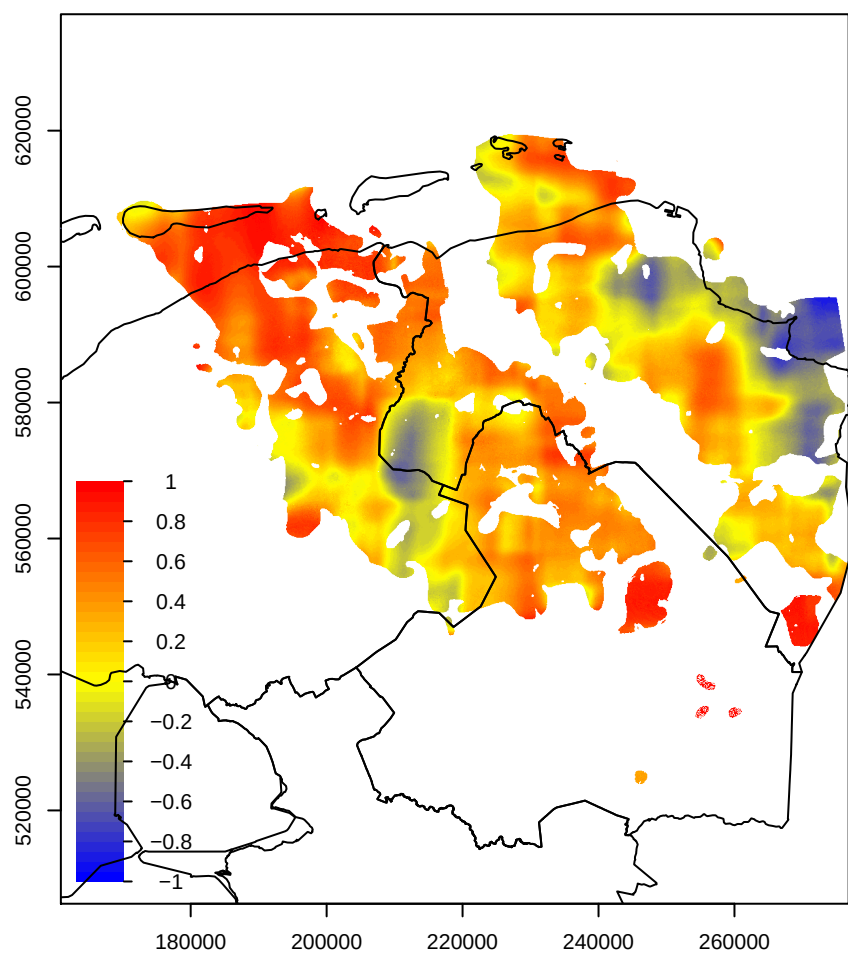
PEk1 kans op negatieve dikte



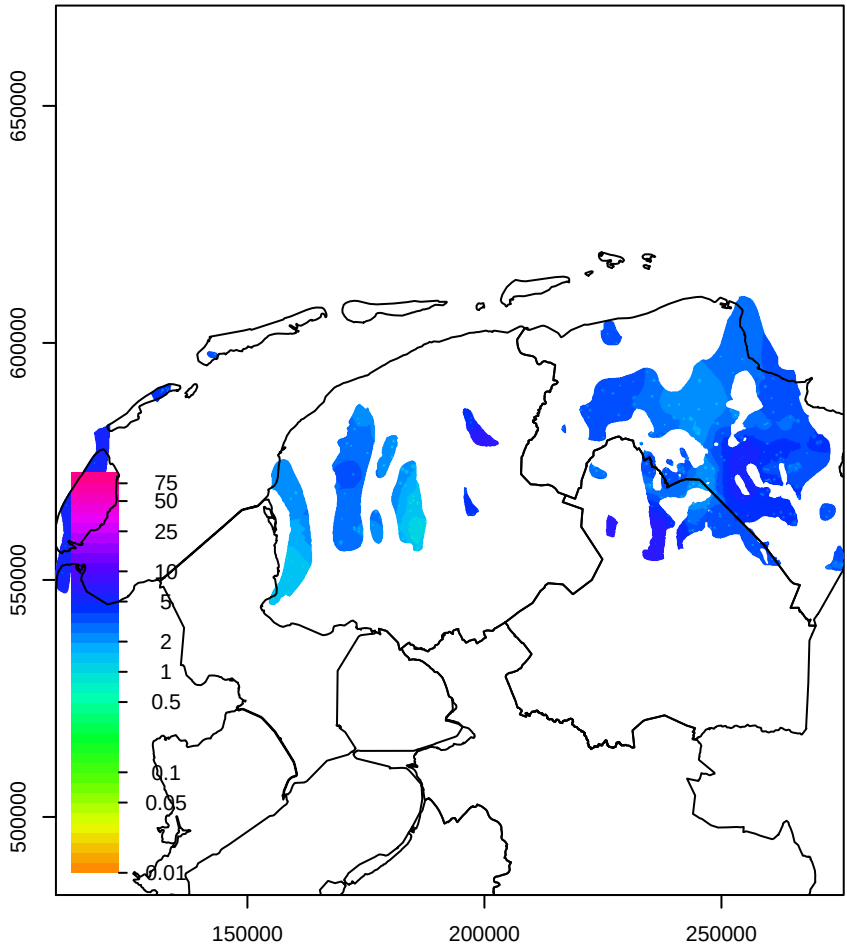
PEk1 CV dikte



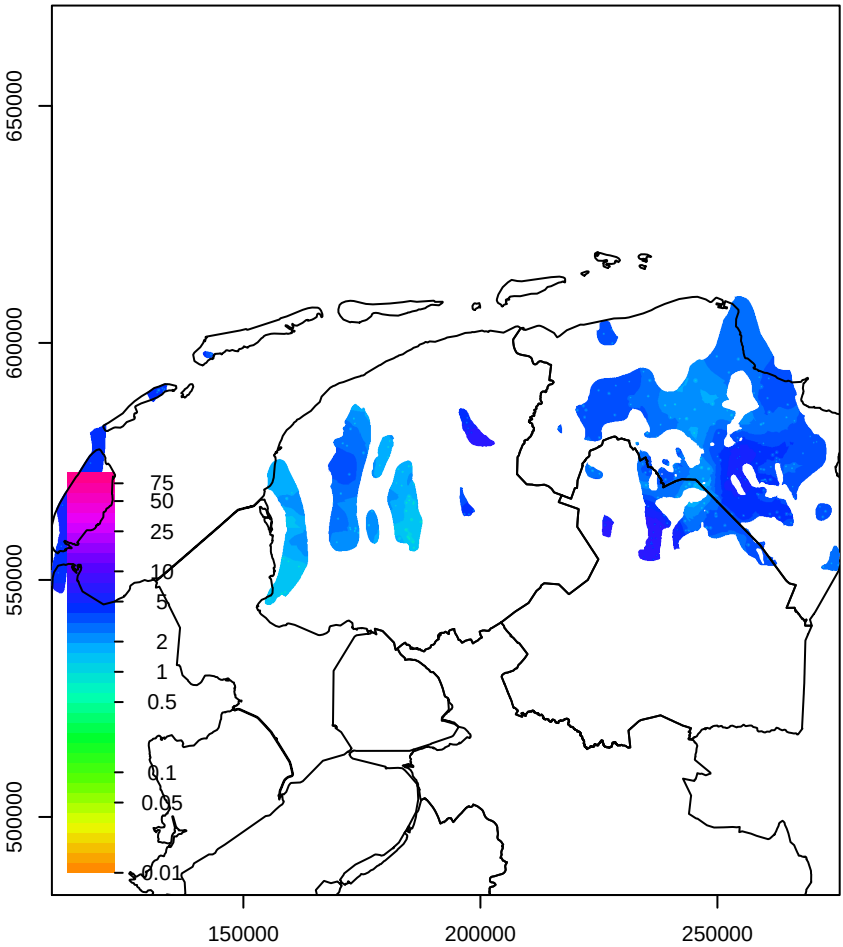
PEk1 correlatiecoefficient



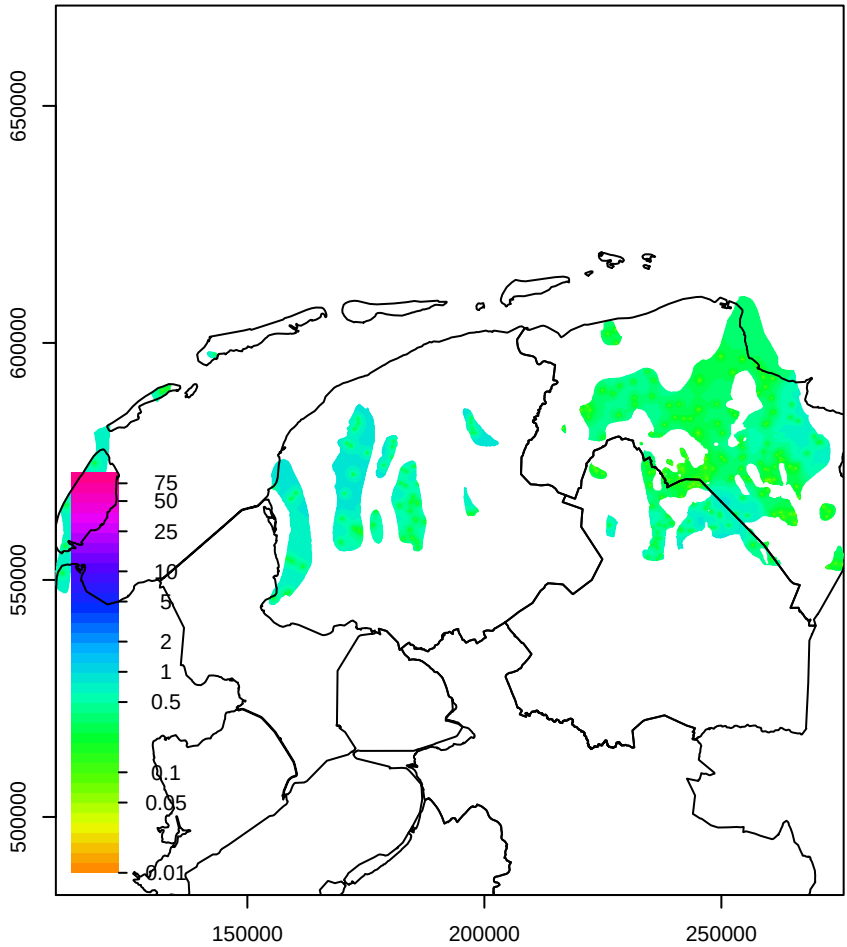
PEk2 std top



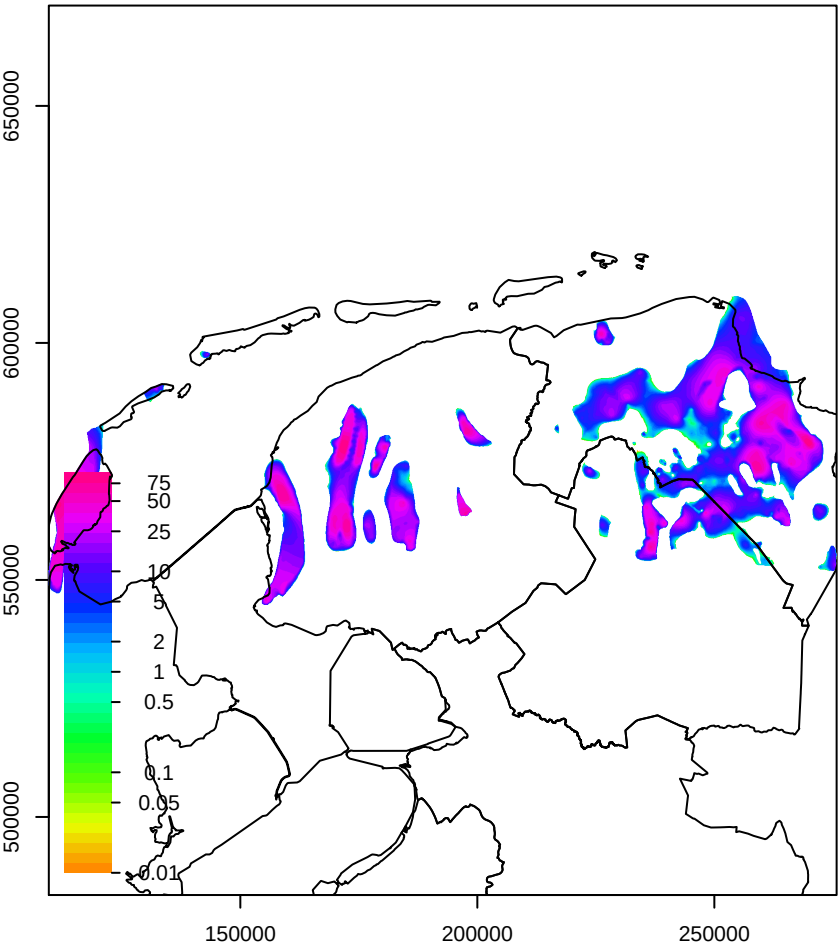
PEk2 std dikte (afgeleide parameter)



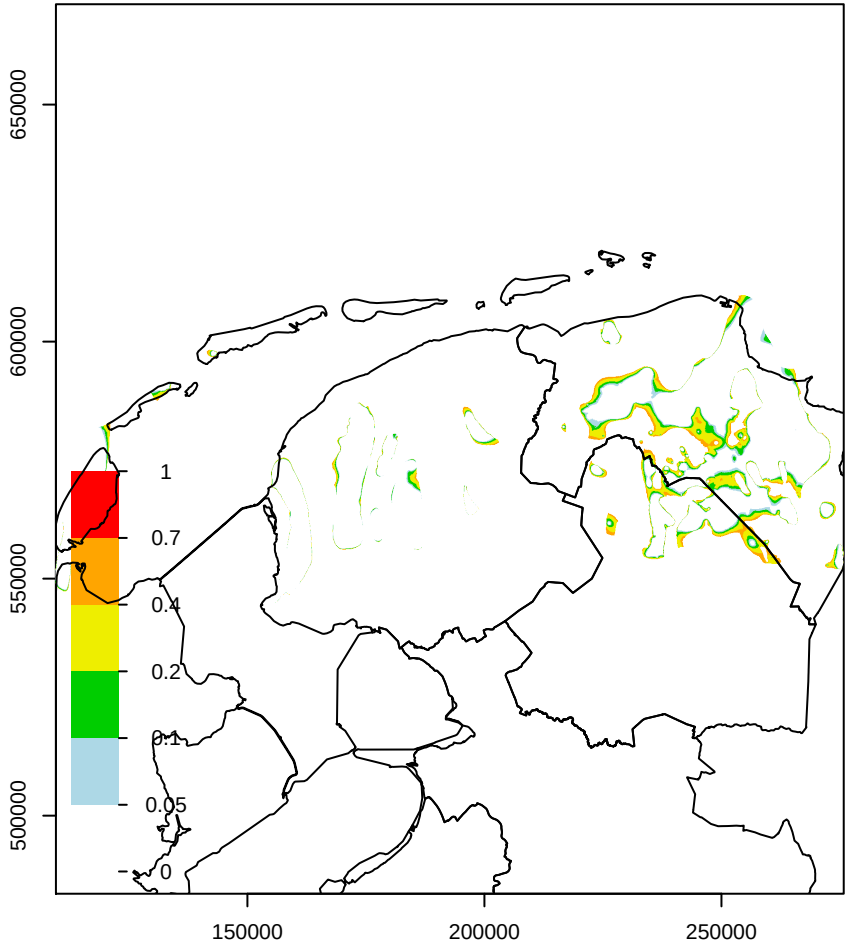
PEk2 std basis



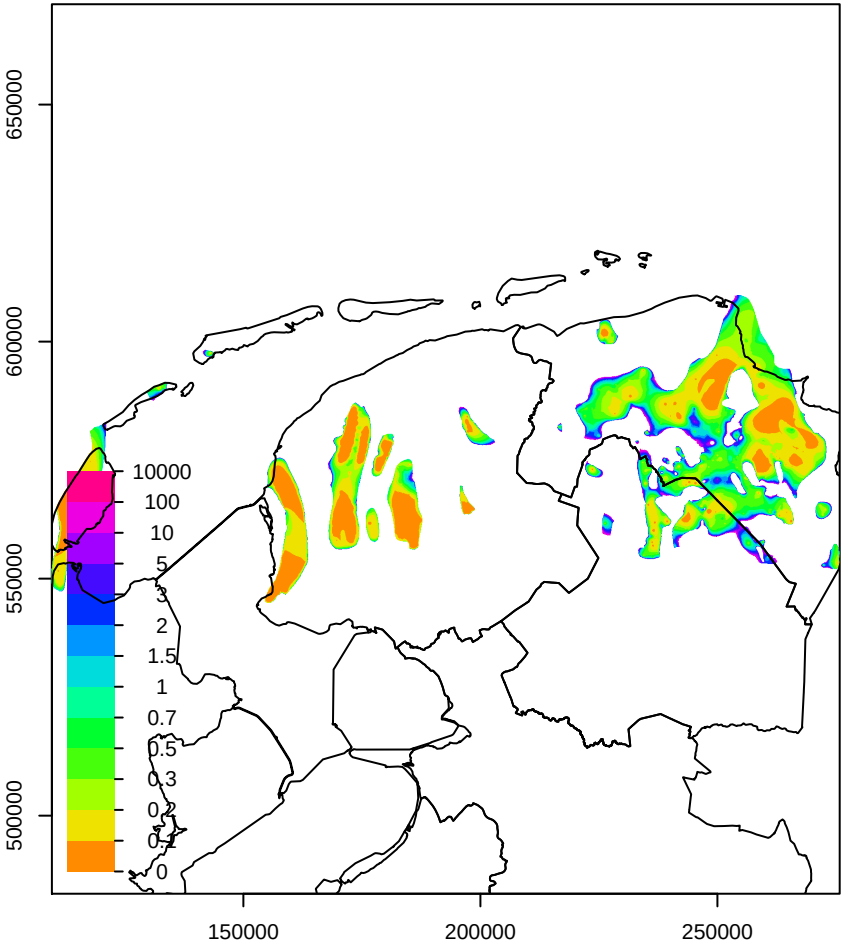
PEk2 dikte



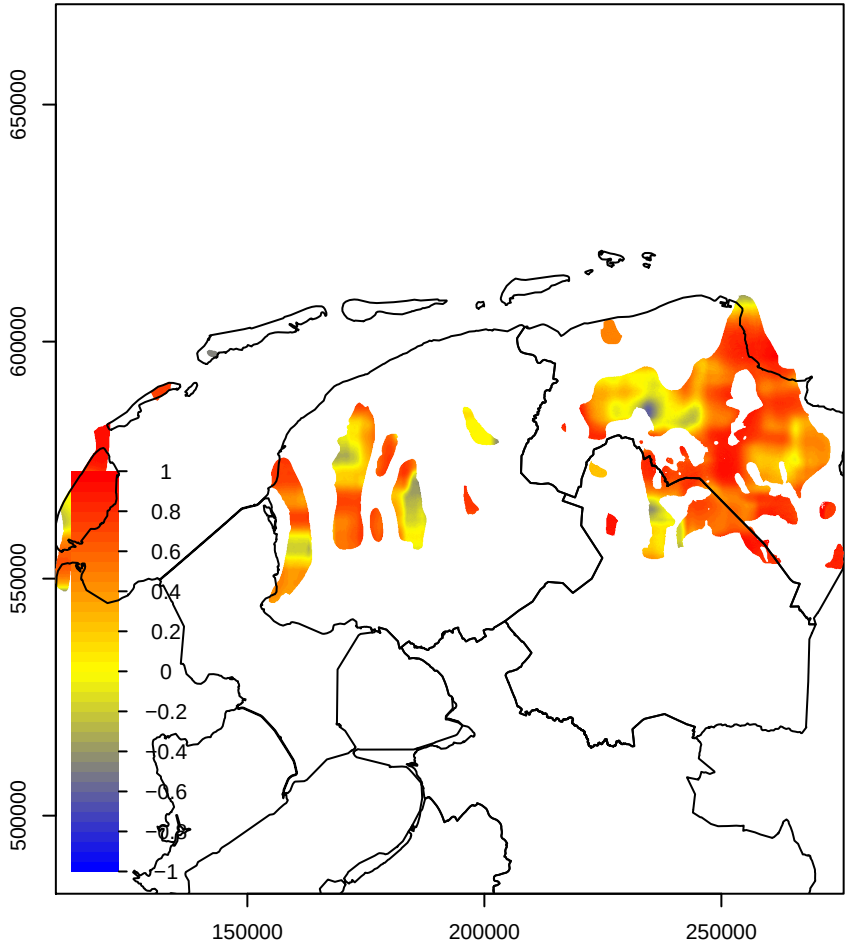
PEk2 kans op negatieve dikte



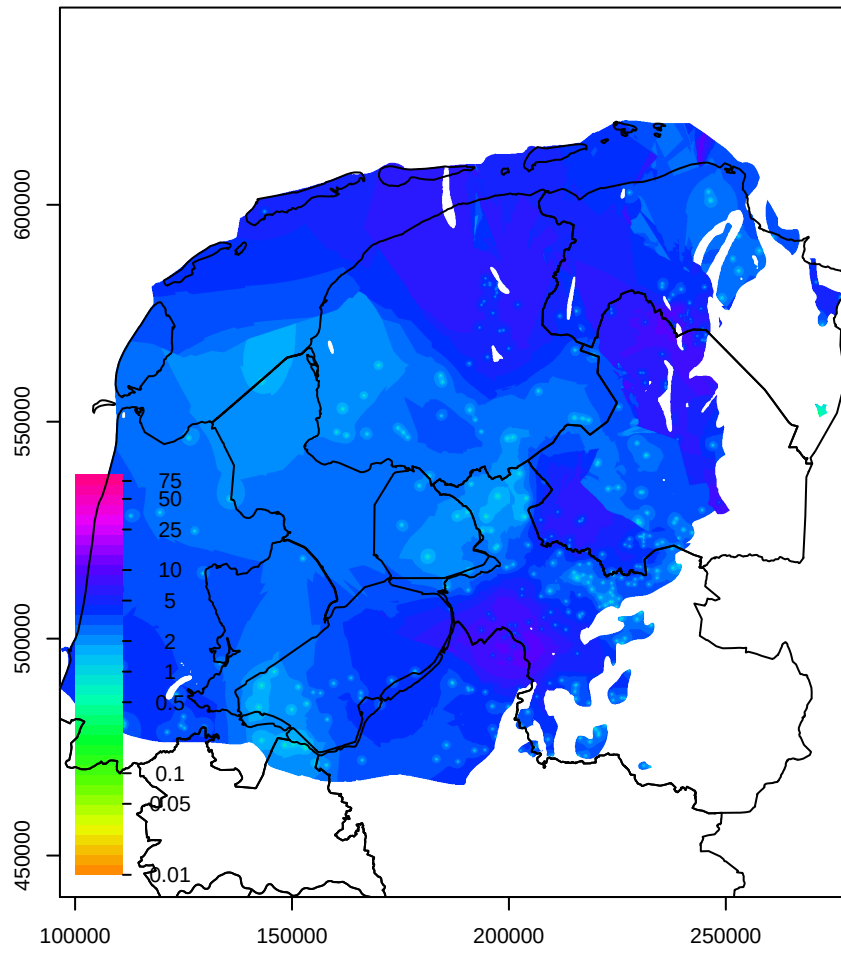
PEk2 CV dikte



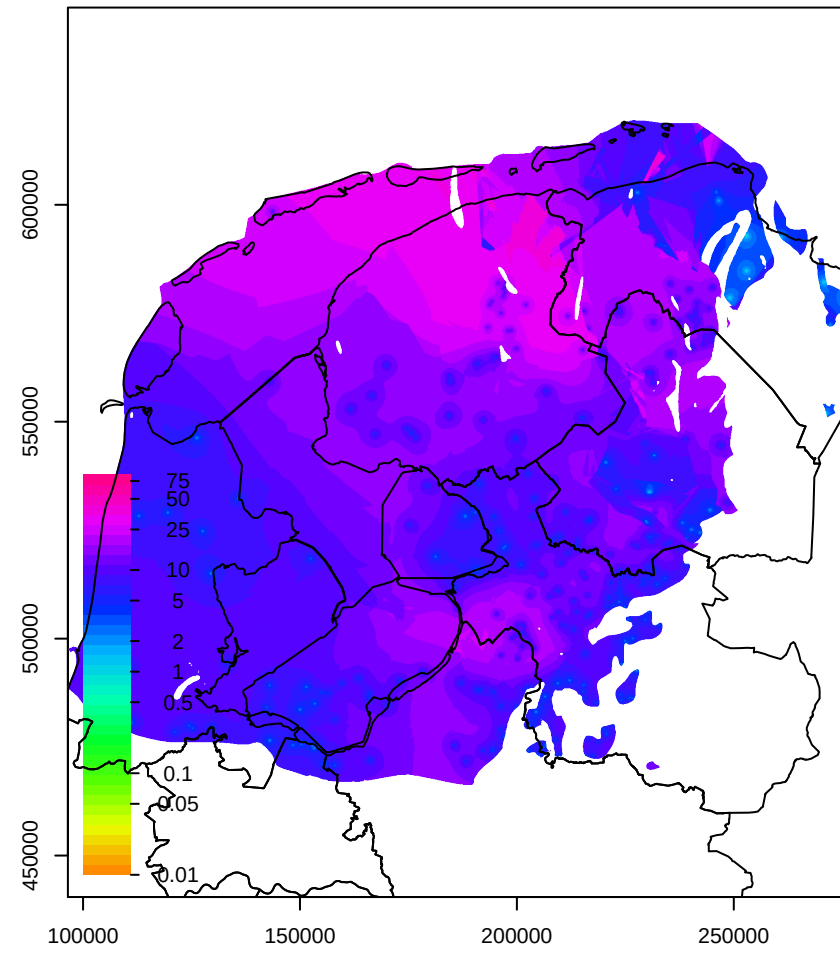
PEk2 correlatiecoefficient



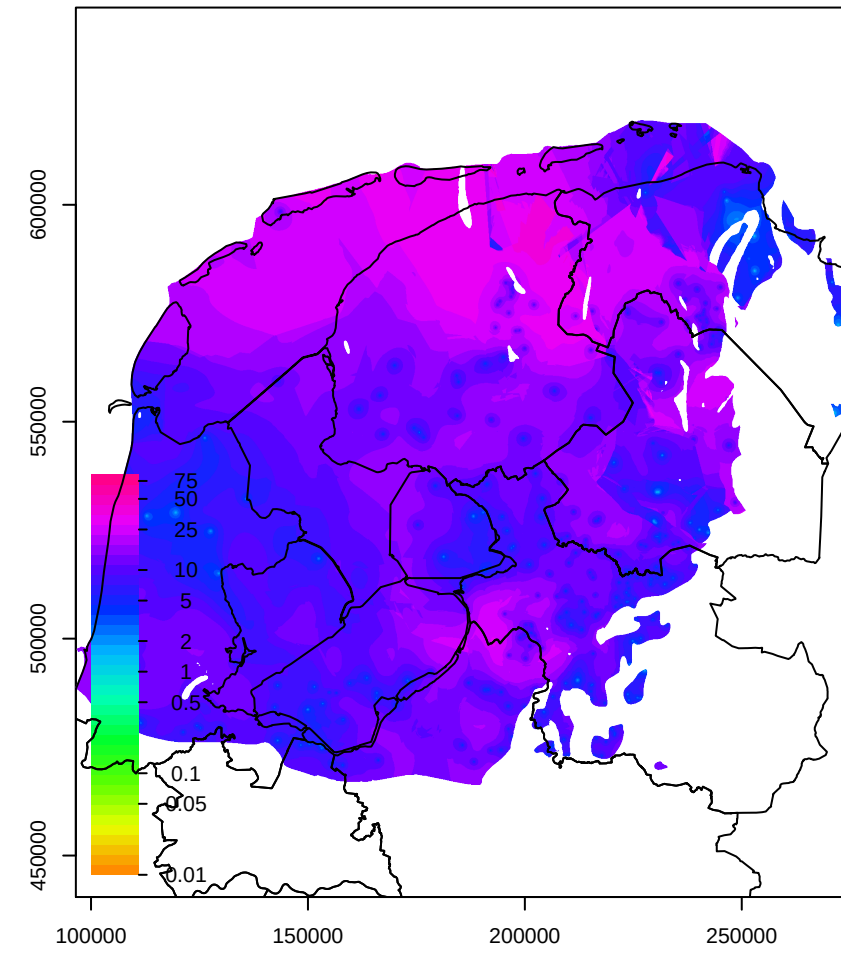
PZc std top



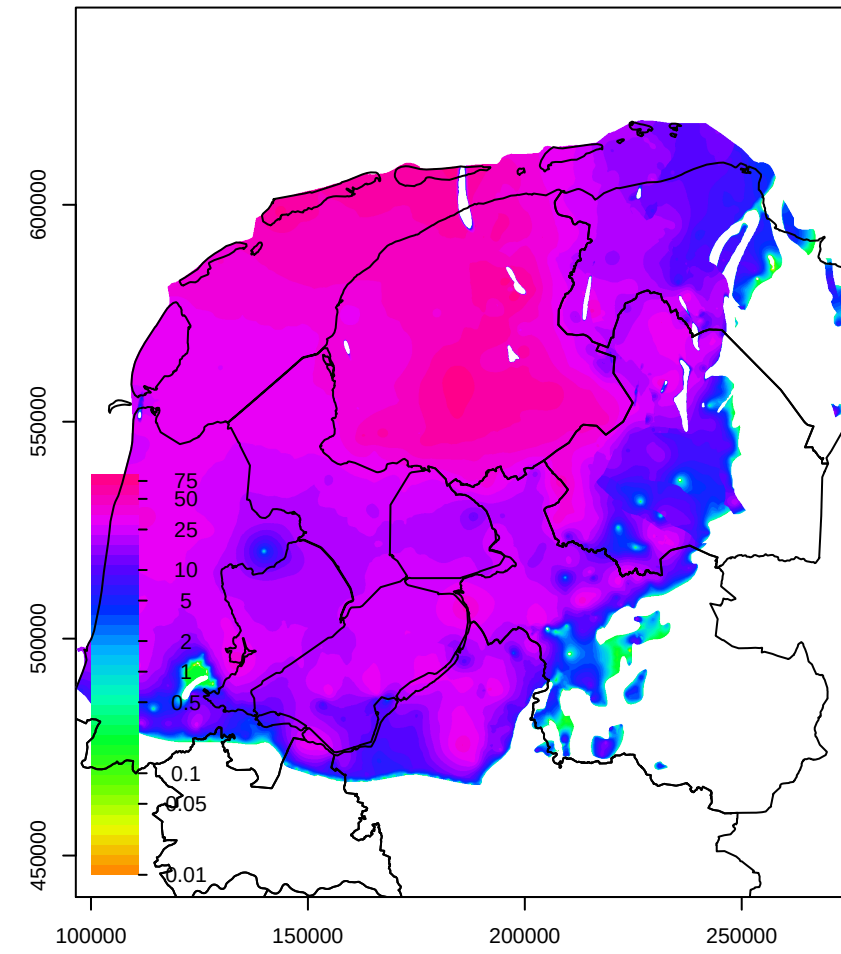
PZc std dikte



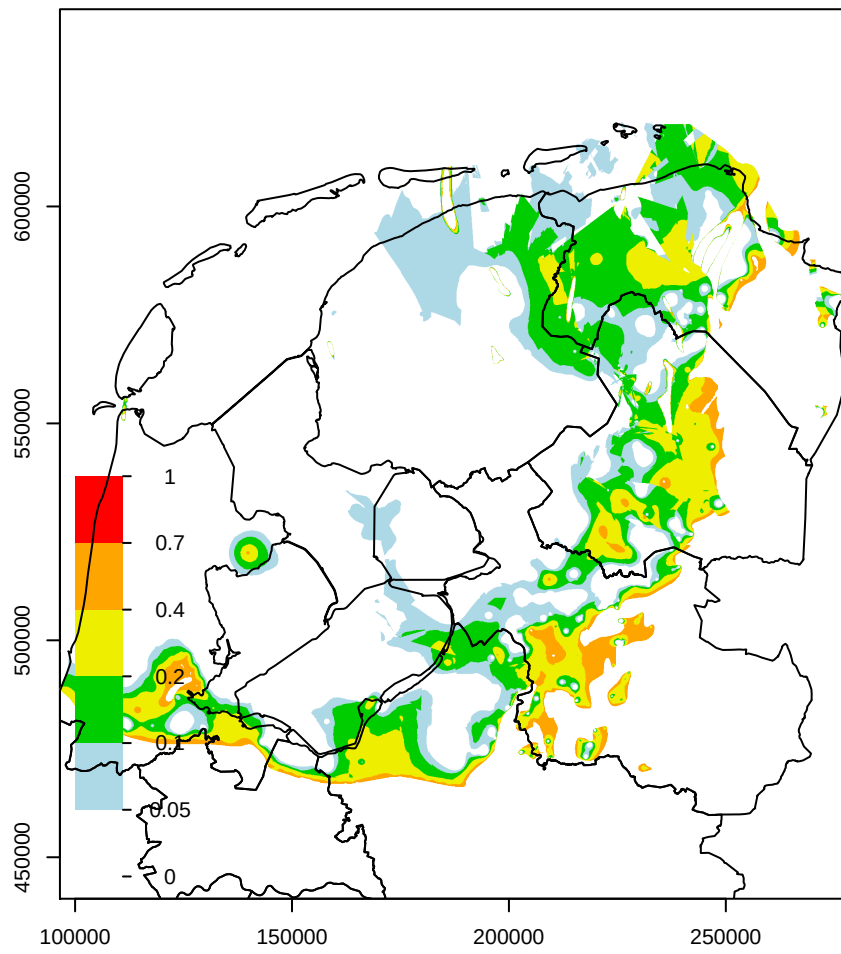
PZc std basis (afgeleide parameter)



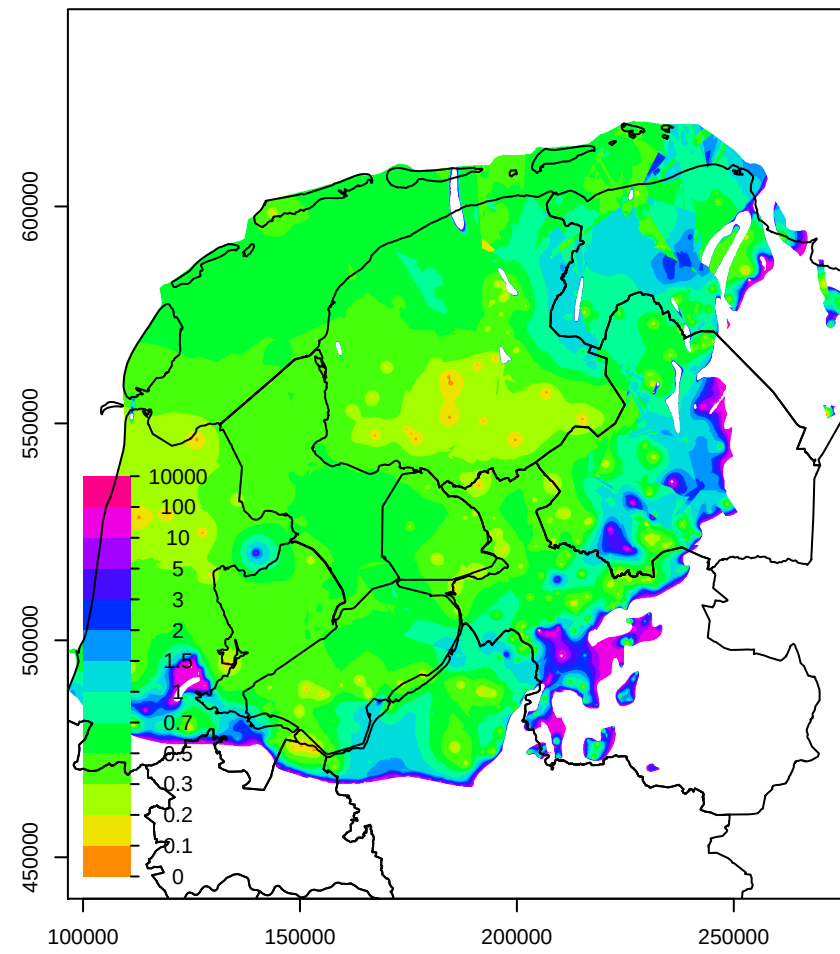
PZc dikte



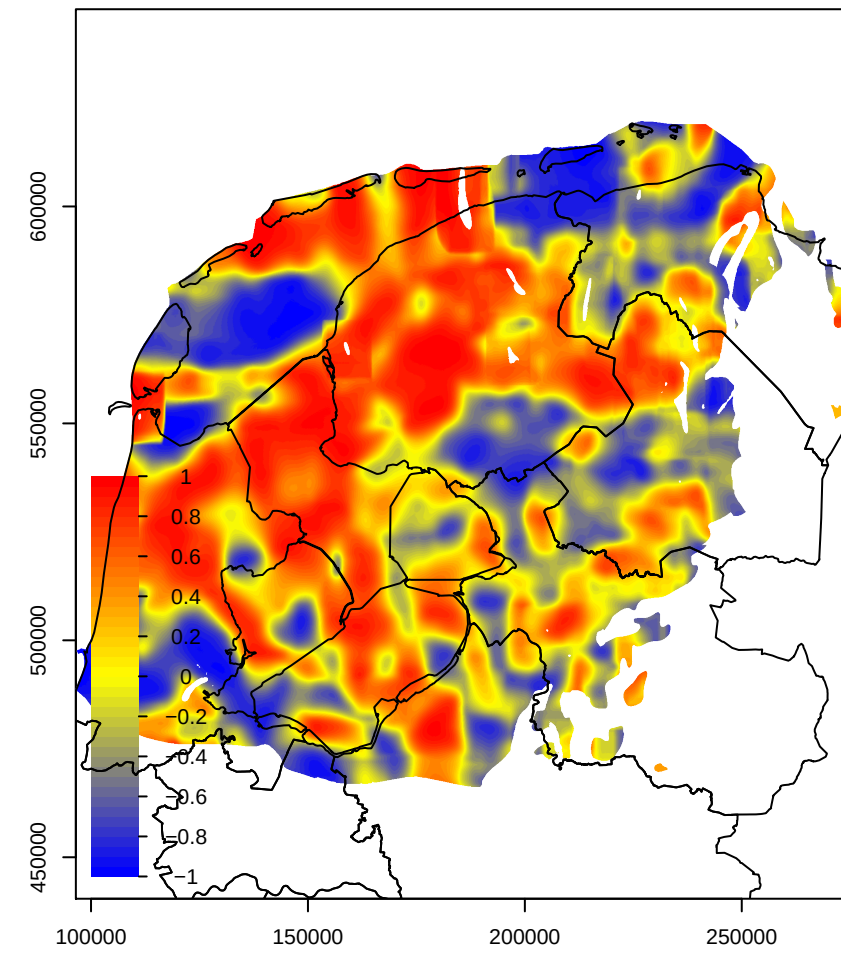
PZc kans op negatieve dikte



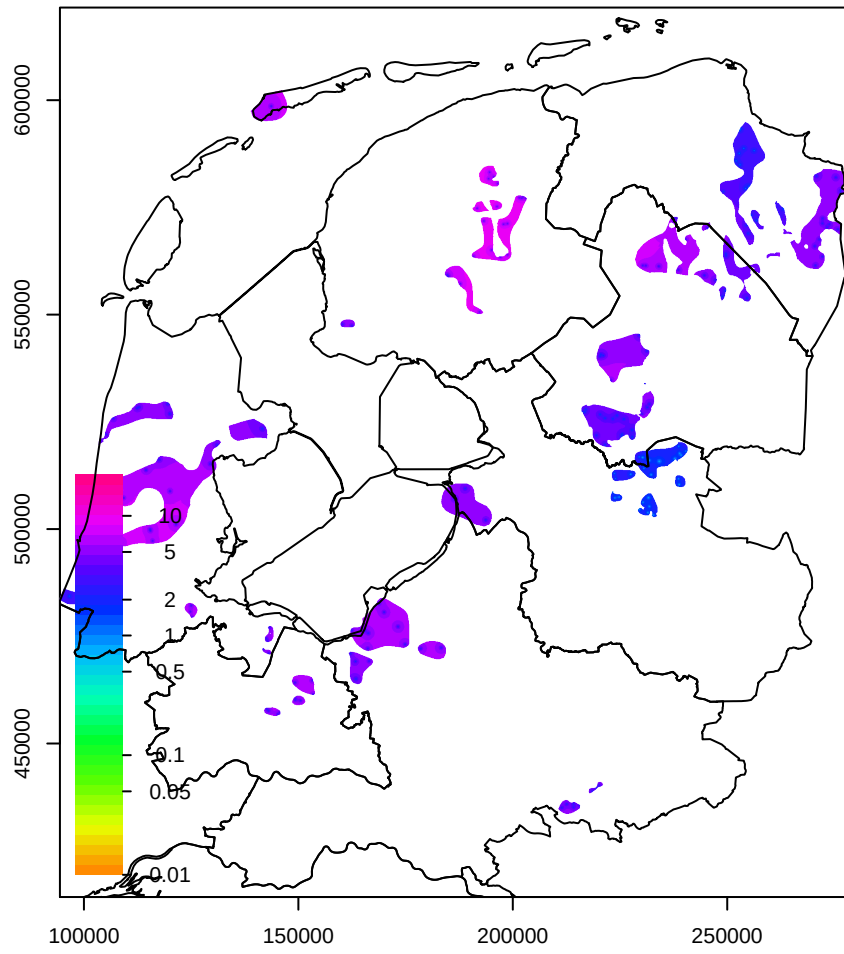
PZc CV dikte



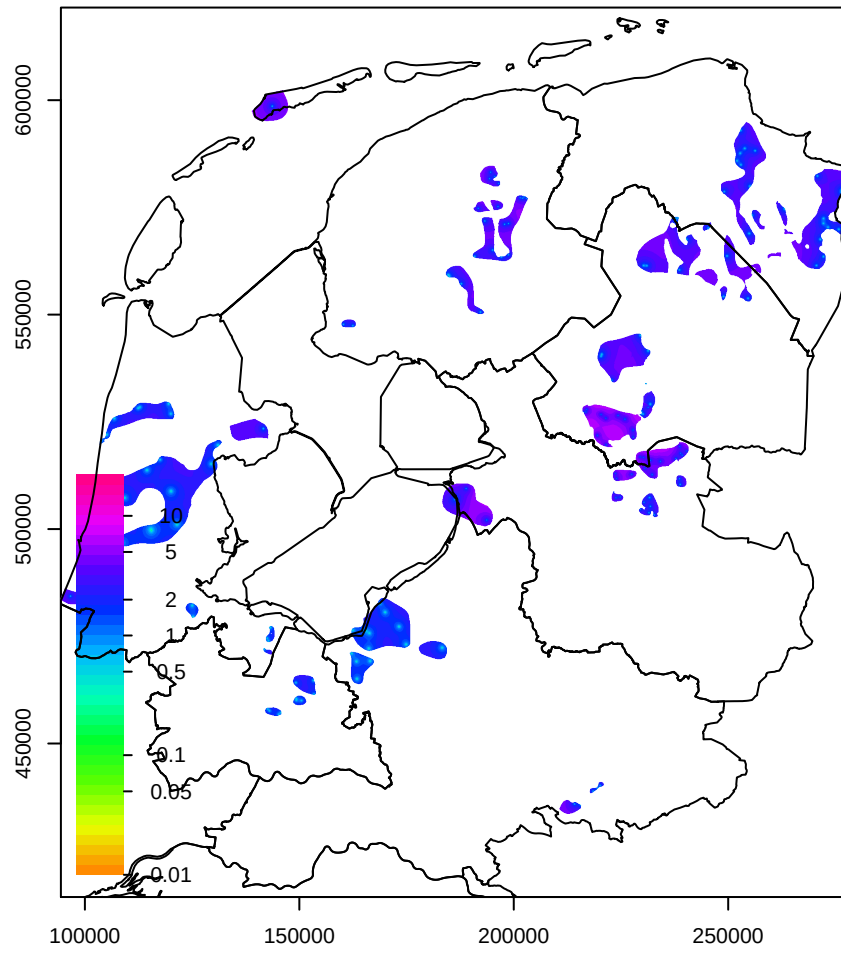
PZc correlatiecoefficient



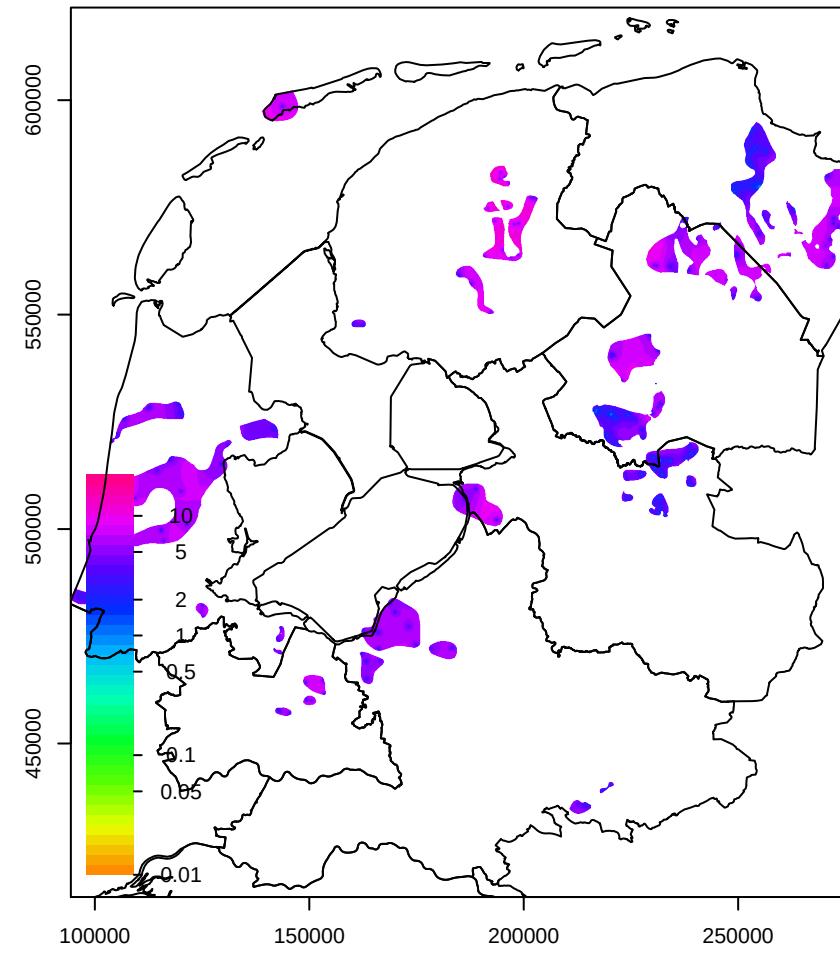
PZk1 std top



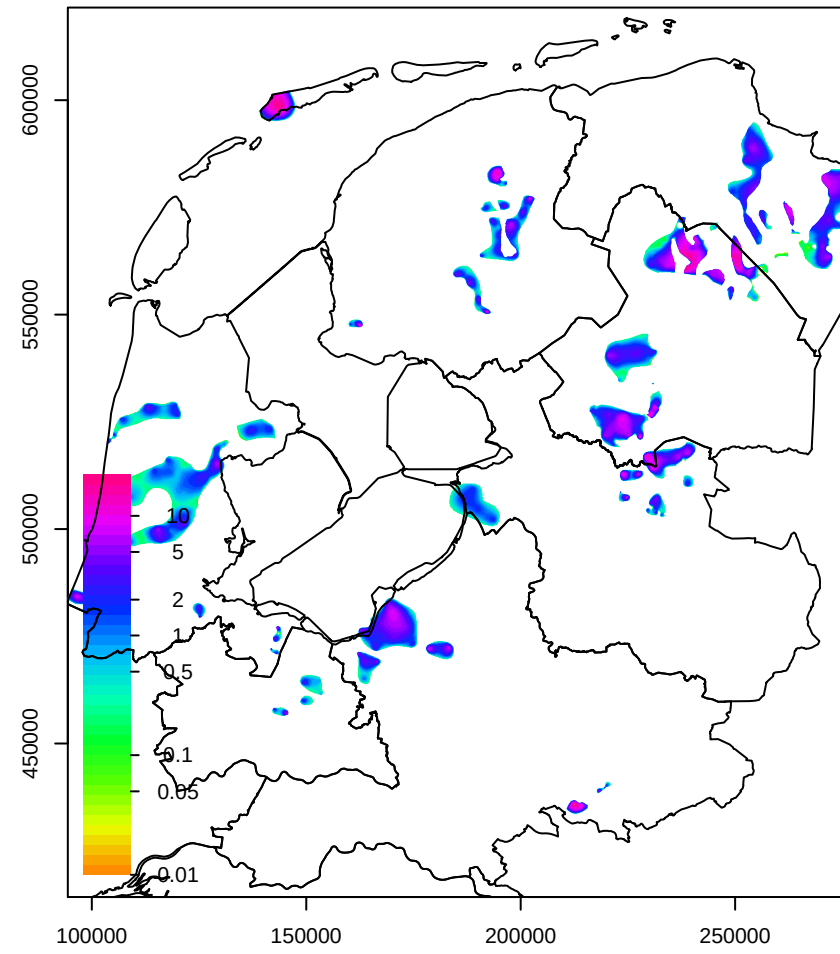
PZk1 std dikte



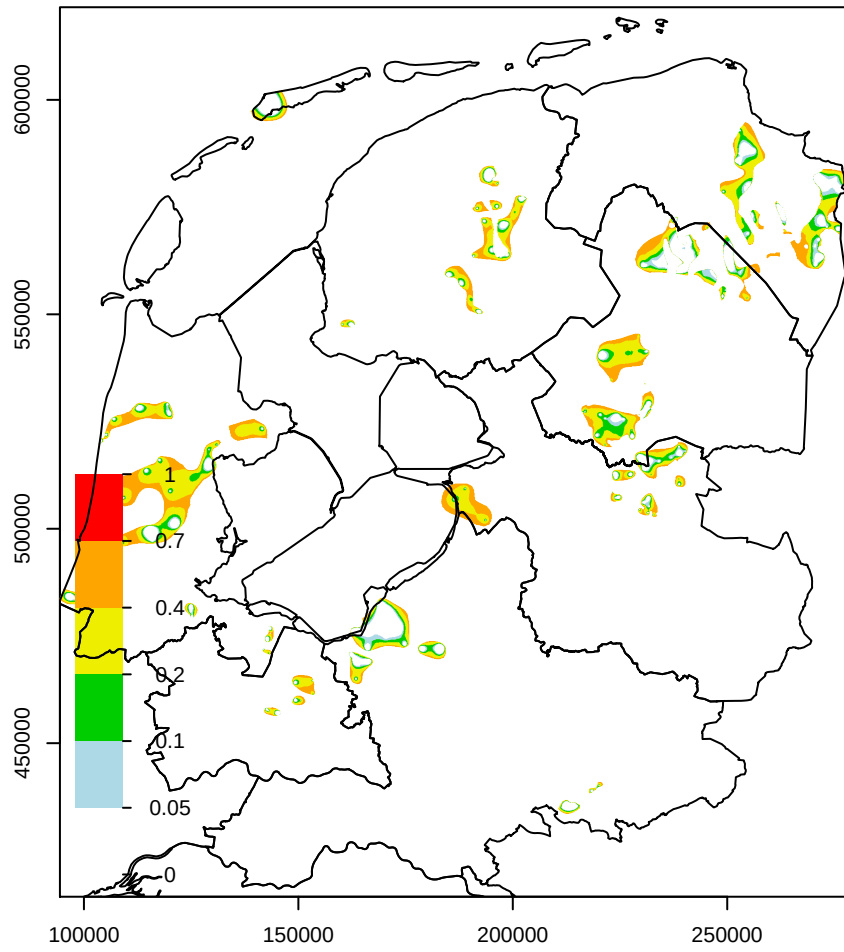
PZk1 std basis (afgeleide parameter)



