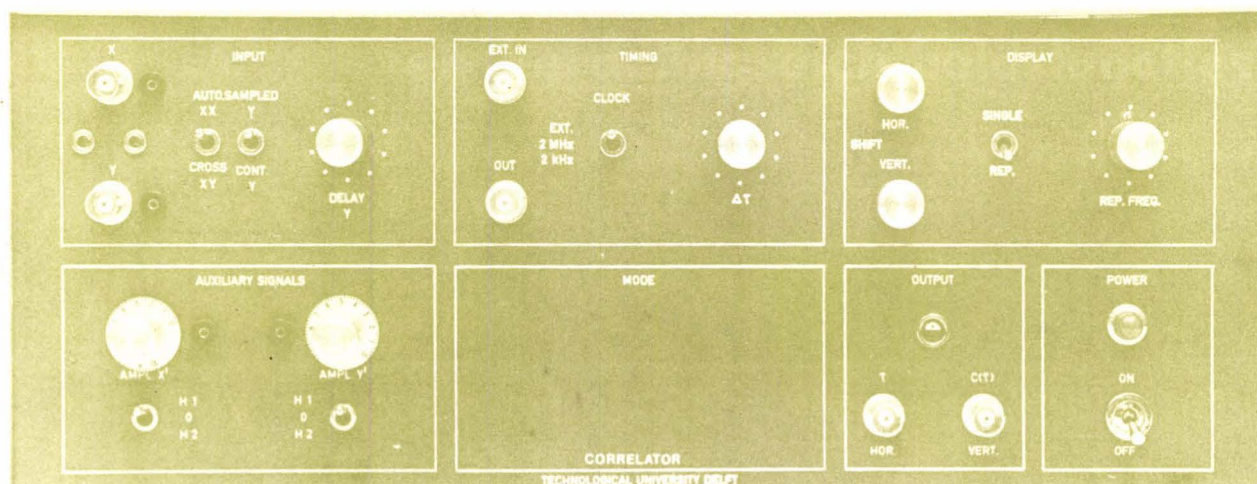




**Instrument voor "on-line" berekening van
correlatiefuncties, vermogensdichtheidsspectra
en verdelingsdichtheidsfuncties.**

TECHNISCH PHYSISCHE DIENST T.N.O. EN T.H.

STIELTJESWEG 1 DELFT TEL. 319 00

Instrument voor "on-line" berekening van correlatiefuncties, vermogensdichtheidsspectra en verdelingsdichtheidsfuncties.

Inleiding

De berekening van correlatiefuncties staat bekend als een bewerkelijke procedure. Twee signalen dienen eerst ten opzichte van elkaar verschoven en vervolgens met elkaar vermenigvuldigd te worden. Daarna wordt het momentane product over een zekere tijd geïntegreerd. Deze integraal vertegenwoordigt één punt van de correlatiefunctie. De drie uit te voeren bewerkingen "verschuiven, vermenigvuldigen en integreren" zijn zowel met analoge als digitale rekenautomaten uitvoerbaar.

Analoge methoden maken doorgaans gebruik van een magneetbandrecorder om de signalen vooraf te registreren. Met verplaatsbare afleeskoppen worden de signalen in verschoven versies gereproduceerd. De bewerking tot correlatiefunctie vindt punt voor punt plaats en is "off-line". De nauwkeurigheid en het toegelaten frequentiegebied worden beperkt door de analoge vermenigvuldiger en integrator. Een voorbeeld van een foutenanalyse van een dergelijke opstelling is in [1] beschreven.

Digitale rekenautomaten kunnen met bijzondere maatregelen "on-line" correlatiebewerkingen uitvoeren. Extra rekenregisters zijn nodig om het toegelaten frequentiegebied niet al te zeer te beperken, waardoor de digitale methode duur is. Een beschrijving van een dergelijke uitbreiding voor een universele digitale rekenautomaat geeft [2] .

