

G. SALOMON

Breuk en breukverschijnselen



J. LEEUWERIK

Het kinematische beeld van het breukverschijnsel



F. SCHWARZL

Theoretische interpretatie van het breukverschijnsel

Bibliotheek Hoofdkantoor TNO
's-Gravenhage



CENTRAAL LABORATORIUM T.N.O., JULIANALAAN 134, DELFT

Overdruk uit „Metalen” no 19 (1956) pag. 422–429; no 20 (1956)
pag. 446–450; no 21 (1956) pag. 470–476

Theoretische interpretatie van het breukverschijnsel

Bewerkt naar een voordracht op de 93e Bondsdag van de Bond voor Materialenkennis, gehouden op 26 april 1956 te Utrecht

1. Inleiding.

In de hier voorgaande publikatie (1) van Leeuwerik werd aangetoond, dat het breukverschijnsel wordt beheerst door de verzameling van zwakke plaatsen, fouten en verontreinigingen in de bouw van het materiaal, dus door de **microstructuur**. Het breken gaat altijd uit van de meest kritieke zwakke plaats en breidt zich uit over een groot aantal andere zwakke plaatsen (de secundaire breukbronnen).

Aan de andere kant vindt de ingenieur, die met het macroscopische gedrag bij breuk te maken heeft, een aantal bijzondere eigenschappen van de gemiddelde breukspanning:

1. De lage waarde van de breukspanning ten opzichte van de cohesie-energie van het materiaal.
2. Het statistische karakter van de breukspanning.
3. De afhankelijkheid van de breukspanning van het volume en de vorm van het proefstuk.
4. De afhankelijkheid van de breukspanning van de duur van de belasting (vermoeïing).

In dit artikel willen wij een overzicht geven over het verband tussen deze twee groepen van verschijnselen en nagaan, welke kwantitatieve of kwalitatieve uitspraken over het macroscopisch breukgedrag kunnen worden gedaan op grond van het bestaan van de microstructuur.

2. De orde van grootte van de breukspanning en de cohesie-energie.

Beschouwen we het gedrag bij breuk van een aantal sterk uiteenlopende materialen (tabel 1). Het

valt op, hoe klein het variatiegebied van de breukspanningen is, in tegenstelling met bijv. de rek bij breuk, die een factor 10.000 kan verschillen.

De orde van grootte van de breukspanningen (1 à 10 kg/mm²) is echter veel kleiner dan de waarde die men voor een ideaal homogeen foutvrij materiaal mag verwachten. De sterkte van het foutvrije materiaal, de zgn. **theoretische breuksterkte** $\sigma_{\text{theor.}}$ ligt een factor 100 hoger dan de experimentele waarde, gemeten onder gewone omstandigheden:

$$\sigma_{\text{theor.}} / \sigma_{\text{exp.}} \approx 100 \quad (1)$$

Uitzonderingen zijn laagmoleculaire vloeistoffen, die eenzelfde hoge „treksterkte” kunnen vertonen als vaste stoffen. Hier hebben experimentele en theoretische sterkte dezelfde orde van grootte. Hetzelfde vindt men ook voor rubbers, die, gezien hun lage glijdingsmodulus, het meest op vloeistoffen lijken *).

De sterkte van een homogeen materiaal kan men als volgt in verband brengen met de cohesie-energie. Laten we aannemen, dat een breuk is voltooid, als de twee breukvlakken een onderlinge afstand van de dubbele moleculaire aantrekkingsgrens $2 r_0 \approx 10^{-7}$ cm bezitten. De energie, die nodig is om twee breukvlakken te doen ontstaan, is gelijk aan twee keer de oppervlakte-energie van het materiaal, 2α , waarbij $\alpha \approx 10^{-4}$ à 10^{-3} kg cm/cm² de energie voor het ontstaan van een nieuw oppervlak van 1 cm² is. Bij een volledig homogeen materiaal moet

*) Er bestaat echter twijfel of de navolgende berekening van $\sigma_{\text{theor.}}$ voor rubbers geldig is, gezien de grote breukdeformatie van rubber en gezien de onzekerheid omtrent de waarde voor de cohesie-energie.