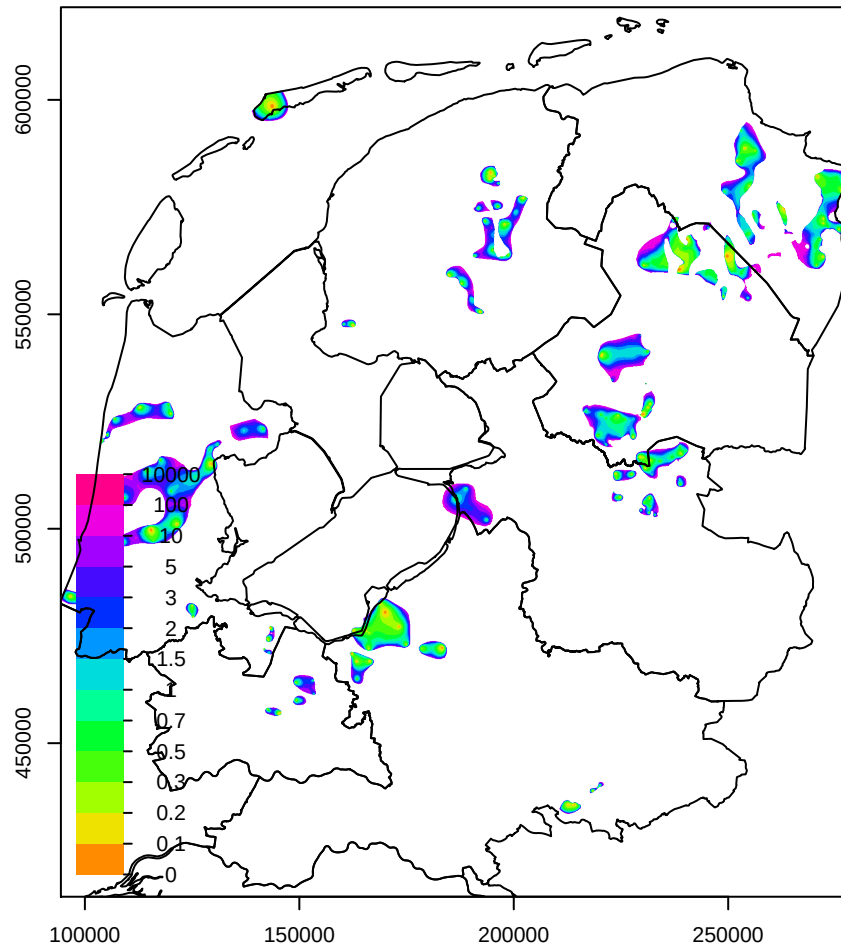
PZk1 dikte



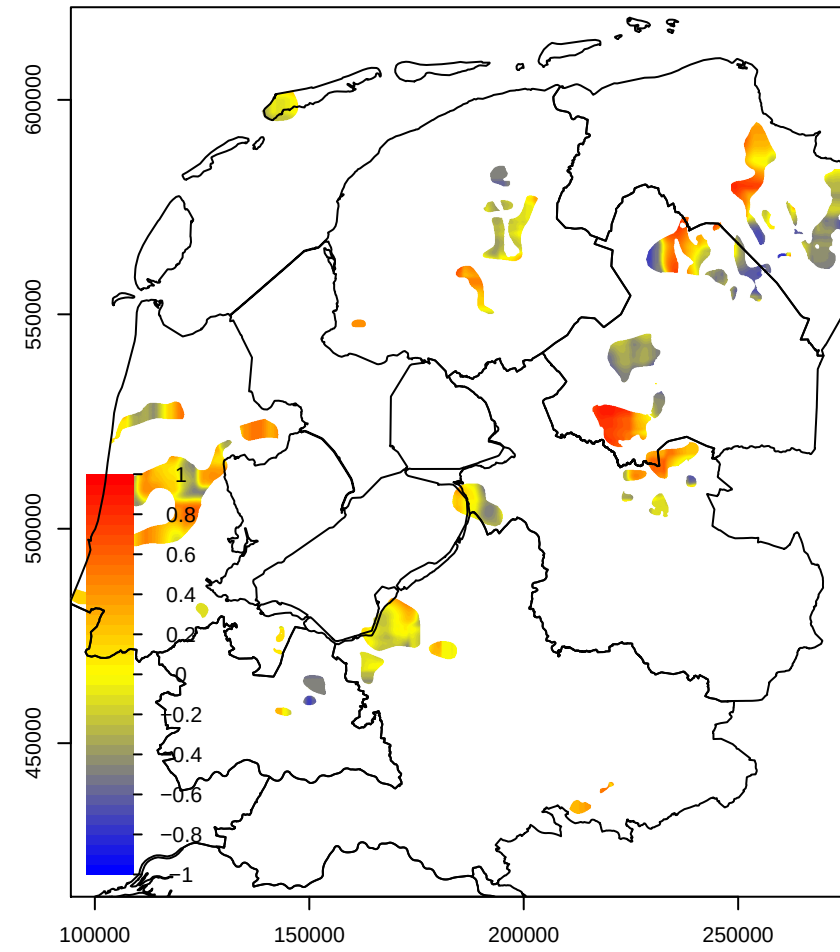
PZk1 kans op negatieve dikte



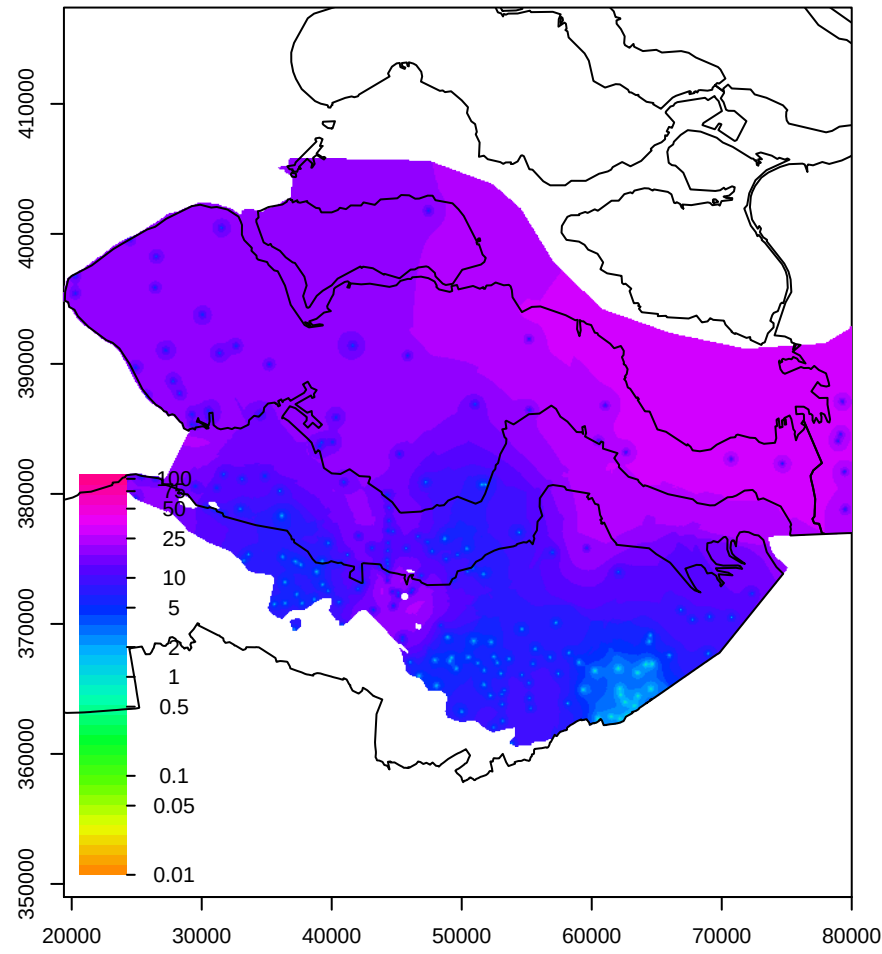
PZk1 CV dikte



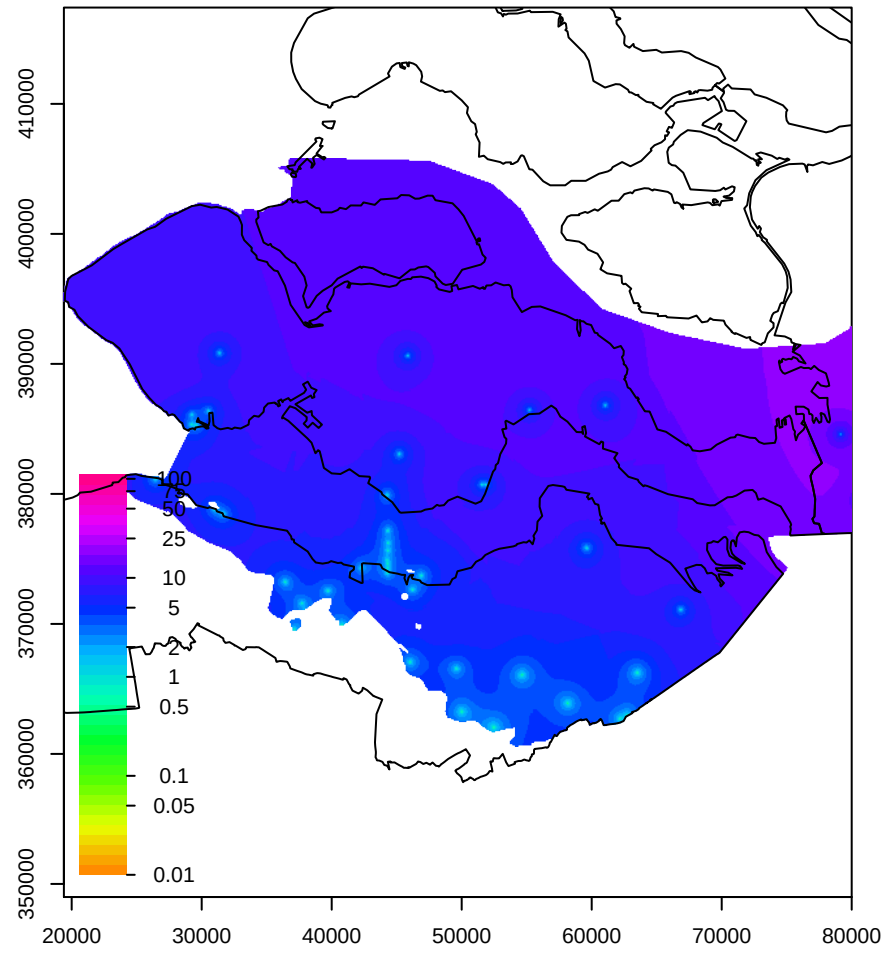
PZk1 correlatiecoefficient



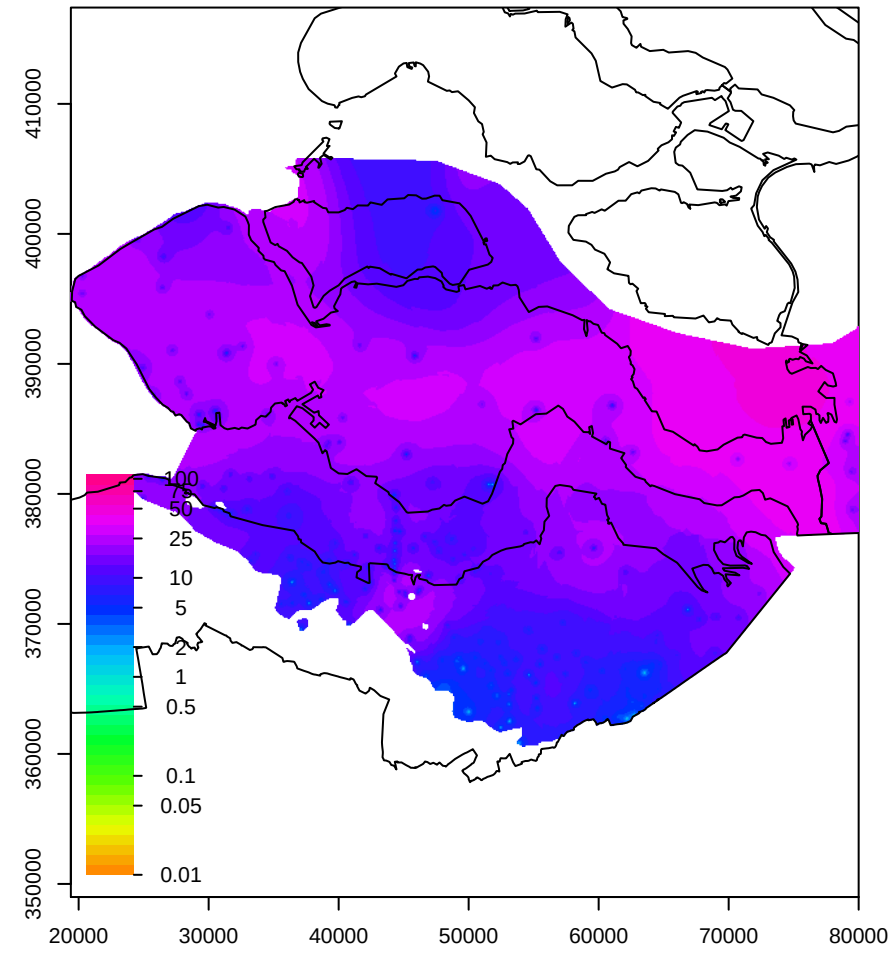
RUBOk1 std top



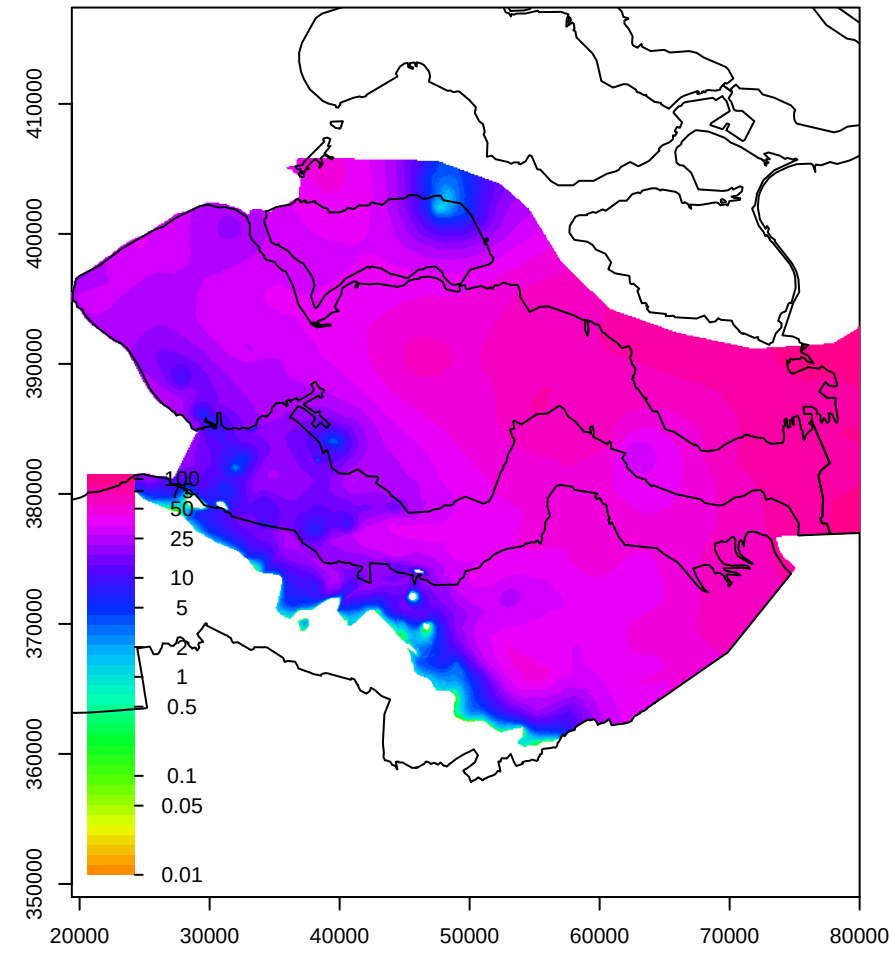
RUBOk1 std dikte



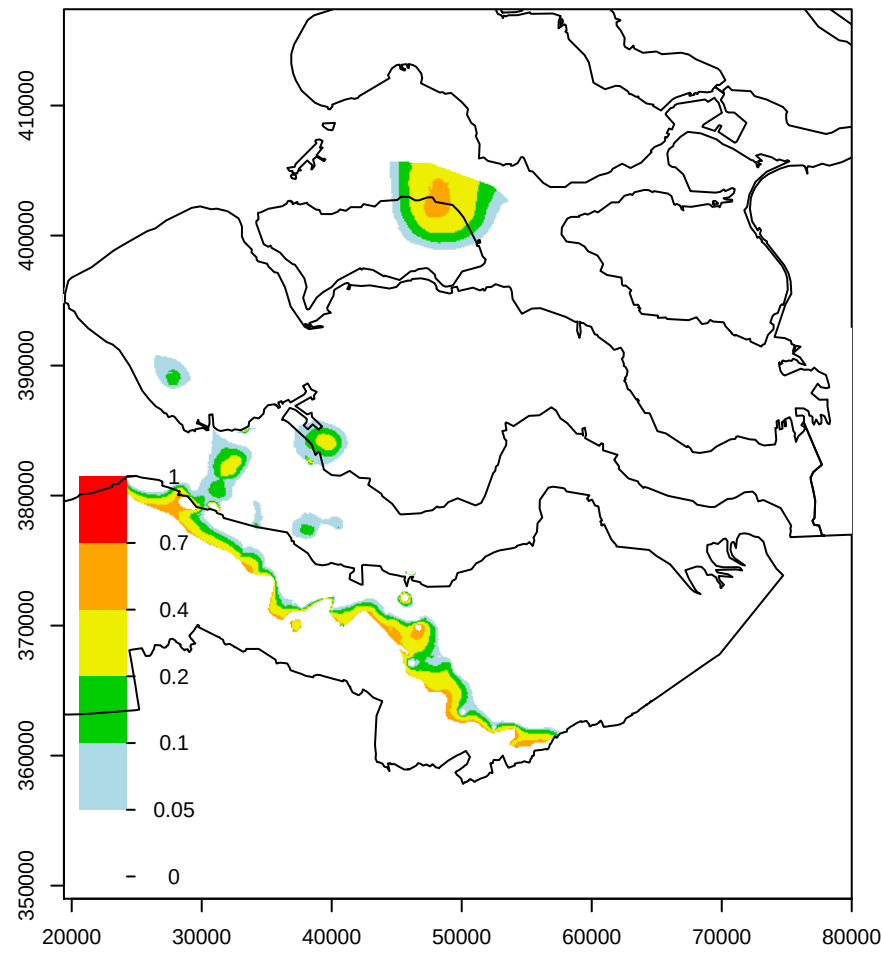
RUBOk1 std basis (afgeleide parameter)



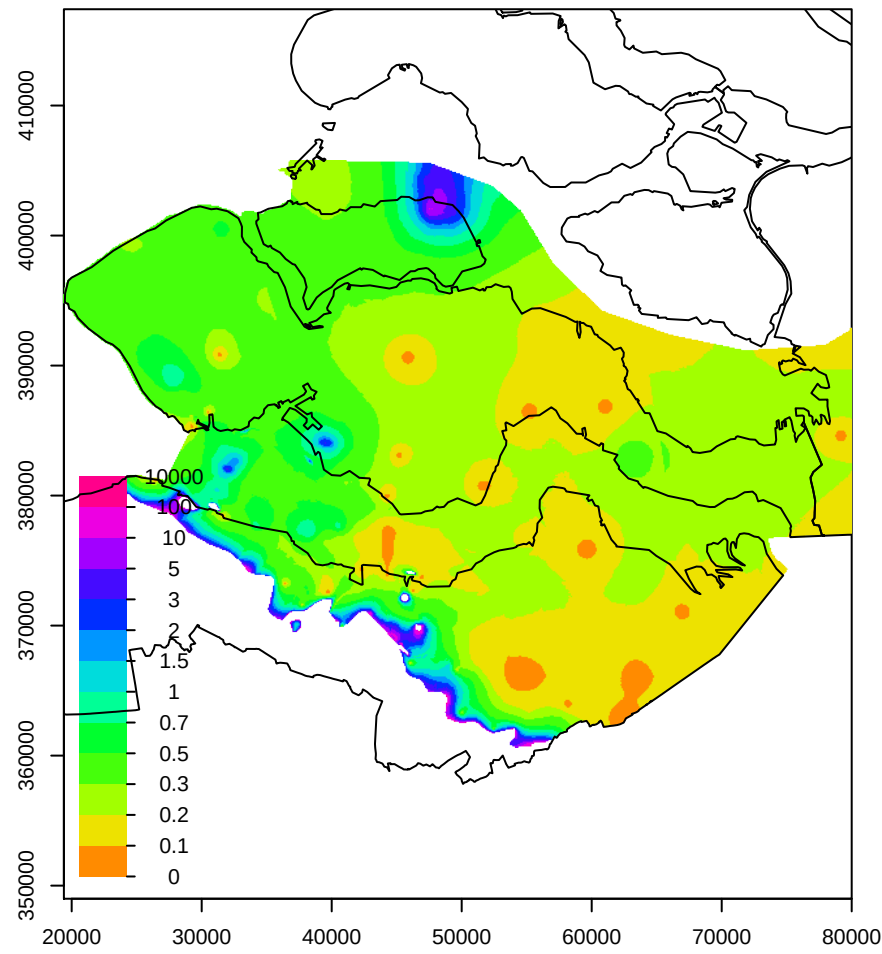
RUBOk1 dikte



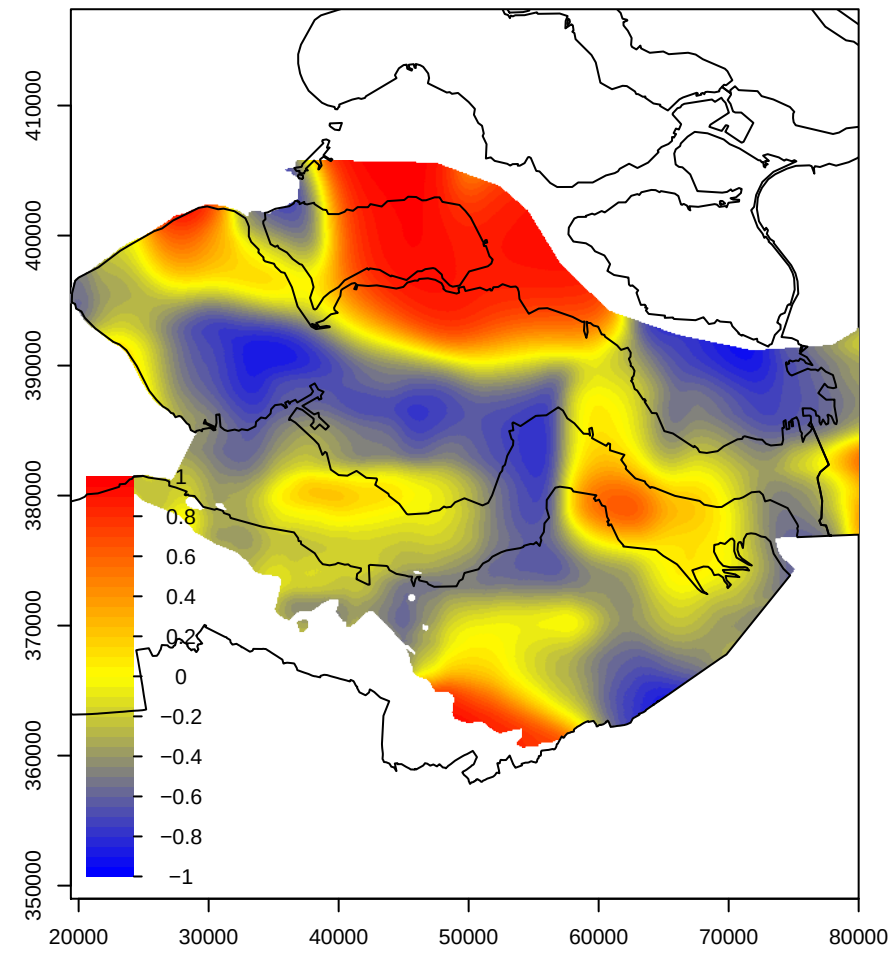
RUBOk1 kans op negatieve dikte

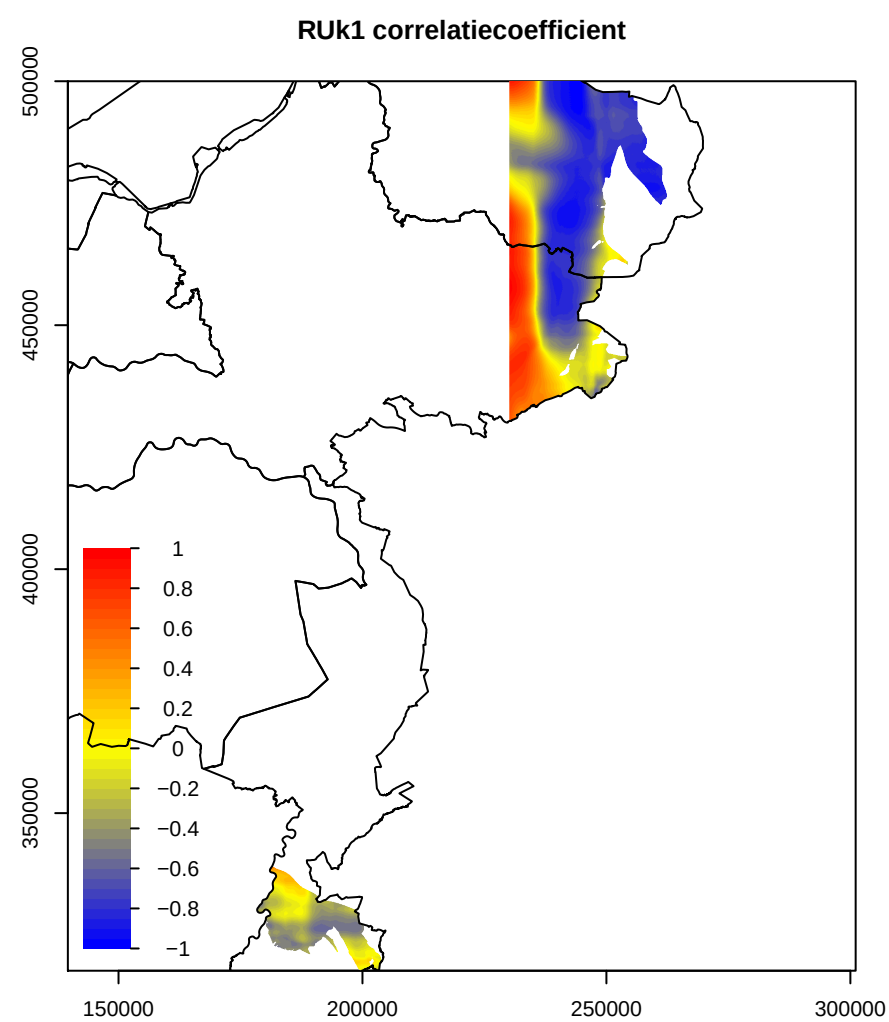
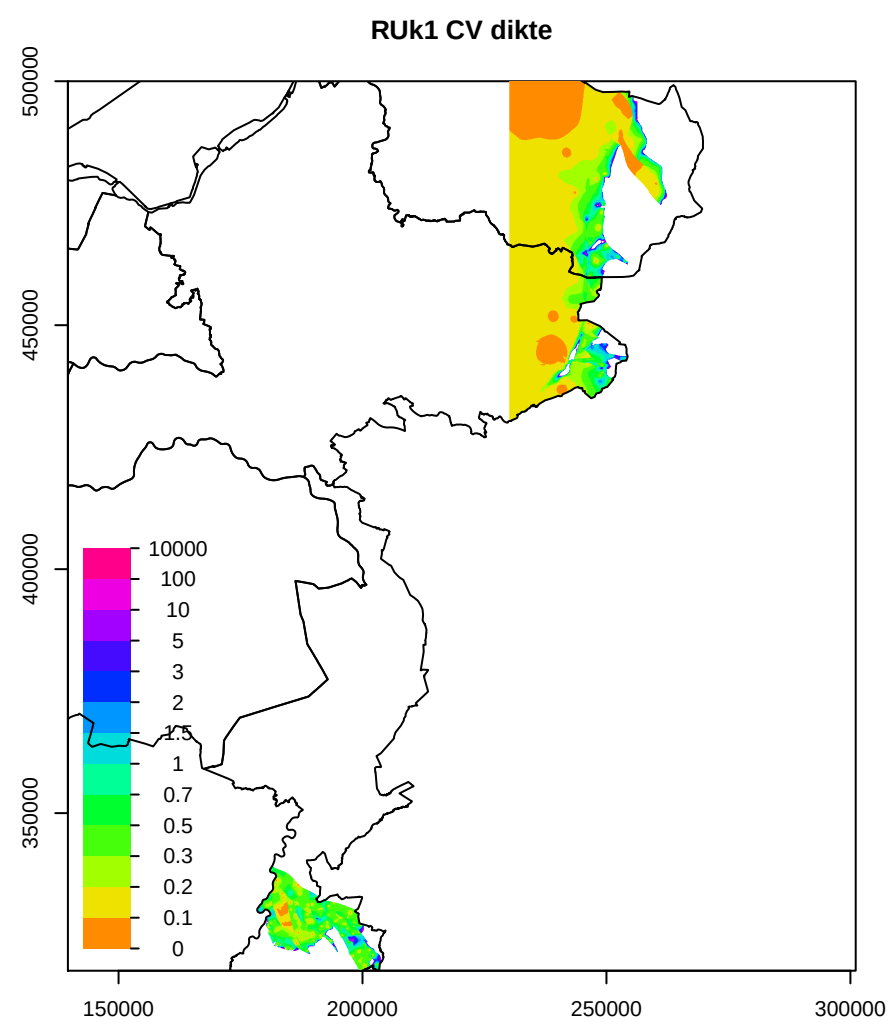
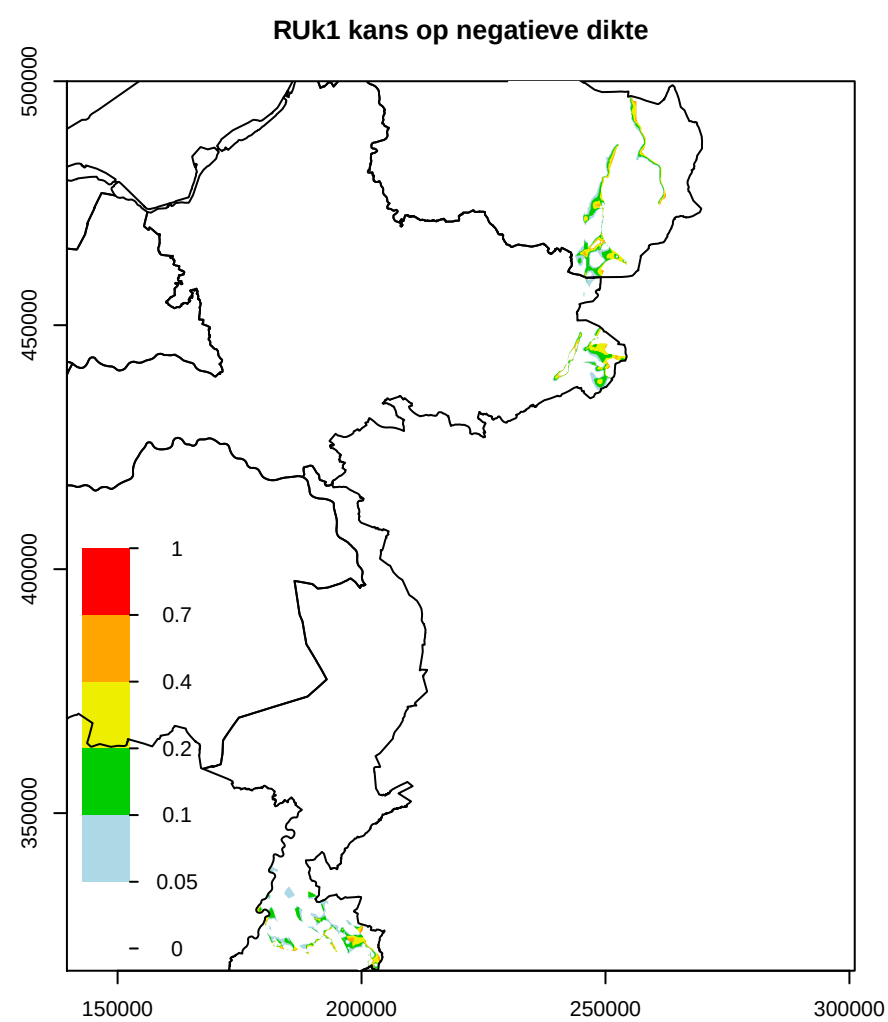
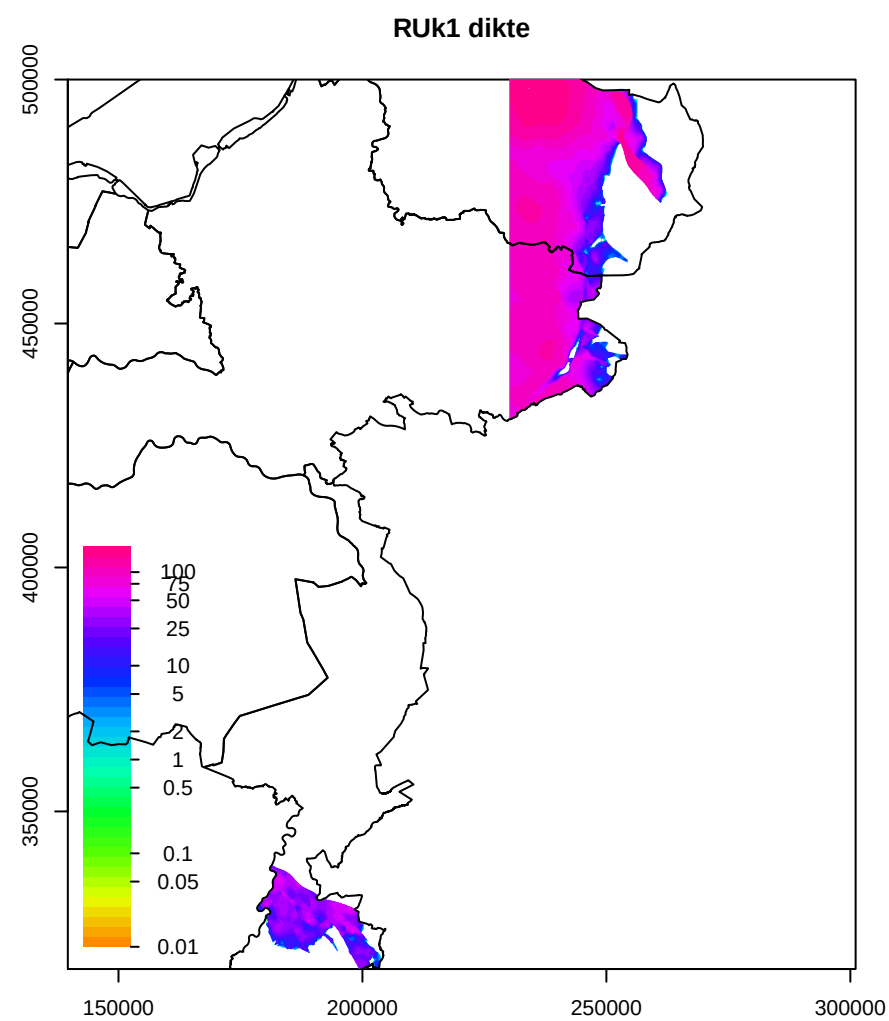
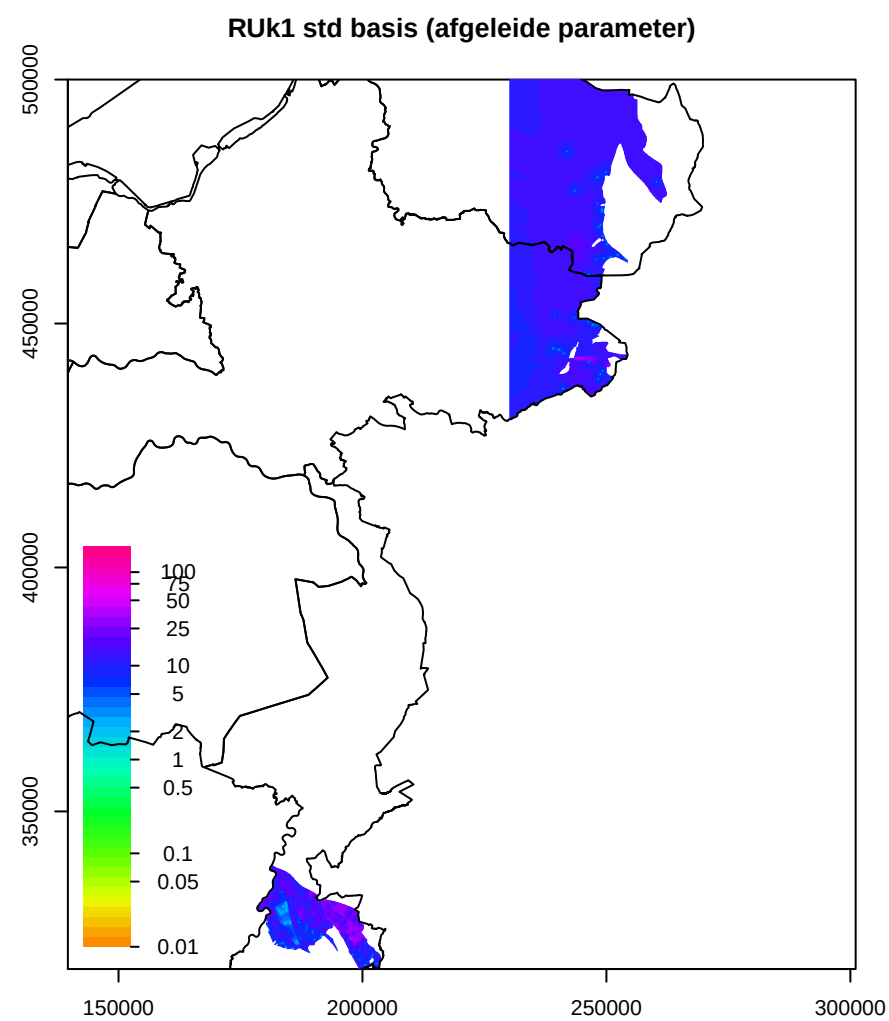
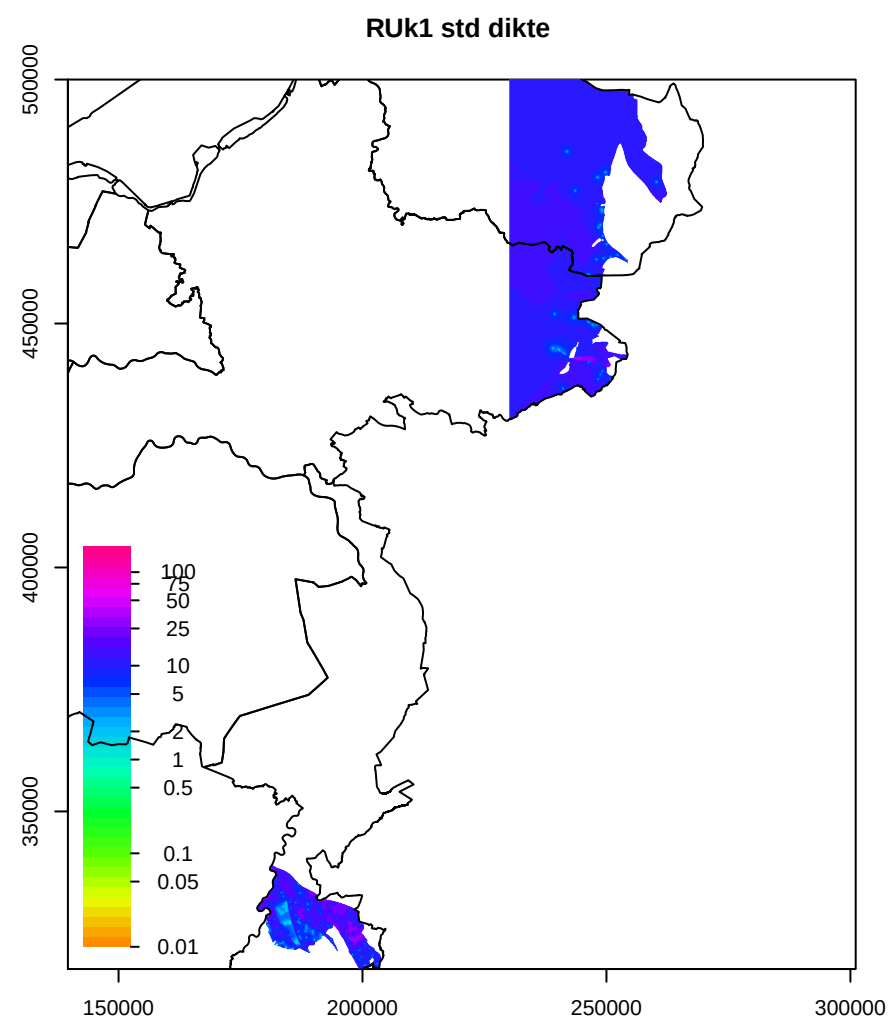
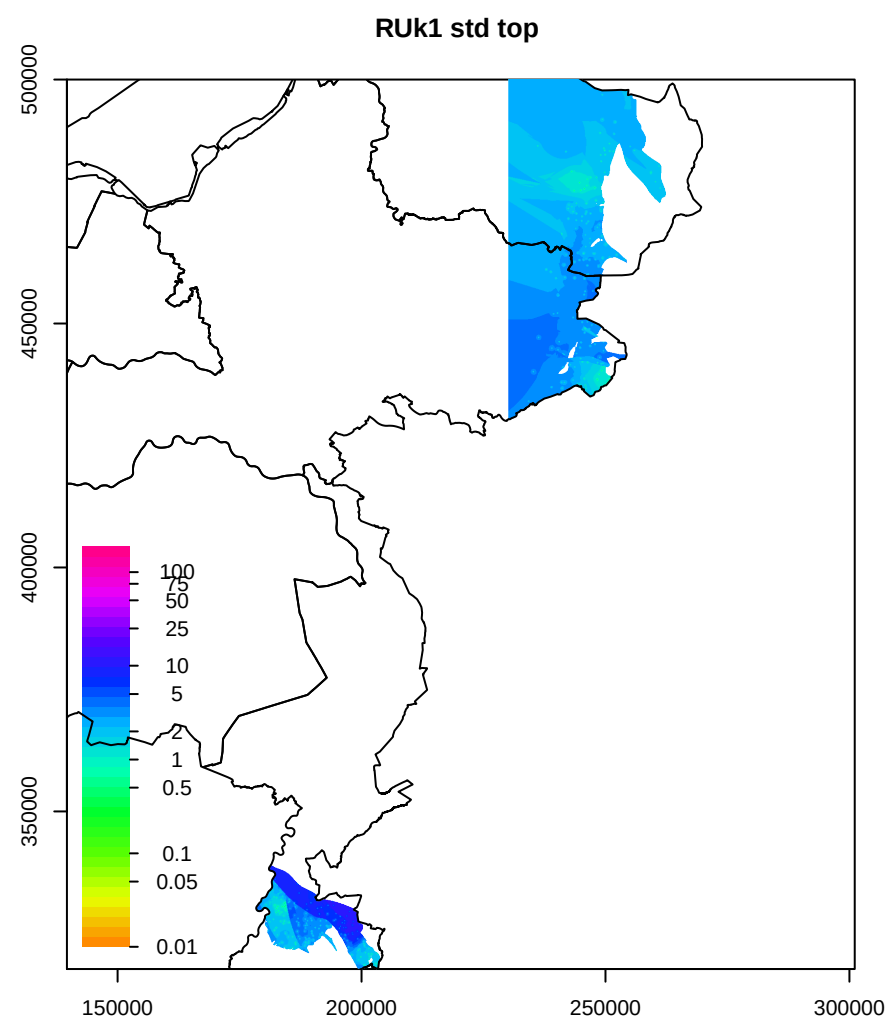