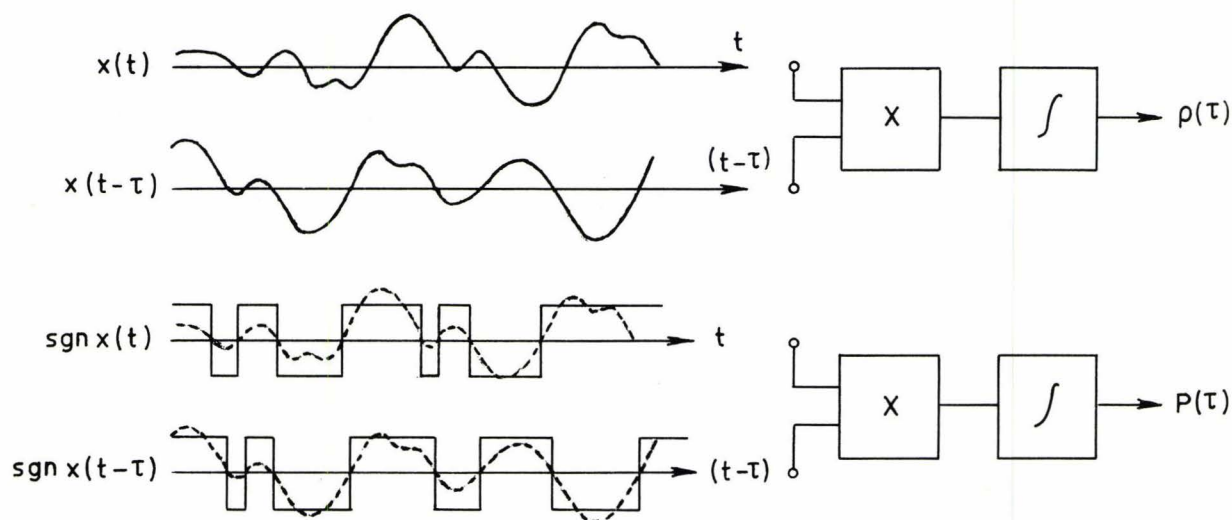
In een speciale rekenautomaat kan gebruik worden gemaakt van enige verwaarlozingen die bij statistische bewerkingen zijn toegestaan. De rekenregisters in een dergelijke speciale rekenautomaat kunnen deels met digitale deels met analoge circuits eenvoudig verwezenlijkt worden. Dit leidt tot een universeel instrument met parallelberekening van alle punten van de correlatiefunctie. Met een kleine uitbreiding is de "correlator" tevens geschikt voor de bepaling van verdelingsdichtheidsfuncties en van gemiddelde responsies. Hieraan zijn echter enige restricties t.a.v. het frequentiegebied van de signalen verbonden.

- [1] E. Bartels : Praktische Systemanalyse mit Korrelationsverfahren
Regelungstechnik 14 (1966), p. 49-55.
- [2] SDS correlation and filtering unit CFE 1.
Brochure van Scientific Data Systems.

Het instrument presenteert de correlatiefunctie repeterend, daardoor kan met geringe hulpmiddelen een fouriertransformatie uitgevoerd worden. Dit betekent dat een "on-line" berekening van auto- en kruisvermogensdichtheidspectra mogelijk is. De directe verwerking van de signalen tot correlatiefunctie vermijdt een tussentijdse registratie. Voor ultra-laagfrequent toepassingen is het evenwel voordeliger om tijdcompressie op de signalen toe te passen, dan om elk rekenregister van een zeer lange integratietijd te voorzien. De in de correlator toegepaste hybride rekentechnieken maken het mogelijk om voor deze tijdcompressie goedkope akoestische vertragslijnen te gebruiken.

Beschrijving van de werking van de correlator

Qua constructie is de correlator vergelijkbaar met een polariteitscorrelator. Bij de polariteitscorrelatie wordt alleen het teken van de signalen ten opzichte van hun gemiddelde waarde in rekening gebracht. De polariteitscorrelatiefunctie ontstaat dus uit correlatie van de geclipte versies van beide signalen (figuur 1).



Berekening van correlatiefunctie en polariteitscorrelatiefunctie

figuur 1

Voor een bepaalde klasse van stochastische processen is de gemeten polariteitscorrelatiefunctie eenvoudig om te rekenen tot de genormaliseerde correlatiefunctie van de oorspronkelijke niet geclipte signalen. De relatie tussen beide correlatiefuncties luidt (zie appendix I) :

$$Q(\tau) = \sin \frac{\pi}{2} P(\tau)$$

waarin $Q(\tau)$ de gewenste genormaliseerde correlatiefunctie en $P(\tau)$ de gemeten polariteitscorrelatiefunctie voorstellen.

Door gebruik te maken van een speciale 2-standen modulatiemethode, waarbij de amplitudegrootte van het signaal in rekening wordt gebracht, kan met een "polariteitscorrelator", in dat geval beter "een-bit" correlator te noemen, direct de echte correlatiefunctie gemeten worden. Wordt slechts één van de signalen op deze wijze gemoduleerd dan wordt de zogenaamde relaiscorrelatiefunctie gemeten. De relaiscorrelatiefunctie is voor een uitgebreide klasse stochastische processen evenredig met de echte correlatiefunctie. Bewijzen hiervoor zijn in [3] en [4] te vinden en zijn in een verkorte weergave in appendix II vermeld. Met een polariteitscorrelator kan dus, door gebruikmaking van de speciale modulatietechnieken zowel de polariteitscorrelatiefunctie als de relaiscorrelatiefunctie en de niet genormaliseerde correlatiefunctie worden gemeten.