Tabel 1 — Het gedrag bij breuk van een reeks stoffen

Materiaal	Orde van grootte v. d. breukspanning in kg/mm ²	Orde van grootte v. d. elasticiteitsmodulus in kg/mm ²	Rek bij breuk in %	Schatting voor het elastische aandeel v. d. breukenergie in kg cm/cm ³	Schatting voor $\delta_{\text{theor.}}$ in kg/mm ²
staal {	vloeigrens	30	0,1	1,5	2700
	breuk	40—200	—	—	—
anorg. glazen	1 à 10	5.000	0,02 à 0,1	0,1	600
keram. materialen	3 à 5	2.000	0,1 à 0,3	0,4	400
org. glazen, kunststoffen	0,5 à 2	100	0,2 à 10	0,2	100
rubbers (ongevuld)	1 à 2	0,1	500 à 1000	500	4 (?)
vloeistoffen	1 à 3	—	—	—	3 à 7

dus bij het breukpunt de energie 2α geconcentreerd zijn in een laagdikte $2 r_0$. Dit betekent dus dat de theoretische breukenergie per volume eenheid *) gelijk is aan:

$$w_{\text{theor.}} \propto \alpha/r_0 \propto 2.10^3 \text{ à } 10^4 \text{ kg cm/cm}^3 \quad (2)$$

Voor een materiaal, dat aan de wet van Hooke voldoet, is de theoretische breuksterkte uit (2) en $w = \delta^2/2E$ uit te rekenen (E is de elasticiteitsmodulus).

$$\sigma_{\text{theor.}} \propto \sqrt{2 E w_{\text{theor.}}} \quad (3)$$

Bij de berekening van de theoretische vloeigrens van een metaal volgt men een soortgelijke redenering; men kan hier echter de cohesie-energie nog uitdrukken door de glijdingsmodulus G , wat leidt tot de formule (2):

$$\sigma_{\text{theor.}} \propto G/\pi \quad (3')$$

De theoretische breukenergie en de theoretische breukspanning zijn de hoogste waarden, welke onder ideale omstandigheden bereikt zouden kunnen worden. Tabel 1 laat zien, dat deze ideale waarden in de praktijk niet zijn gerealiseerd; in principe zou het dus mogelijk moeten zijn om de sterkte van constructiematerialen nog een factor 100 te verhogen.

De lage experimentele waarden van de breuksterkte worden veroorzaakt door de inhomogeniteiten van al deze stoffen; door de microstructuur wordt de spanningsverdeling inhomogeen en er ontstaan plaatselijk hoge spanningsconcentraties. Daardoor kan plaatselijk een voldoende hoge energieconcentratie aanwezig zijn om de breukenergie 2α te leveren, hoewel de gemiddelde energie nog ver beneden $w_{\text{theor.}}$ blijft.

De grootte van de energieconcentraties in afhankelijkheid van de afmetingen van de inhomogeniteiten zal in het volgende hoofdstuk worden besproken.

In enkele gevallen is het gelukt de grenswaarde $\sigma_{\text{theor.}}$ experimenteel te realiseren. Dit geschiedt of door verwijderen of door onschadelijk maken van de inhomogeniteiten. Een voorbeeld hiervan treft men aan bij glasvezels, die een uitzonderlijke grote sterkte vertonen (fig. 5).