RUBOk1 CV dikte

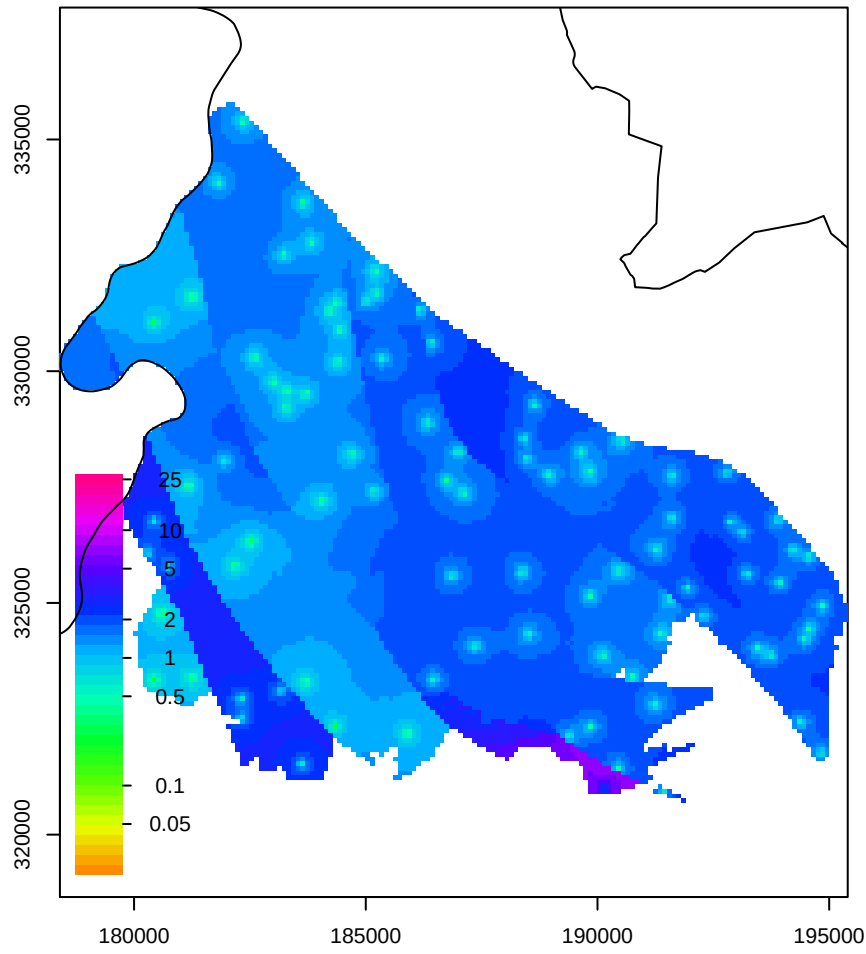


RUBOk1 correlatiecoefficient

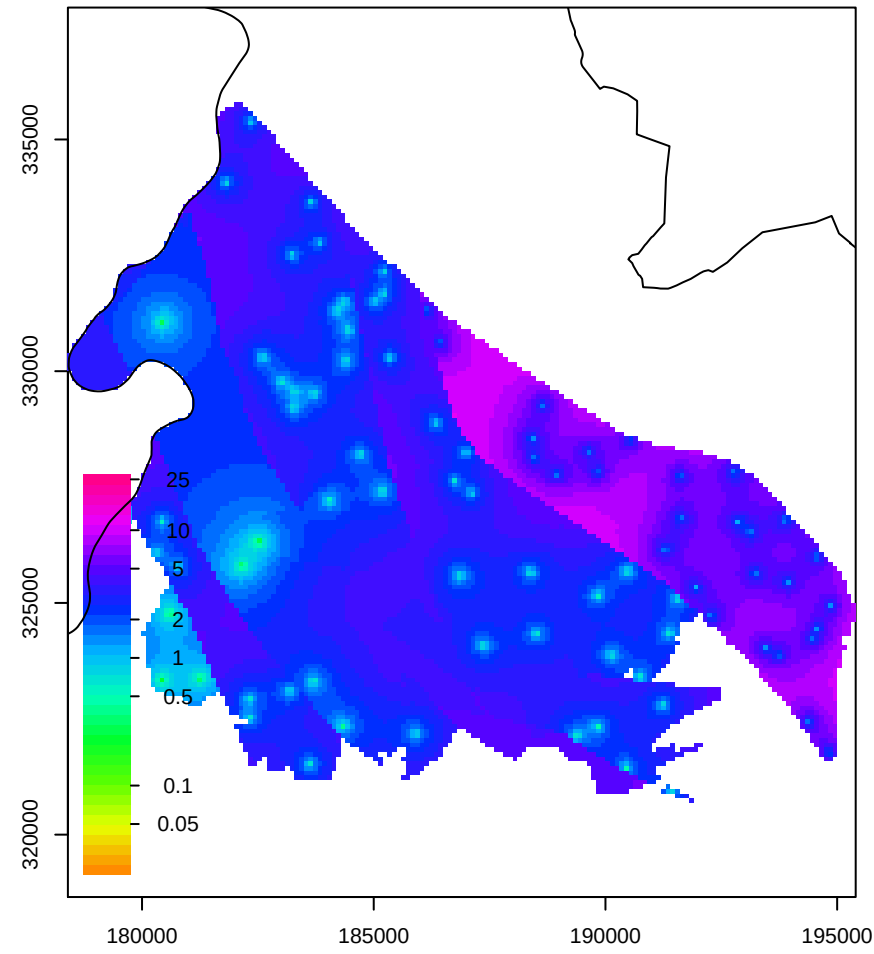




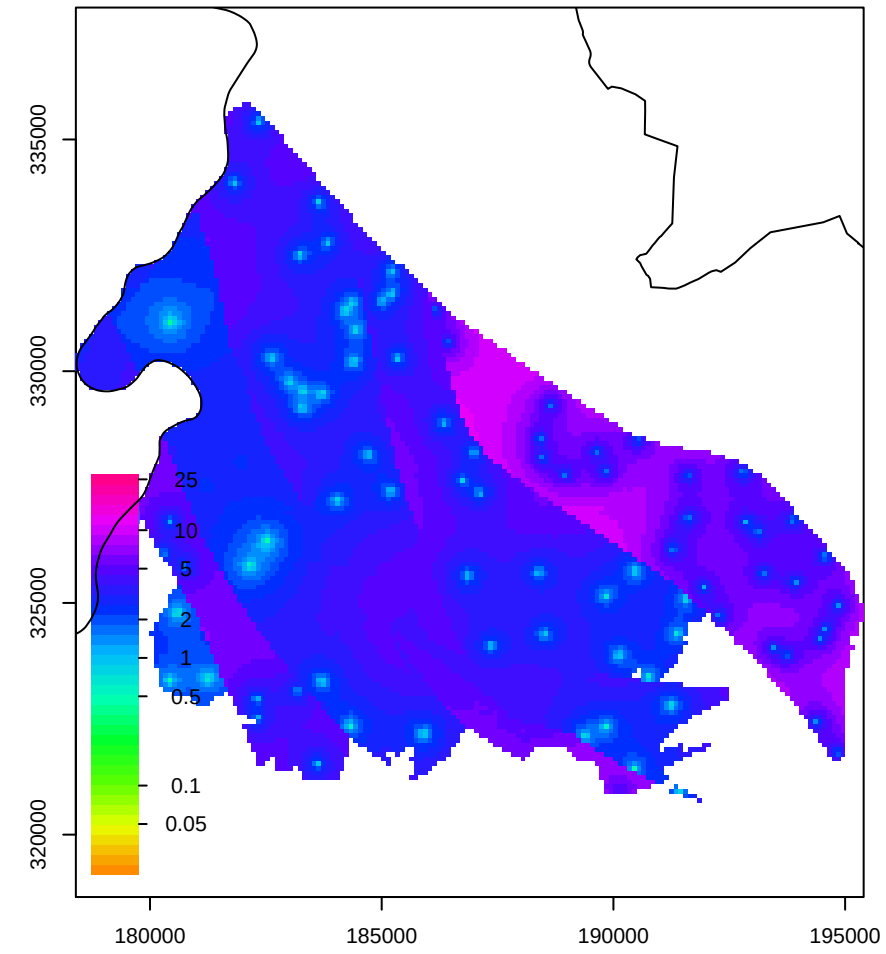
RUK2 std top



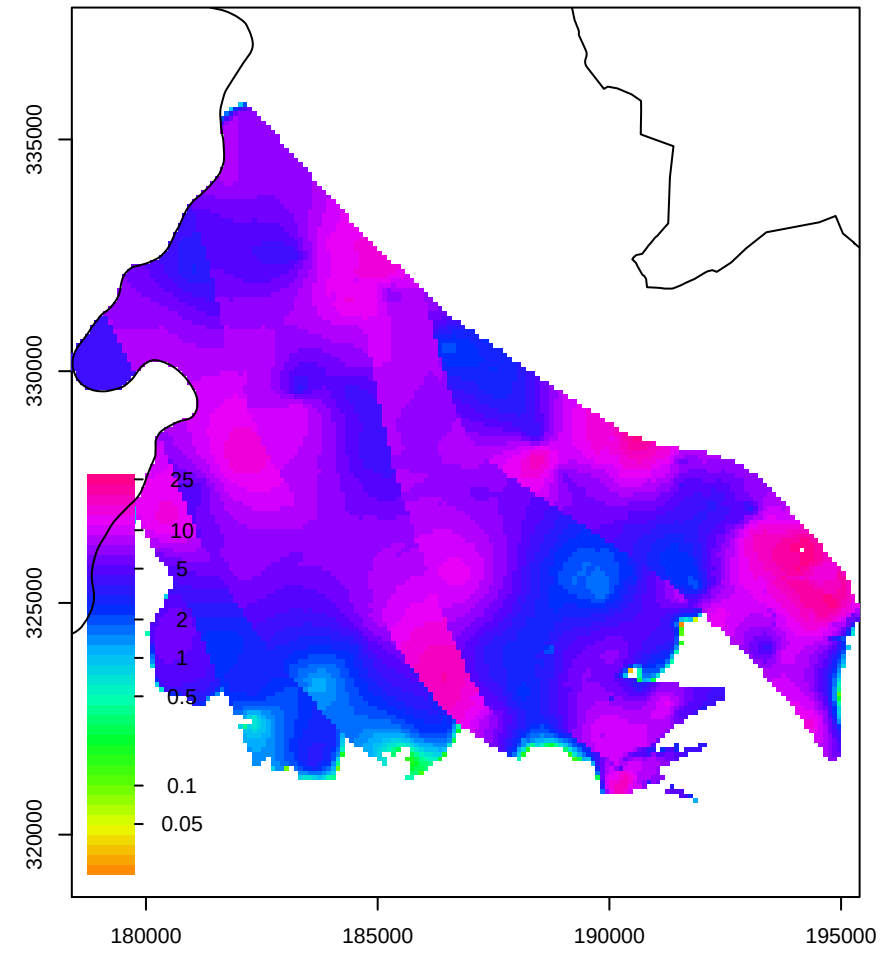
RUK2 std dikte



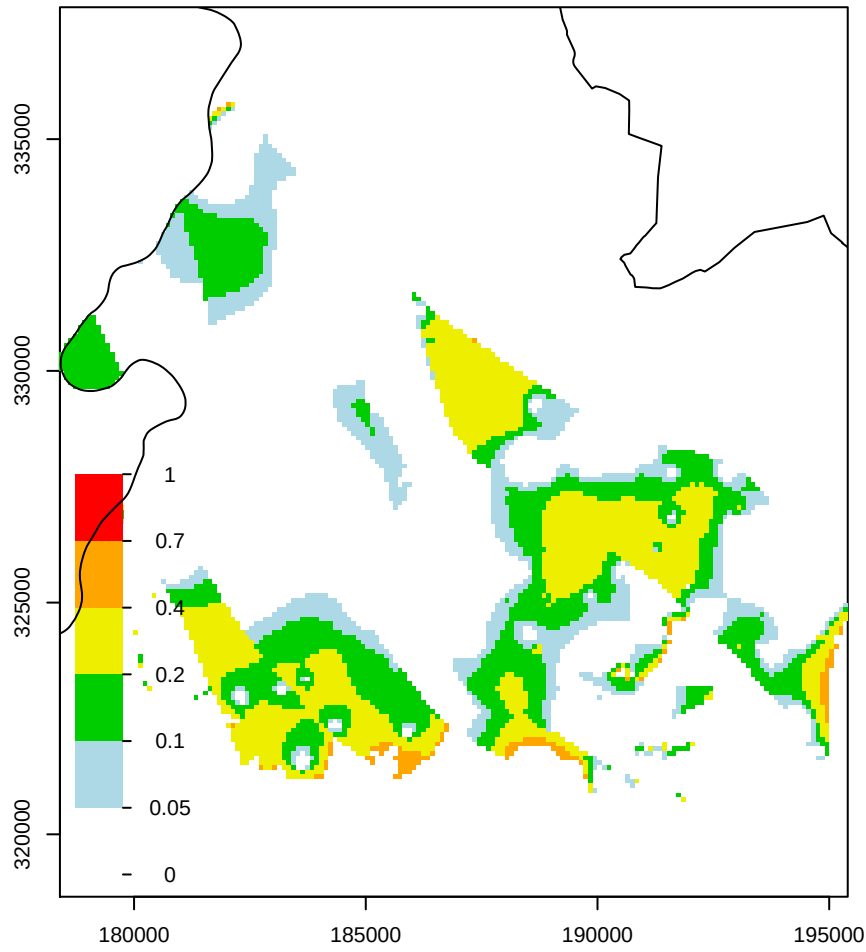
RUK2 std basis (afgeleide parameter)



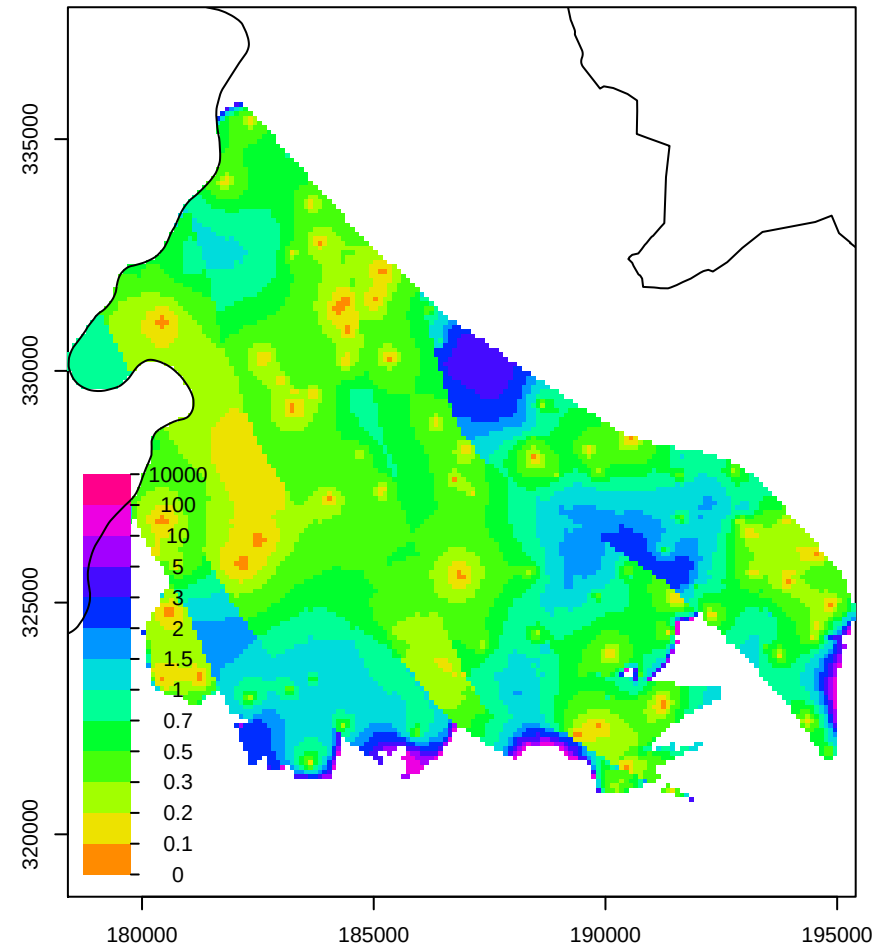
RUK2 dikte



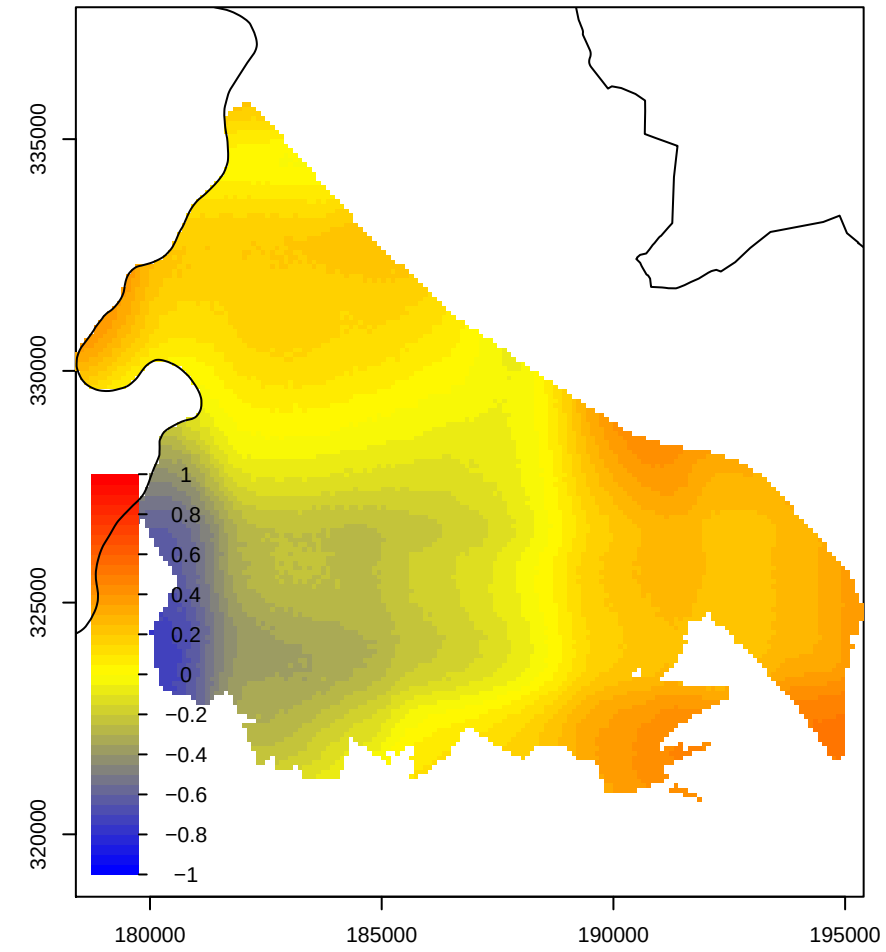
RUK2 kans op negatieve dikte



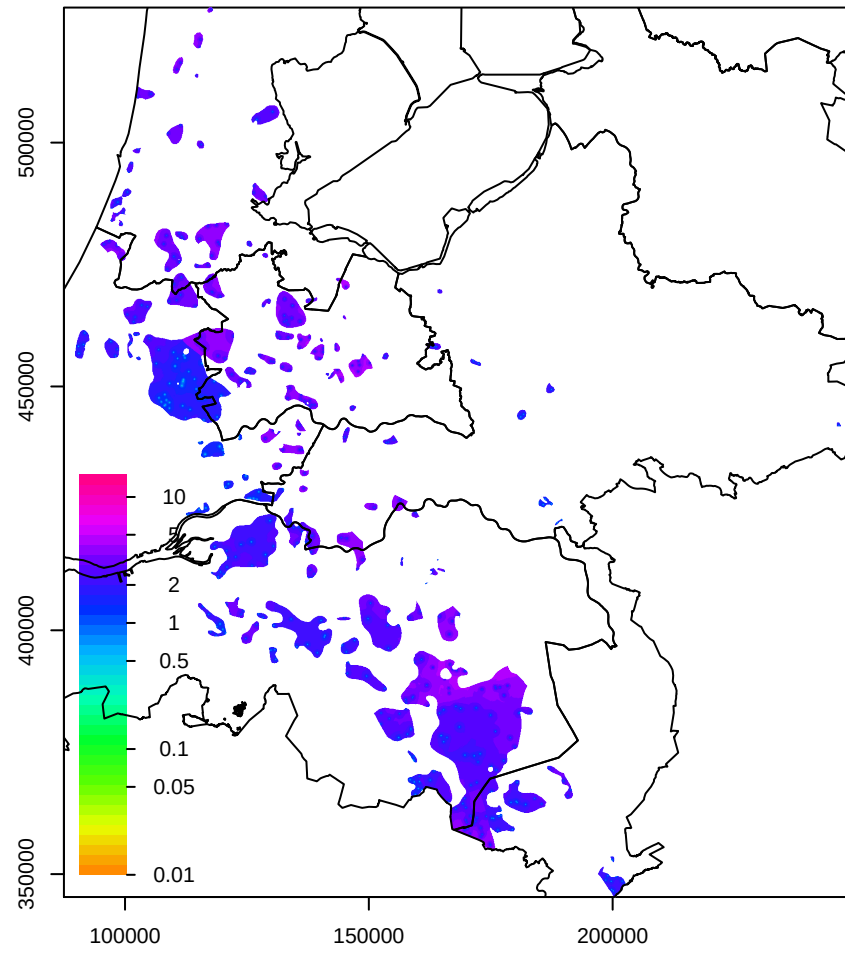
RUK2 CV dikte



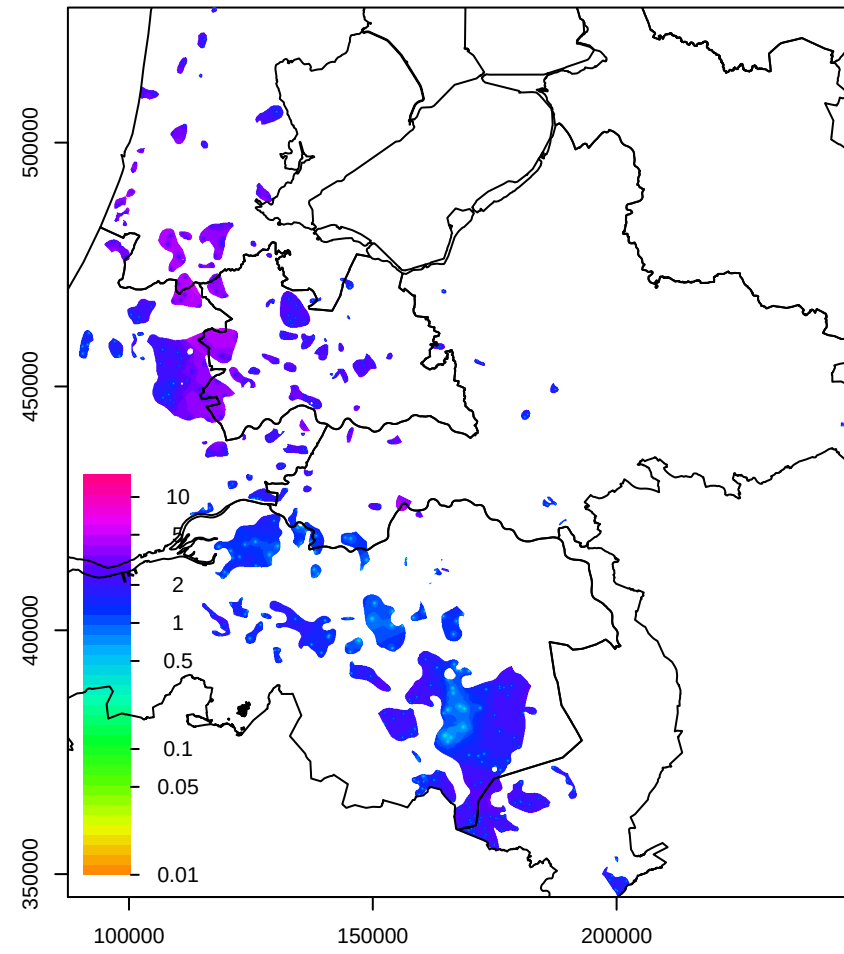
RUK2 correlatiecoefficient



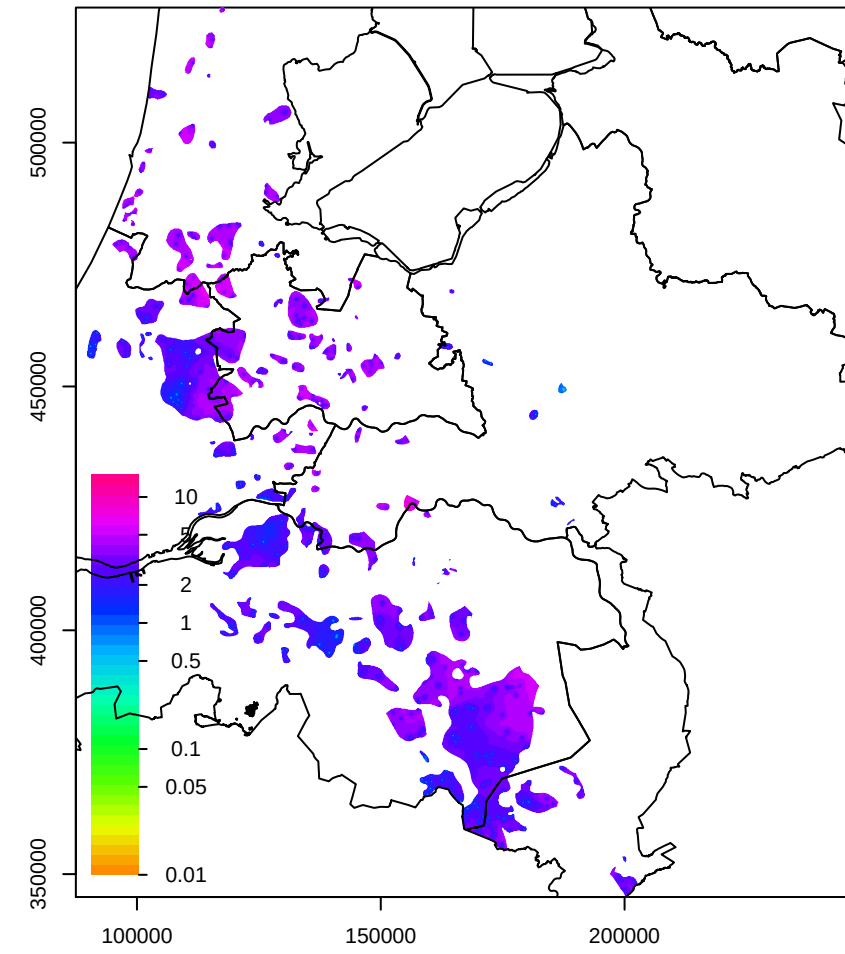
STk1 std top



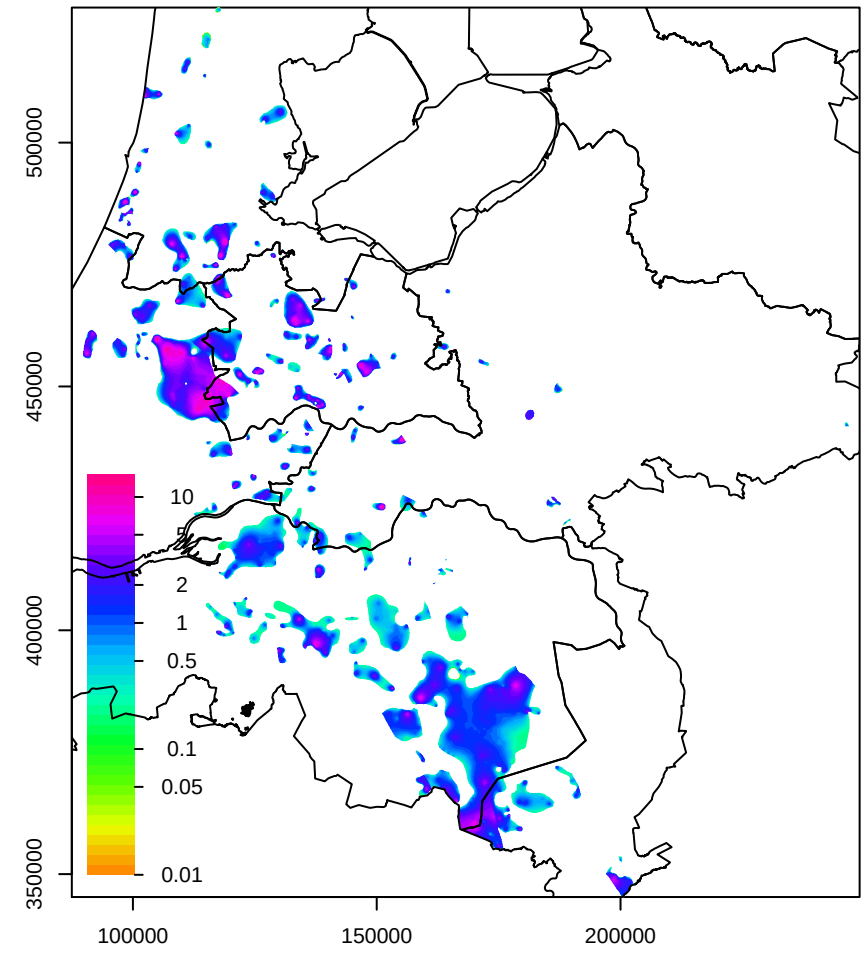
STk1 std dikte



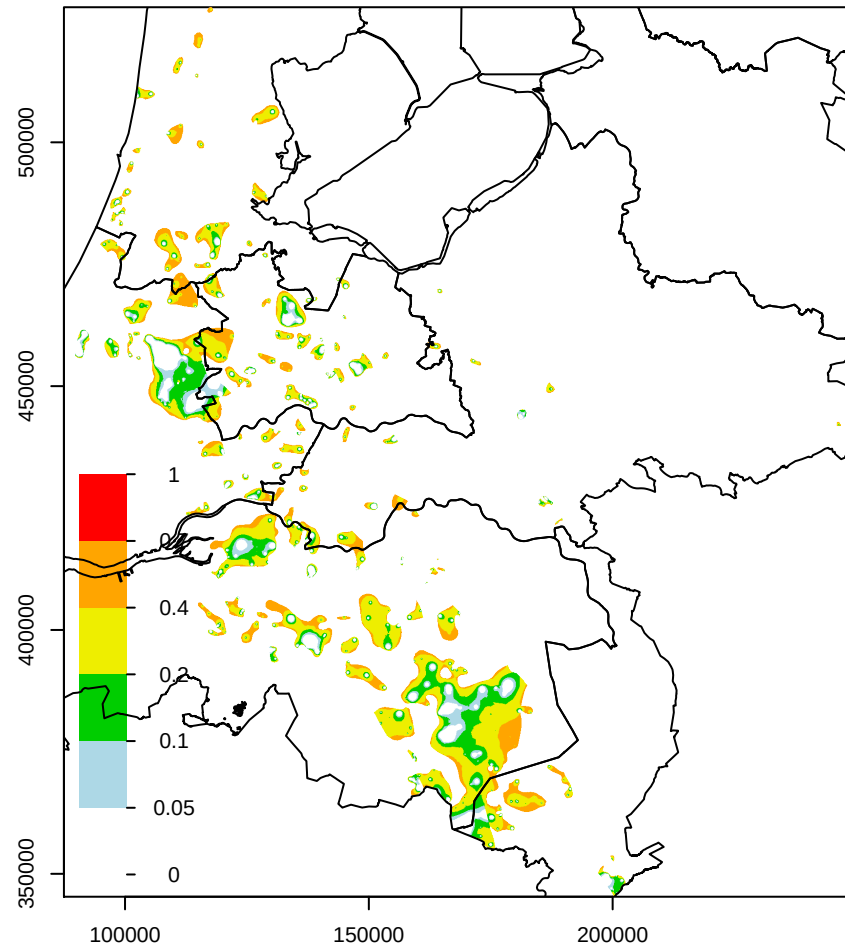
STk1 std basis (afgeleide parameter)



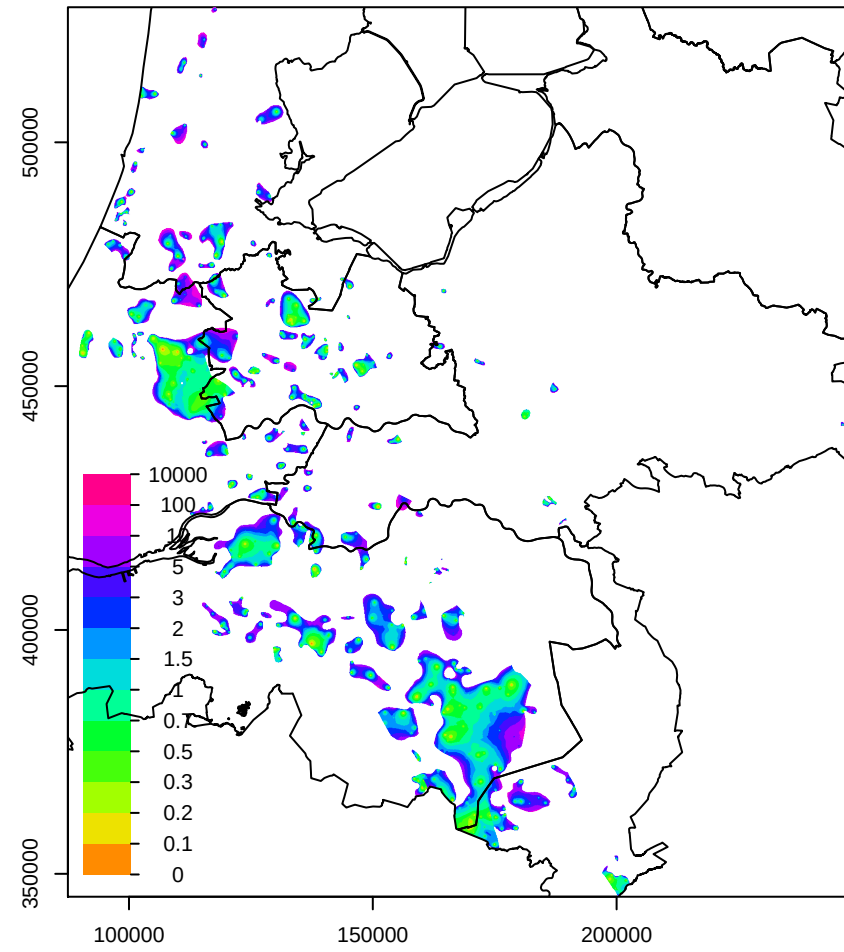
STk1 dikte



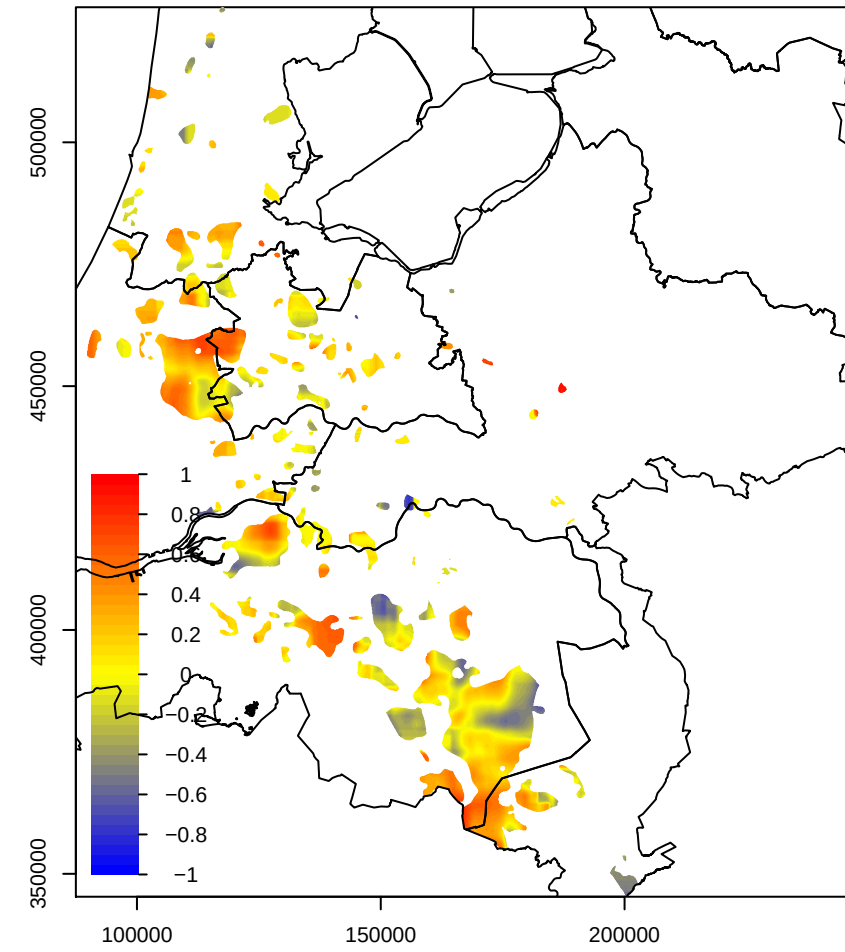
STk1 kans op negatieve dikte



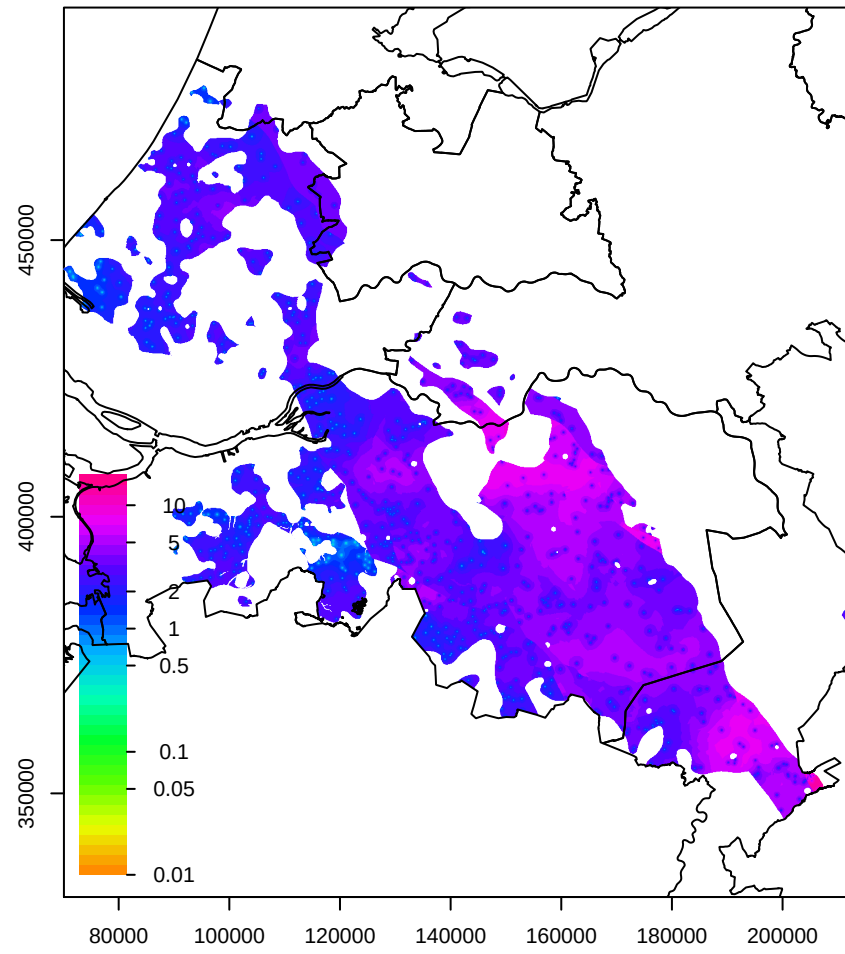
STk1 CV dikte



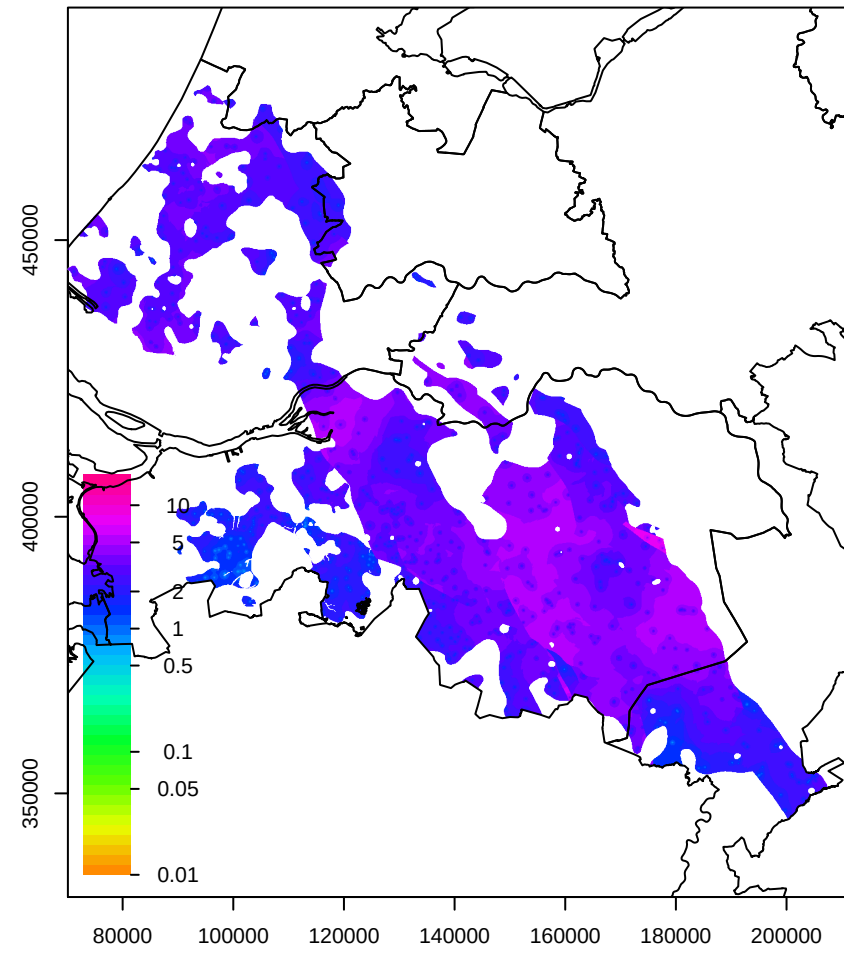
STk1 correlatiecoefficient



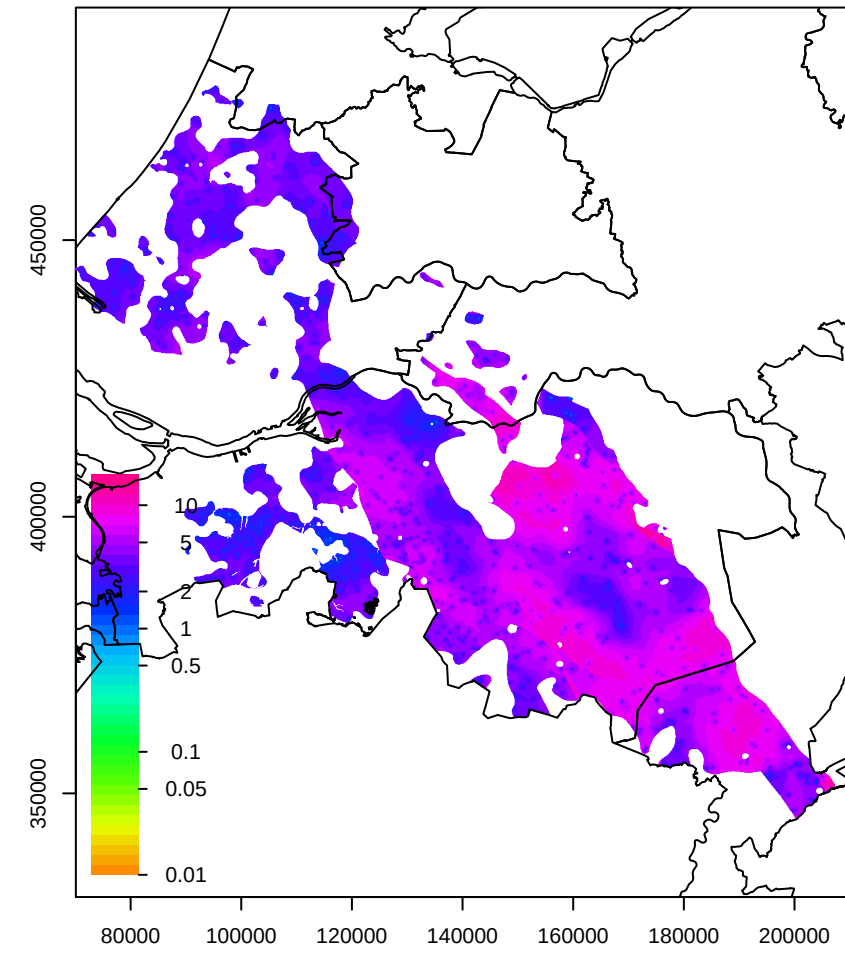
SYk1 std top



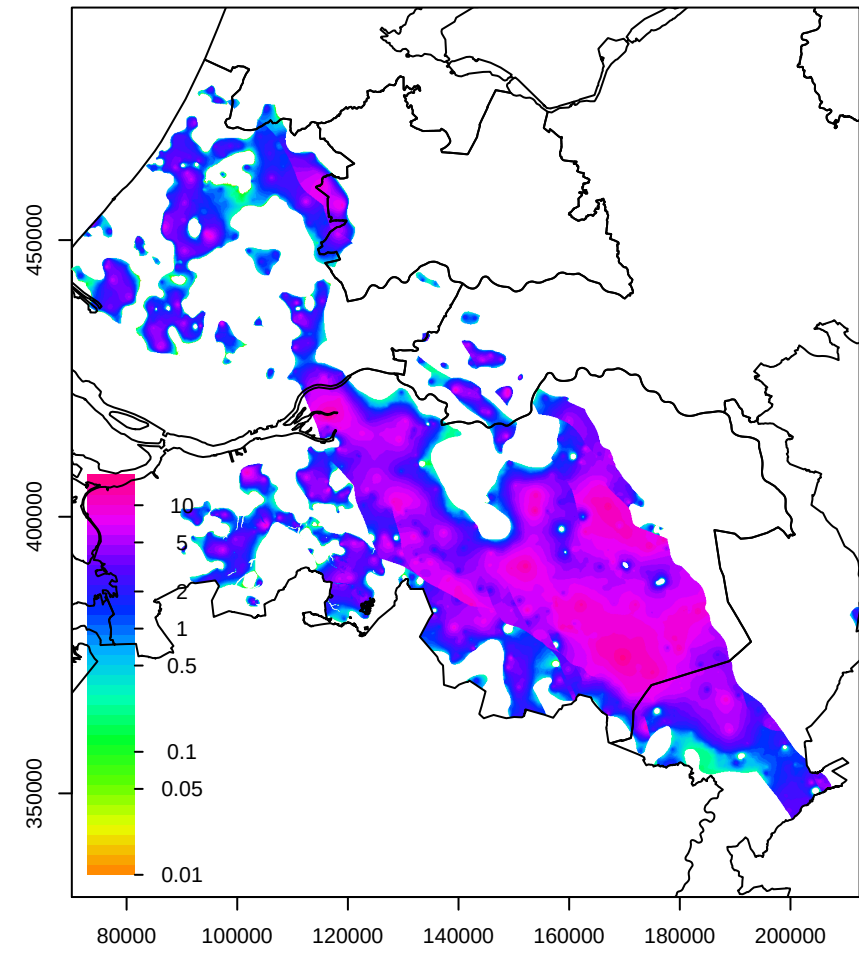
SYk1 std dikte



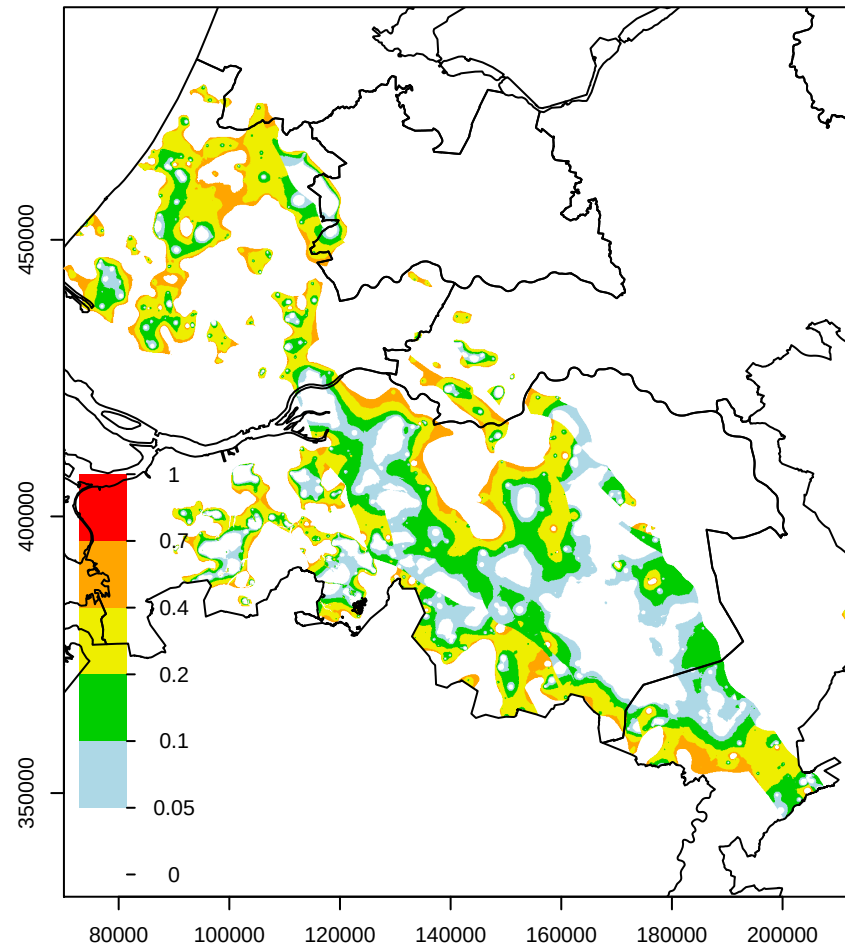
SYk1 std basis (afgeleide parameter)