Om twee redenen verdient het aanbeveling niet zonder meer steeds de echte correlatiefunctie op deze wijze te willen meten. In de eerste plaats dient de omzetting van het signaal in de 2-standen vorm met enig beleid te geschieden. In de tweede plaats is de amplitude aanwijzing van de gemeten niet genormaliseerde correlatiefunctie kleiner dan die van de polariteitscorrelatiefunctie. Als gevolg van instrumentele onnauwkeurigheden, die een vaste grootte hebben, betekent dit dat relatief een grotere instrumentele fout wordt gemaakt. Bij grote statistische onnauwkeurigheid (korte signaalduur) is dit uiteraard van minder belang.

Een polariteitscorrelatiemeting heeft als nadeel dat geen meting van de effectieve waarde plaats vindt daar een genormaliseerde correlatiefunctie wordt bepaald. Deze statische parameter is echter altijd rechtstreeks te meten met een vermenigvuldiger en integrator. In zeker opzicht is dit nadeel ook als voordeel te interpreteren daar fluctuerende versterkingsfactoren van het stochastisch proces geen invloed zullen hebben op het meetresultaat.

De techniek van de speciale 2-standen modulatie wordt in [4] en [5] nader toegelicht. Voordat het signaal wordt geclipt wordt een zogenaamd hulpsignaal opgeteld. Dit hulpsignaal dient uniform verdeeld te zijn en beoogt een gelijkmatig aftasten van het amplitudegebied van de te correleren signalen. Van belang is dat met een discreet aantal niveaus in het uniform verdeelde hulpsignaal kan worden volstaan. Dit hangt samen met de toegestane grove quantisering van de signalen bij statistische bewerkingen.

- [3] Veltman, B.P.Th., en Kwakernaak, H. : Theorie und Technik der Polaritätskorrelation für die dynamische Analyse niederfrequenter Signale und Systeme. Regelungstechnik 9 (1961), p. 357-364.
- [4] Veltman, B.P.Th., en Van den Bos, A. : On the applicability of the relay and polaritycoincidence correlator in automatic control. Proc. IFAC Conference, Bazel 1963.

Het quantiseringsgeruis (verschil tussen gequantiseerd en niet gequantiseerd signaal) geeft een verwaarloosbare bijdrage tot de correlatiefunctie [5]. De topwaarde A van het hulpsignaal dient van de grootte orde van de extreme waarden van de signalen te zijn.

Bij gebruik van één hulpsignaal wordt $P_{h_1}(\tau)$ gemeten. De relaiscorrelatiefunctie is : $R(\tau) = \frac{A}{\sigma_1} P_{h_1}(\tau)$.