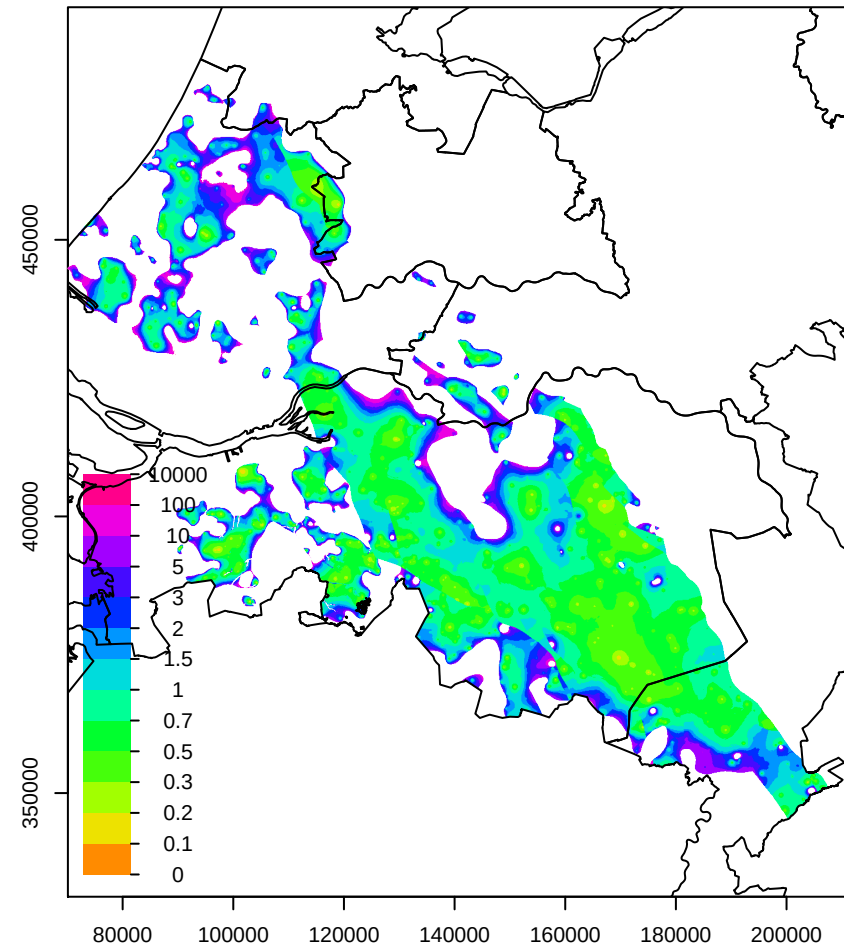
SYk1 dikte



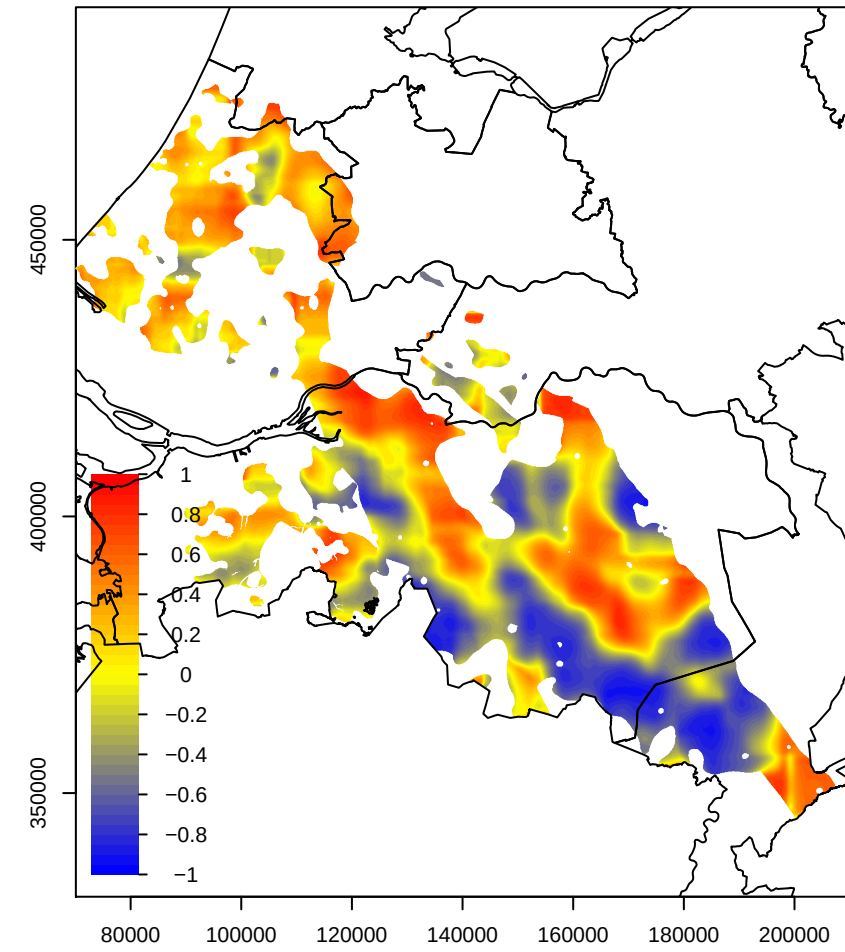
SYk1 kans op negatieve dikte

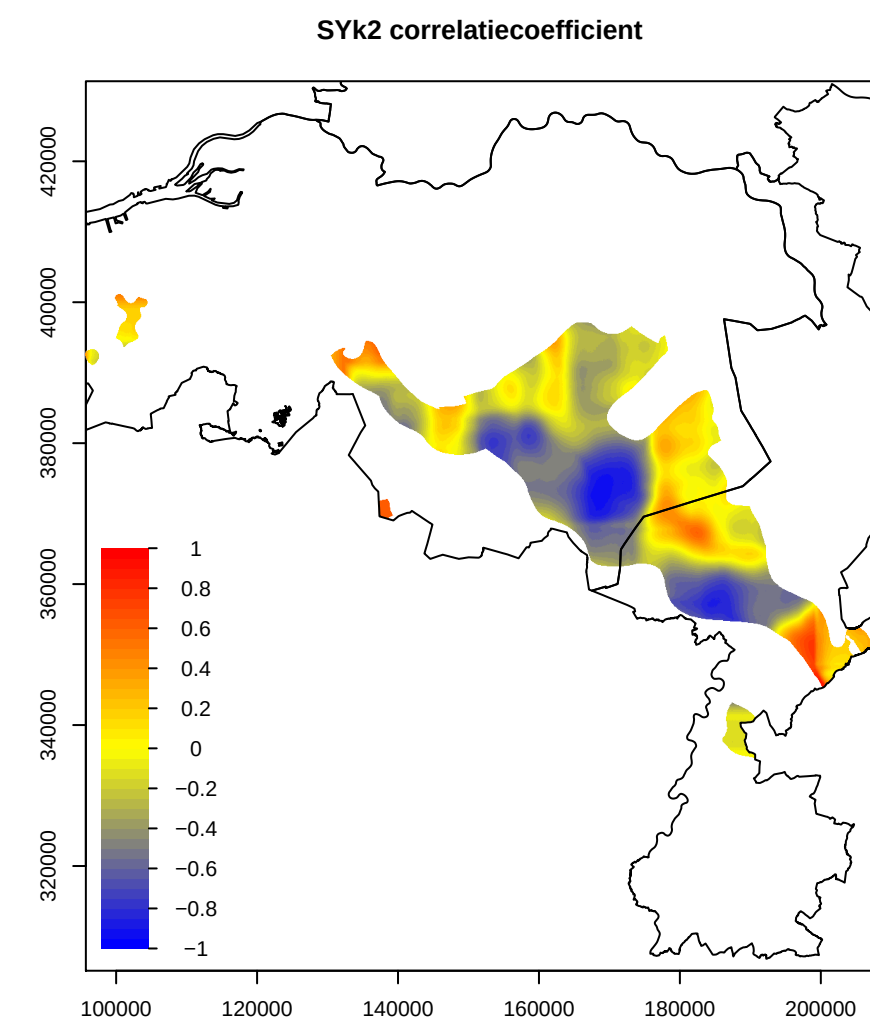
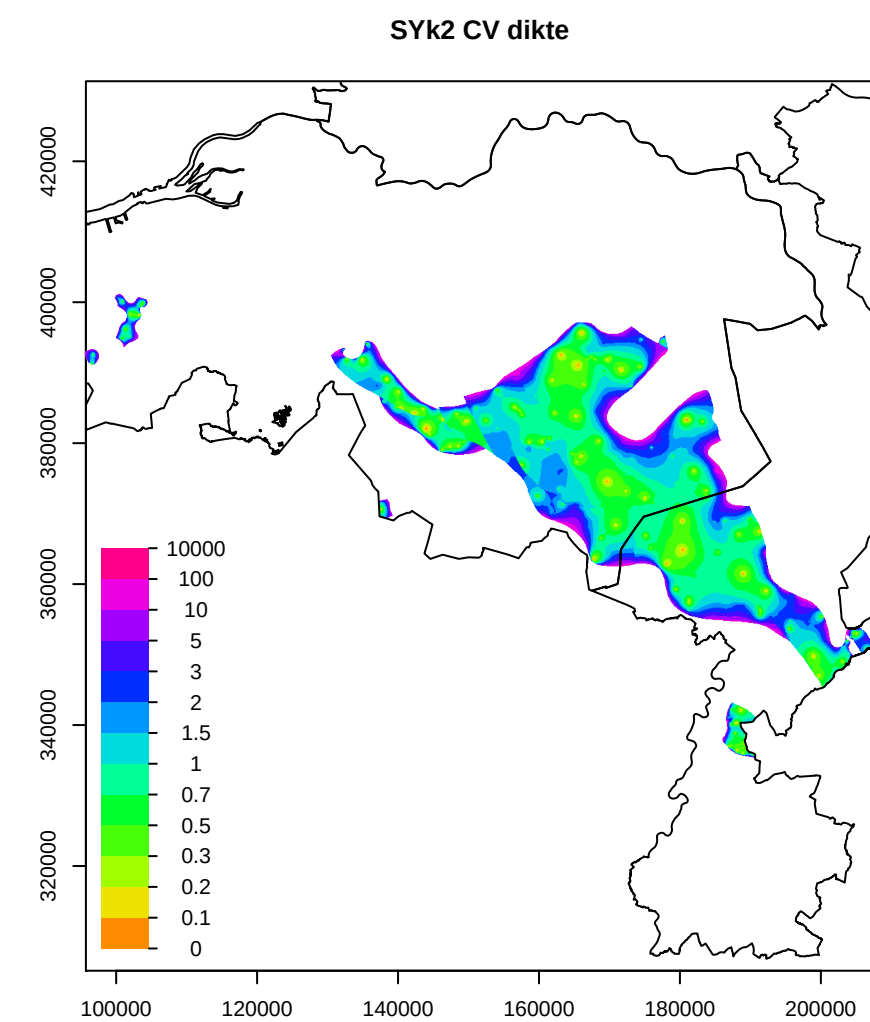
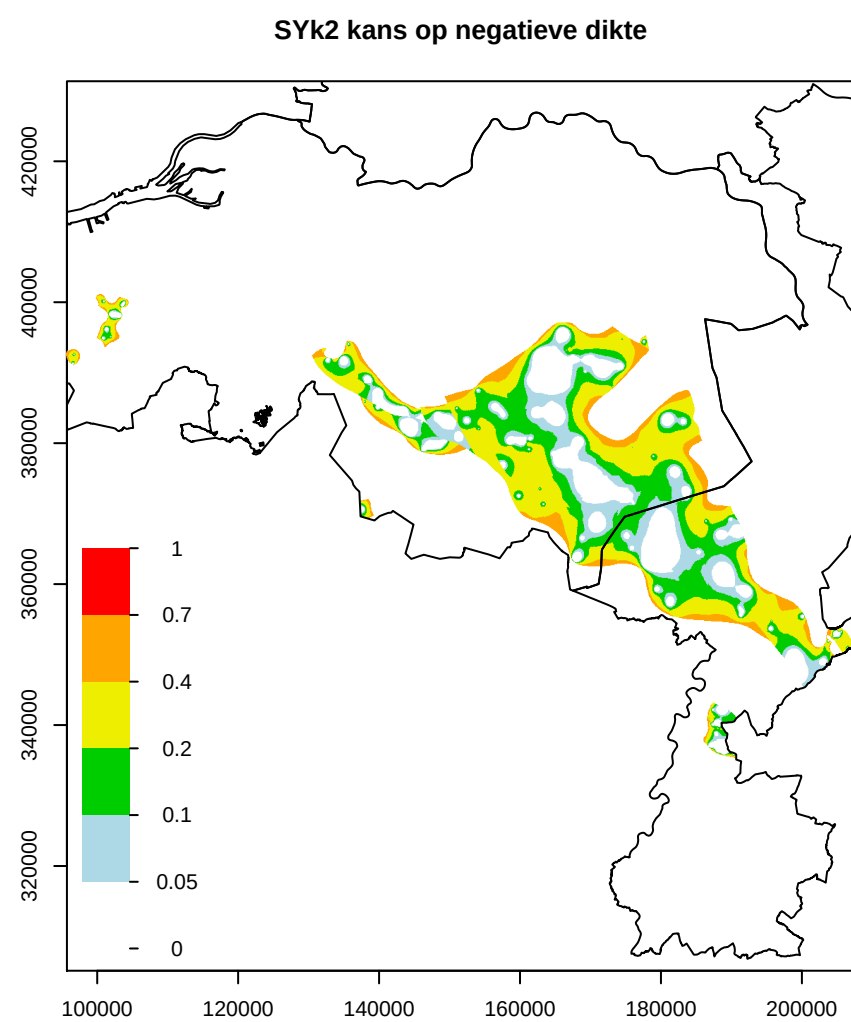
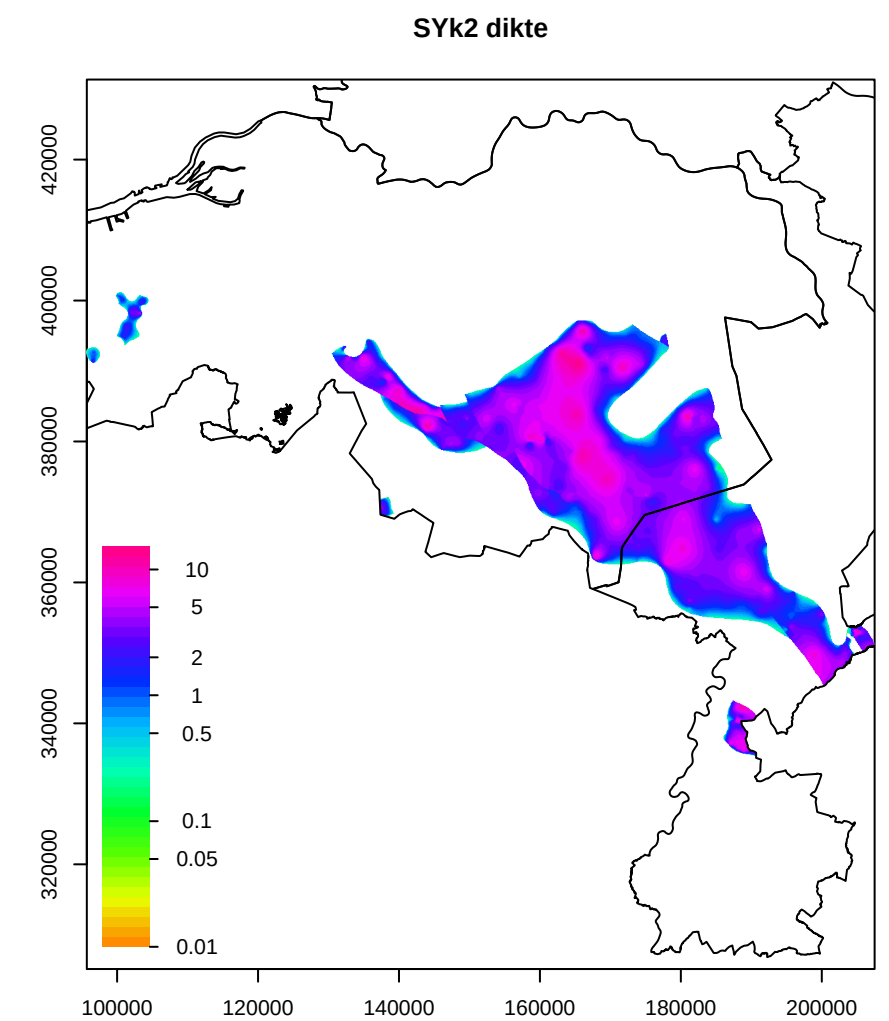
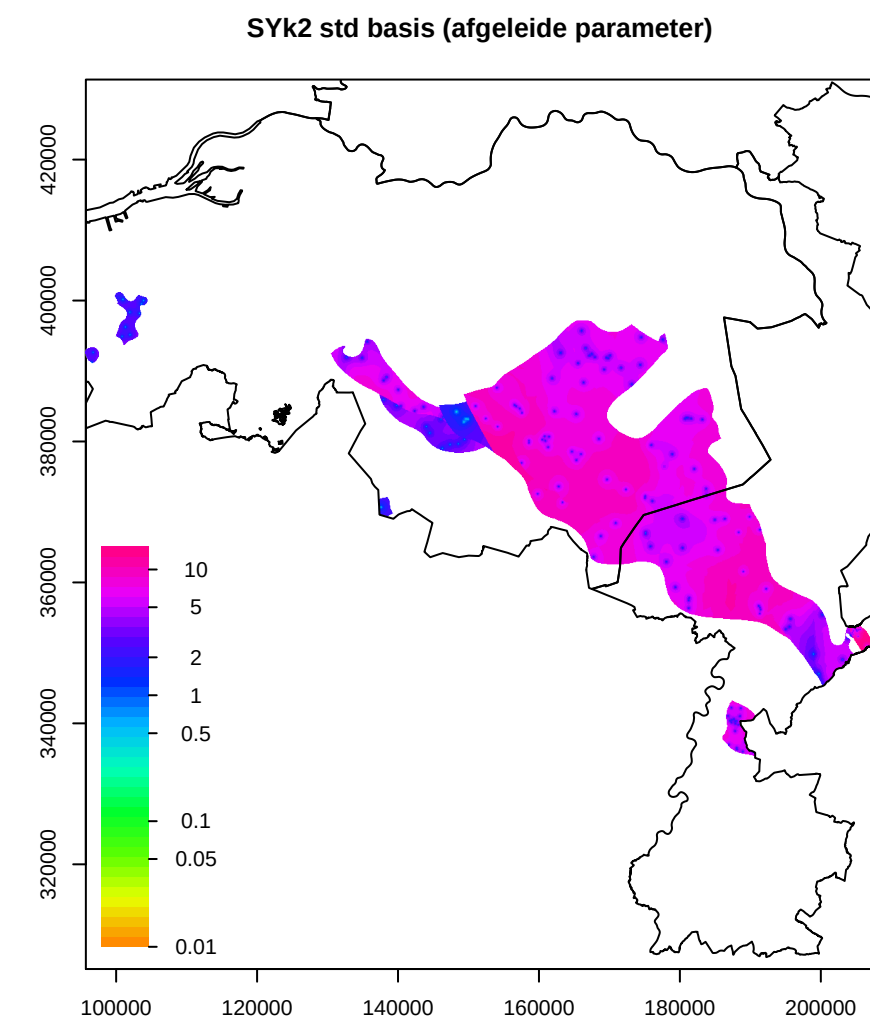
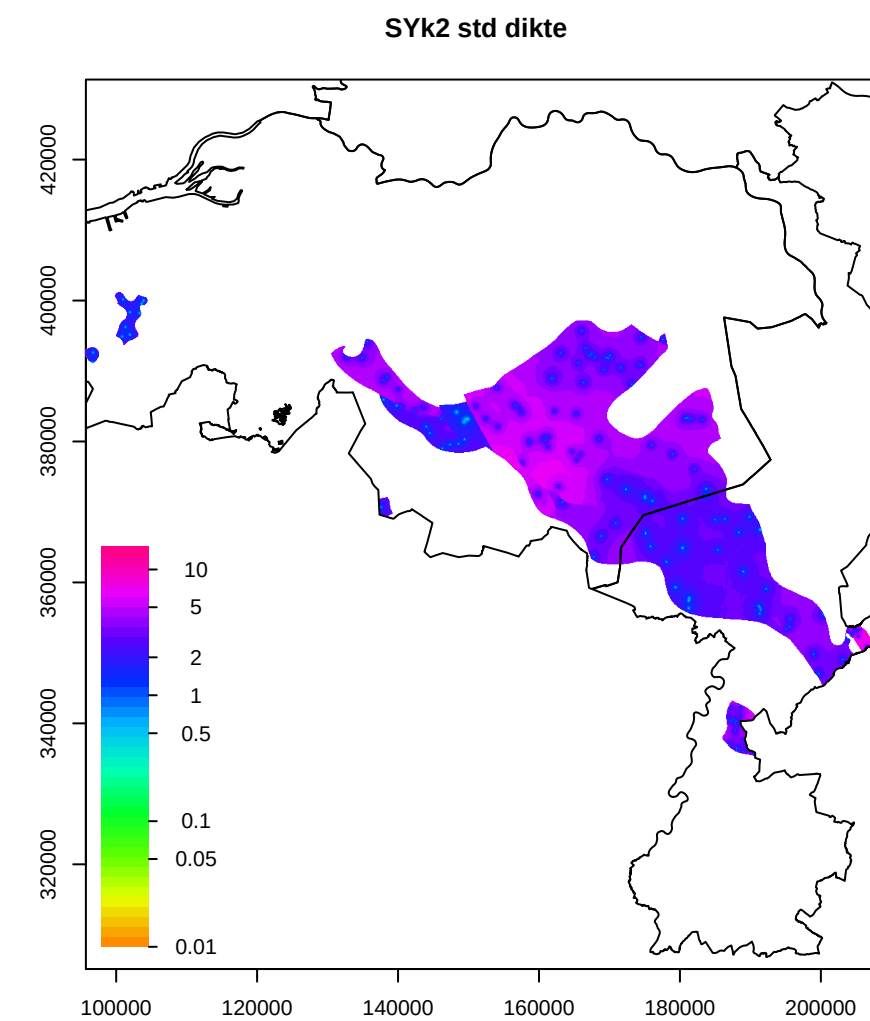
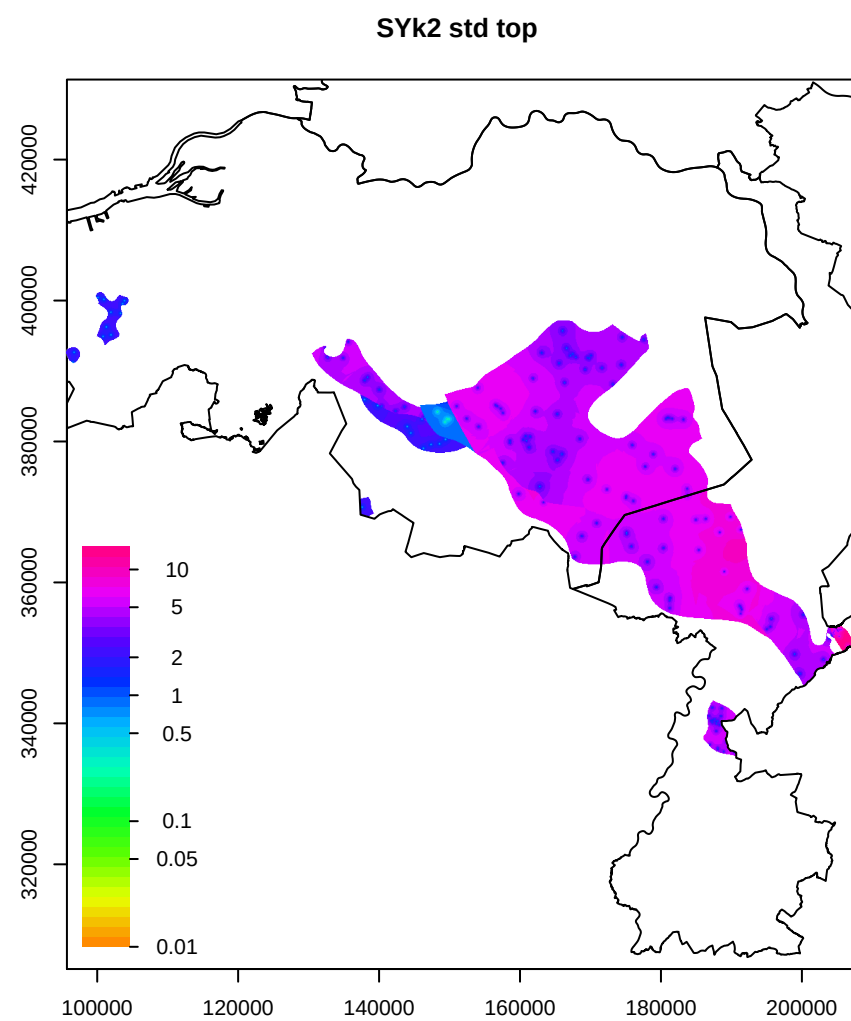


SYk1 CV dikte

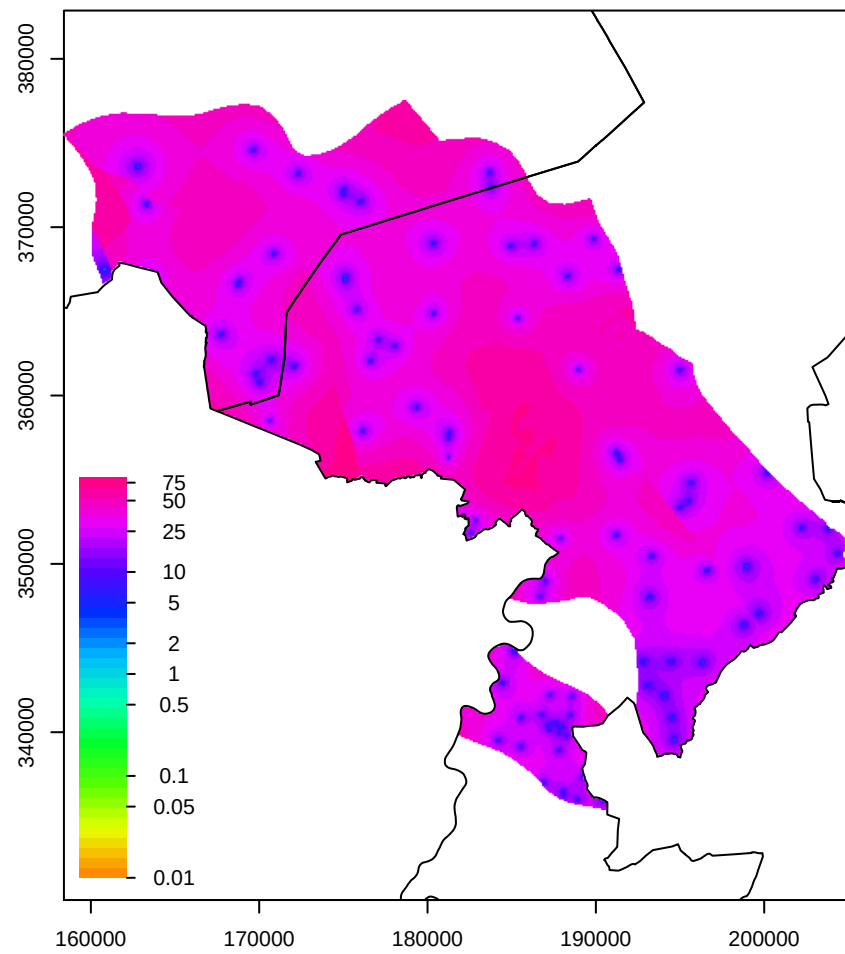


SYk1 correlatiecoefficient

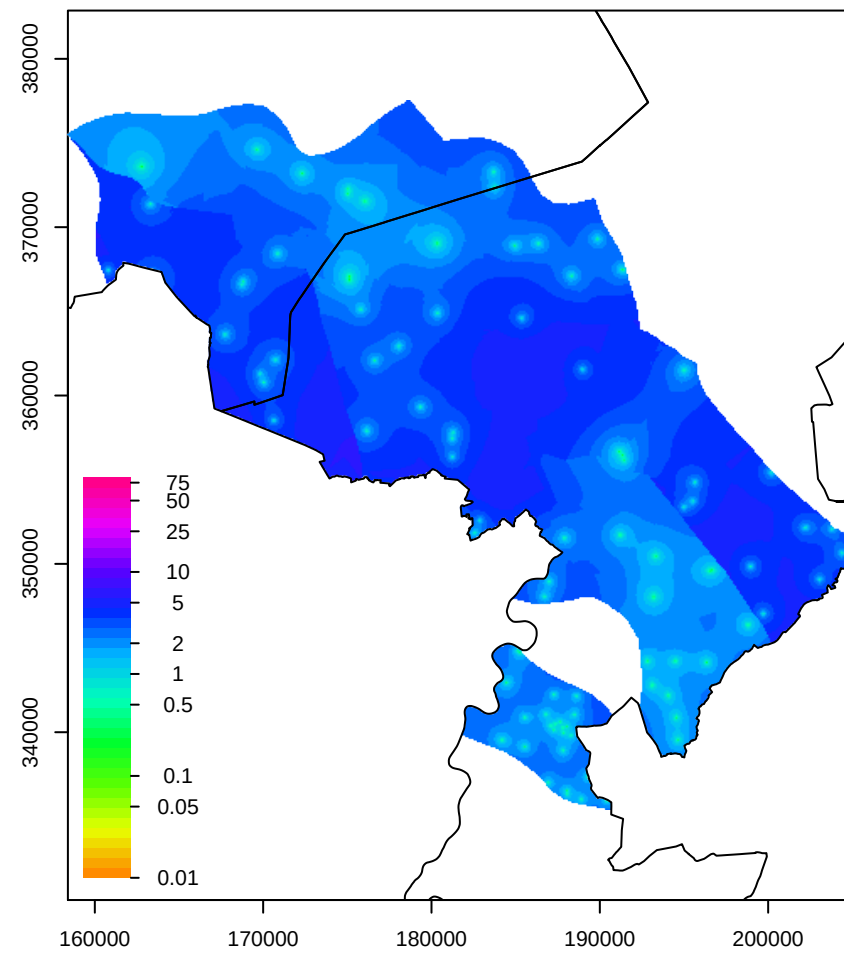




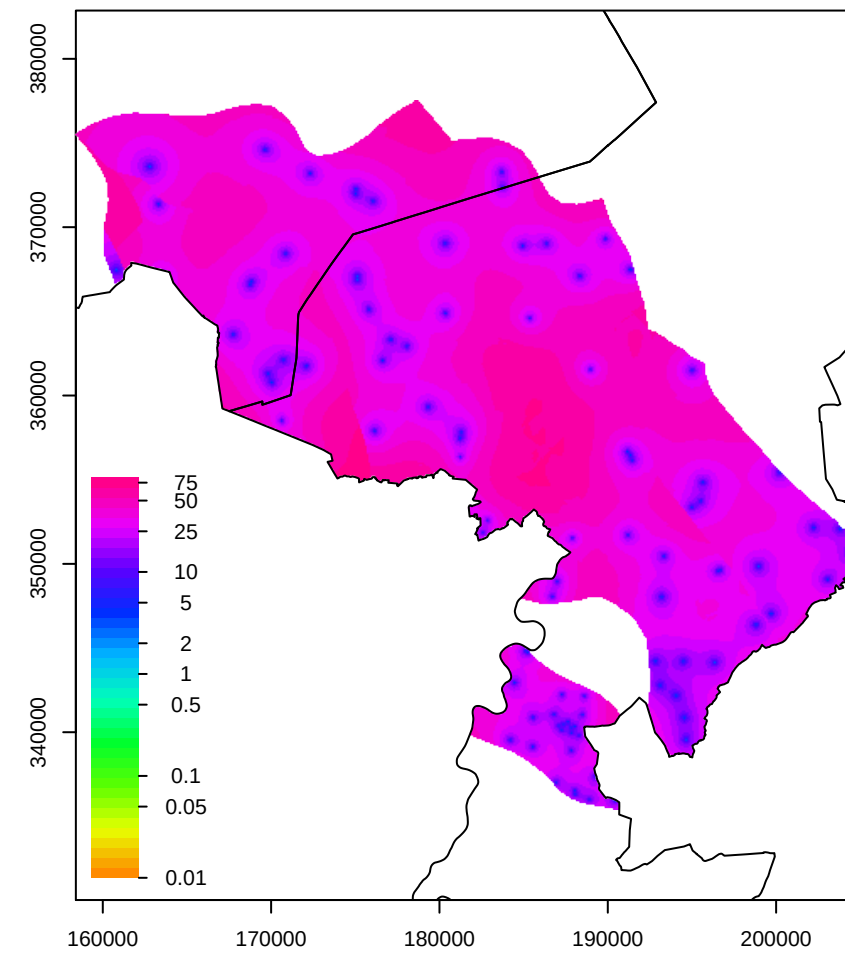
SYk3 std top



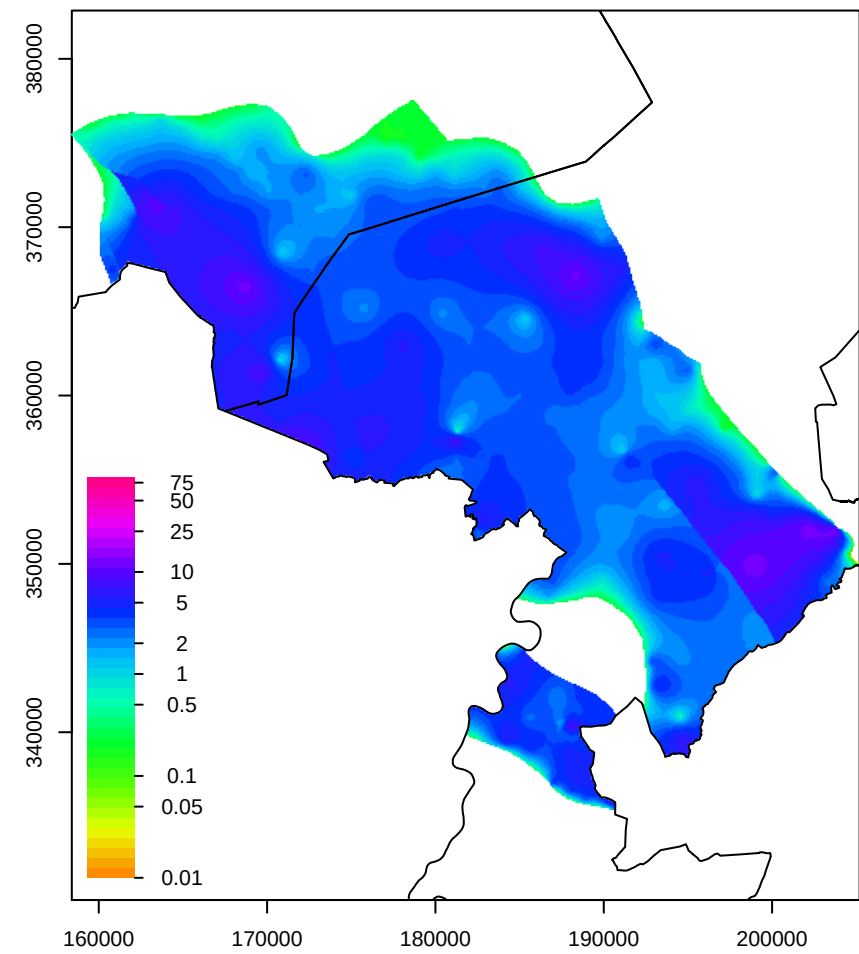
SYk3 std dikte



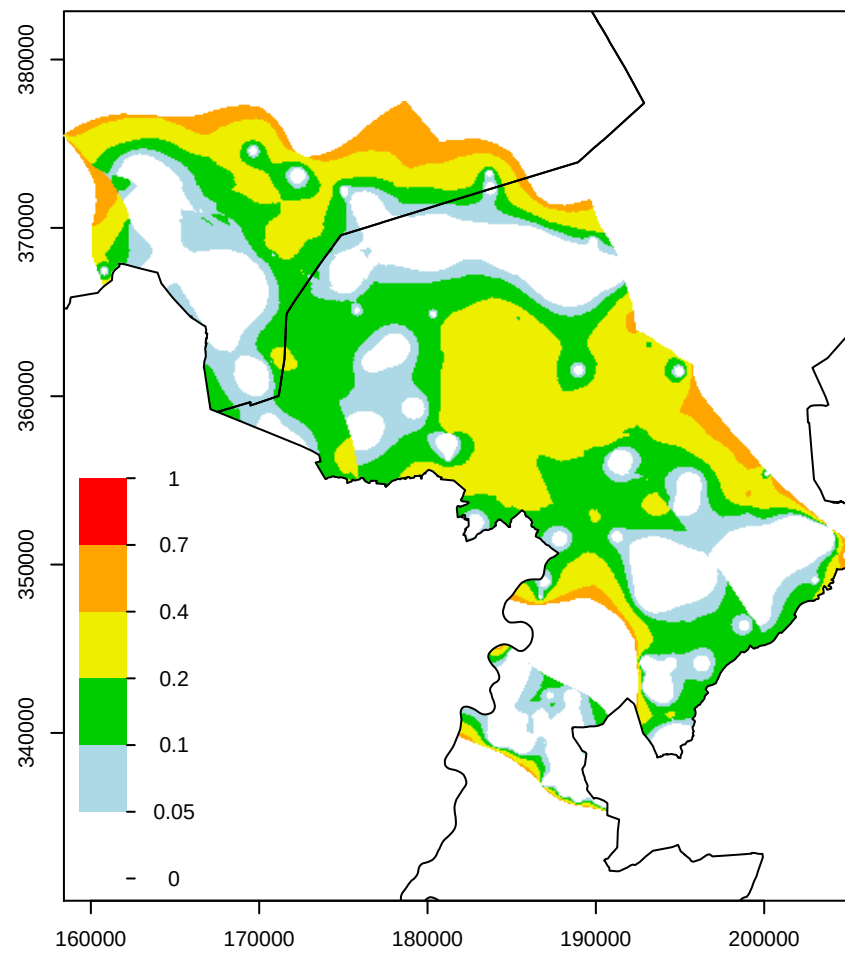
SYk3 std basis (afgeleide parameter)