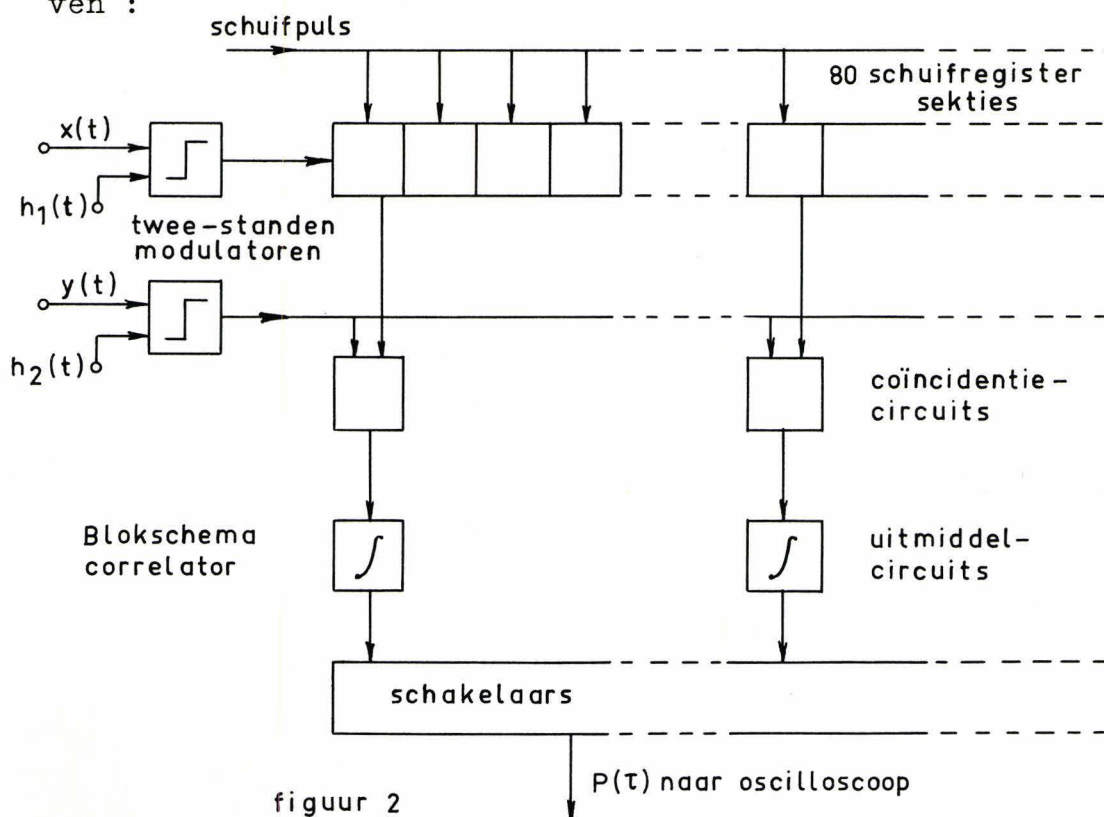
Bij gebruik van twee hulpsignalen wordt $P_{h_1 h_2}(\tau)$ gemeten.

De niet genormaliseerde correlatiefunctie is: $C(\tau) = \frac{A^2}{\sigma_1 \sigma_2} P_{h_1 h_2}(\tau)$.

Constructie van de correlator

De instrumentele voordelen van een 2-standen karakterisering van de signalen zijn triviaal. De verschuiving kan in een een-bit schuifregister plaatsvinden en de vermenigvuldiging is een simpele coïncidentie bepaling.

Voor de integratie kunnen tellers worden gebruikt; eenvoudige RC-circuits zijn echter voor vrijwel alle toepassingen voldoende nauwkeurig. Aan de hand van het schema in figuur 2 laat zich de constructie van de correlator als volgt beschrijven :



- [5] Veltman, B.P.Th., Quantisierung, abtastfrequenz und statistische Streuung bei Korrelationsmessungen. Regelungstechnik 14 (1966), p. 151-158.

De te correleren signalen $x(t)$ en $y(t)$ worden, desgewenst onder toevoeging van hulpsignalen, naar comparatoren gevoerd. De 2-standen versies van beide signalen worden ten opzichte van elkaar verschoven in de schuifregistersecties en vermenigvuldigd in de coïncidentiecircuits. De schuifpulsfrequentie bepaalt de verschuivingstijd tussen twee opeenvolgende punten van de correlatiefunctie.

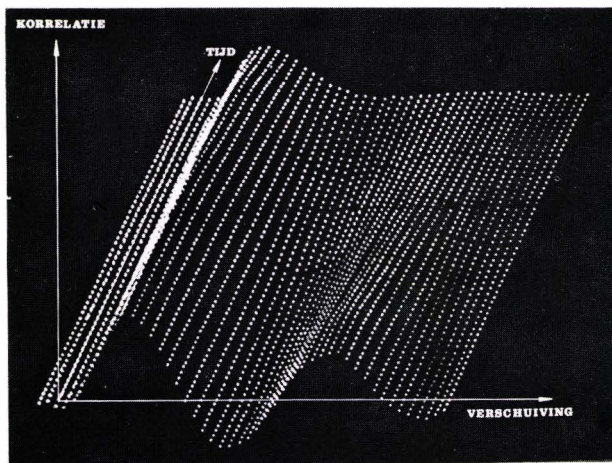
De uitgangssignalen van de coïncidentiecircuits worden eerst in een nauwkeurige 2-standen versie omgezet alvorens zij met RC-circuits uitgemiddeld worden.

Met een elektronische schakelaar worden de condensatorspanningen van de uitmiddelcircuits repeterend weergegeven voor registratie op een oscilloscoop of xy-schrijver.

Comparatoren, schuifregisters en coïncidentiecircuits zijn geïntegreerde schakelingen. De elektronische schakelaar is uitgevoerd met veldeffecttransistoren.

Aan de schakelaar is een tijdbasiscircuit gekoppeld voor weergave van de τ -parameter. Bovendien is het mogelijk om het verloop van de correlatiefunctie in de tijd te volgen door op een oscilloscoopscherm meerdere correlatiefuncties in panoramische weergave achter elkaar te plaatsen, figuur 3.

figuur 3



panoramische weergave
van de correlatiefunctie

Correlator

Specificaties

Berekening van auto- en van kruiscorrelaties

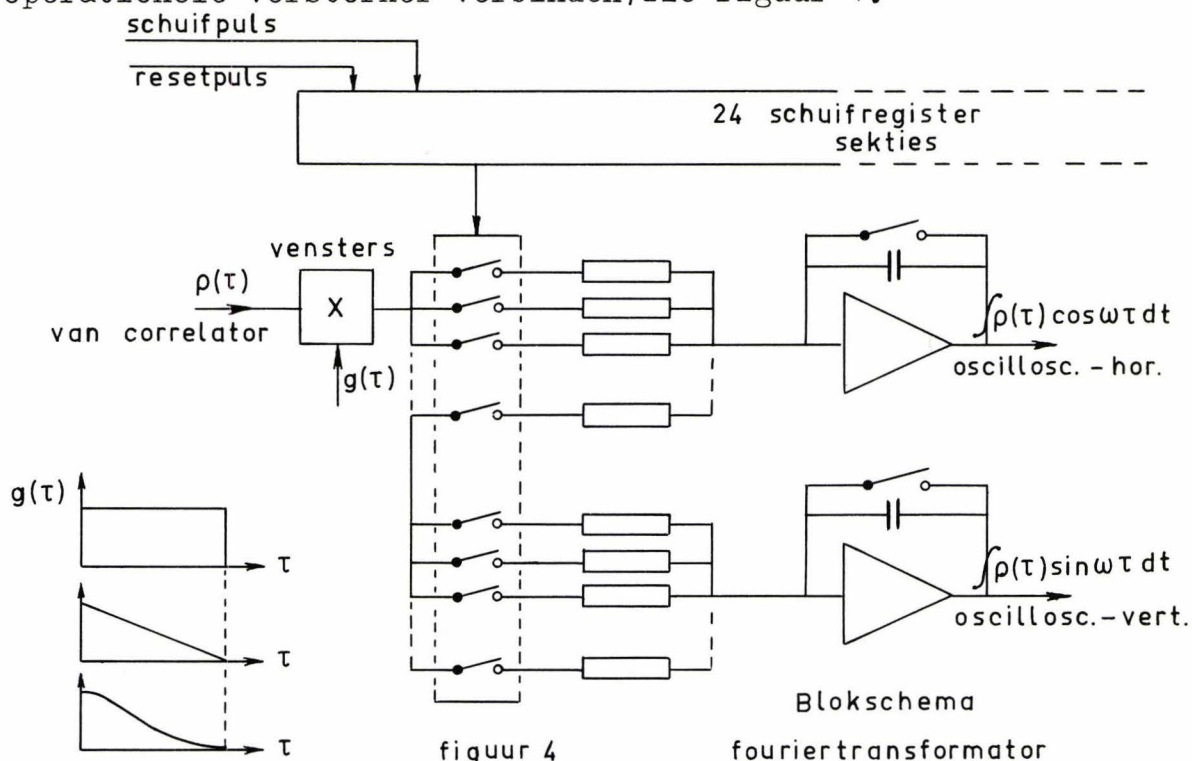
Aantal punten	: 80; uitbreidbaar in groepen van 8 stuks.
extra verschuiving	: 80 punten, in beide kanalen in te schakelen in groepen van 8. Toegang voor externe aansluiting van langere verschuivingslijnen.
minimale afstand tussen twee opeenvolgende punten van de correlatie functie	: 250 ns
maximale afstand	: met interne tijdbasis 2 s met externe tijdbasis arbitrair lang.
bemonsteringsfrequentie	: 2 MHz, 2 kHz elk gevolgd door 12 stuks 2 delers. Extern signaal tot 4 MHz.
ingangsimpedantie	: 250 k Ω voor elk kanaal
maximale ingangssignaal	: $\pm$ 5 volt
uitgangsimpedantie	: 1 k Ω
uitgang	: correlatiefunctie van -5 tot +5 V tijdbasis van 0 tot + 10 V
display	: schakelsnelheid correlatiefunctie 2000 pt/s of 2 pt/s. Verschuiving nulpunt oscilloscoop voor panoramische weergave in 32 stappen; automatisch herhaald van 1/s tot 1/min; handinstelling en externe triggering.
uitmiddeltijden	: twee van de vier in het circuit aanwezige tijdconstanten kunnen vanaf het frontpaneel gekozen worden. De tijdconstanten liggen in het gebied van 0,2 tot 60 s.
kleinst detecteerbare signaalwaarde	: 5 mV, overeenkomende met genormeerde correlatie 0,001
voeding	: 220 V, 50 Hz, 100 W.