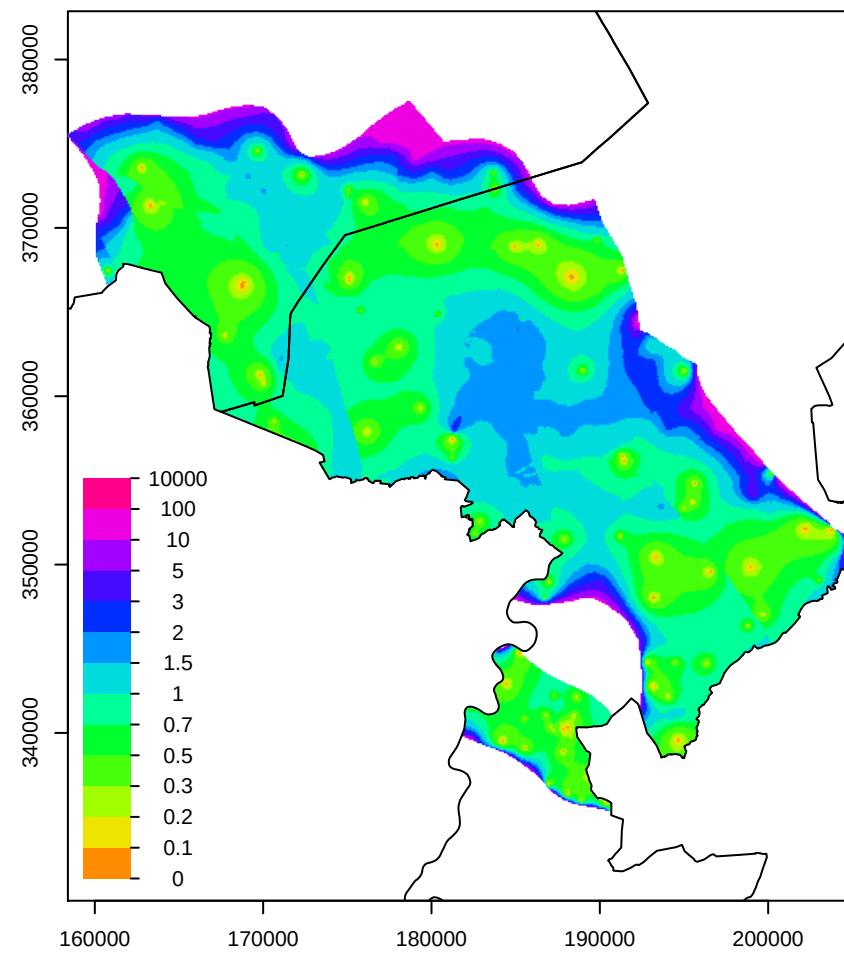
SYk3 dikte



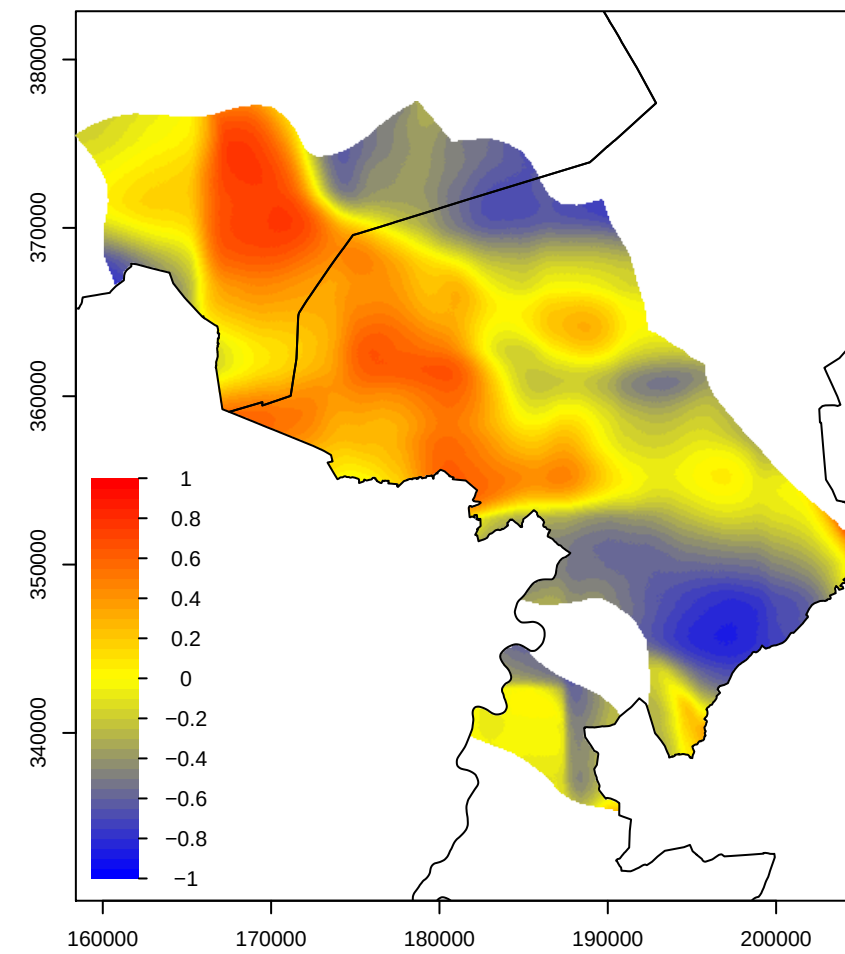
SYk3 kans op negatieve dikte



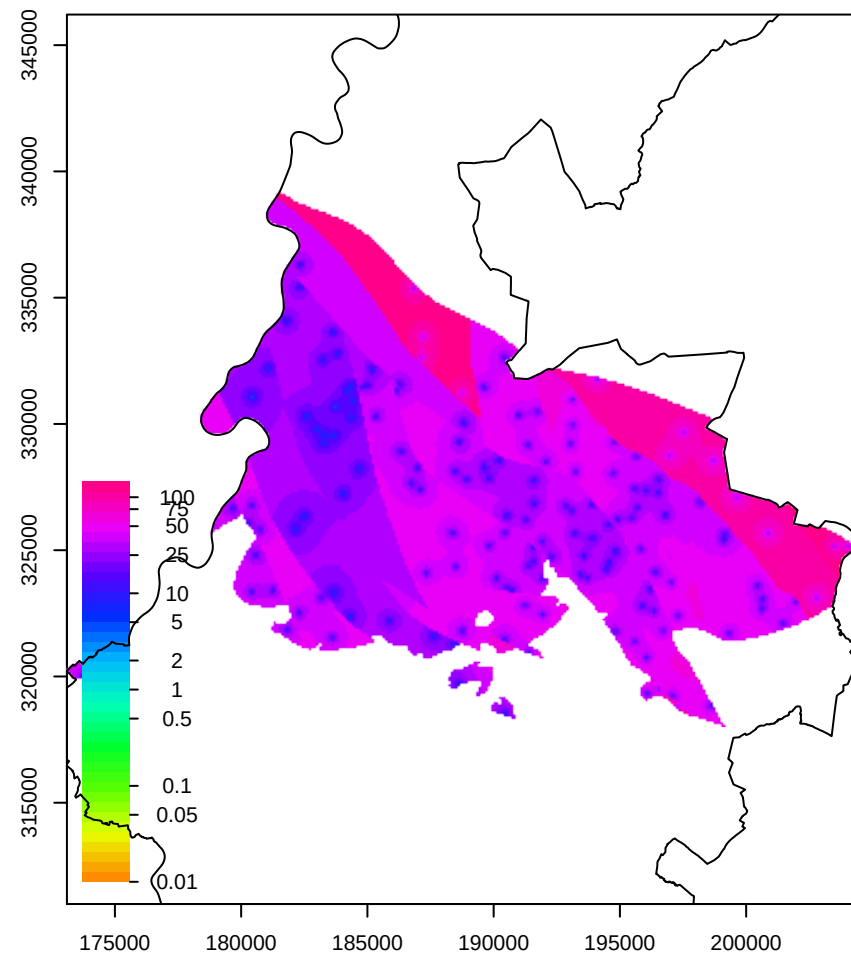
SYk3 CV dikte



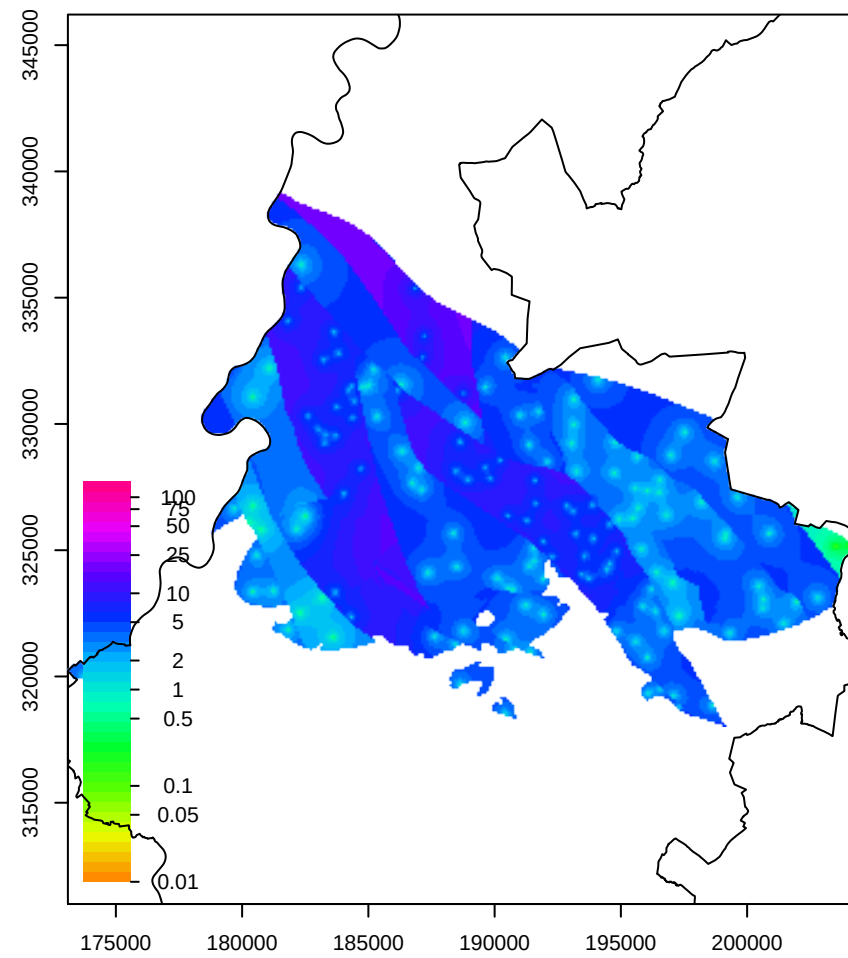
SYk3 correlatiecoefficient



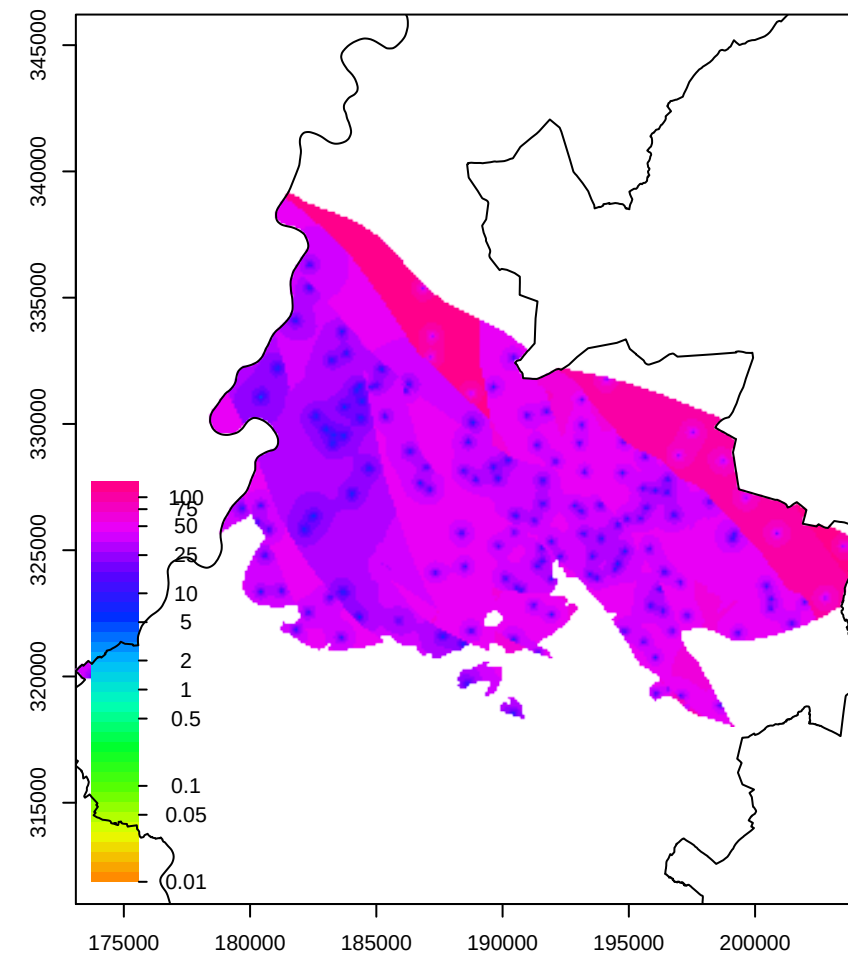
TOGOk1 std top



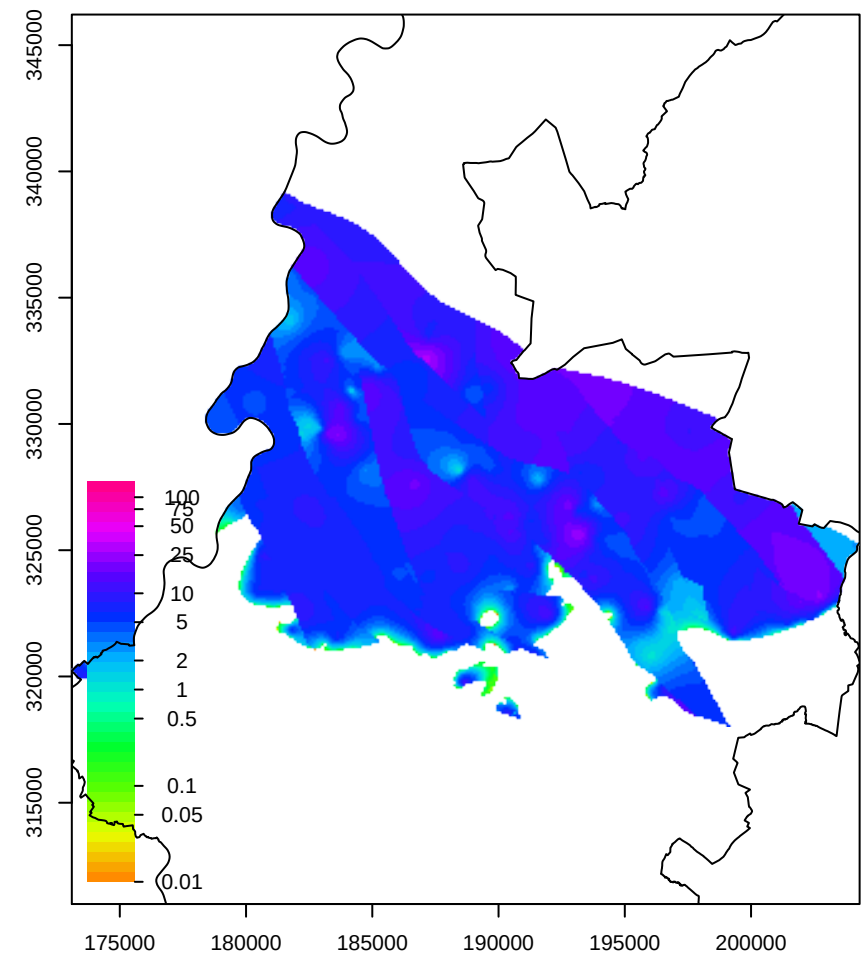
TOGOk1 std dikte



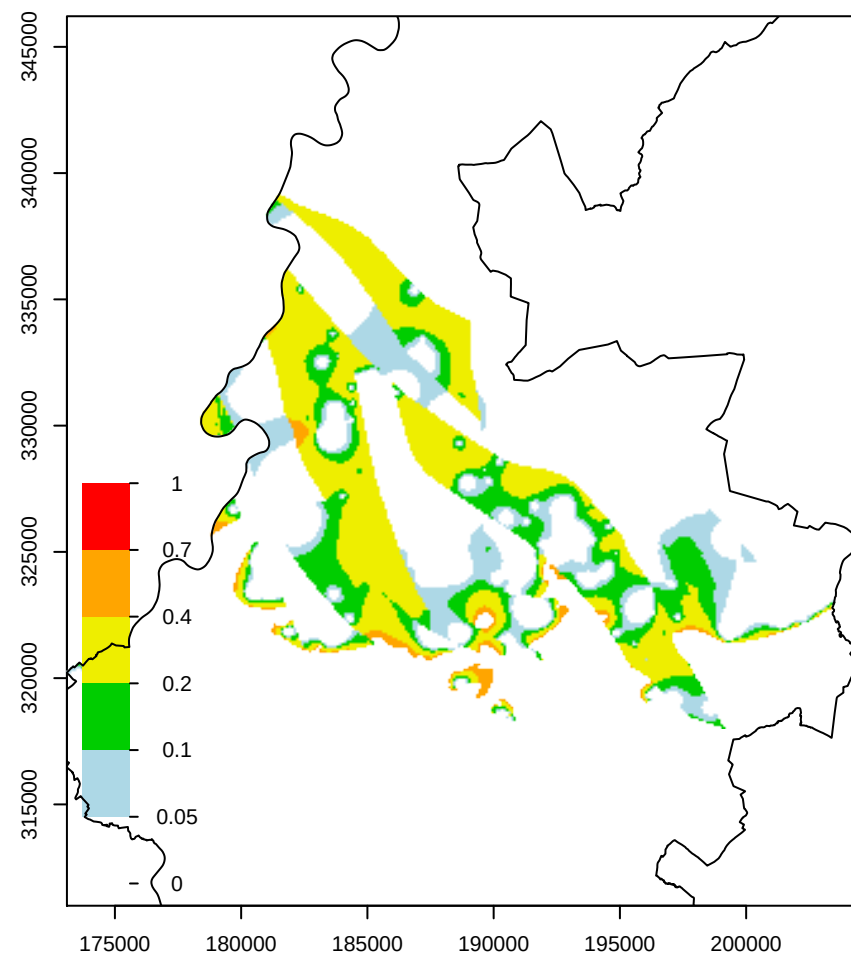
TOGOk1 std basis (afgeleide parameter)



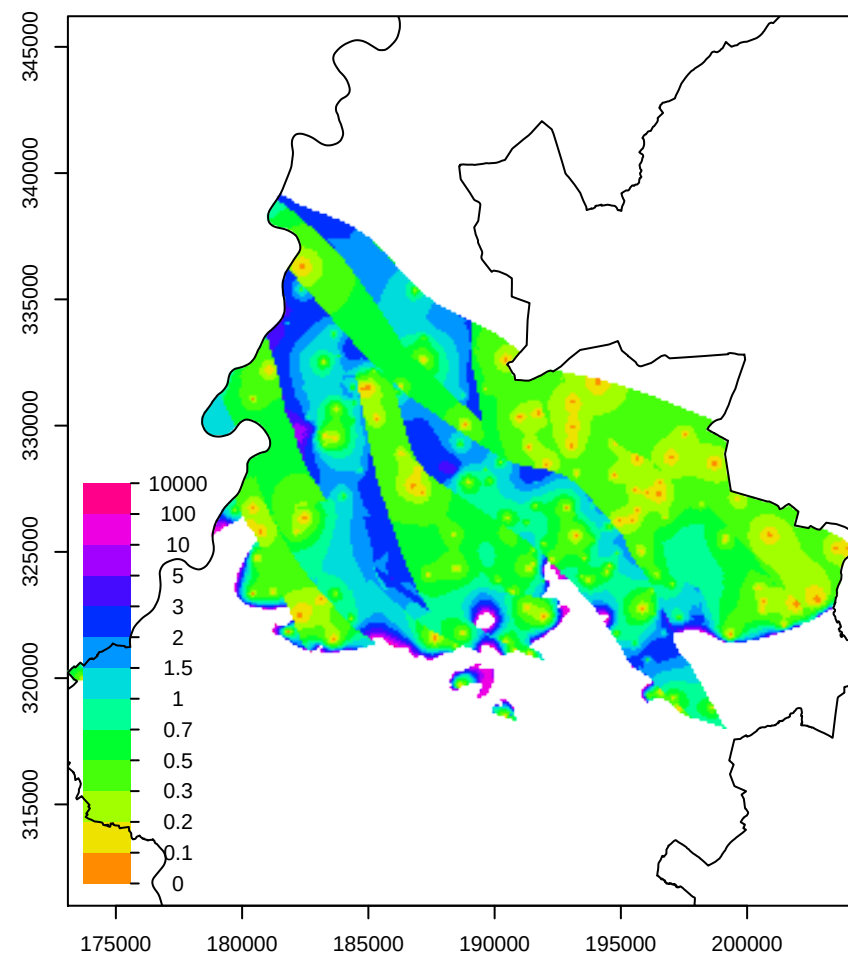
TOGOk1 dikte



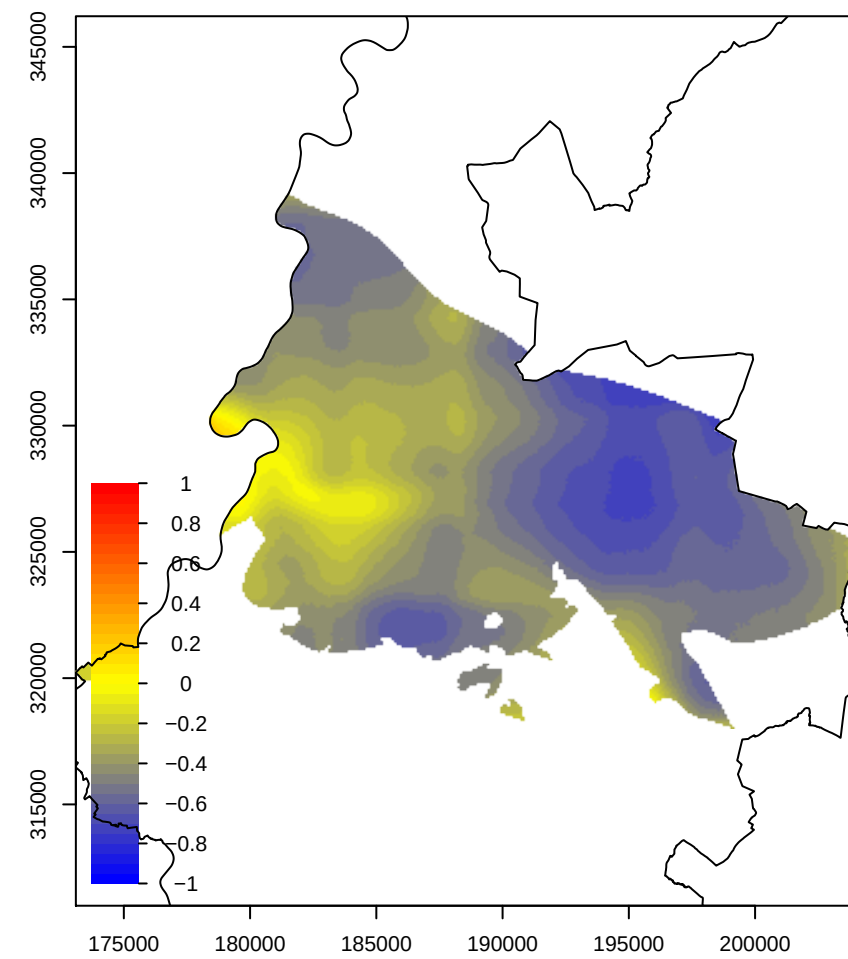
TOGOk1 kans op negatieve dikte



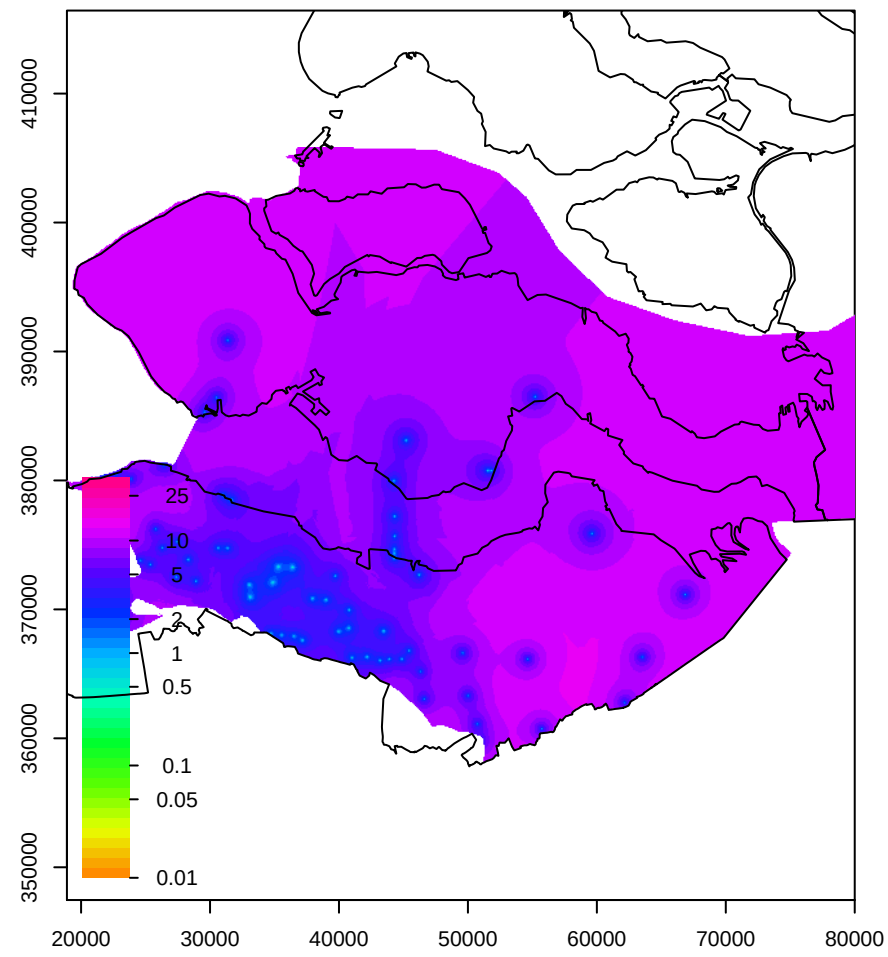
TOGOk1 CV dikte



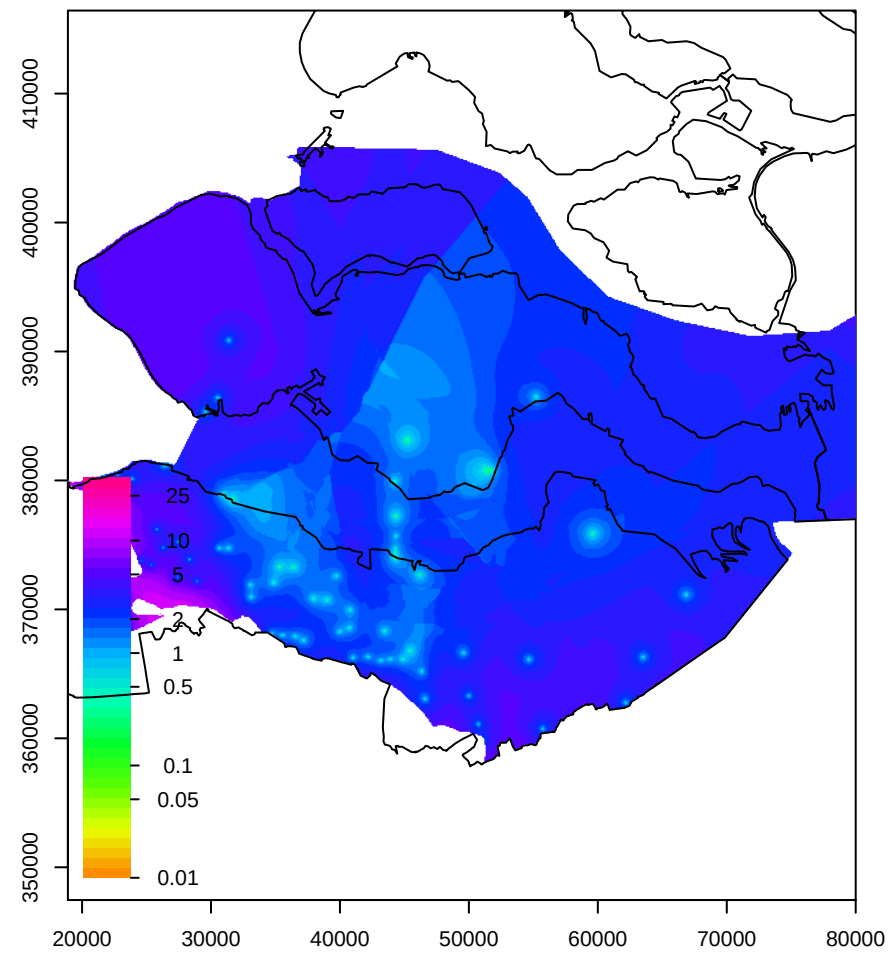
TOGOk1 correlatiecoefficient



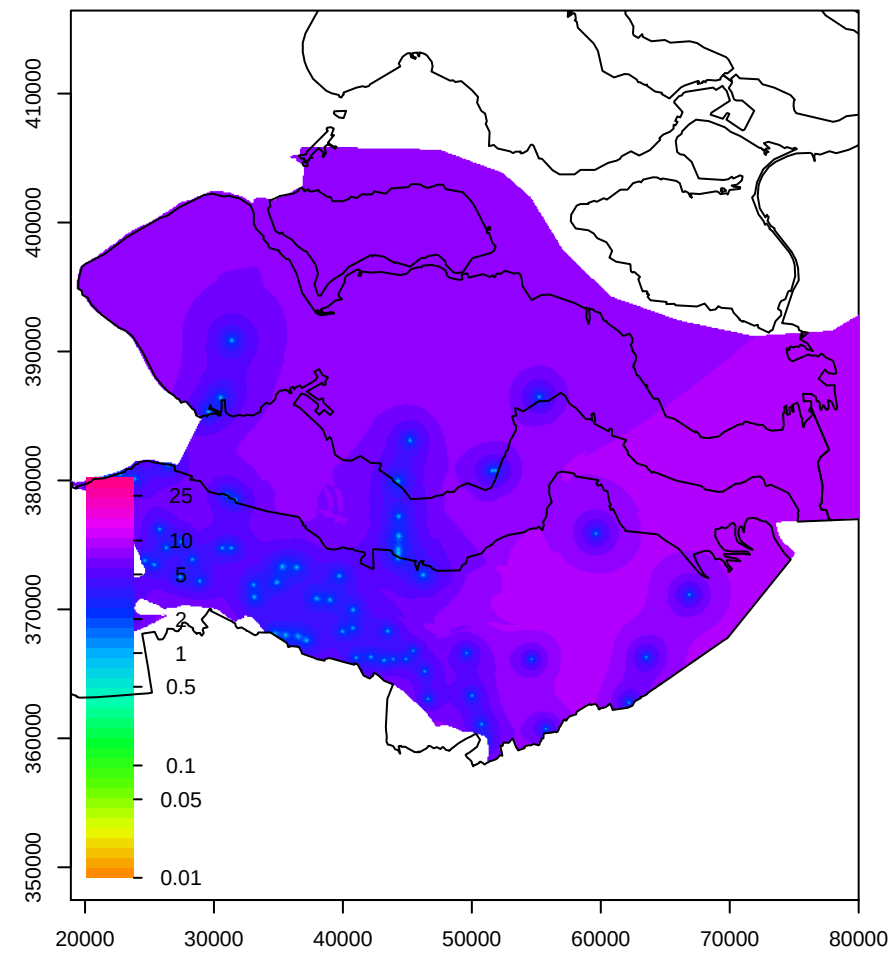
TOZEWak1 std top



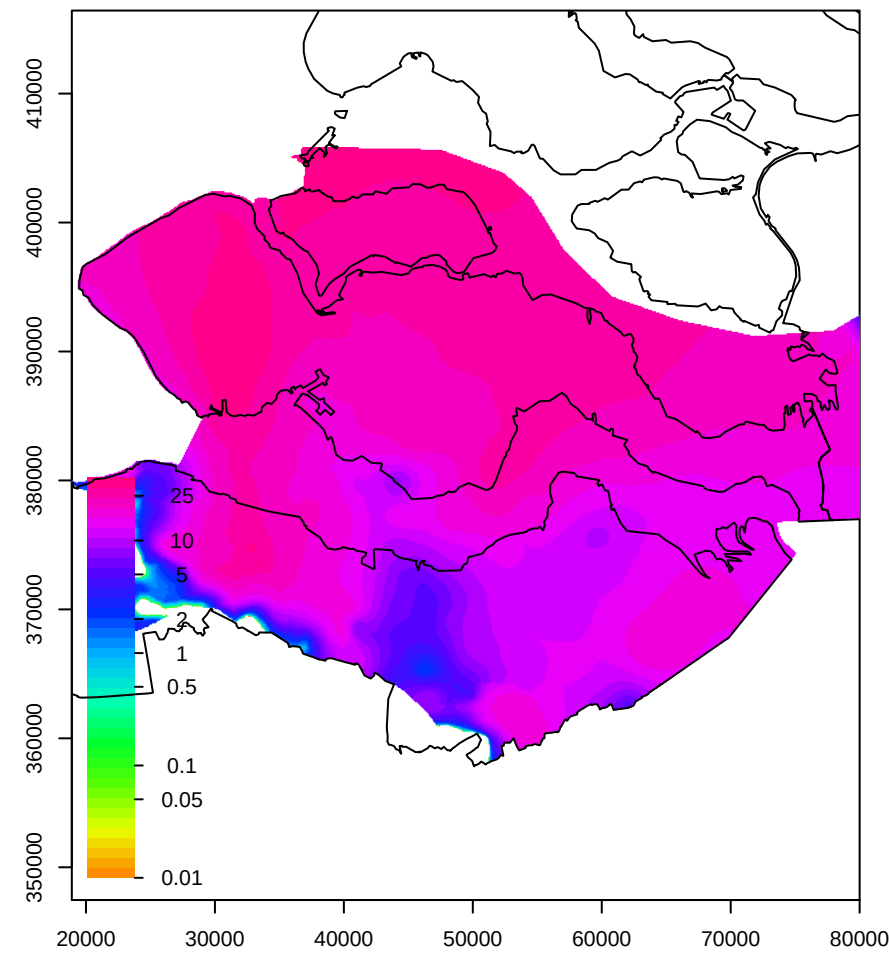
TOZEWak1 std dikte (afgeleide parameter)



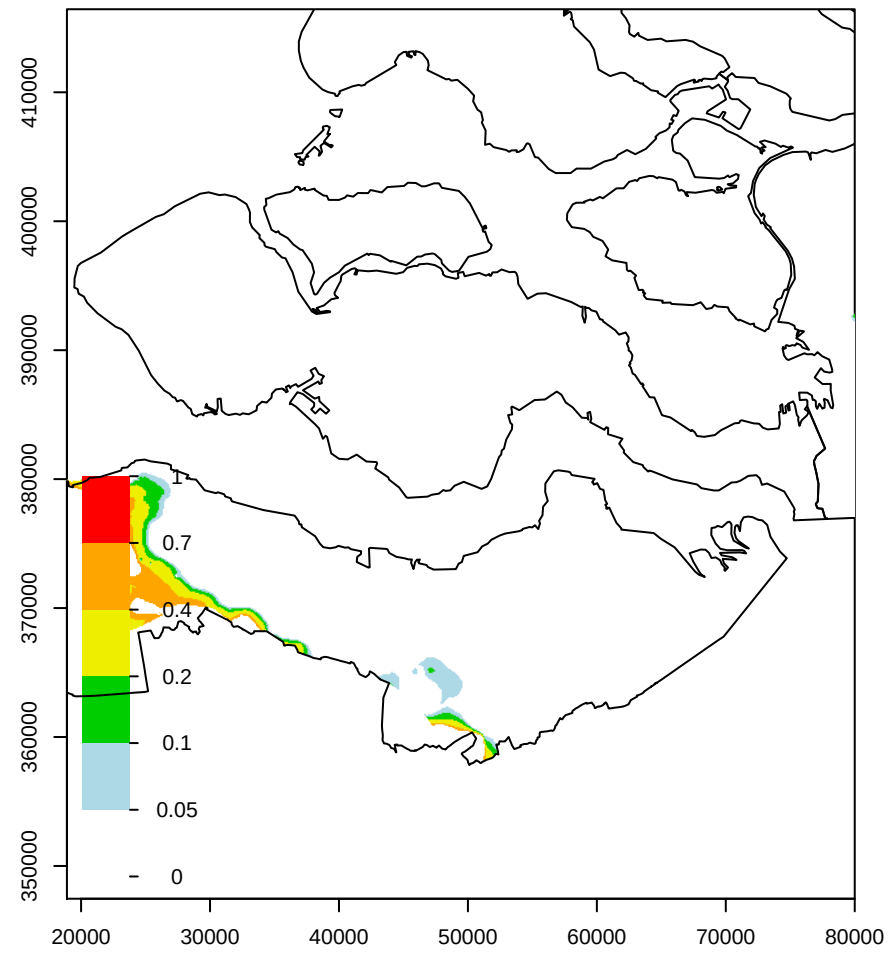
TOZEWak1 std basis



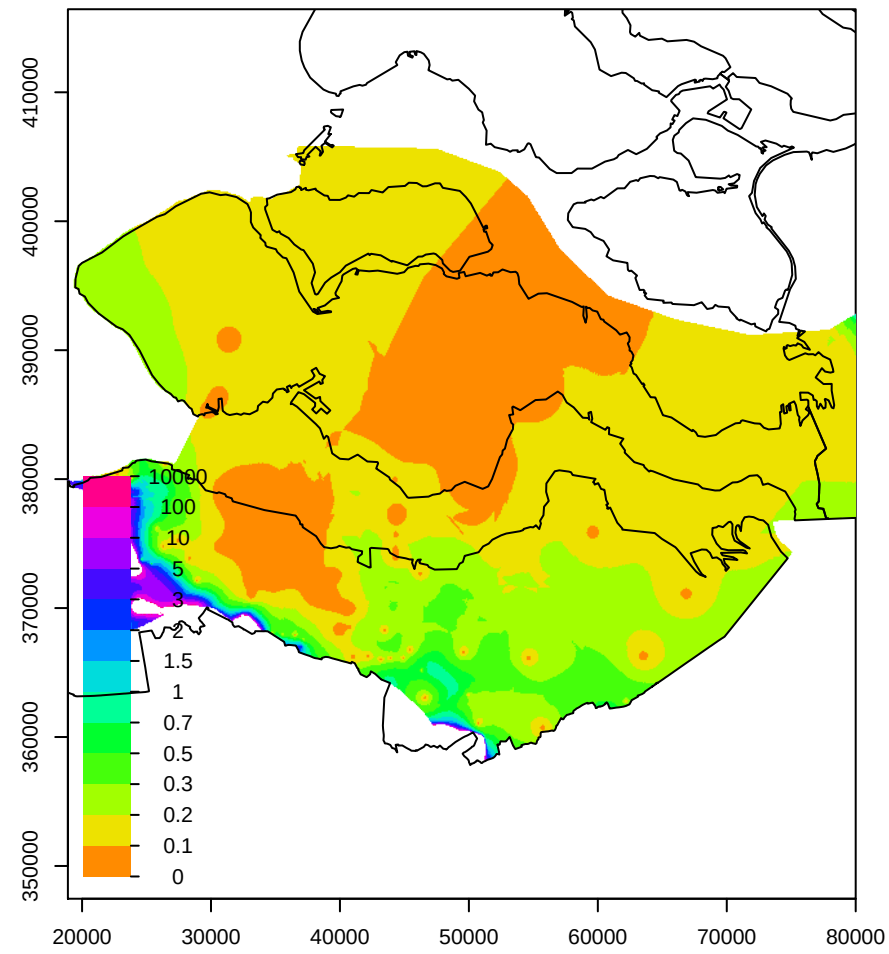
TOZEWak1 dikte



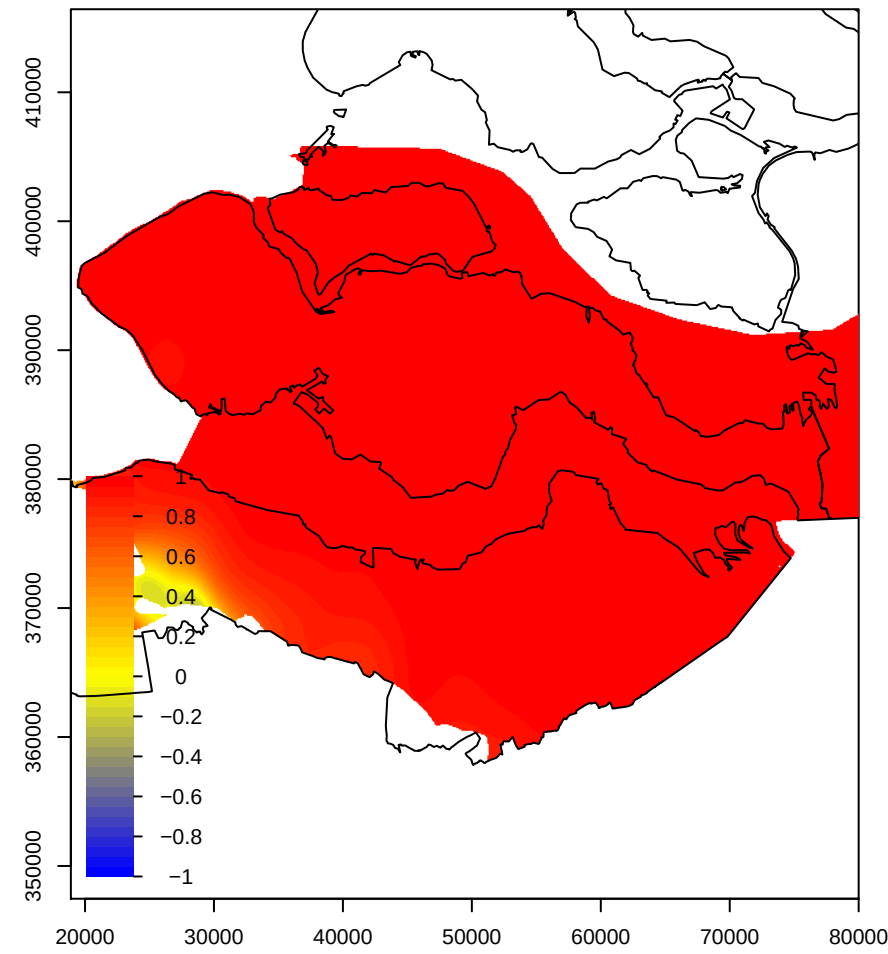
TOZEWak1 kans op negatieve dikte

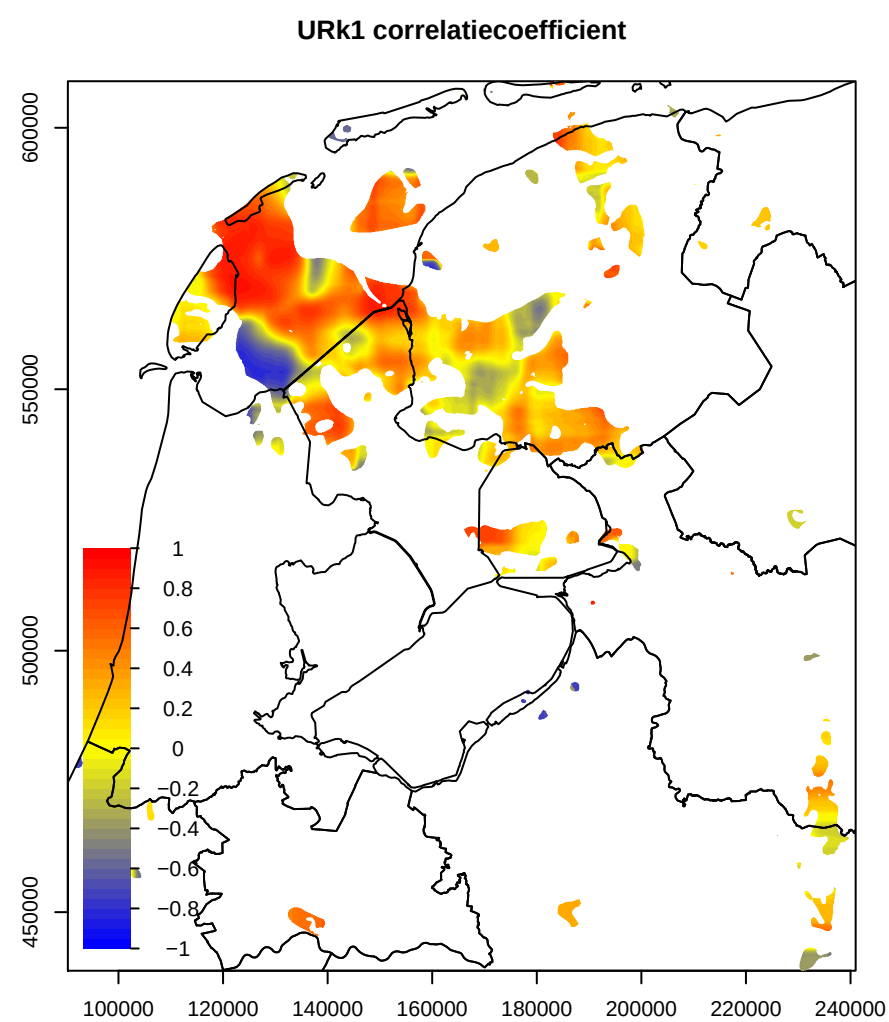
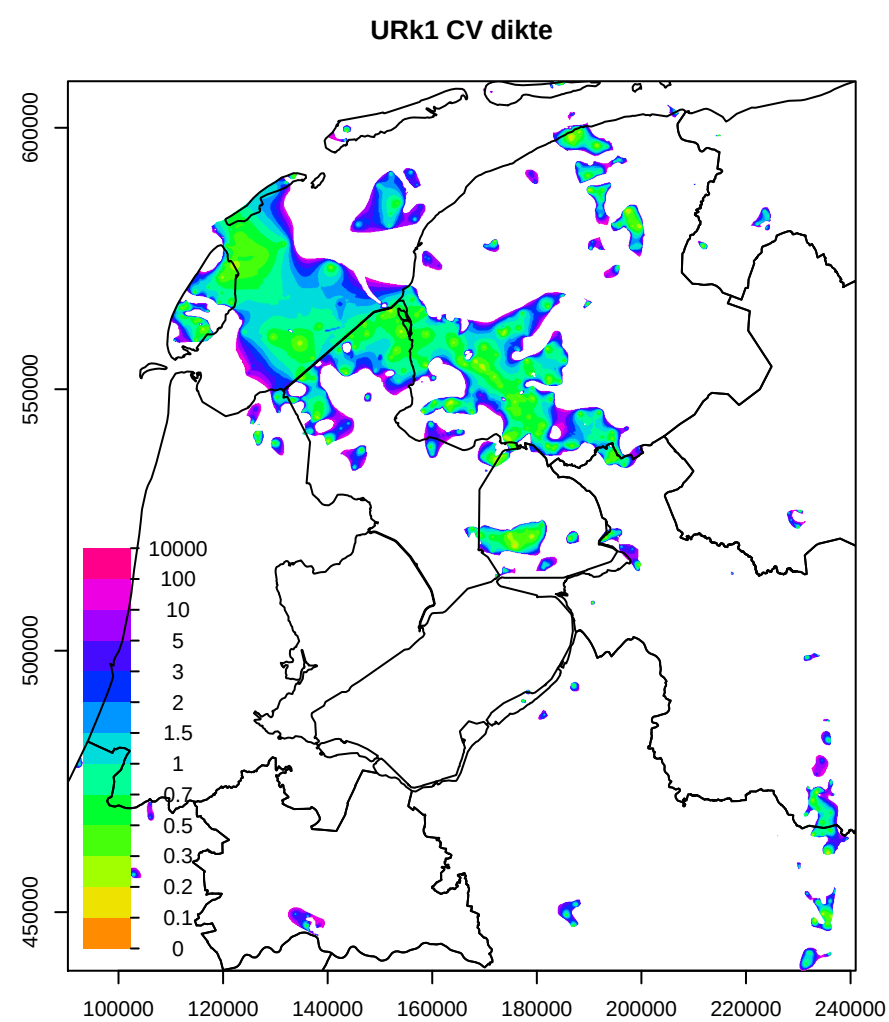
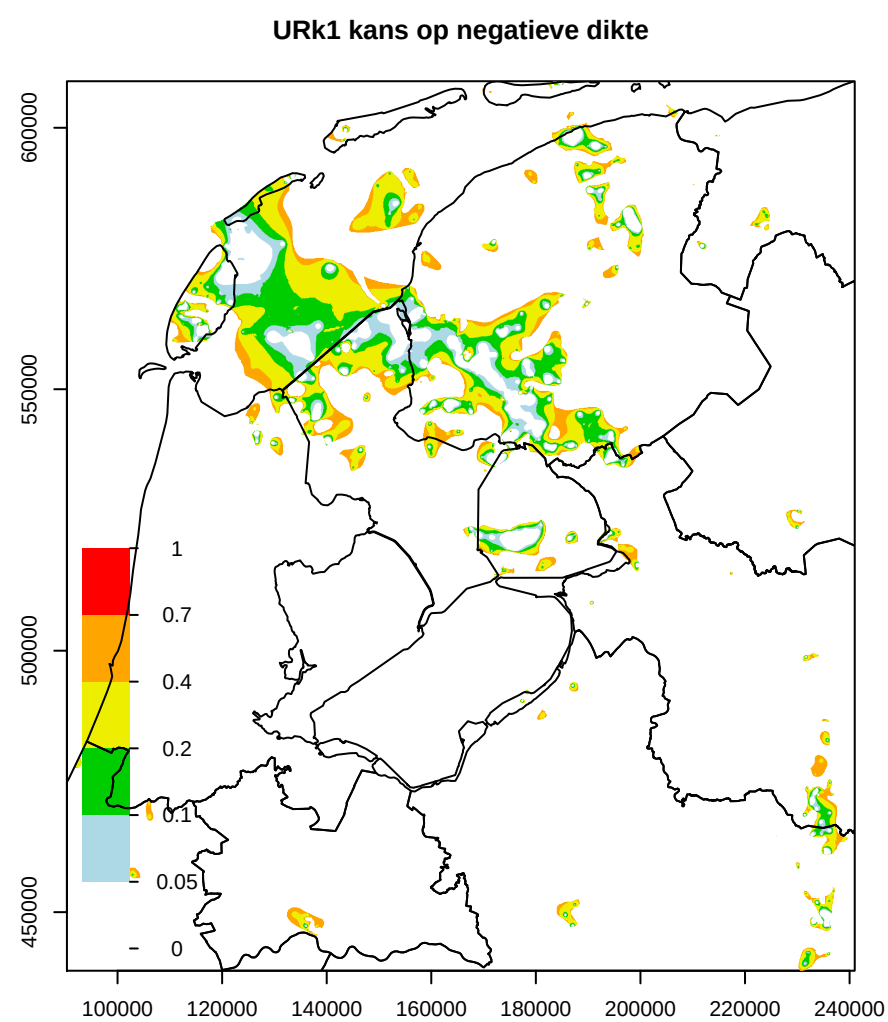
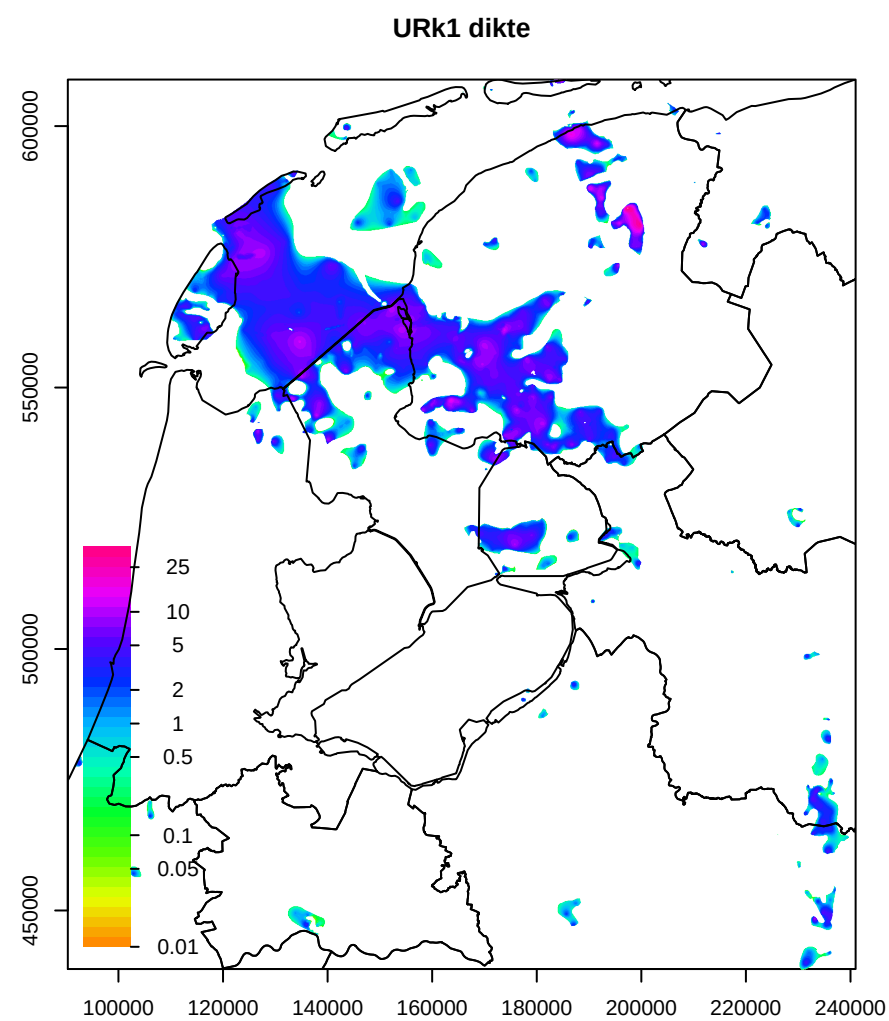
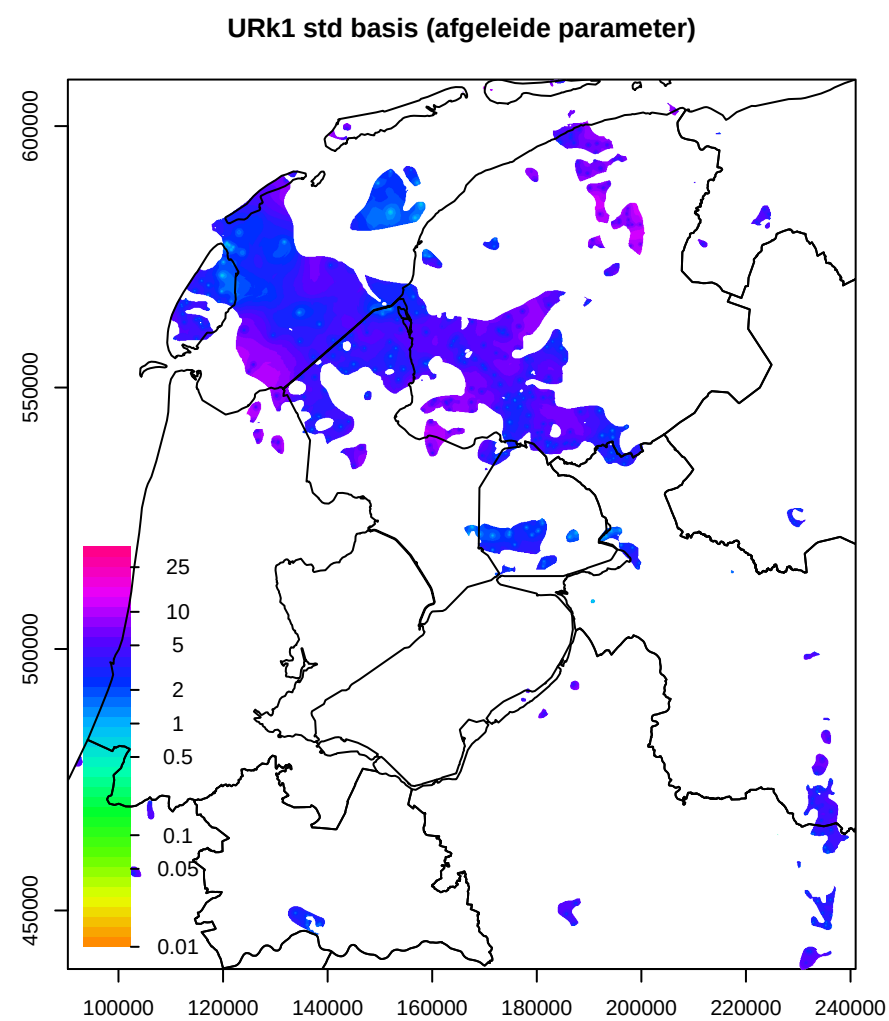
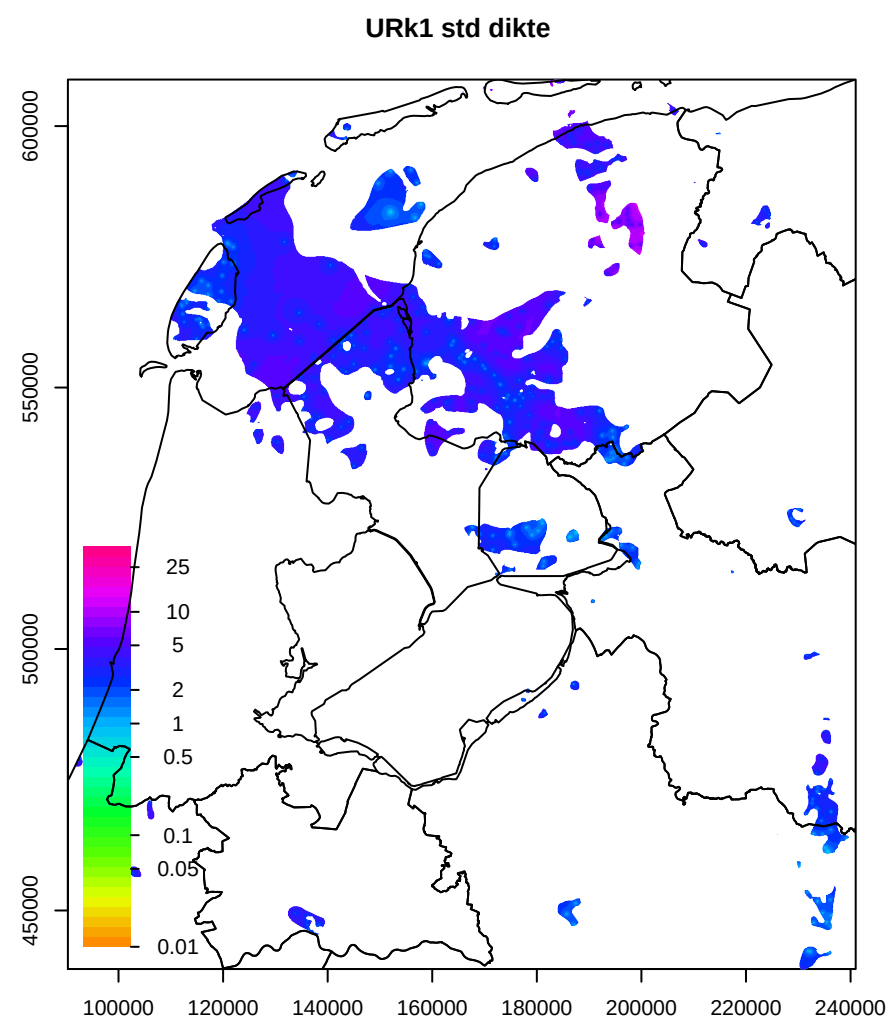
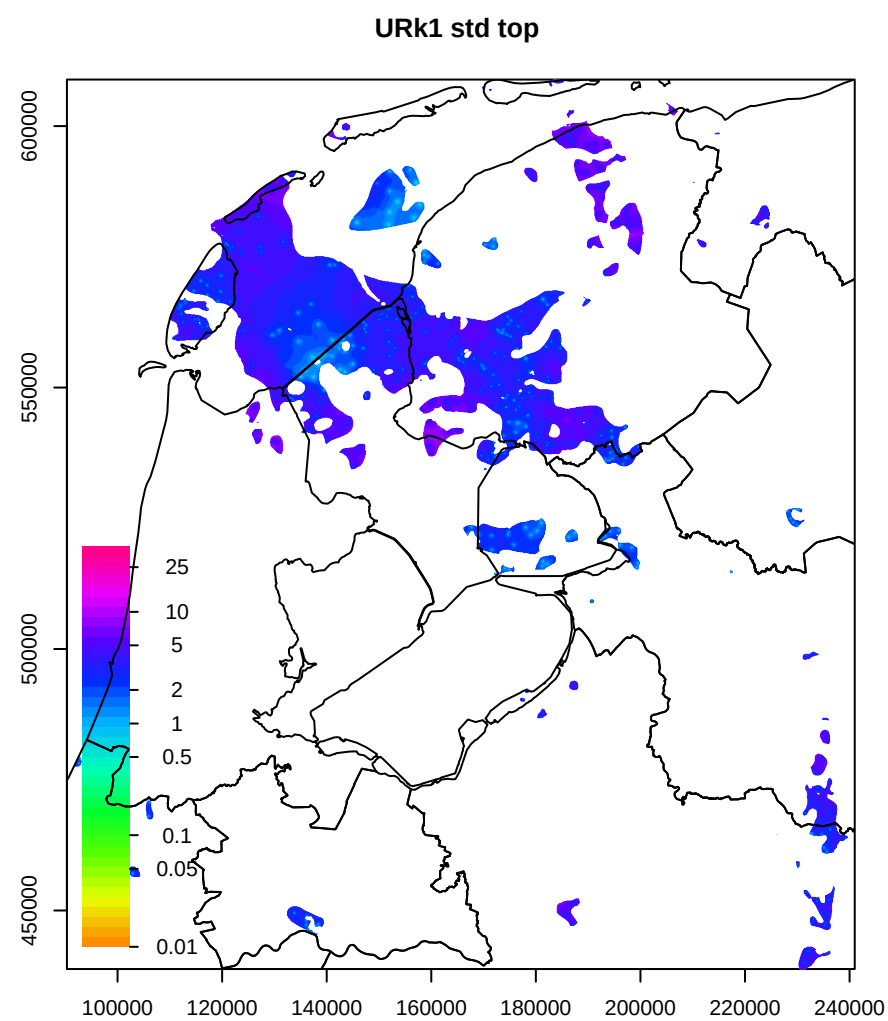