Fouriertransformator

Berekend moet worden

$$G_c(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau) \cos \omega \tau d\tau \text{ en } G_s(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(\tau) \sin \omega \tau d\tau$$

$\rho(\tau)$ wordt repeterend aangeboden door de correlator. De sinus- en cosinus-functie mogen grof gequantiseerd worden. Bij een indeling in 24 intervallen tussen de extreme waarden is de eerste hogere harmonische de 47e met een amplitude van 1% van de grondharmonische. Met een 24-traps schuifregister worden 24 elektronische schakelaars bediend die na elkaar gewichtsweerstand van de gewenste sinus en cosinus met de ingang van een operationele versterker verbinden, zie figuur 4.

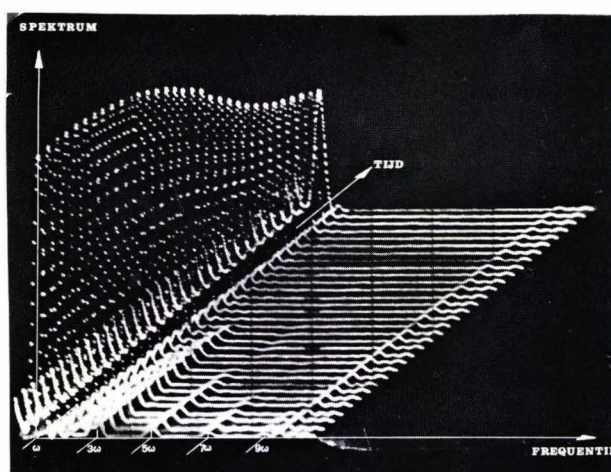


De schuifrequentie in het schuifregister bepaalt de snelheid waarmee de schakelaars achtereenvolgens geopend en gesloten worden en daarmee de frequentie waarin de sinus- en cosinus-functie doorlopen worden.

De operationele versterkers zijn als integratoren uitgevoerd. Aan het einde van één presentatie van $\rho(\tau)$ volgt een oplichtpuls waardoor de waarden van de integralen op een oscilloscoop-scherm zichtbaar worden. Vervolgens worden de condensatoren ontladen en het schuifregister gereset, waarna bij de volgende presentatie van $\rho(\tau)$ een andere schuifrequentie wordt gebruikt. Met deze hybride rekenwijze kan eenvoudig worden vermenigvuldigd en geïntegreerd, terwijl sinus en cosinus snel van frequentie kunnen wisselen en zonder inslingeren vanuit de juiste fase gestart kunnen worden. Elke herhaling van $\rho(\tau)$ levert één punt van het spectrum.

Totaal zijn 256 frequenties ter beschikking in een gebied van 2 decaden. Voor meting van de frequentie van karakteristieke punten in het spectrum is een gecalibreerde schaal aanwezig. Voordat de correlatiefunctie wordt getransformeerd kan eerst nog een driehoeksvenster worden toegepast. De lengte van dit venster is instelbaar. Met deze instelling kan empirisch een compromis tussen een hoog scheidend vermogen in frequentie bij een lage statistische onzekerheid in het meetresultaat worden nagestreefd. Teneinde het spectrum als functie van de tijd te kunnen observeren is in een panoramische oscilloscoop weergave voorzien, zie figuur 5.