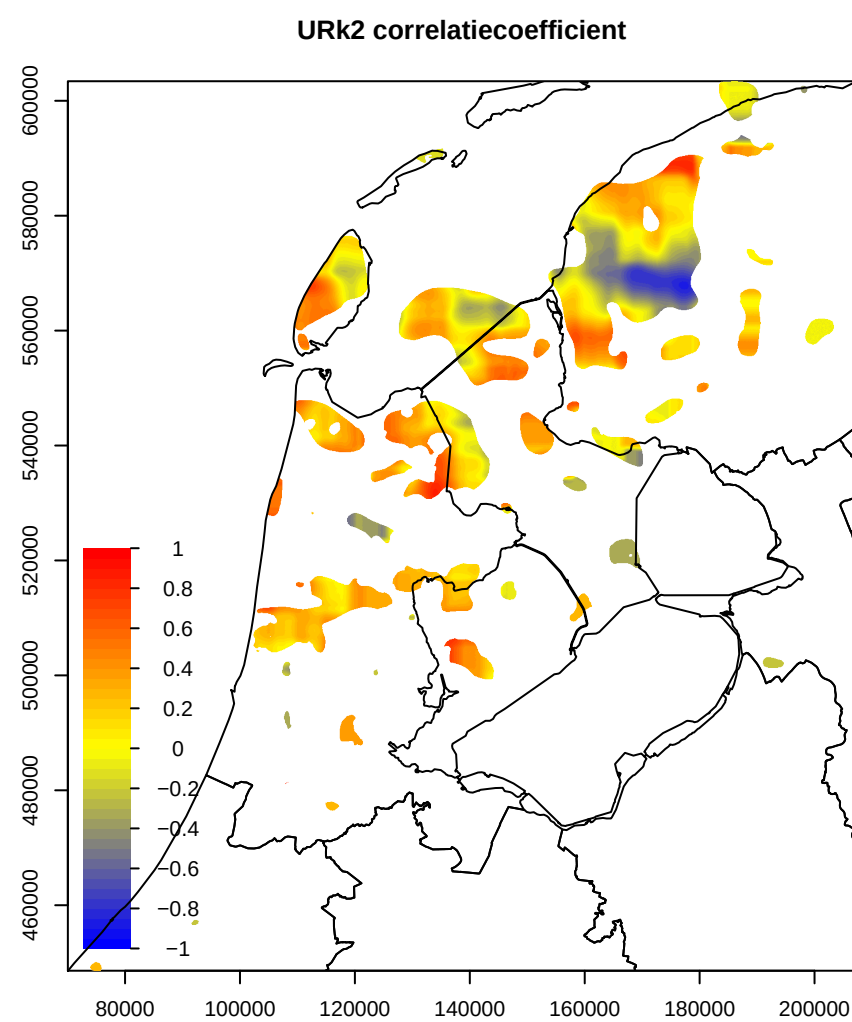
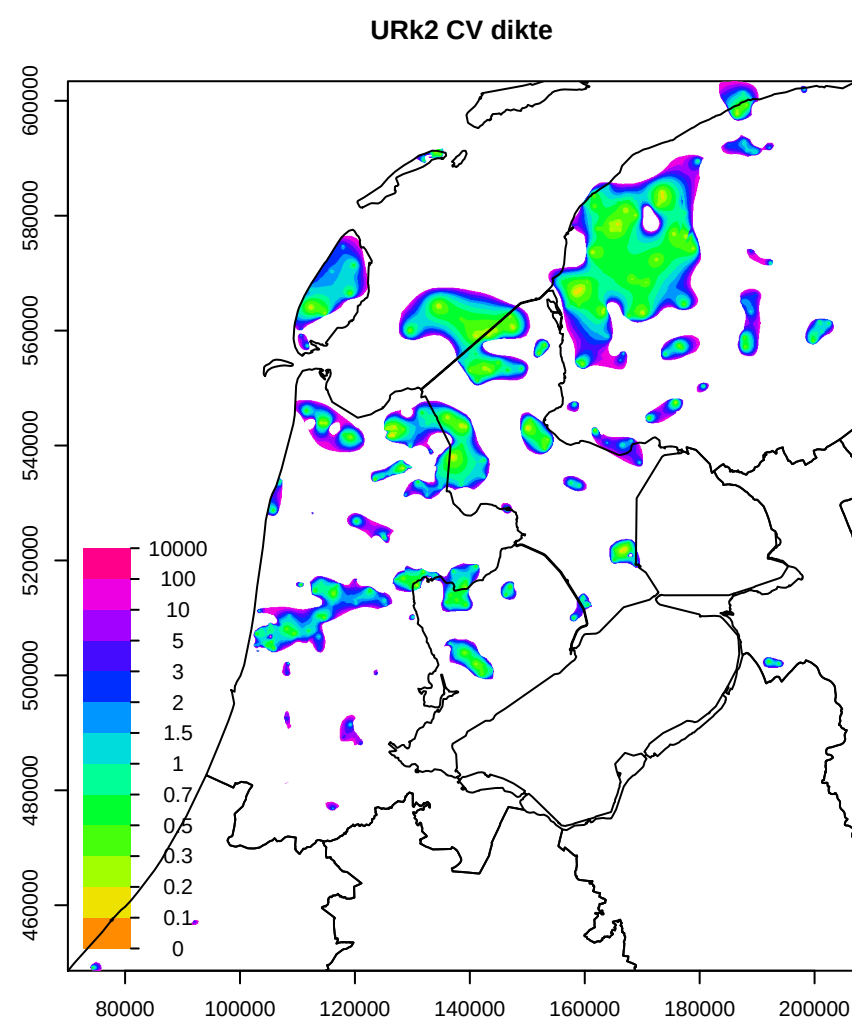
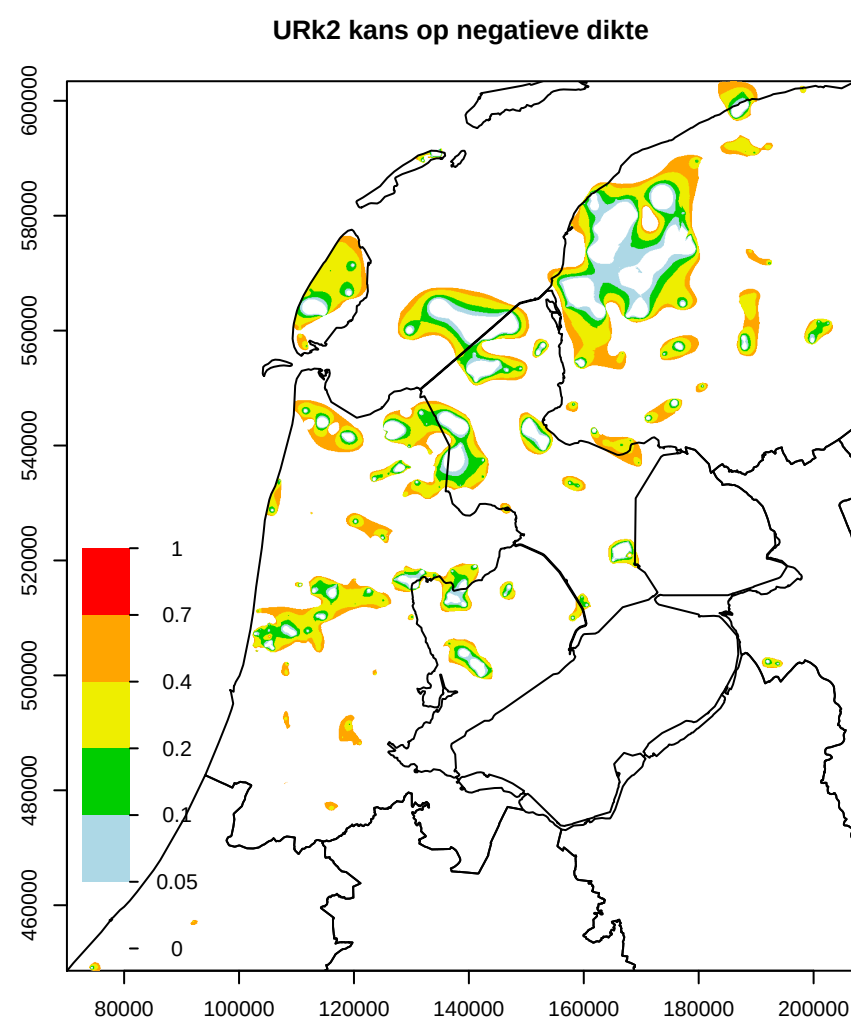
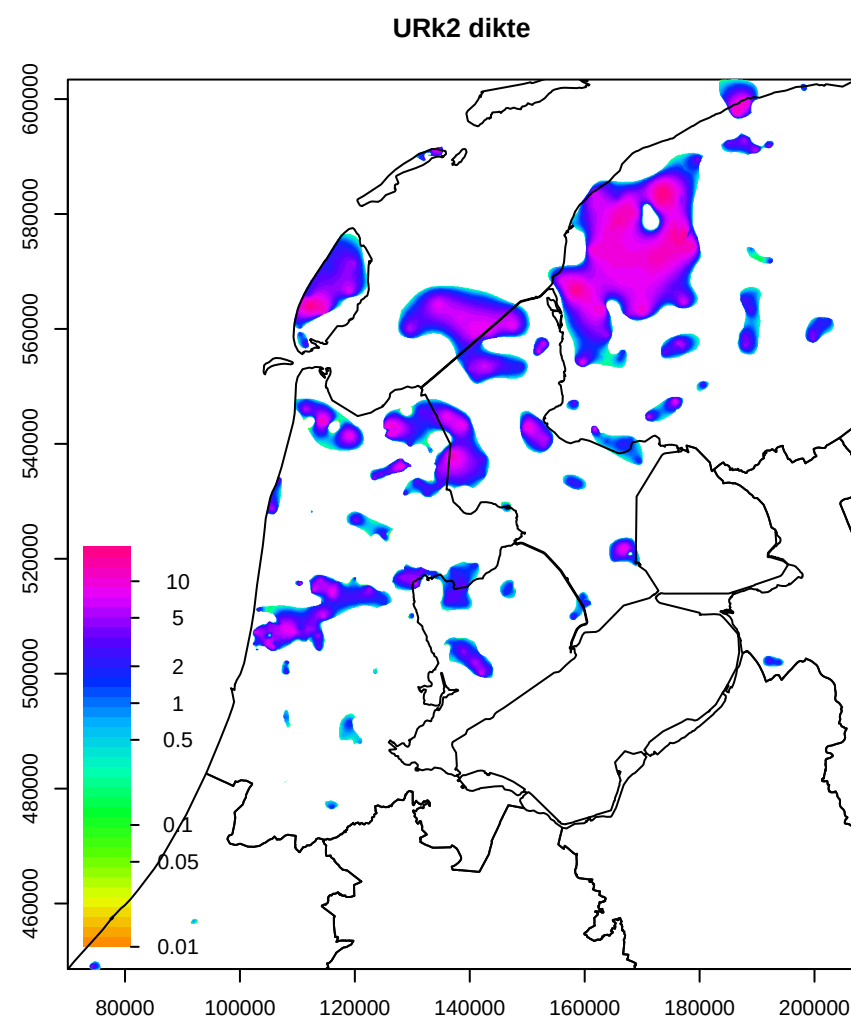
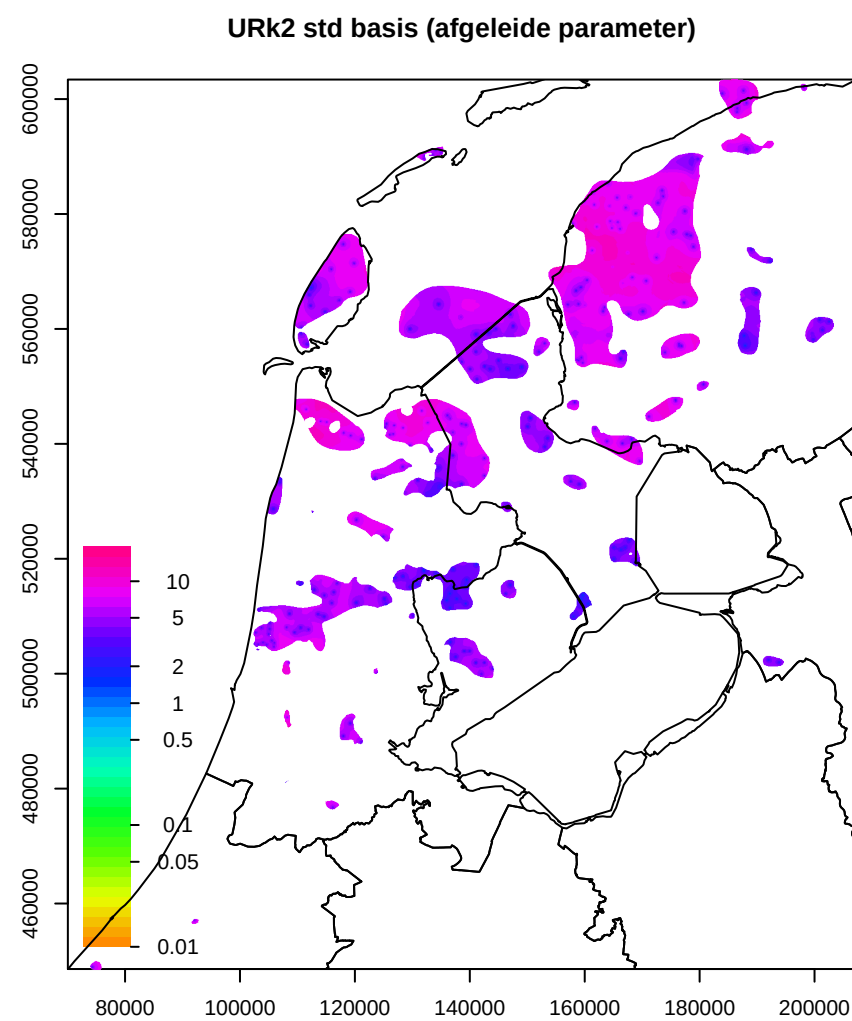
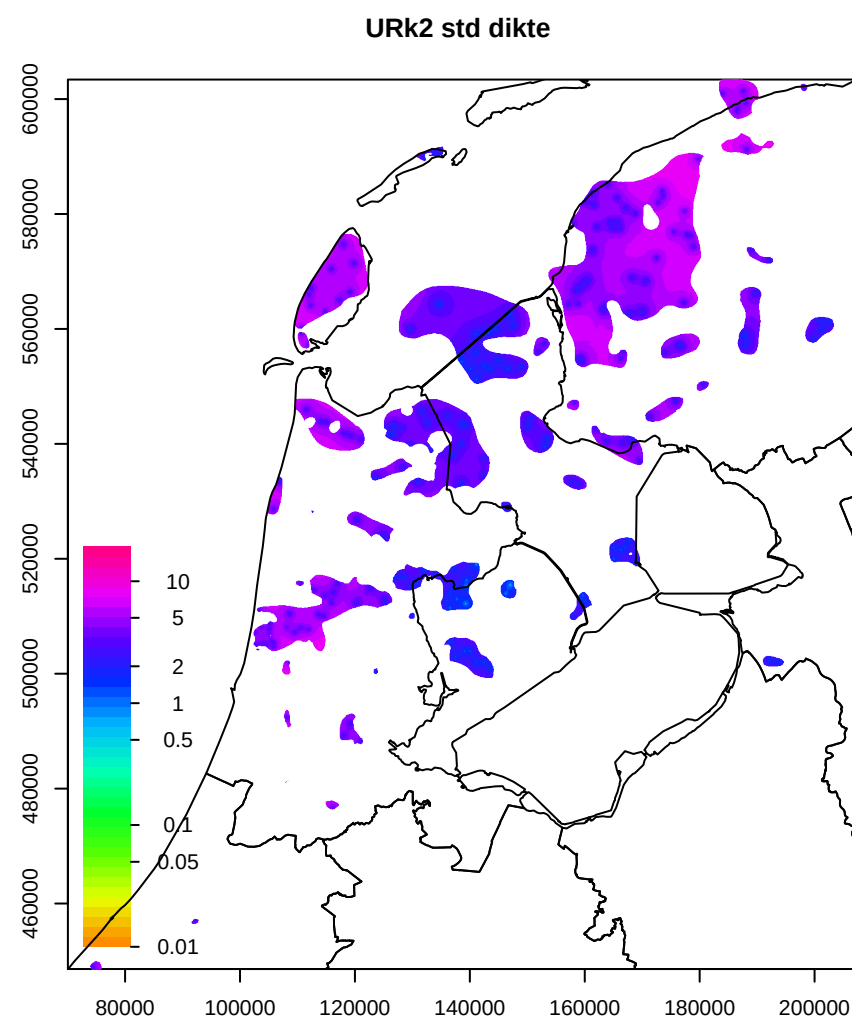
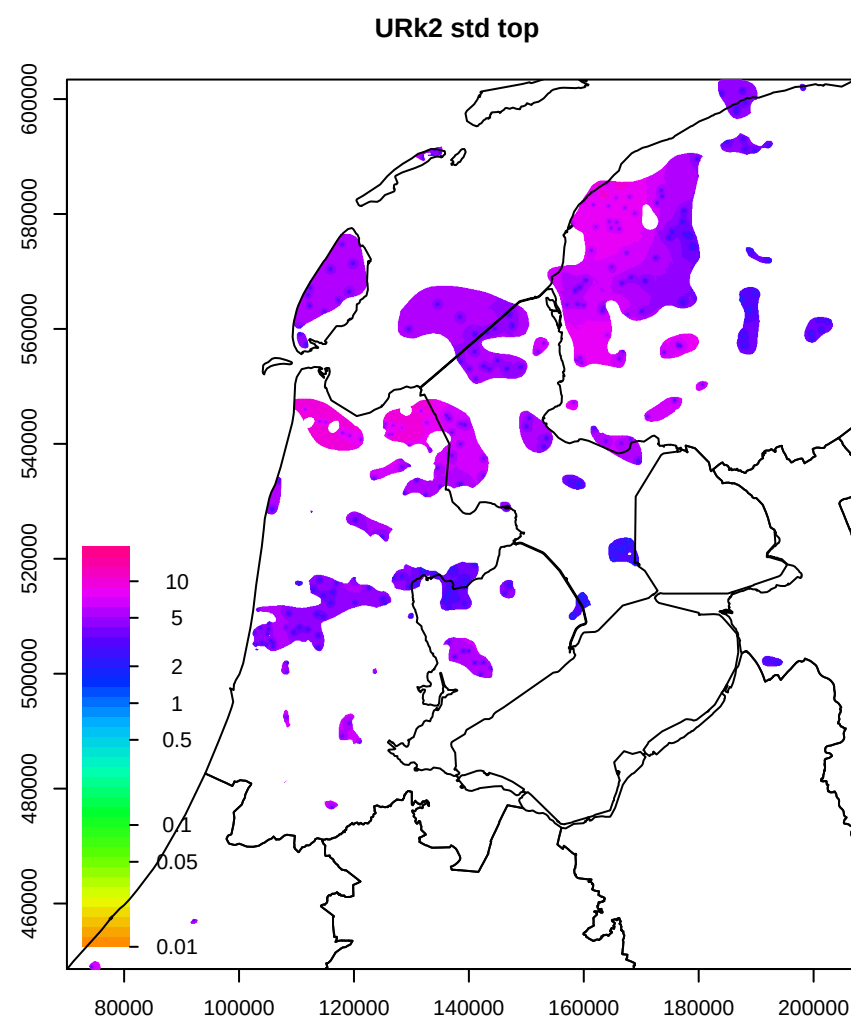
TOZEWak1 CV dikte



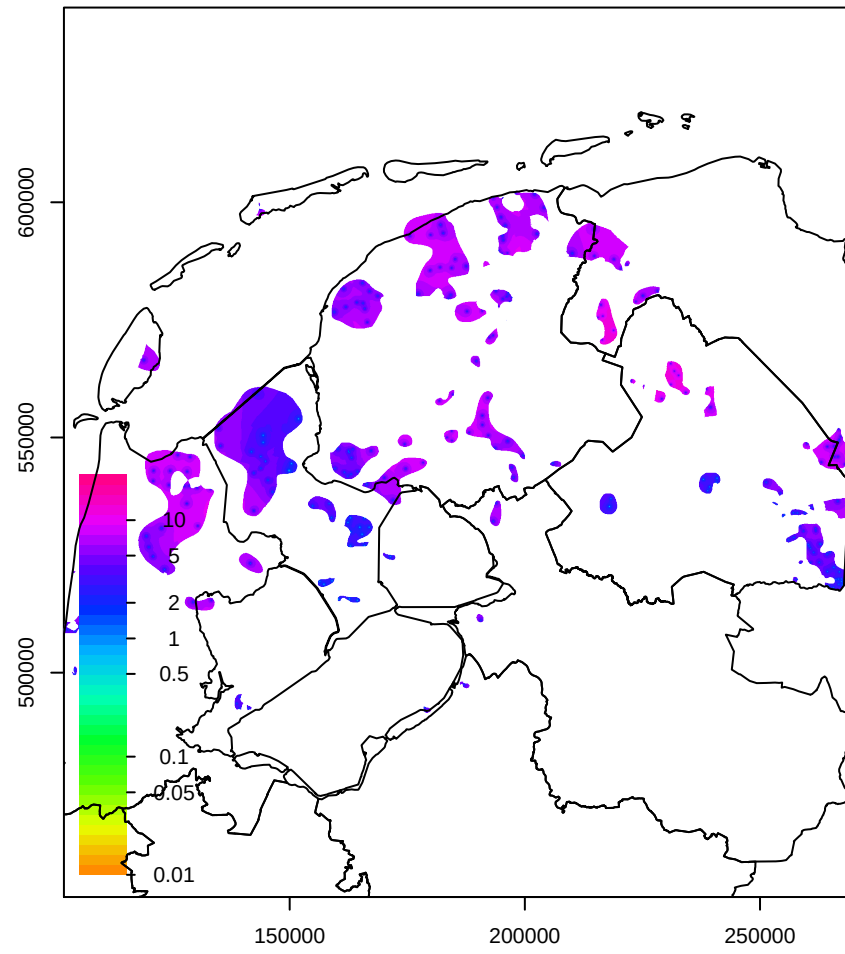
TOZEWak1 correlatiecoefficient



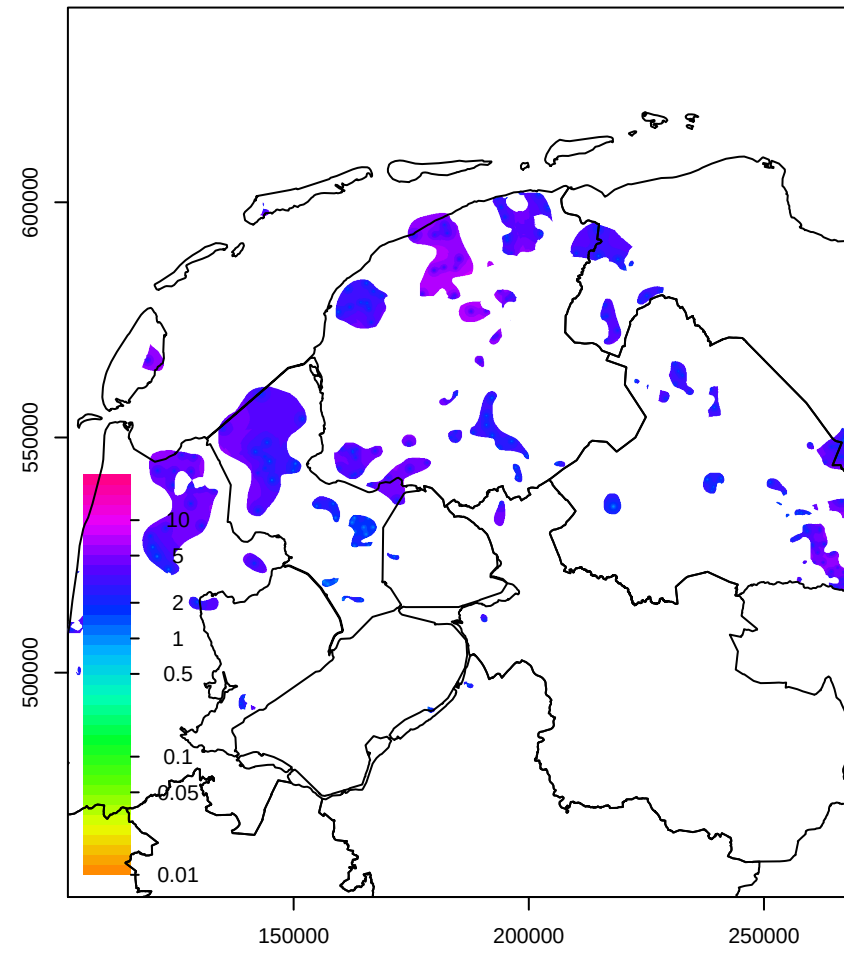




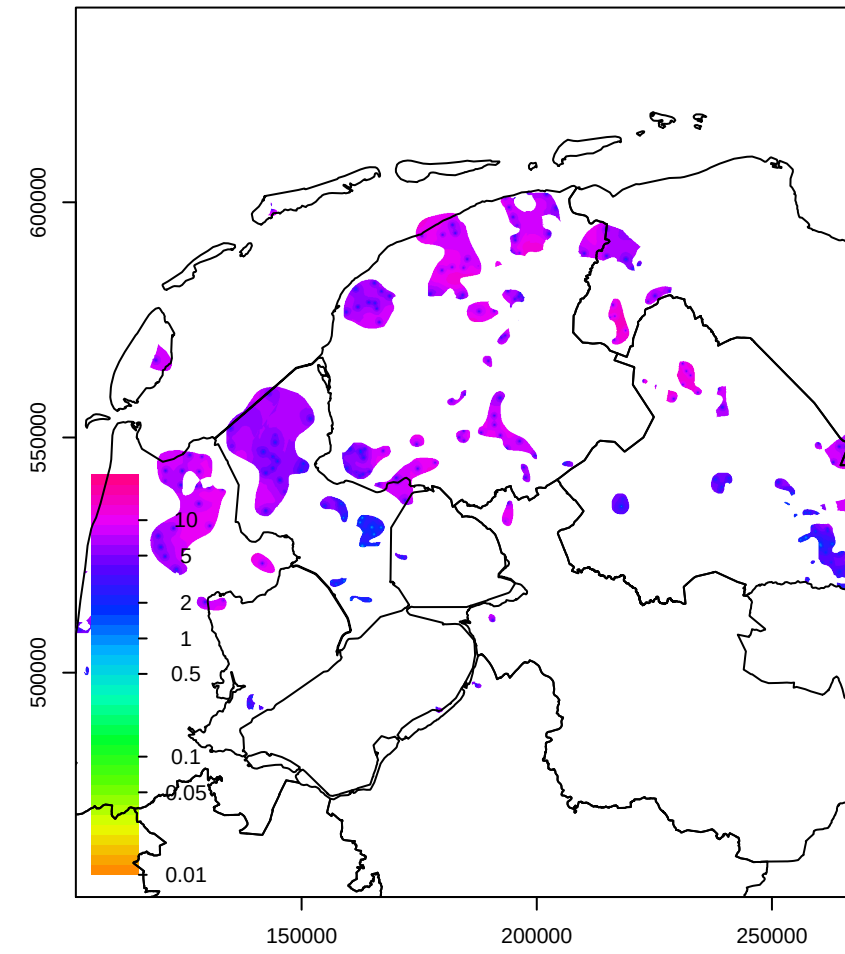
URk3 std top



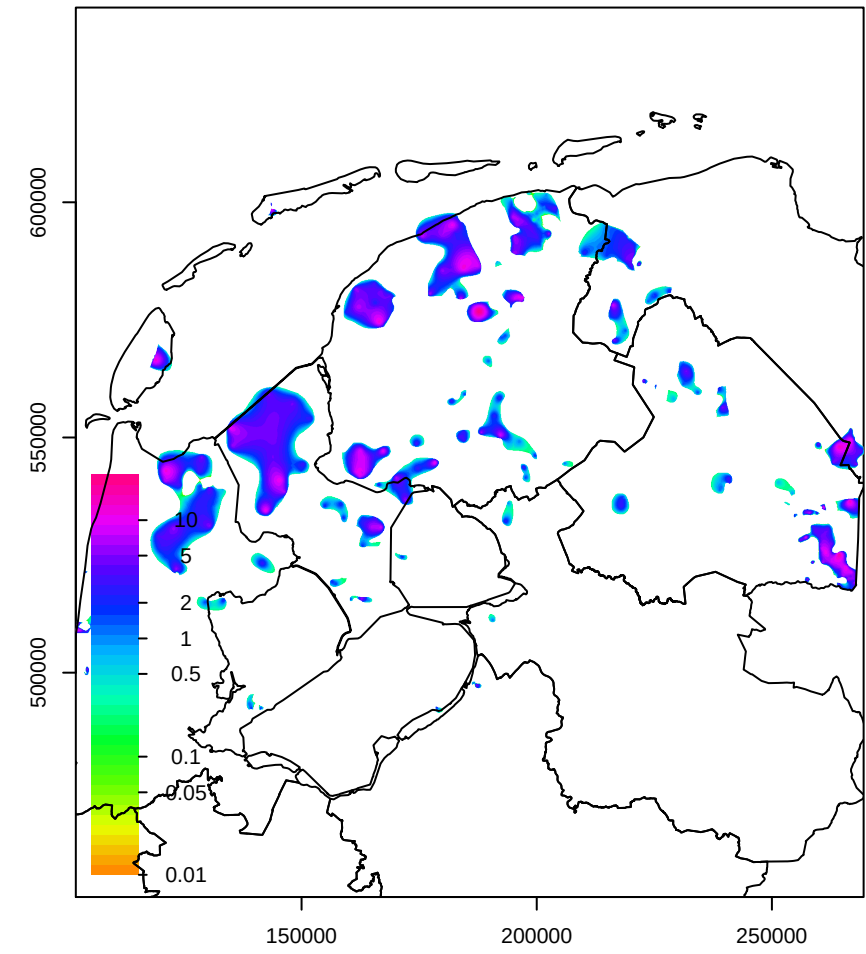
URk3 std dikte



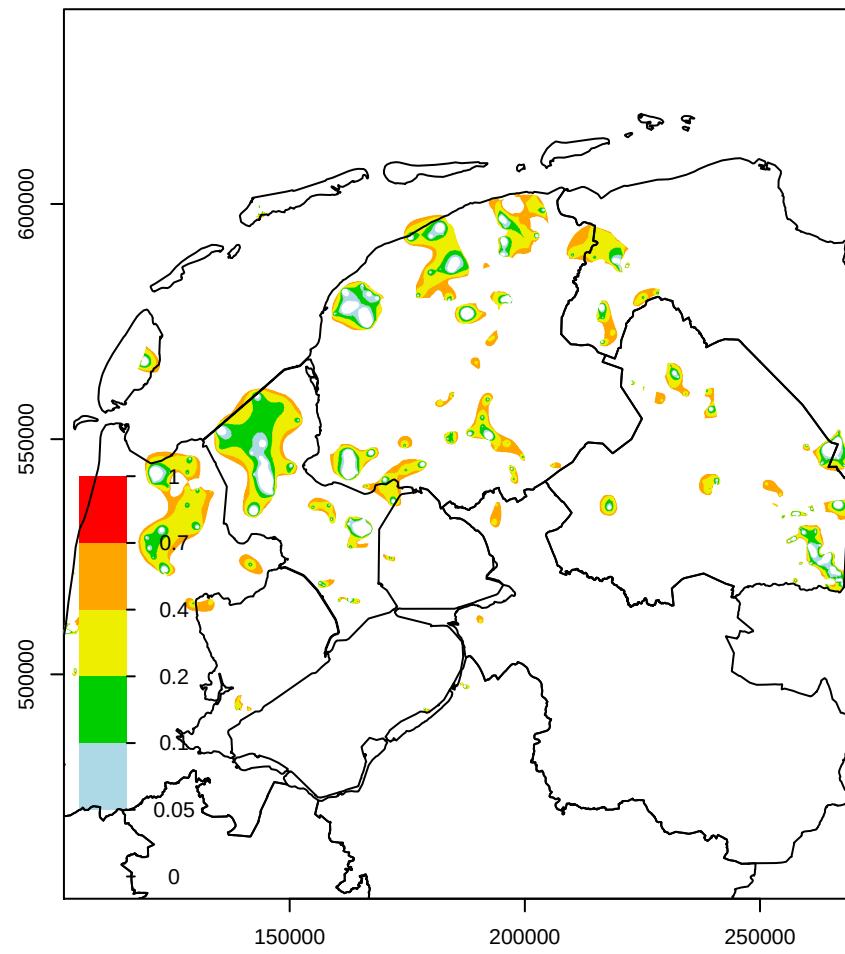
URk3 std basis (afgeleide parameter)