figuur 5



panoramische weergave
van het spectrum

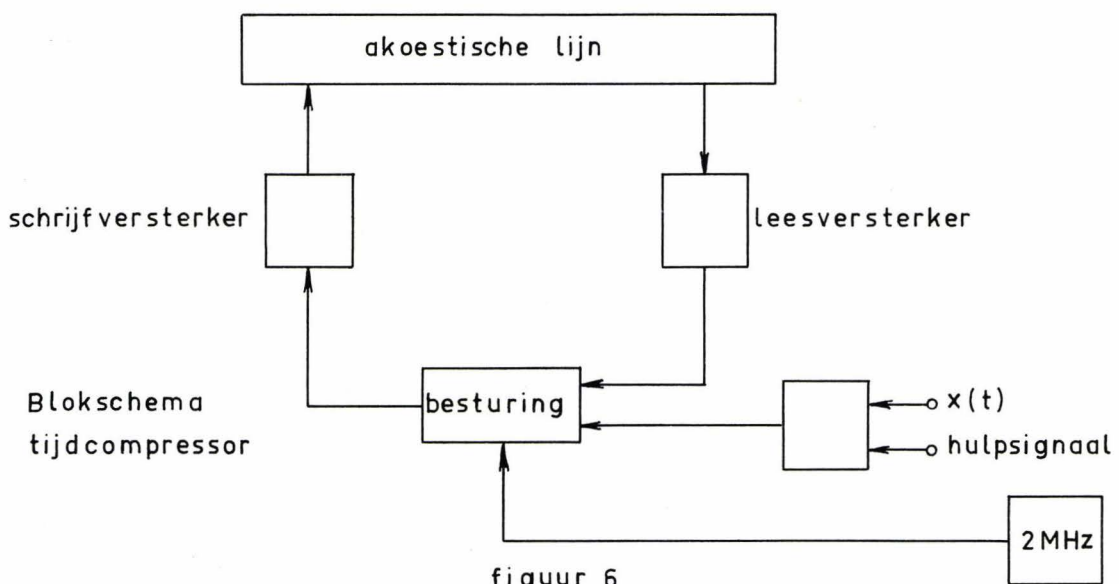
Specificaties fouriertransformator :

Aantal meetpunten	: 256	Keuzeschakelaar voor 128
frequentiegebied	: 2 decaden	punten (1 decade) en 64 punten (0,5 decade).
meting van frequentie	: handinstelling met gecalibreerde 10-slag potentiometer	
calibratie frequentie- schaal	: aansluiting naar externe teller	
lineariteit frequentie- schaal	: beter dan 0,5%	
snelheid	: wordt bepaald door aantal meet- punten van correlatiefunctie. Bij 80 punten (schakelsnelheid correlator 2000 Hz) worden per seconde 25 punten van het spectrum berekend.	
uitgang	: $G_c(\omega)$, $G_s(\omega)$ en lineaire ω -schaal. Panoramische weergave van spectrum als functie van de tijd. Herhalings- frequentie instelbaar (automatisch of met handbediening.)	
vensters	: keuze tussen rechthoekig en drie- hoekig venster. Potentiometerinstel- ling voor afbreekpunt van de correlatiefunctie.	
naar keuze	: hamming of hanning venster	
totale nauwkeurigheid	: beter dan 1%	

Tijdcompressor

De tijdcompressor bestaat uit twee akoestische vertragslijnen waarin de 2-standen versies van de beide te corrigeren signalen bewaard kunnen worden. Een akoestische lijn kan maximaal 20.000 bits bevatten; de bijbehorende klokfrequentie is 2 MHz. De omlooptijd van het signaal is 0,01 s. Dat wil zeggen dat het signaal 100 maal per seconde de vertragslijn doorloopt en daarbij steeds wordt uitgelezen en vervolgens weer ingeschreven, zie figuur 6.

Bij elke omloop van het signaal kan er een bit aan de bemonsteringenrij worden toegevoegd; als de lijn vol is overschrijft de laatst toegevoegde bemonstering de reeds aanwezige bemonstering. Door pas na meerdere omlopen van het signaal een nieuwe bemonstering aan de rij toe te voegen kunnen willekeurig lage bemonsteringssnelheden verkregen worden. Hogere bemonsteringssnelheden dan 100 Hz zijn mogelijk als een inleesbufferregister wordt toegevoegd; bij een registerlengte van 20 bits is de maximale bemonsteringssnelheid 2000 Hz.

Specificaties tijdcompressor :

Twee akoestische vertragslijnen, parallel werken op één klokfrequentie.

Inhoud	: 20.000 bits per lijn
klokfrequentie	: 2 MHz of externe klok
bemonsteringsfrequentie	: 100 Hz in 12 stappen van 2 tot 0,01 Hz
extern	: d.c. tot 100 Hz gesynchroniseerd op externe klokfrequentie
naar keuze	: hogere bemonsteringsfrequentie
voeding	: batterijvoeding. Oplaadinrichting 220 V, 50 Hz.

Appendix I

De genormaliseerde correlatiefunctie is het tweede moment van de 2-dimensionale verdelingsdichtheidsfunctie :

$$\rho(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y,\tau) x y dx dy \quad (1)$$

De polariteitscorrelatiefunctie luidt

$$P(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y,\tau) \operatorname{sgn} x \operatorname{sgn} y dx dy$$

Substitutie van $\operatorname{sgn} x = +1$ of -1 en $\operatorname{sgn} y = +1$ of -1 voor de bijbehorende integratieintervallen geeft voor symmetrisch $f(x,y,\tau)$:

$$P(\tau) = 2 \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} f(x,y,\tau) dx dy - 1 \quad (2)$$

Voor gaussprocessen volgt uit (1) en (2)

$$\rho(\tau) = \sin \frac{\pi}{2} P(\tau)$$

Appendix II

De twee hulpsignalen zijn u en v .