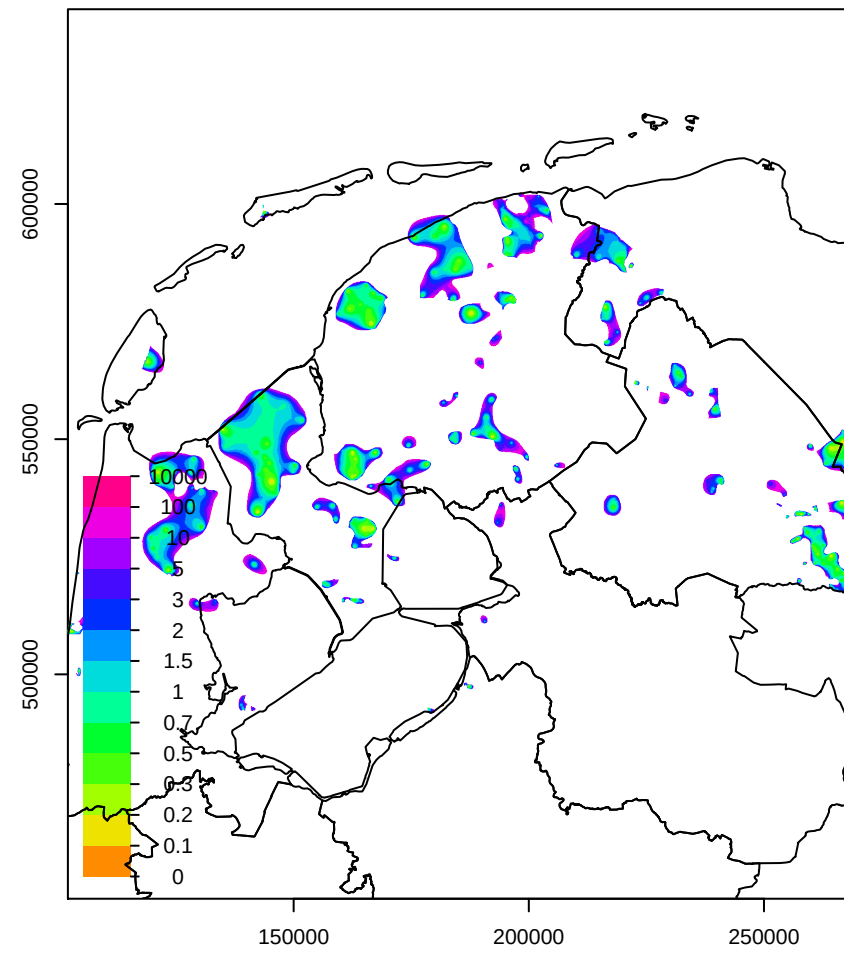
URk3 dikte



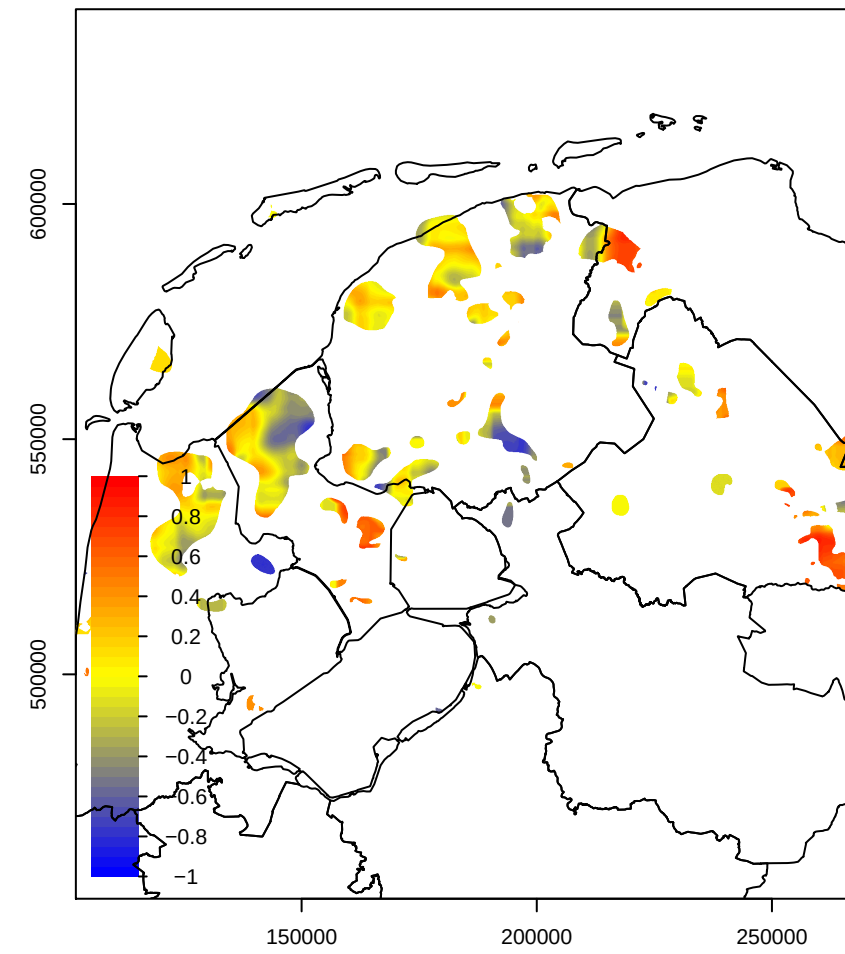
URk3 kans op negatieve dikte



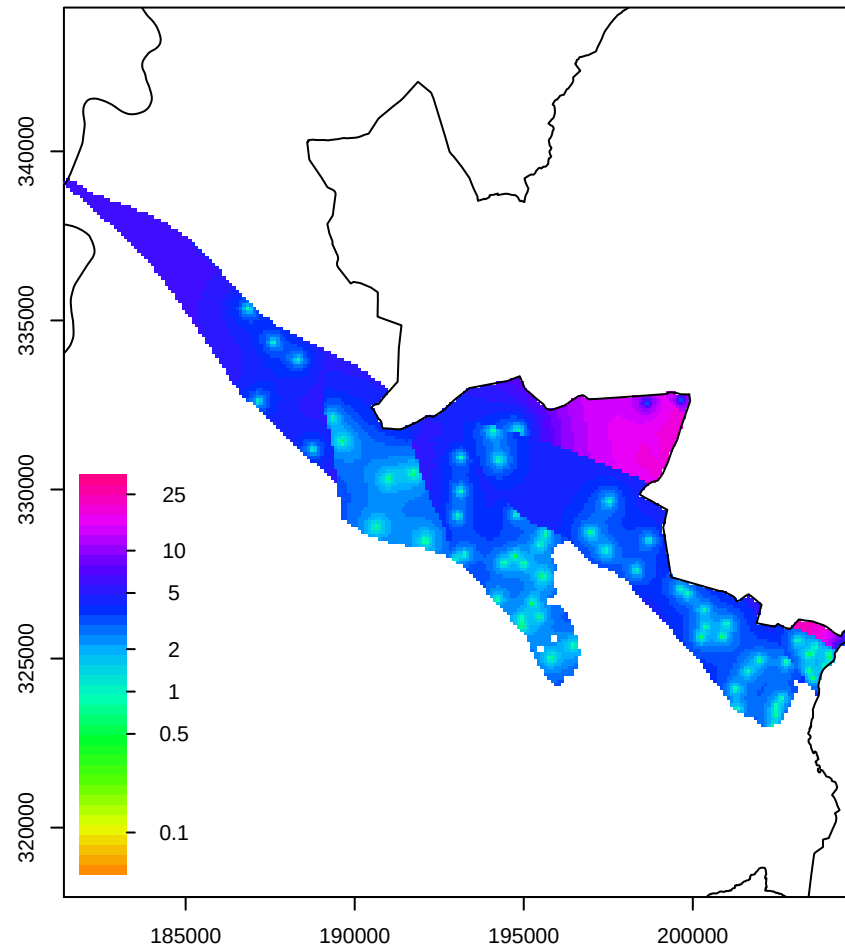
URk3 CV dikte



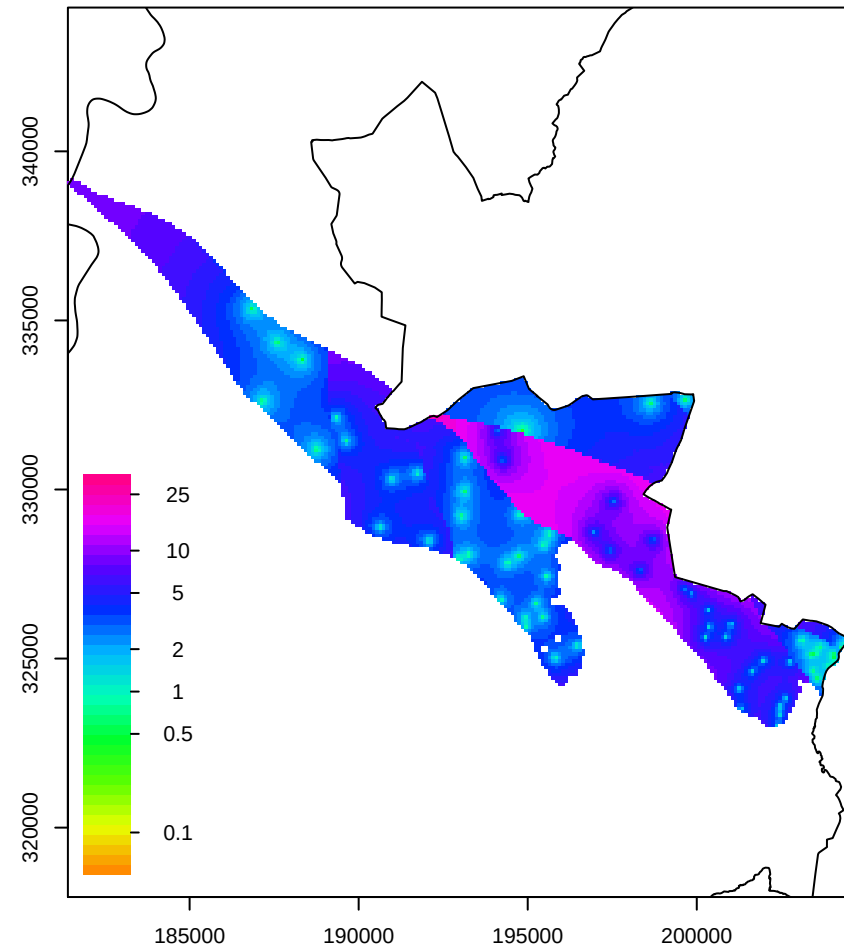
URk3 correlatiecoefficient



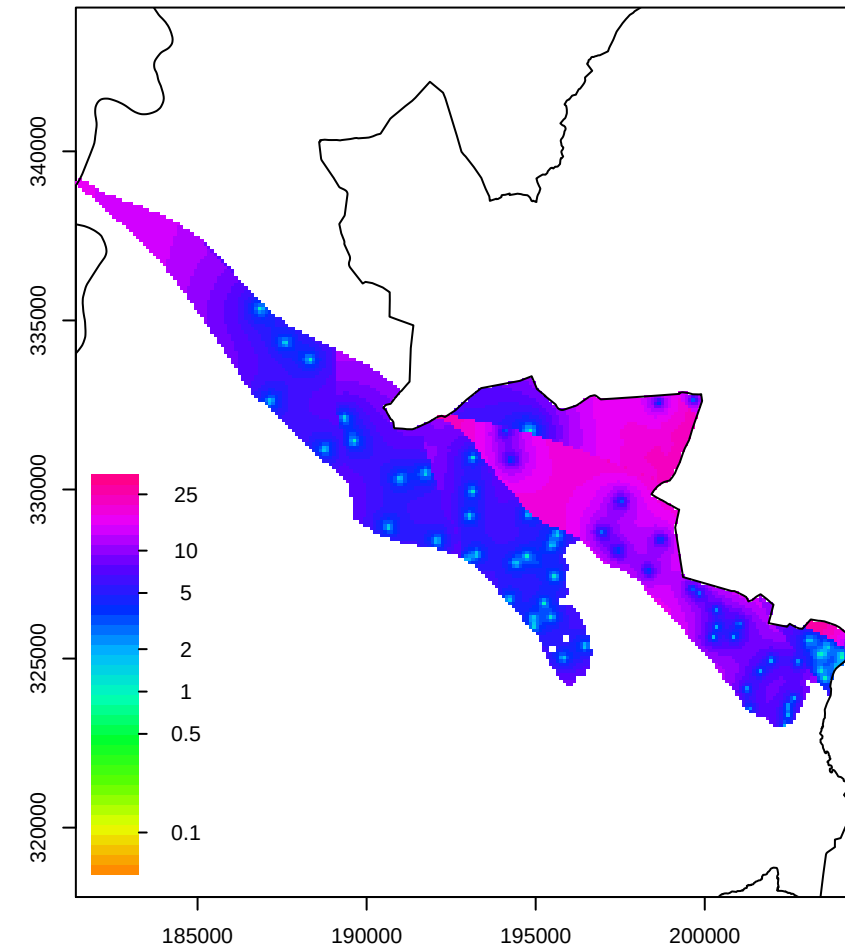
Vib1 std top



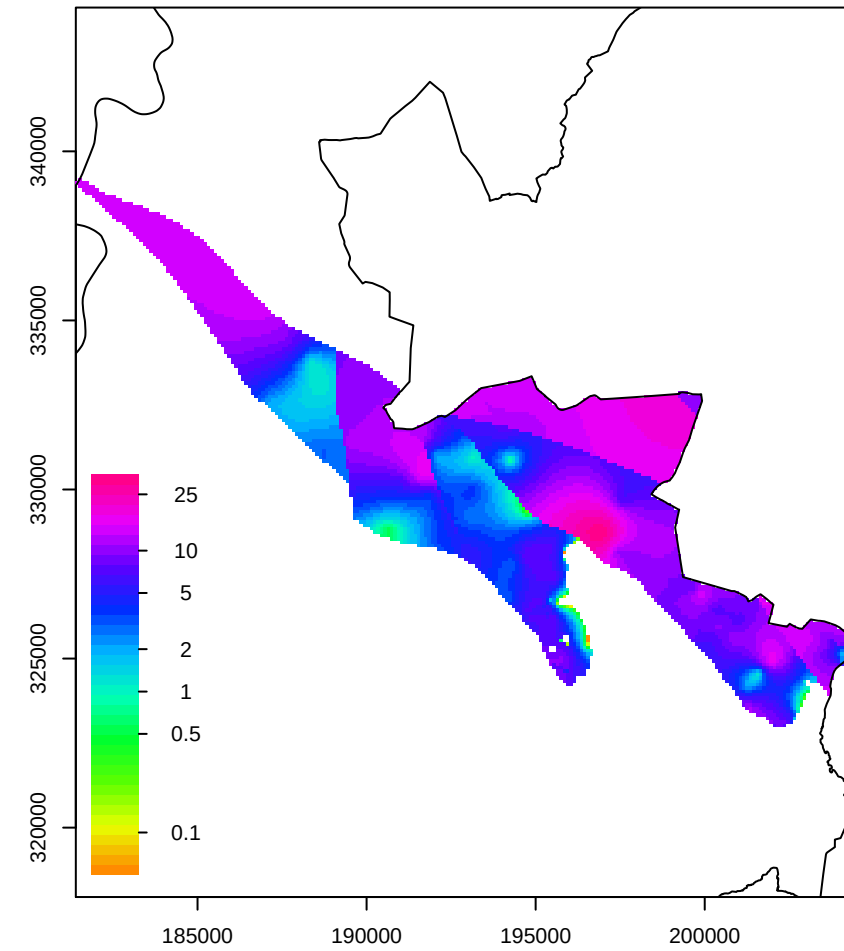
Vib1 std dikte



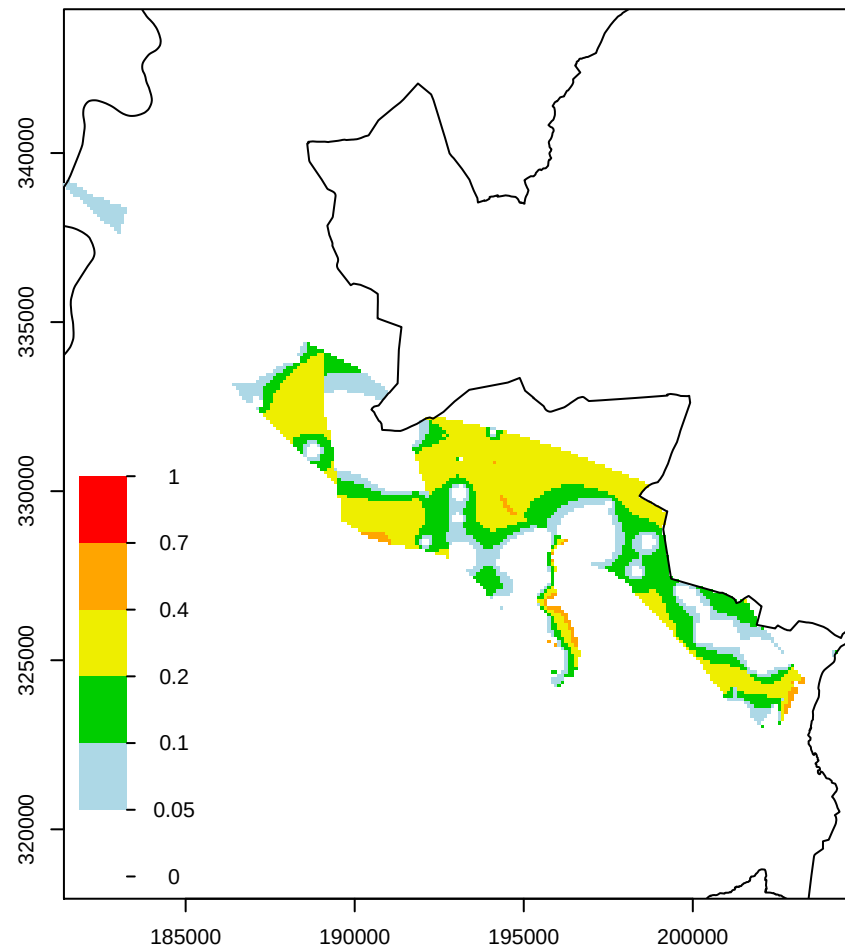
Vib1 std basis (afgeleide parameter)



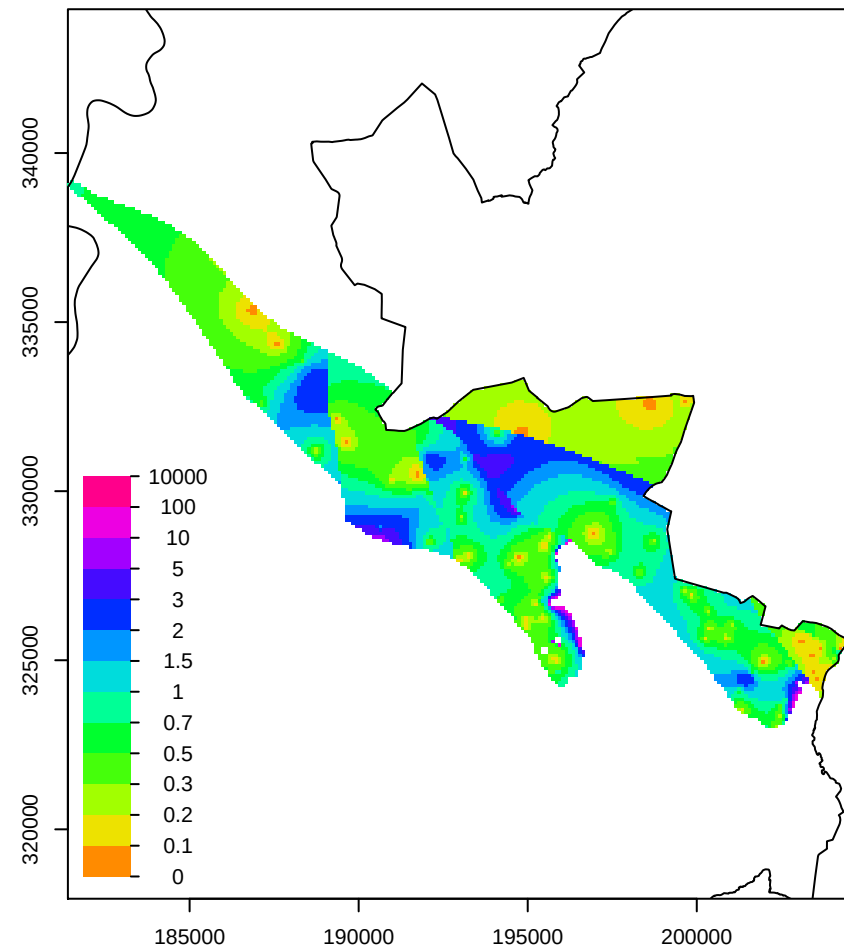
Vib1 dikte



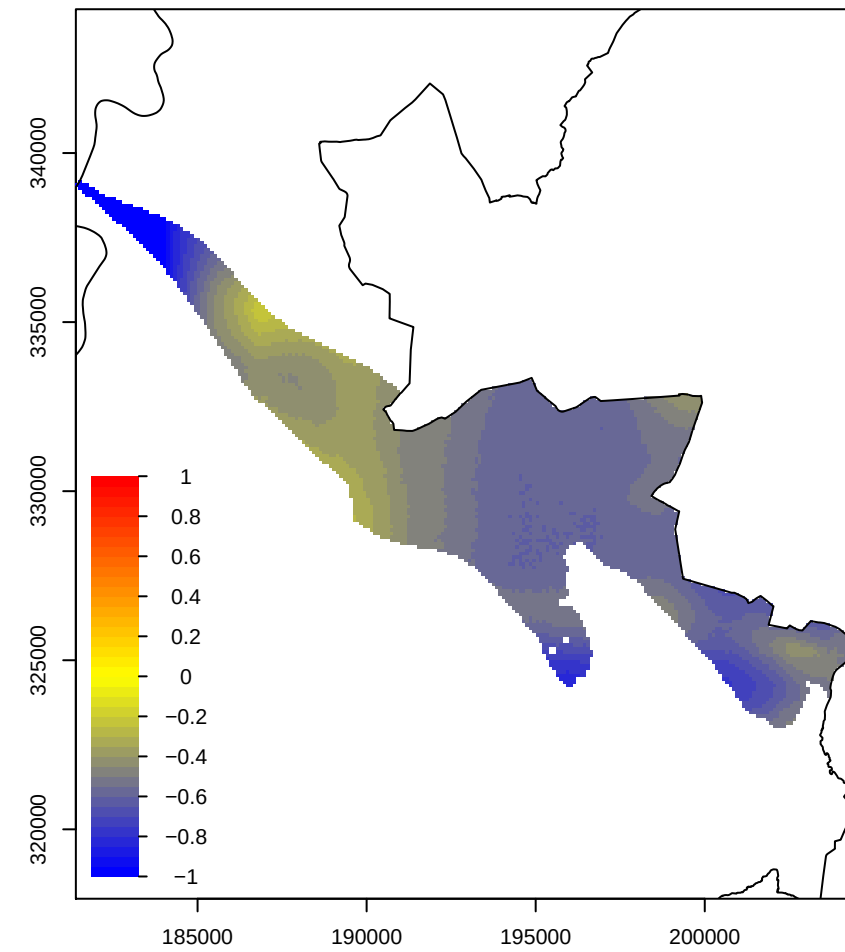
Vib1 kans op negatieve dikte



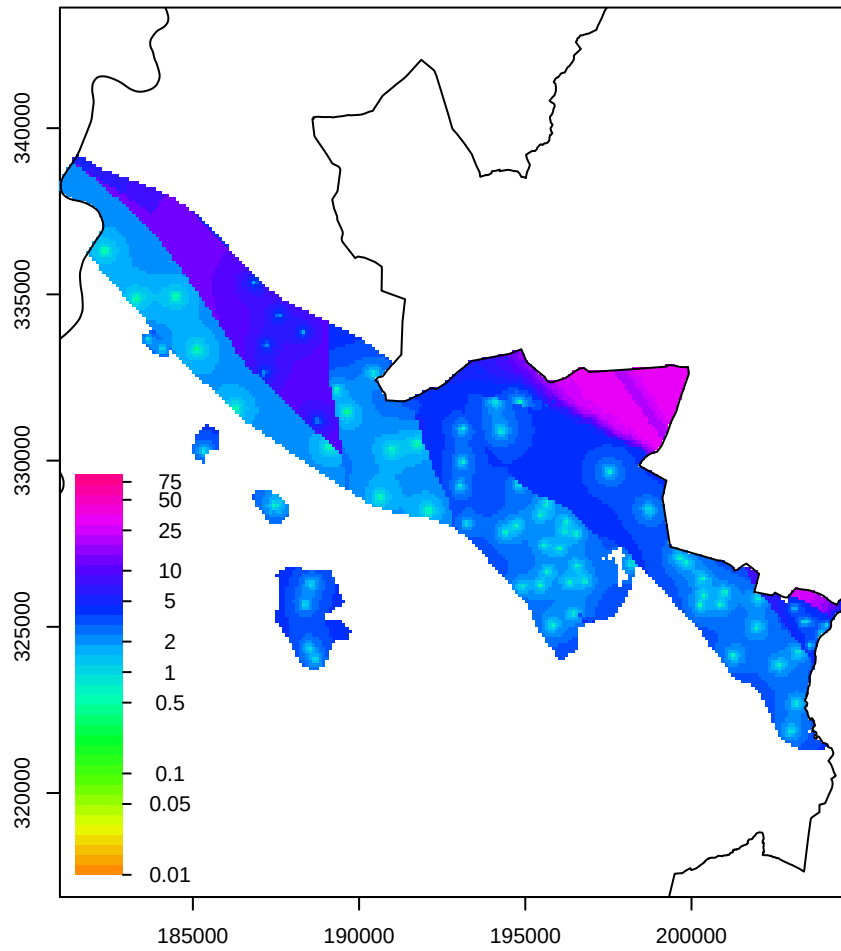
Vib1 CV dikte



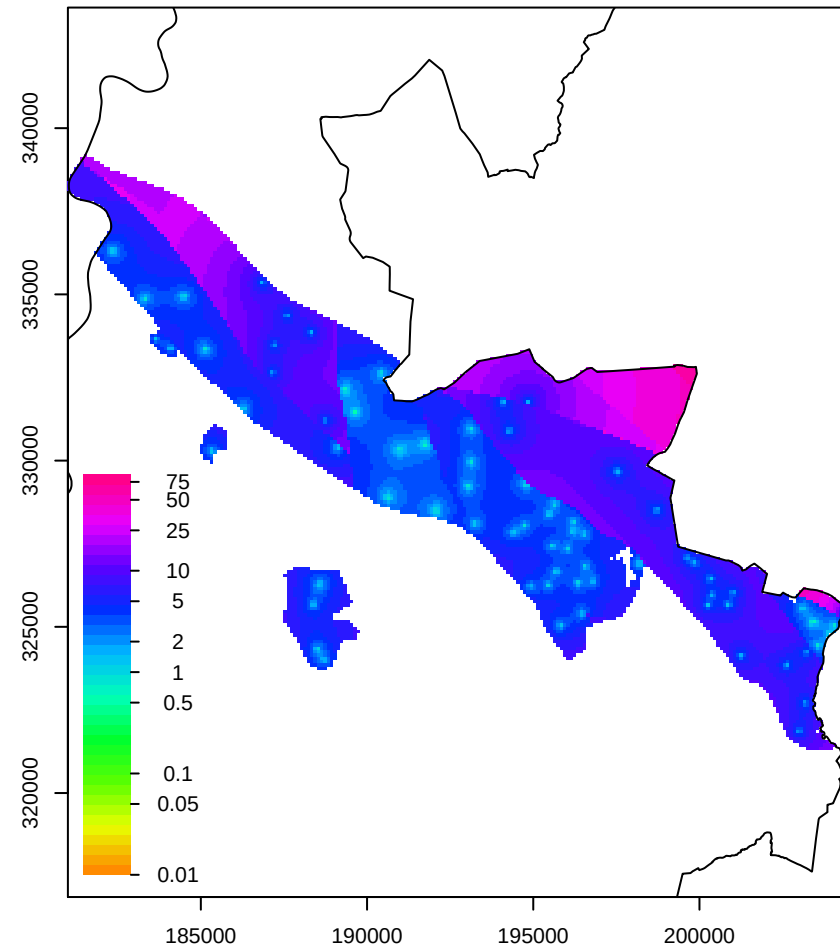
Vib1 correlatiecoefficient



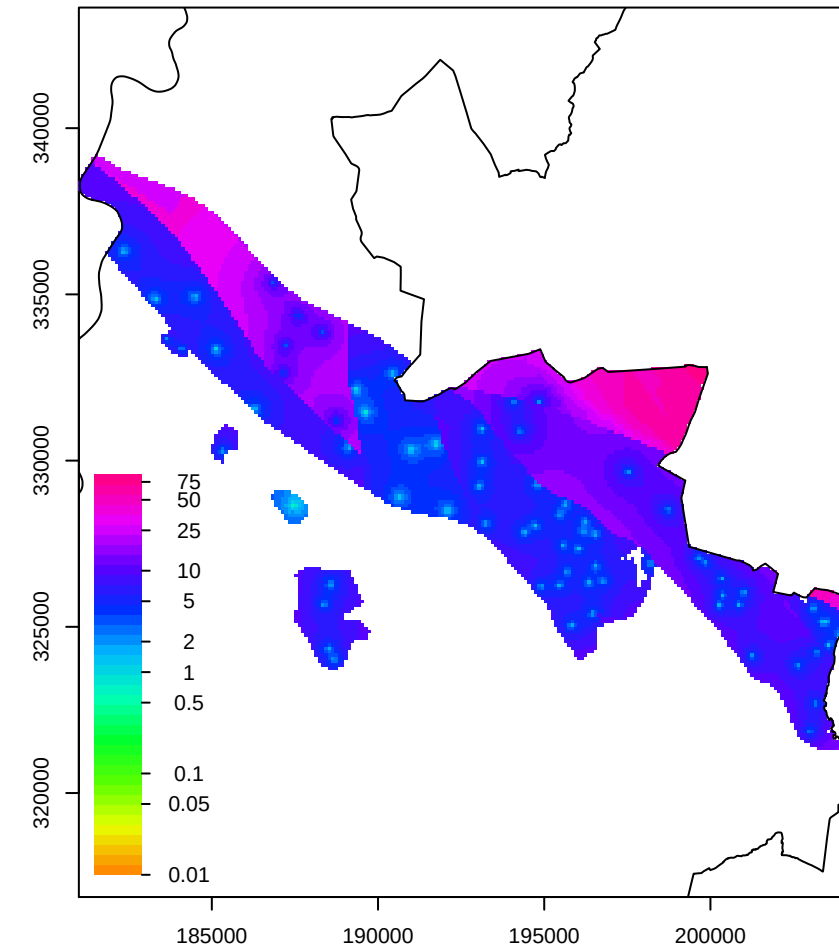
Vib2 std top



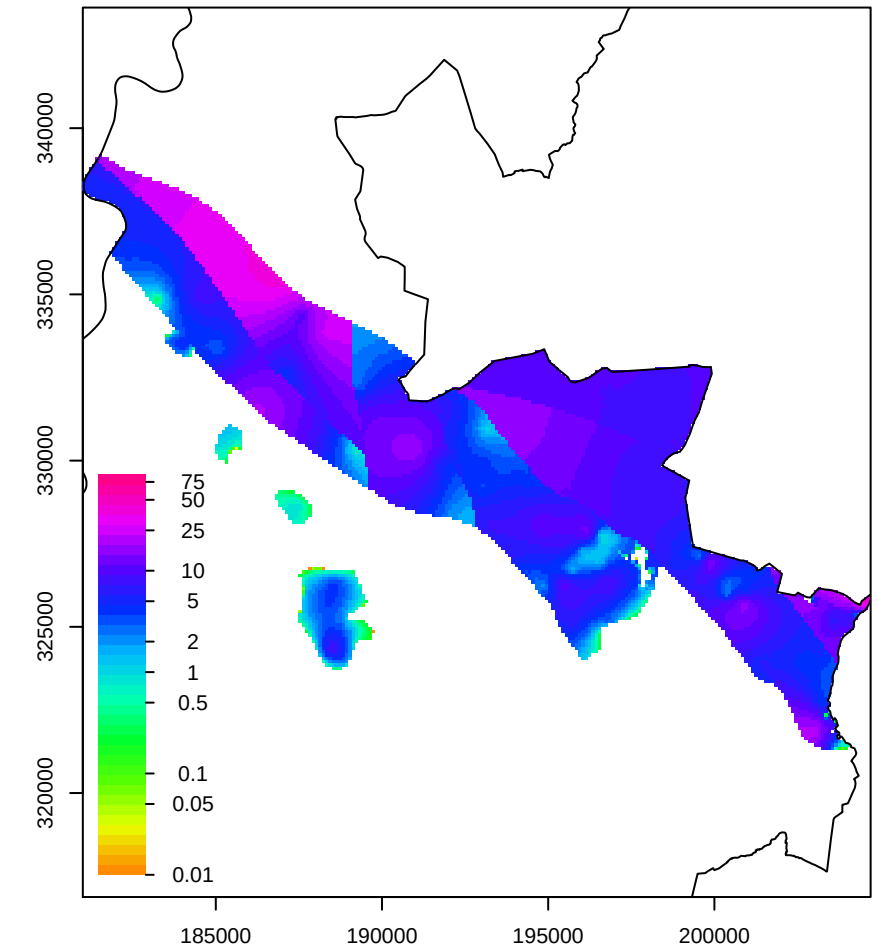
Vib2 std dikte



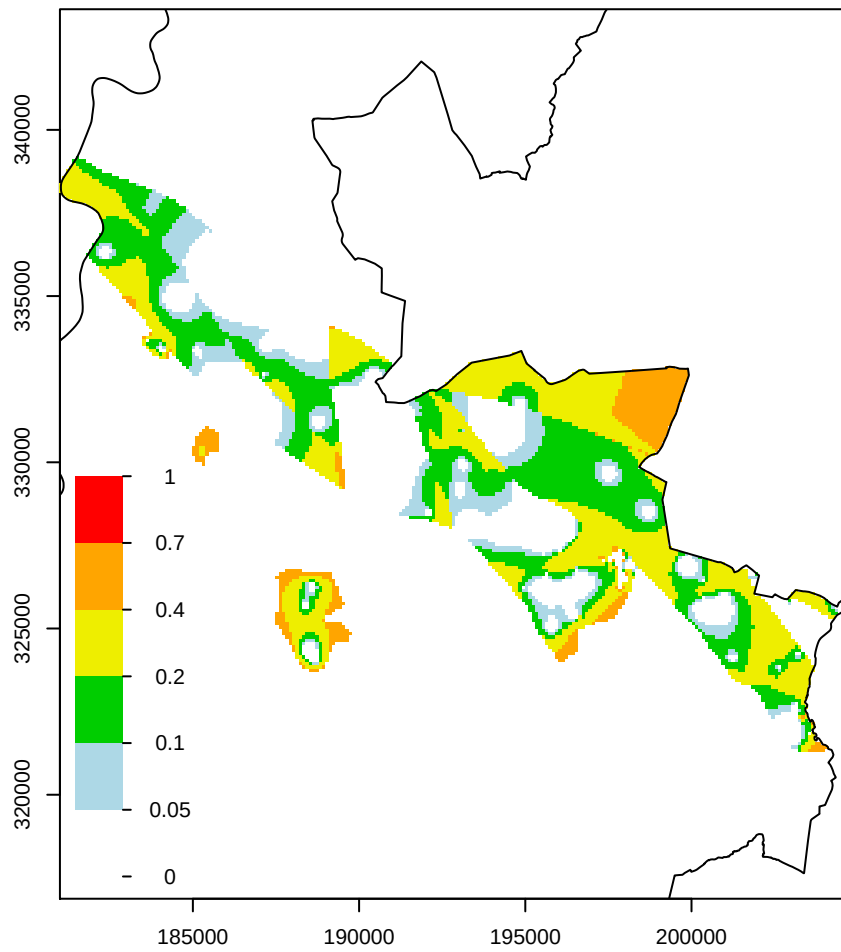
Vib2 std basis (afgeleide parameter)



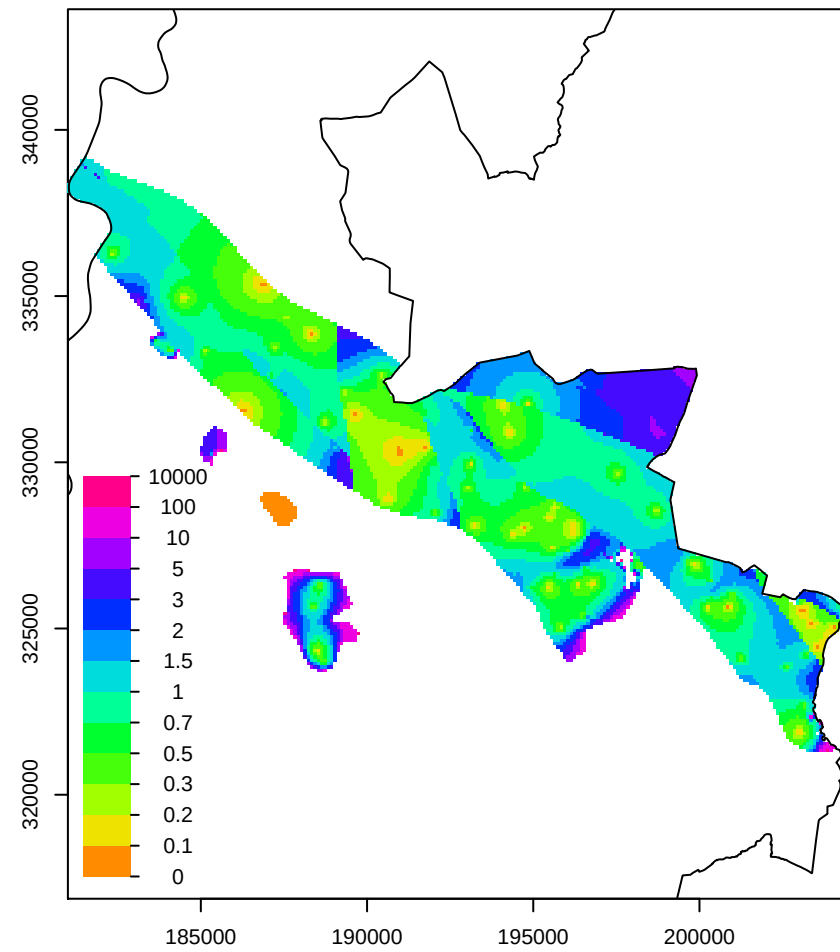
Vib2 dikte



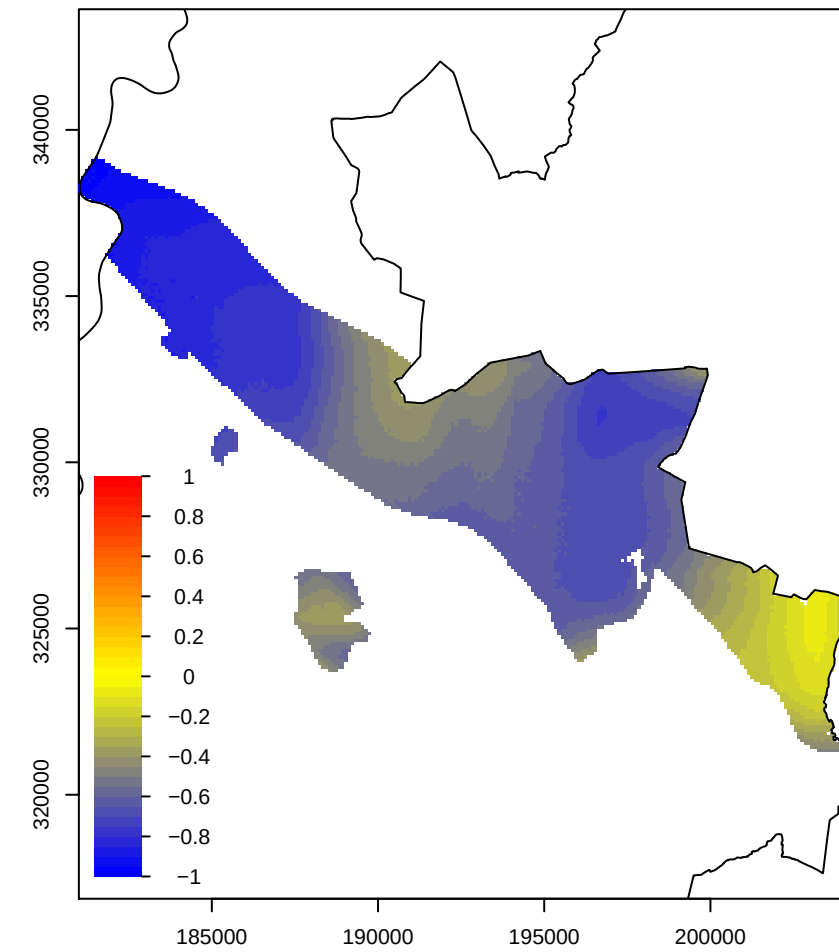
Vib2 kans op negatieve dikte



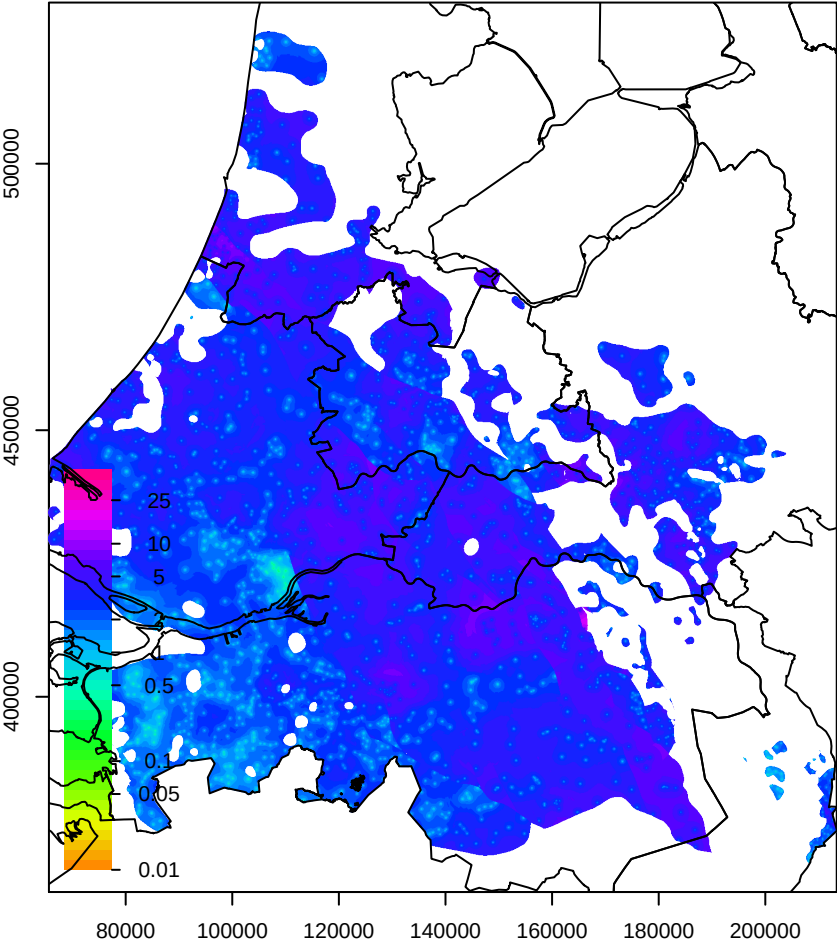
Vib2 CV dikte



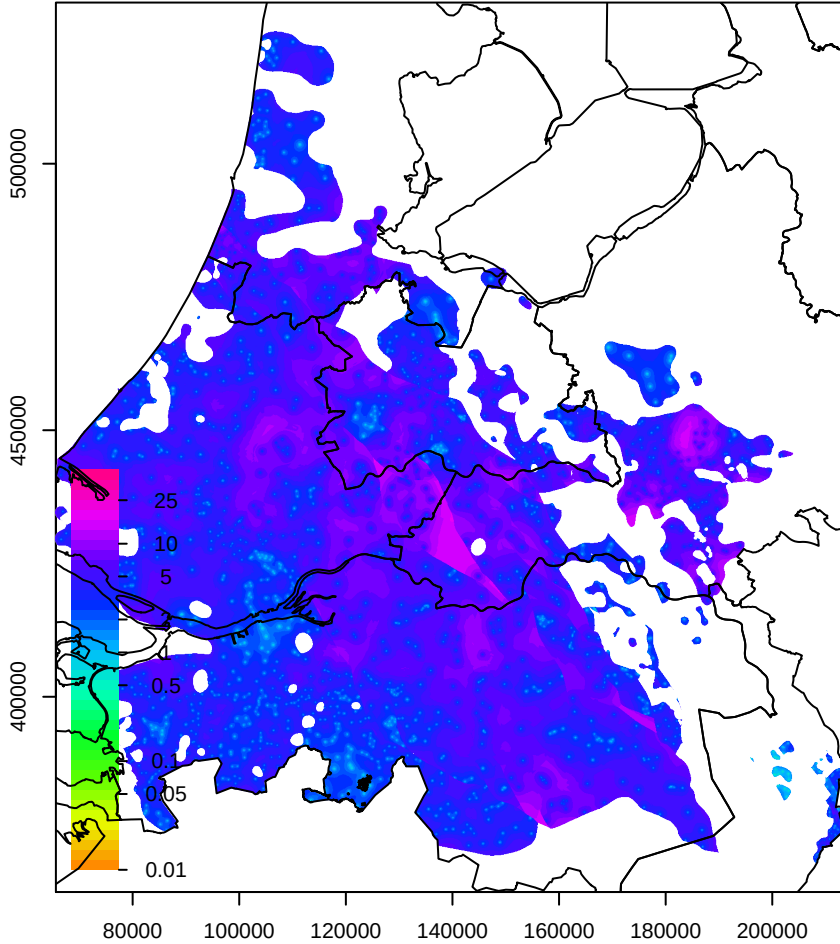
Vib2 correlatiecoefficient



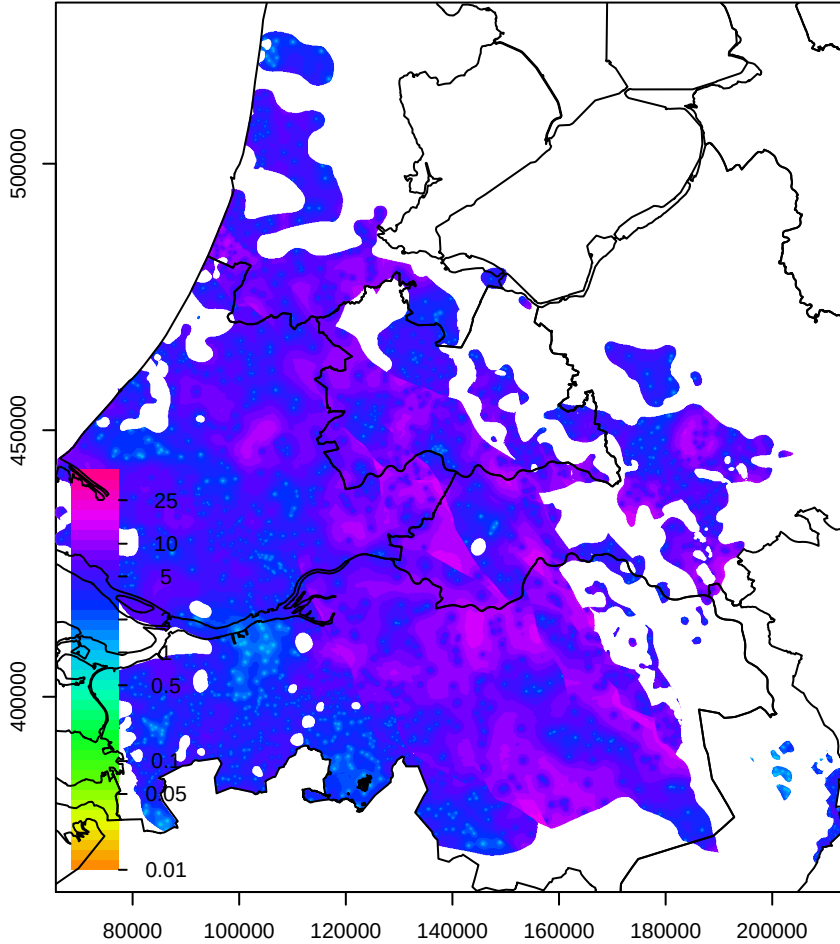
WAK1 std top



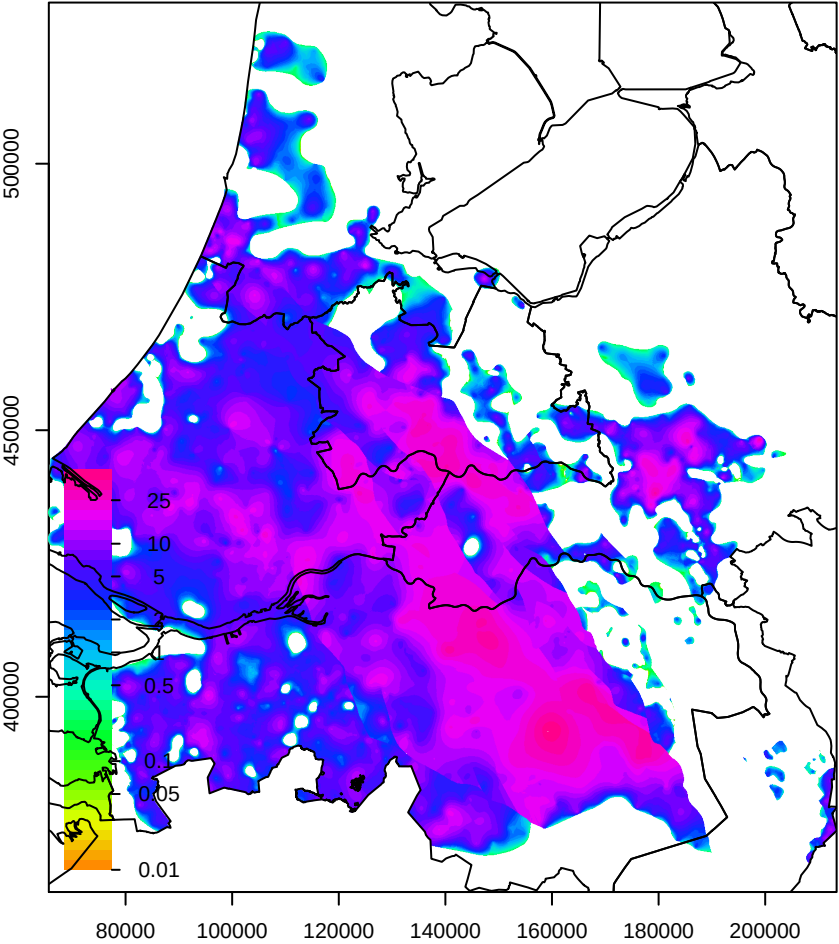
Wak1 std dikte



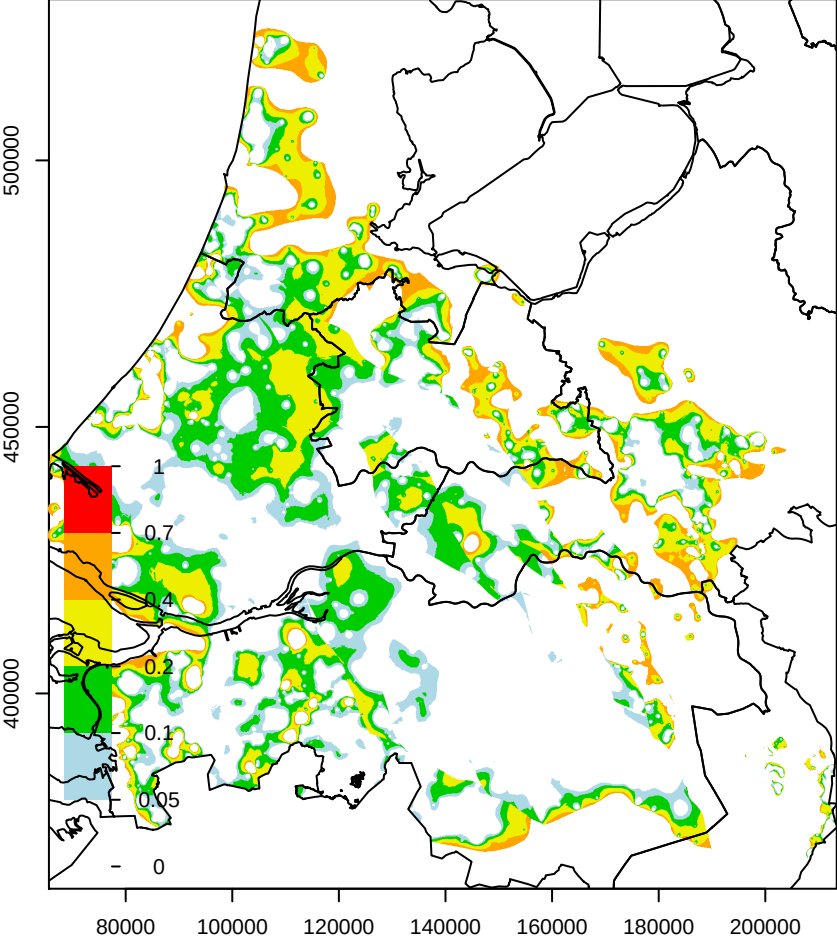
WAK1 std basis (afgeleide parameter)



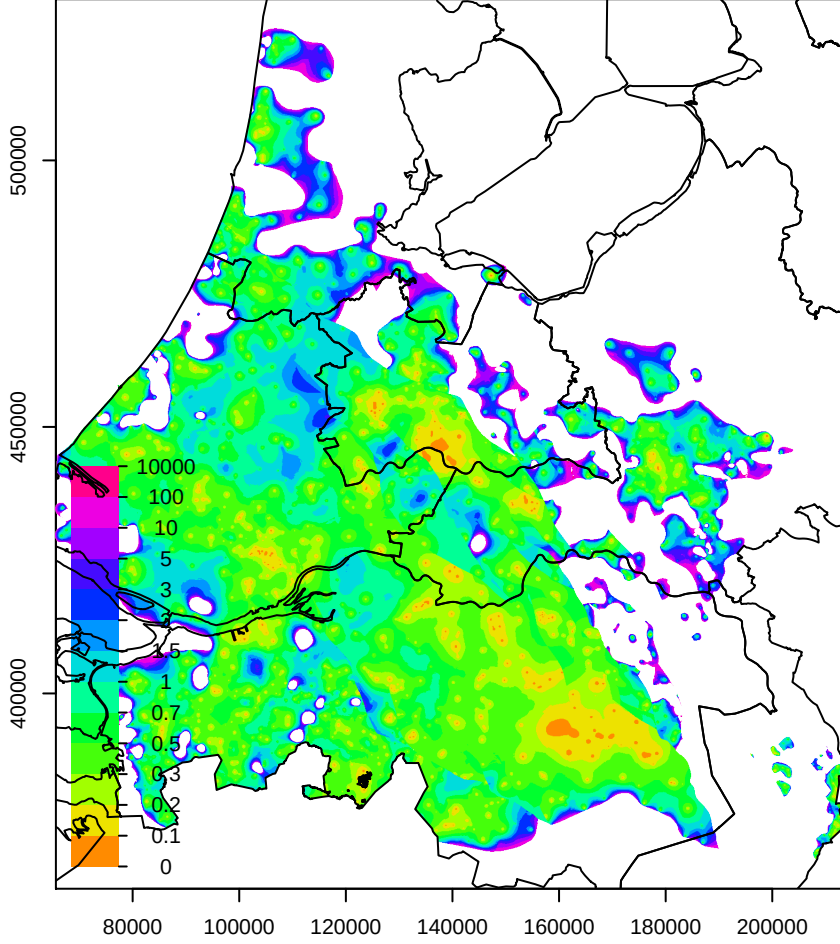
WAK1 dikte



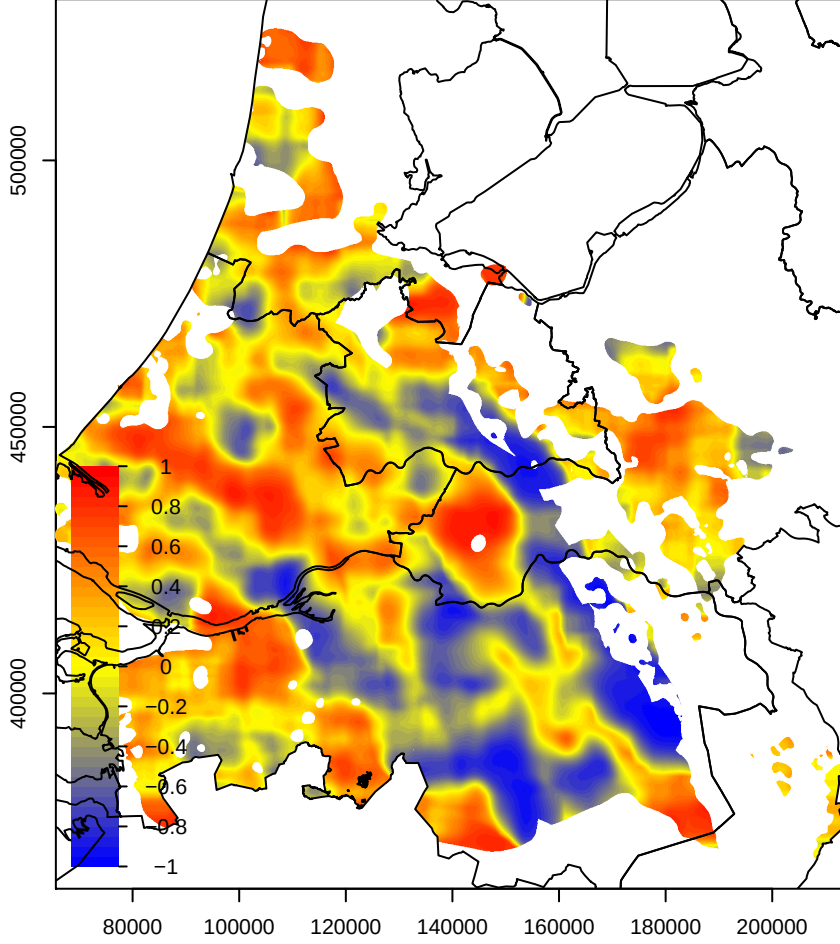
Wak1 kans op negatieve dikte



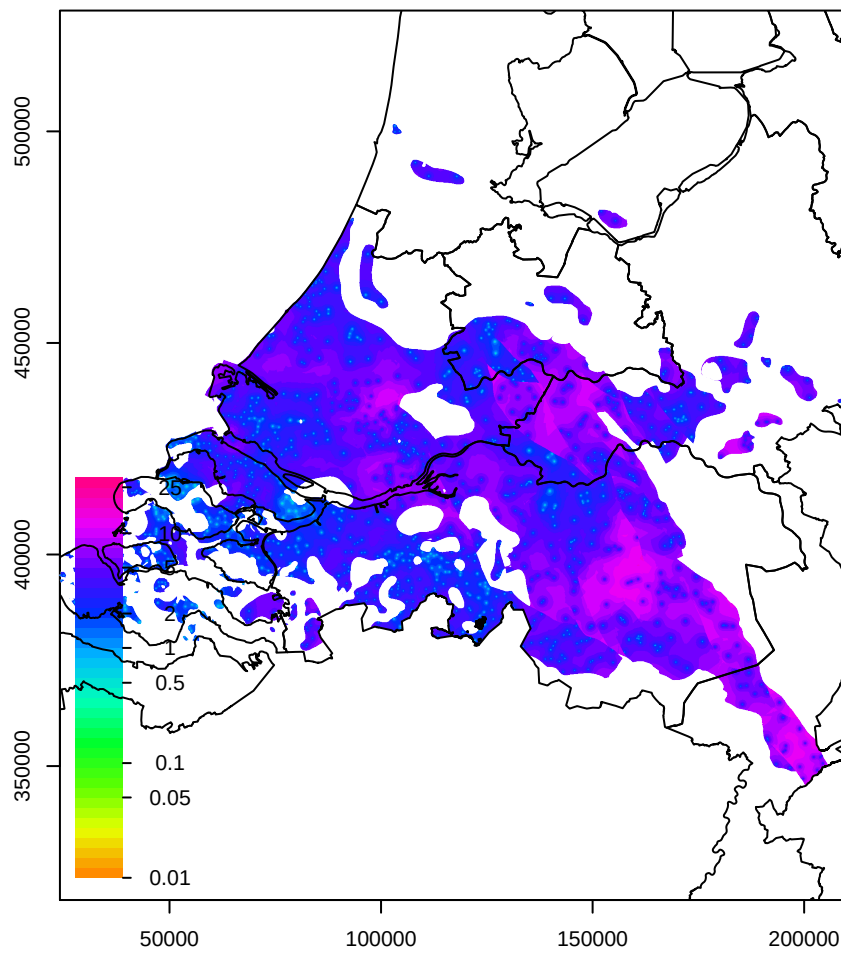
Wak1 CV dikte



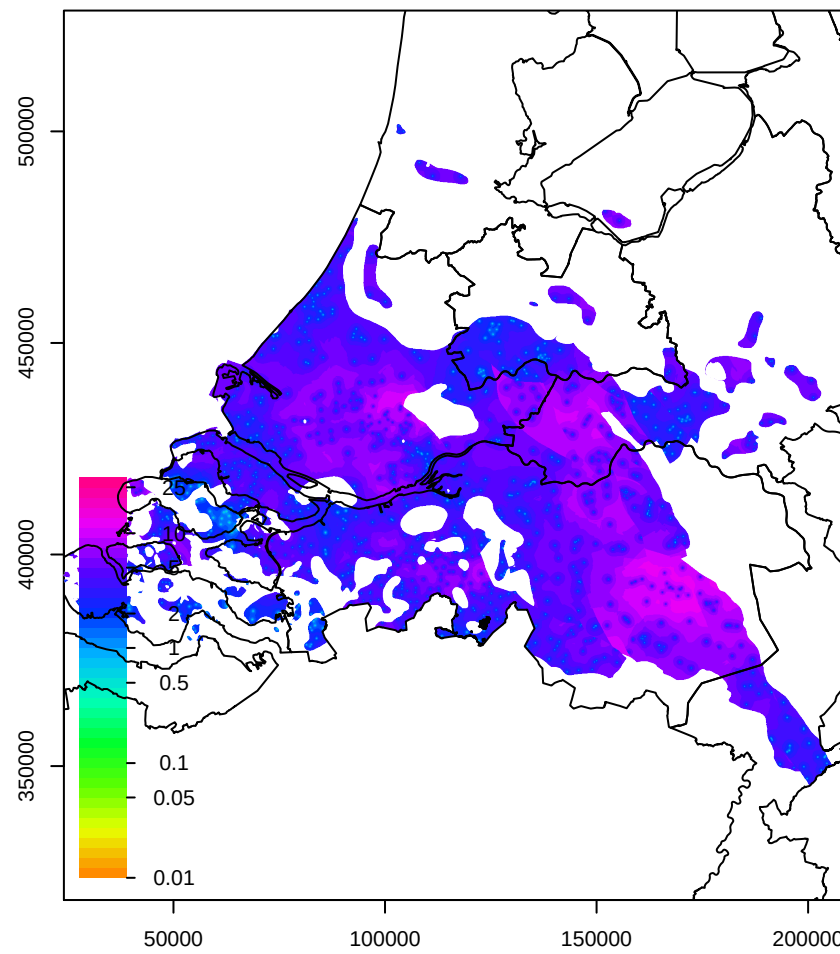
WAK1 correlatiecoefficient



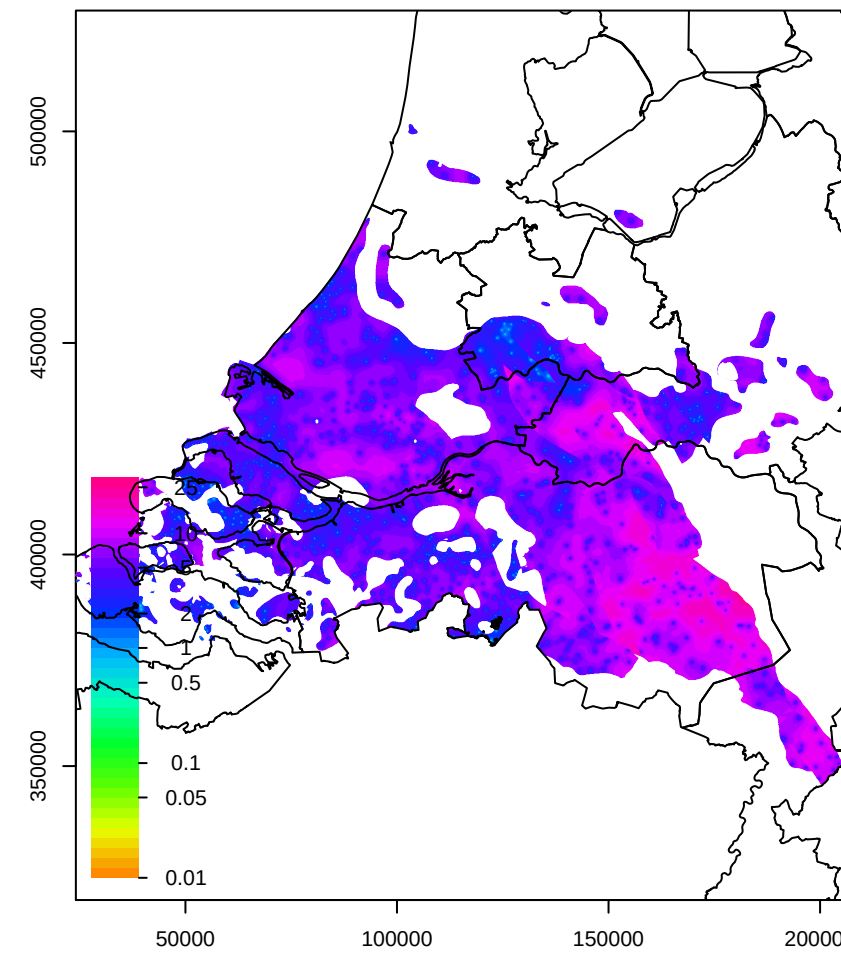
Wak2 std top



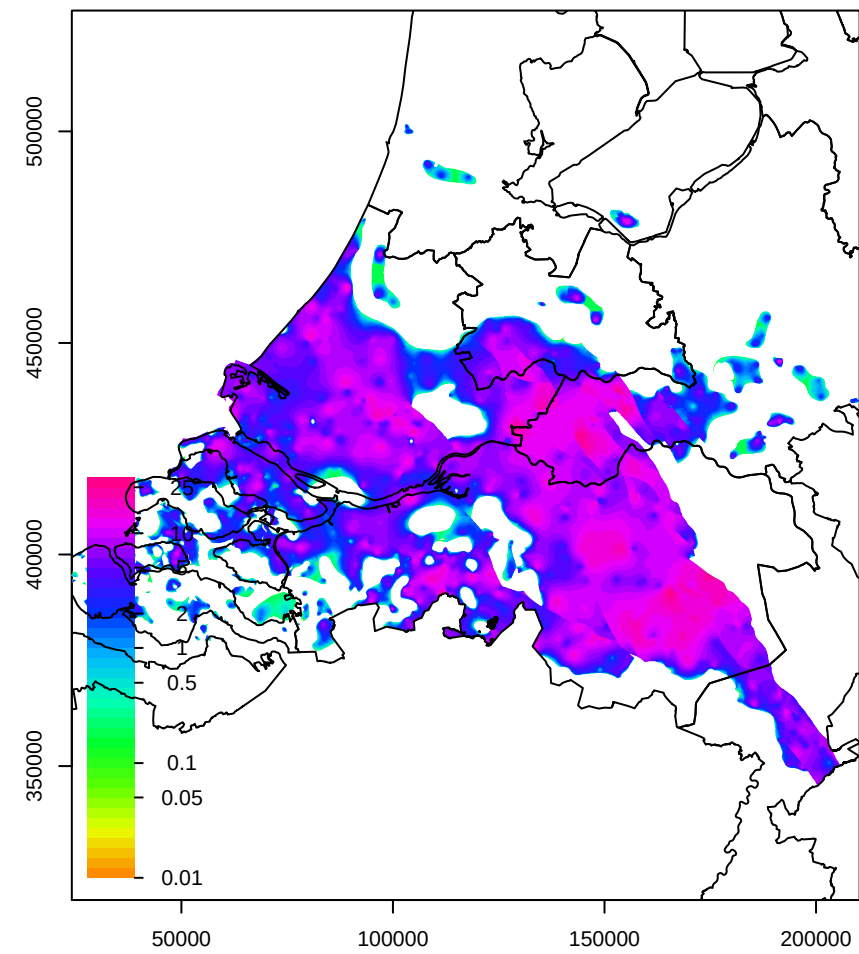
Wak2 std dikte



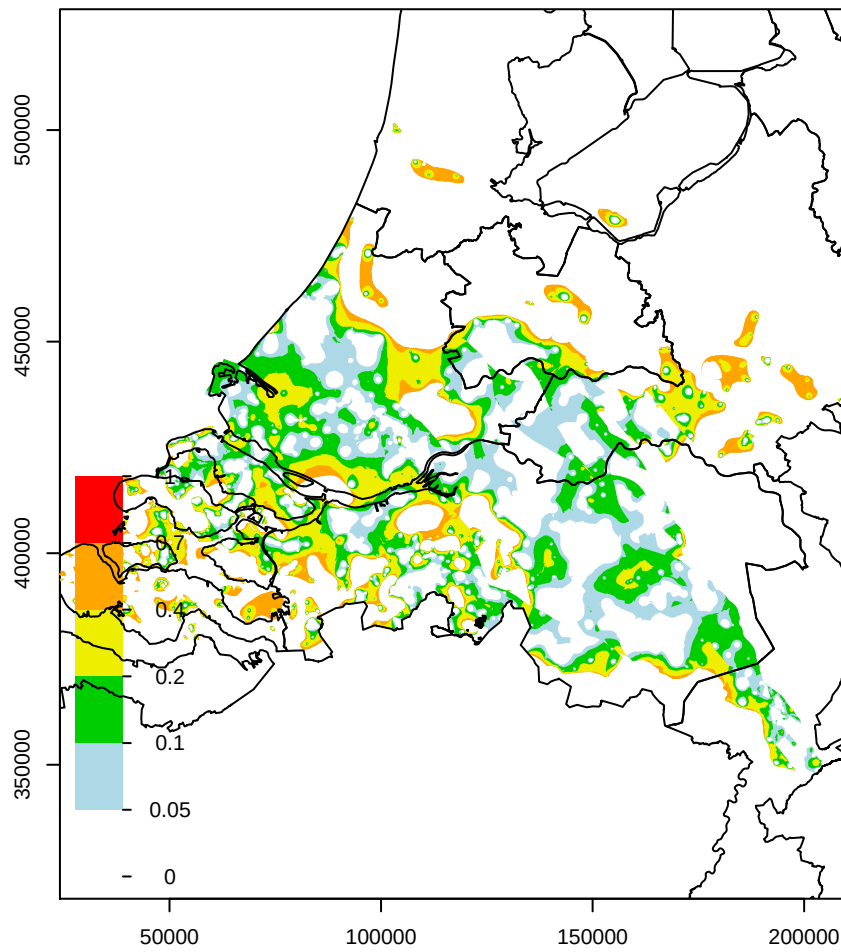
Wak2 std basis (afgeleide parameter)



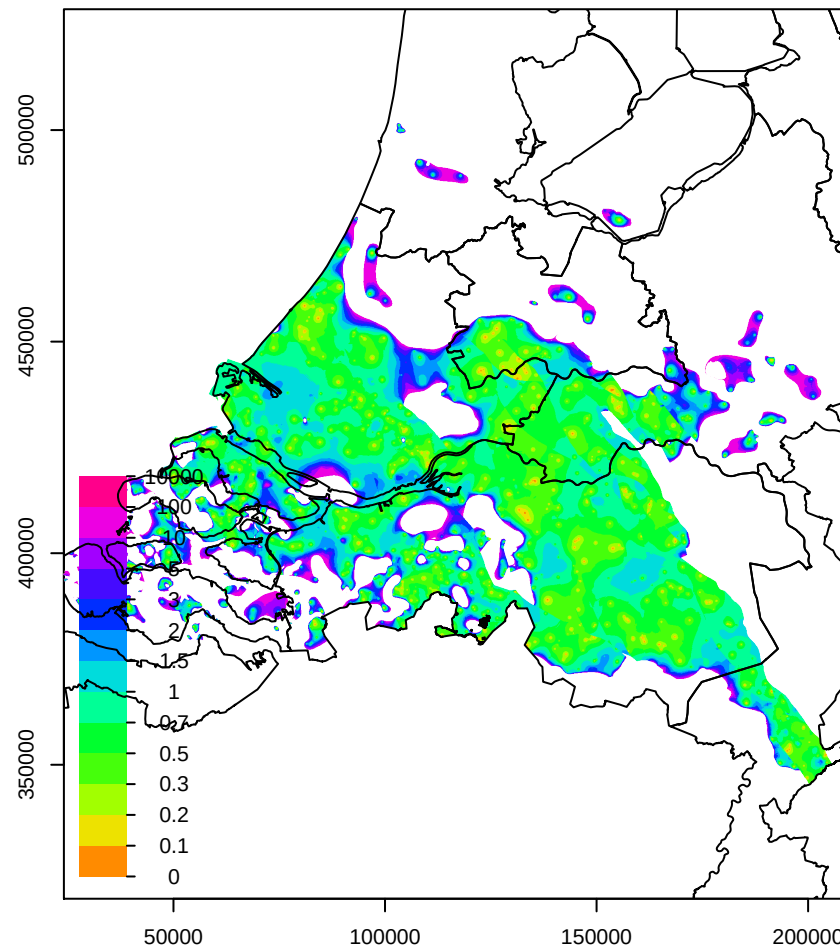
Wak2 dikte



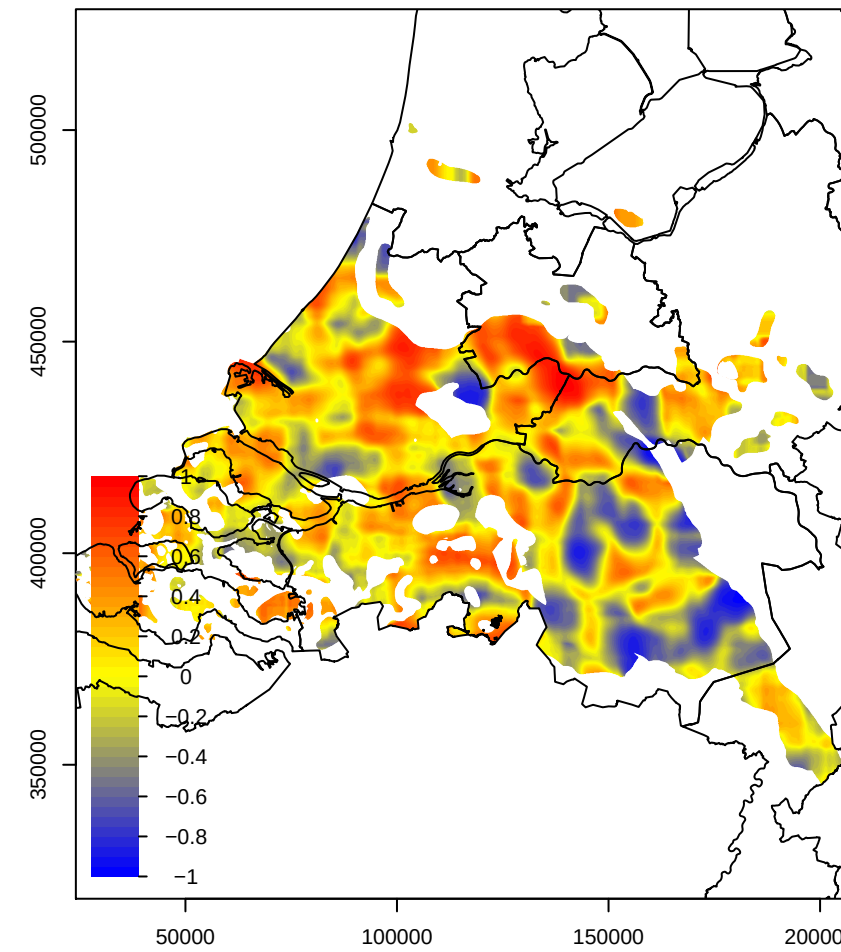
Wak2 kans op negatieve dikte



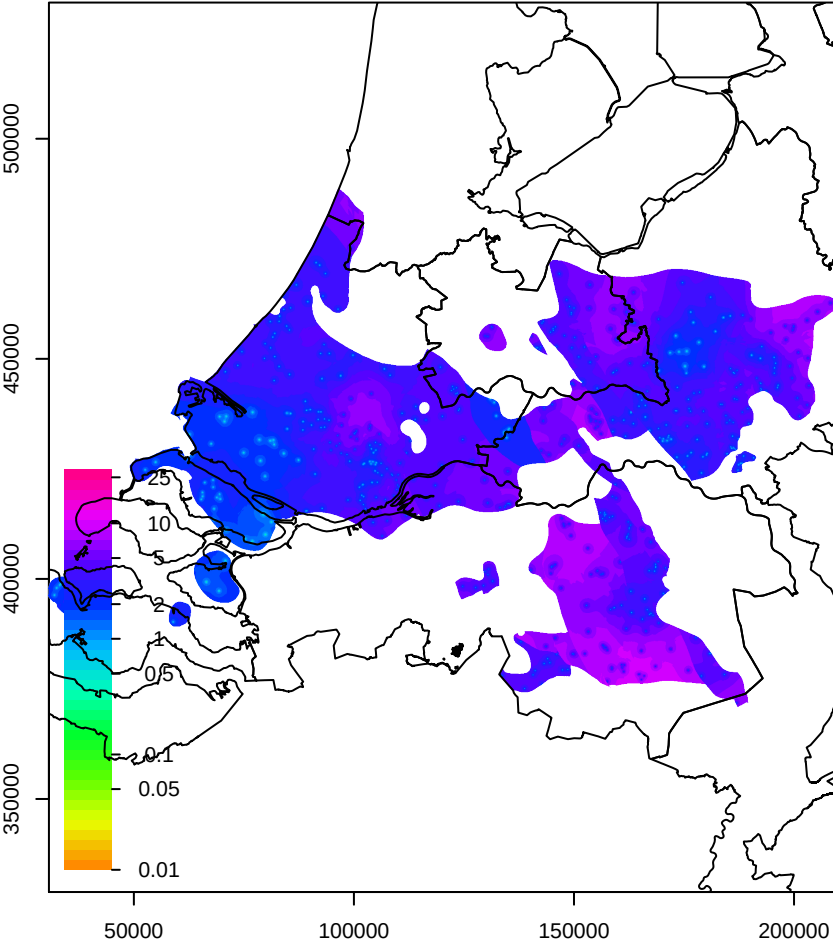
Wak2 CV dikte



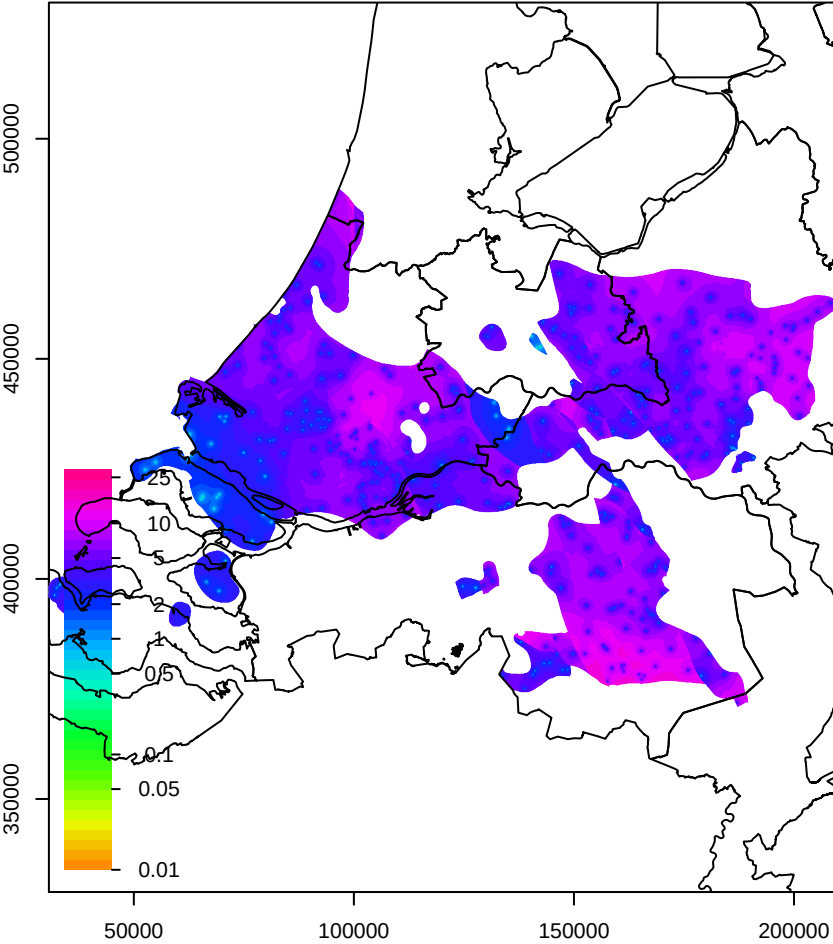
Wak2 correlatiecoefficient



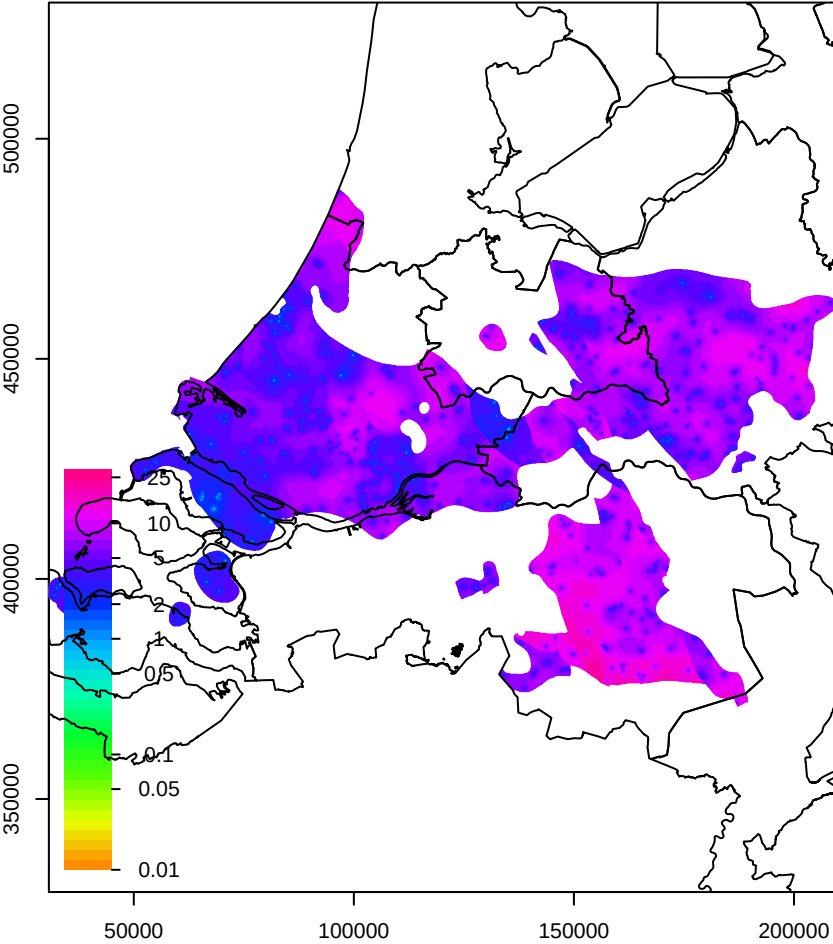
Wak3 std top



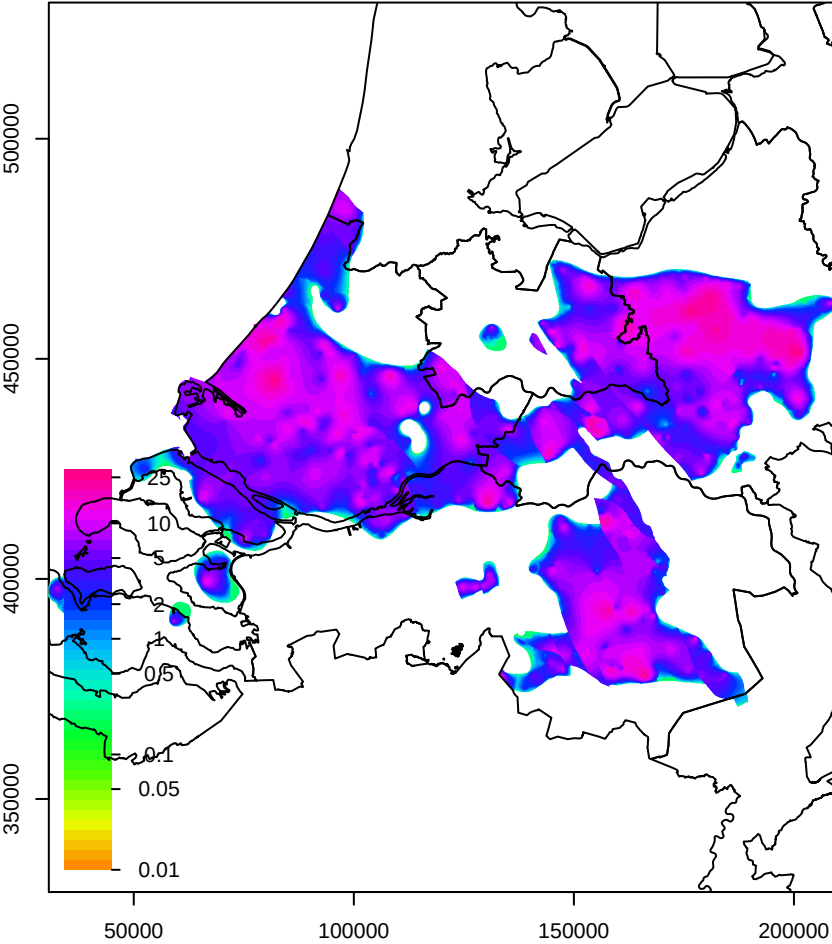
Wak3 std dikte



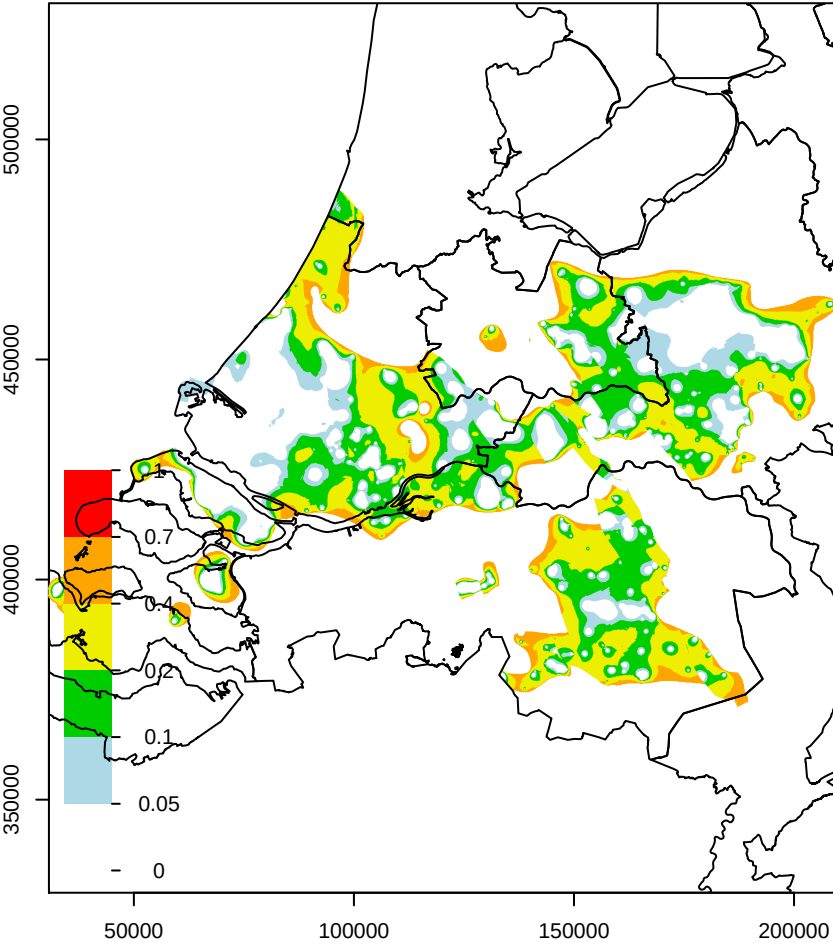
WAK3 std basis (afgeleide parameter)



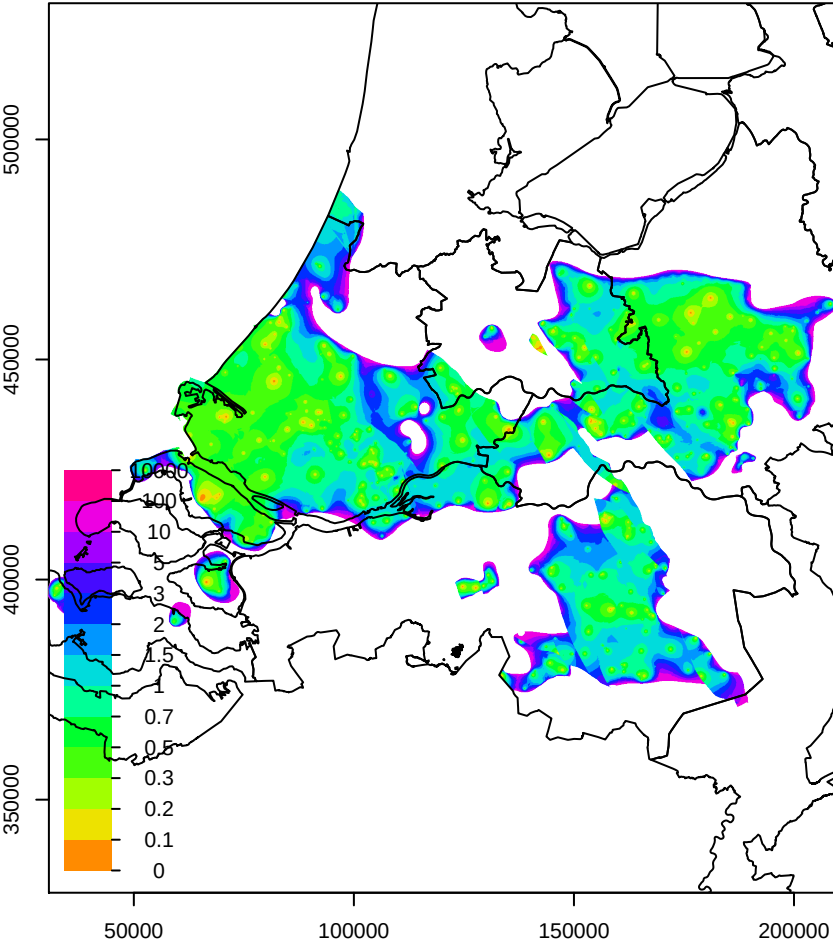
WAK3 dikte



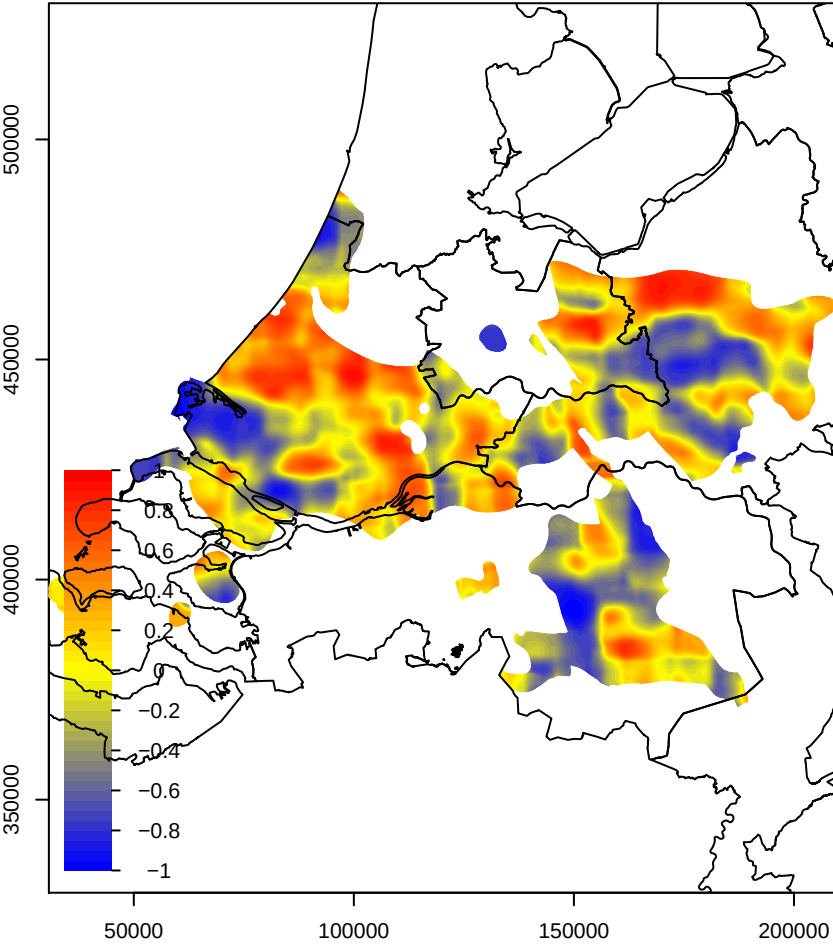
Wak3 kans op negatieve dikte



Wak3 CV dikte



WAK3 correlatiecoefficient



B Voorstel herziening berekening correlatiecoëfficiënten tussen de twee niet-afgeleide onzekerheden

Bij het bepalen van de onzekerheid van de REGIS lagen wordt o.a. gebruik gemaakt van een methode om de correlaties tussen lagen/parameters te bepalen. De berekende correlaties geven vaak een zeer sterke correlatie weer tussen de beschouwde parameters. Hierdoor rijst de vraag of de gehanteerde methode voldoet. De aanbeveling wordt gedaan om dit als vervolgonderzoek nader uit te zoeken. Hieronder wordt een eerste aanzet gegeven om dit uit te werken. Zoveel mogelijk potentiële foutenbronnen moeten in de uiteindelijke analyse meegenomen worden. Een belangrijk punt hierbij is de waarschijnlijkheid van de gehanteerde aannamen.

B.1 Afhankelijkheden tussen REGIS parameters

B.1.1 Laagdiepte

Stel, we hebben een boring op een bepaalde locatie. Tijdens het boren worden de sedimenten beschreven voor alle boorintervallen. Van elk boorinterval i is de diepte van de top (L_i) en de basis (L_{i+1}) gemeten ten opzichte van het maaiveld. De diepte wordt in de boorbeschrijving weergegeven als één enkel getal maar is in feite onzeker en daarmee is L_i een kansvariabele. Wat de onzekerheid van de gemeten diepte is zal afhankelijk zijn van het type boring en mogelijk ook van de diepte van het interval. Het is aannemelijk dat de variabelen L_i en L_{i+1} onafhankelijk van elkaar zijn.

Aanname:

Opeenvolgende dieptes in een boorbeschrijving zijn onafhankelijk van elkaar.

Wanneer de onzekerheid van de diepte echter groot is ten opzichte van de dikte, dan is er hoogstwaarschijnlijk wel een belangrijke afhankelijkheid omdat het (vrijwel) zeker is dat L_i boven L_{i+1} ligt. Dus is er bij een relatief grote onzekerheid van de gemeten diepte een (positieve) correlatie tussen opeenvolgende dieptes. Het is lastig om te bepalen hoe groot die eventuele correlatie dan is.

B.1.2 Maaiveldhoogte

De maaiveldhoogte op een boorlocatie kan op verschillende manieren bepaald zijn, geschat vanaf een papieren kaart met hoogtegegevens, via waterpassing, op basis van AHN gegevens of met behulp van GPS. Al deze bronnen hebben een eigen onzekerheid. Daarnaast kan het gebeuren dat de gehanteerde maaiveldhoogte bij de boring niet gelijk is aan de ingemeten hoogte. Dit geeft alles bij elkaar de onzekerheid, en daarmee een kansverdeling, van de maaiveldhoogte. Het is niet waarschijnlijk dat de gemeten maaiveldhoogte (t.o.v. NAP) gecorreleerd is met de gemeten laagdieptes. We kunnen dus gevoeglijk aannemen dat die variabelen onafhankelijk van elkaar zijn.

Aanname:

Maaiveldhoogte en laagdieptes zijn onafhankelijk van elkaar.

B.1.3 *Laagdike, een algemene beschouwing*

De laagdikte is afgeleid van de gemeten laagdiepte: $D_i = L_{i+1} - L_i$. Omdat we de laagdieptes L_i als kansvariabelen beschouwen is de variabele D_i dat ook. (De laagdiepte L_i is gemeten vanaf maaiveld met $i = 1$ de bovenste laag. Daarom moet dus de top (L_i) van de basis (L_{i+1}) afgetrokken worden om de dikte te krijgen en niet andersom).

Door deze manier van bepalen van de laagdiktes zijn opeenvolgende laagdiktes statistisch afhankelijk. Deze afhankelijkheid is zelfs zodanig dat een optelling van meerdere lagen tot een dikkere laag de onzekerheid per laag tegen elkaar laat wegstrepen. Stel D is de dikte van een laag die uit n lagen bestaat. Dan geldt

$$D = \sum_{i=1}^n D_i = \sum_{i=1}^n L_{i+1} - L_i = \sum_{i=1}^n L_{i+1} - \sum_{i=1}^n L_i = \sum_{i=2}^{n+1} L_i - \sum_{i=1}^n L_i = L_{n+1} - L_1 \quad 0.1$$

De onzekerheid van D wordt dus bepaald door de onzekerheid van de bovenste top en de onderste basis, de onzekerheden van alle tussenliggende lagen vallen weg. Deze redenering is geldig op boorlocaties waar de basis van de ene laag gelijk is aan de top van de onderliggende laag. Op locaties waar niet gemeten is wordt de laagdikte geschat met behulp van (kriging)interpolatie waarbij er een extra onzekerheid toegevoegd wordt.

B.1.4 *Laagdike bij interpolatie, een algemene beschouwing*

Stel, op een onbemeten locatie wordt de laagdikte geïnterpoleerd vanuit gemeten diktes op boorlocaties met behulp van kriginginterpolatie. De kriginginterpolatie kan dan geschreven worden als

$$\hat{D}_i(x_0) = \sum_{j=1}^m \lambda_{ij} D_i(x_j), \quad 0.2$$

waarbij x_j locatie j aangeeft met $j = 0$ de onbemeten locatie, m het aantal metingen, i het laagnummer, en λ_{ij} de wegingsfactor voor meting j in laag i is. Als D geschreven wordt in termen van L , zoals in paragraaf **Error! Reference source not found.** is gedefinieerd, dan wordt vergelijking 0.2 geschreven als

$$\hat{D}_i(x_0) = \sum_j^m \lambda_{ij} (L_{i+1}(x_j) - L_i(x_j)) = \hat{L}_{i+1}(x_0) - \hat{L}_i(x_0). \quad 0.3$$

Omdat we gesteld hebben dat L_{i+1} en L_i onafhankelijk van elkaar zijn kunnen we dus afleiden dat $\hat{L}_{i+1}$ en $\hat{L}_i$ ook onafhankelijk zijn.

Bij kriginginterpolatie wordt er ook een variantie van de interpolatiefout berekend, hier aangegeven als $\sigma_{D_i}^2(x_0)$ voor de laagdikte en $\sigma_{L_i}^2(x_0)$ voor de diepte. Uit vergelijking 0.3 blijkt dan dat $\sigma_{D_i}^2(x_0) = \sigma_{L_{i+1}}^2(x_0) + \sigma_{L_i}^2(x_0)$.

Als we van de vereenvoudigde situatie uitgaan dat voor laag i en laag $i + 1$ hetzelfde variogram gebruikt wordt en dat er metingen van de laagdiepte op dezelfde locaties beschikbaar zijn dan worden voor een onbemeten locatie de wegingsfactoren λ gelijk voor beide lagen. Daarmee worden dus ook de

geïnterpoleerde waarden $\hat{L}_{i+1}$ van de gezamenlijke laagdiepte en de bijbehorende varianties gelijk. Bij het optellen van n geïnterpoleerde laagdiktes geldt dus hetzelfde als bij het optellen van laagdiktes van metingen op boorlocaties: de variantie van de totale laagdikte is alleen afhankelijk van de varianties van diepte 1 en n en is dus $\sigma_{\hat{D}_{1...n}}^2 = \sigma_{\hat{L}_1}^2 + \sigma_{\hat{L}_{n+1}}^2$.

In het algemeen zijn de variogrammen van de opeenvolgende laagdiktes niet gelijk en neemt het aantal metingen van de laagdiepte af met toenemende diepte. Echter, bij dunne lagen, met kleinere verschillen in de variogrammen en het aantal metingen, is de verwachting dat deze berekening van de variantie van de totale laagdikte een vrij goede benadering is. Het moet nader onderzocht worden of deze benadering voldoende recht doet aan de werkelijkheid.

Voor de volledigheid: de covariantie tussen twee opeenvolgende laagdiktes kan geschreven worden als

$$\text{cov}(\hat{D}_i, \hat{D}_{i+1}) = \text{cov}(\hat{L}_{i+1} - \hat{L}_i, \hat{L}_{i+2} - \hat{L}_{i+1}) = -\text{var}(\hat{L}_{i+1}) \quad 0.4$$

en de bijbehorende correlatiecoëfficiënt als

$$\rho_{D_i, i+1}(x_0) = -\frac{\sigma_{\hat{L}_{i+1}}^2(x_0)}{\sigma_{\hat{D}_i}(x_0)\sigma_{\hat{D}_{i+1}}(x_0)}. \quad 0.5$$

Oftewel: de covariantie tussen de laagdiktes van twee opeenvolgende lagen is gelijk aan de negatieve waarde van de variantie van het gezamenlijke grensvlak. De variantie van de som van twee opeenvolgende laagdiktes wordt dan

$$\begin{aligned} \text{var}(\hat{D}_i + \hat{D}_{i+1}) &= \text{var}(\hat{D}_i) + \text{var}(\hat{D}_{i+1}) + 2\text{cov}(\hat{D}_i, \hat{D}_{i+1}) \\ &= \text{var}(\hat{L}_{i+1} - \hat{L}_i) + \text{var}(\hat{L}_{i+2} - \hat{L}_{i+1}) + 2(-\text{var}(\hat{L}_{i+1})) \\ &= \text{var}(\hat{L}_{i+1}) + \text{var}(\hat{L}_i) + \text{var}(\hat{L}_{i+2}) \\ &\quad + \text{var}(\hat{L}_{i+1}) - 2\text{var}(\hat{L}_{i+1}) = \text{var}(\hat{L}_i) + \text{var}(\hat{L}_{i+2}) \end{aligned} \quad 0.6$$

Oftewel: de variantie van de som van de laagdiktes van twee opeenvolgende lagen is gelijk aan de som van de varianties van de twee niet-gezamenlijke grensvlakken. En daaruit volgt vervolgens weer dat de variantie van de totale dikte van meerdere opvolgende lagen gelijk is aan de som van de varianties van de twee uiterste grensvlakken.

B.1.5 k , kD en c -waarden van het REGIS model

De k -waarden ([m/d]) van REGIS zijn op meetlocaties bepaald door een gemiddelde waarde per (hydrogeologische) eenheid te berekenen. Dit gemiddelde horizontale k -waarde wordt per boring berekend volgens

$$kD = \sum_{l=1}^n k_l D_l \quad 0.7$$

$$D = \sum_{l=1}^n D_l \quad 0.8$$

$$\bar{k}_h = \frac{kD}{D} \quad 0.9$$

waarbij n het aantal lagen met een verschillende lithologie is binnen de eenheid en binnen de boring. Er wordt hierbij geen rekening gehouden mogelijke onzekerheden in k_l (een vaste waarde per eenheid-lithologie combinatie) of D_l (de dikte uit de boorbeschrijving) waarden.

De gemiddelde verticale k -waarde wordt berekend volgens

$$c = \sum_{l=1}^n \frac{D_l}{k_l} \quad 0.10$$

$$\bar{k}_v = \frac{D}{c} \quad 0.11$$

waarbij c de verticale weerstand ([d]) van de eenheid is. Bovenstaande berekeningen zijn alleen geldig wanneer de waarden van de variabelen exact bekend zijn. Wanneer de variabelen als kansvariabelen zijn gedefinieerd dan ontstaan er afhankelijkheden tussen de verschillende parameters en moet de berekening anders worden uitgevoerd.

De k -waarden en laagdiktes worden vervolgens per eenheid ruimtelijk geïnterpoleerd, daarbij wordt een (kriging)variantie bepaald. Deze variantie wordt als maat voor de onzekerheid gebruikt.

B.1.6 Variantie kD bij kansvariabelen

Binnen een REGIS eenheid kunnen in de boorbeschrijvingen meerdere lithoklassen beschreven zijn, elk met een eigen laagdikte en k -waarde. Deze sub-lagen worden samengevoegd tot een kD -waarde van de eenheid en vervolgens kan daar een gemiddelde k -waarde uit berekend worden. Deze zelfde situatie komt ook voor wanneer, bij de bouw van een grondwaterstromingsmodel, meerdere REGIS eenheden samengevoegd moeten worden tot, bijvoorbeeld, een watervoerend pakket. Deze laatste situatie staat model voor de hieronder beschreven redenering. Stel, de k -waarden en de laagdiktes van een REGIS eenheid zijn onzeker en de k -waarden van opeenvolgende REGIS eenheden zijn onafhankelijk van elkaar. De laagdiktes van opeenvolgende lagen zijn onderling afhankelijk zoals beschreven in paragraaf **Error! Reference source not found.**. Daarnaast zijn de laagdieptes L_i onafhankelijk van elkaar zoals gesteld in paragraaf **Error! Reference source not found.**. De berekening van de kD kan dan geschreven worden als

$$kD = \sum_{i=1}^n k_i D_i = \sum_{i=1}^n k_i (L_{i+1} - L_i) \quad 0.12$$

Het is dus niet mogelijk om de kD -waarde als som van onafhankelijke RVs te berekenen. Hetzelfde geldt voor de gemiddelde k -waarde zoals weergegeven en vergelijking 0.9, de teller en noemer zijn van elkaar afhankelijk. Het lijkt dus noodzakelijk om deze berekeningen via een Monte-Carlo simulatie uit te voeren.