De polariteitscorrelatiefunctie na toevoeging van beide hulpsignalen luidt

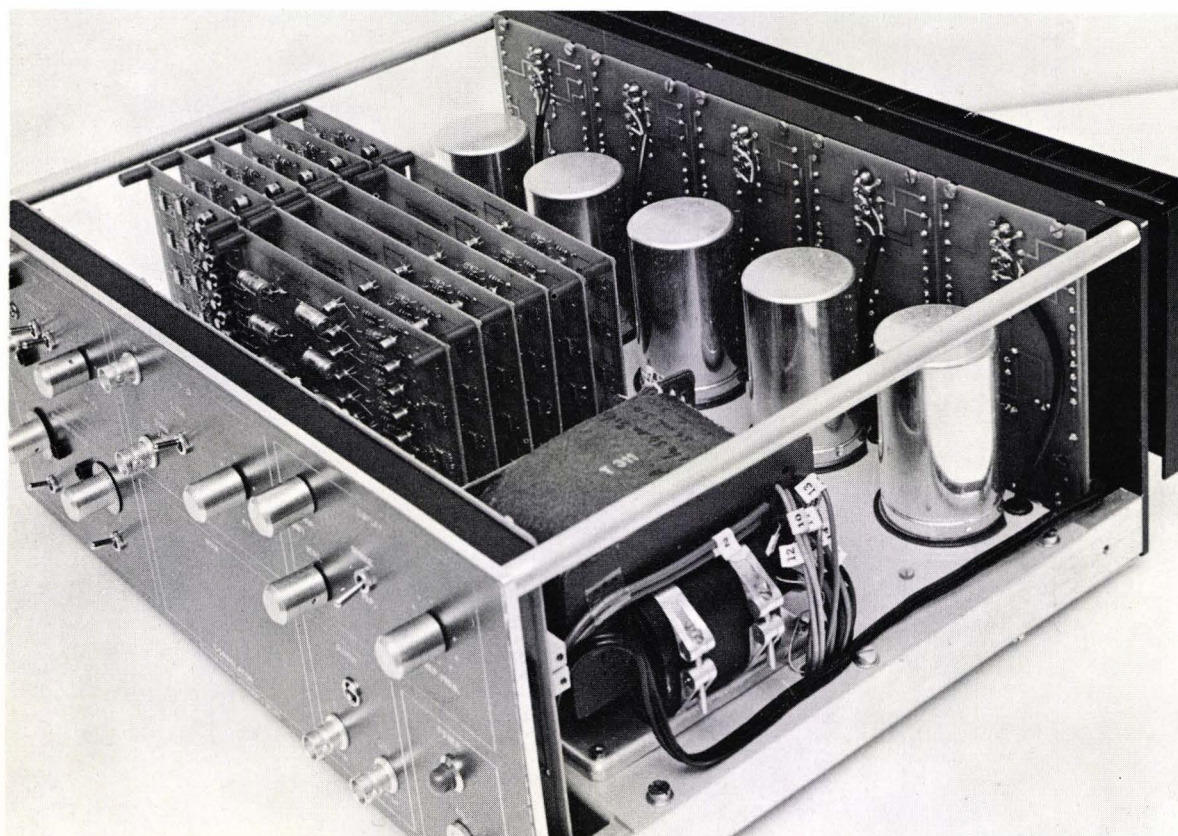
$$P_{h_1 h_2}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f'(x,y,u,v,\tau) \operatorname{sgn}(x+u) \operatorname{sgn}(y+v) dx dy du dv \quad (3)$$

De hulpsignalen zijn onderling onafhankelijk en onafhankelijk van x en y :

$$f'(x,y,u,v,\tau) = f(x,y,\tau) g_1(u) g_2(v) \quad (4)$$

Als $g_1(u)$ en $g_2(v)$ uniforme verdelingen zijn, met grenzen $|A_1|$ en $|A_2|$ waarmee vrijwel het gehele gebied van $f(x,y,\tau)$ bestreken wordt, dan volgt uit (3) en (4) :

$$\rho(\tau) = \frac{A_1}{\sigma_x} \frac{A_2}{\sigma_y} P_{h_1 h_2}(\tau)$$



De correlator in een versie zoals deze in gebruik is bij het Ontmoetingscentrum voor Meet- en Regeltechniek van de Technische Hogeschool, Delft.