3. De invloed van inhomogeniteiten op de sterkte.

Het nauwkeurige beeld van de microstructuur, voor welke stoffen dan ook, is nog geenszins bekend. Bij metalen weten wij, dat de microstructuur bestaat uit eenvoudige roosterfouten, dislocaties, korrel- en kristalgrenzen. Van deze zijn in het bijzonder de dislocaties van invloed op de vloeigrens en op het mechanisme van plastische vloeï. De aanwezigheid van dislocaties verlaagt de theoretische waarde van de vloeigrens met een factor 100. Behalve dislocaties ontstaan bij de vermoeïing van metalen nog inhomogeniteiten van veel grotere afmetingen; dit zijn scheuren, meestal uitgaande van het oppervlak, die een lengte van enkele mm kunnen bereiken. Het verdere verloop van het vermoeïingsproces wordt bepaald door de groei van deze scheuren.

*) Hier wordt uitsluitend bedoeld de „elastische deformatie-energie”. De door plastische deformatie gedissipeerde energie is niet in staat om aan het breukproces mede te werken en wordt hier niet meegerekend.

Bij anorganische glazen zijn nog in het geheel geen experimentele gegevens omtrent de vorm van de microstructuur bekend. Griffith (3) heeft echter op grond van theoretische overwegingen geconcludeerd, dat de inhomogeniteiten in glas een bijzondere vorm, de vorm van „Griffith cracks” moeten hebben. Uitsluitend deze Griffith cracks zijn namelijk in staat om een sterke achteruitgang in sterkte te veroorzaken. Griffith cracks zijn fijne scheuren, die in één of in twee richtingen heel klein zijn (10^{-6} cm) en een lengte van $\pm 10^{-4}$ cm bezitten. Dat minstens één dimensie zeer klein moet zijn, is nodig voor de verklaring van de hoge spanningsconcentratiefactor van deze scheuren.

Bij organische glazen (polymethylmethacrylaat) zijn inderdaad elektronenoptisch inhomogeniteiten aangetoond (1), namelijk als secundaire breukbronnen. Dit zijn ellipsoiden met grote assen van $1/2$ à $1/3 \mu$, terwijl de kleine as slechts een factor 3 à 4 korter is. Deze voldoen dus niet aan de eisen van Griffith cracks.

(Men mag daarbij echter niet vergeten, dat deze breukbronnen aan het breukvlak zijn gemeten, nadat ze tot secundaire breukfronten zijn geopend. Vóór het breken zou de dwarsdimensie veel kleiner geweest kunnen zijn).

Wij beschouwen nu de invloed van een Griffith crack op de sterkte van een verder homogeen blokje materiaal (fig. 1). Op grote afstand van de inhomogeniteit zij het materiaal aan de homogene trekspanning σ onderhevig; de oriëntatie van de scheur ten opzichte van de trekrichting zij gegeven door de hoek ϑ . De meest gevaarlijke trekspanning σ_{max} treedt op aan het uiteinde van de scheur en kan vele malen groter zijn dan de gemiddelde spanning σ . De verhouding $\sigma_{\text{max.}}/\sigma$, de zgn. spanningsconcentratiefactor, hangt af van de oriëntatie van de scheur ten opzichte van de trekspanningsrichting en van de vorm van de scheur.

Fig. 2 geeft de afhankelijkheid van de spanningsconcentratiefactor $\sigma_{\text{max.}}/\sigma$ van de oriëntatie voor een scheur met een assenverhouding $a/b = 50$. Men ziet, dat in de trekrichting georiënteerde scheuren praktisch zonder invloed zijn, terwijl het maximale effect optreedt bij scheuren die loodrecht op de trekrichting

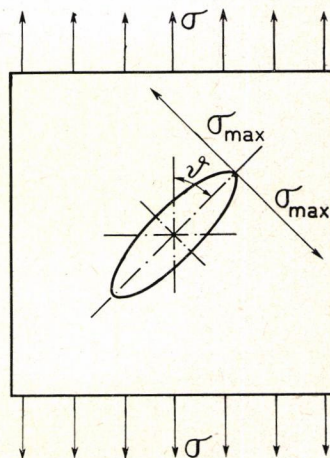


Fig. 1.

Plaat met Griffith crack onder één-assige trekspanning (twee dimensionaal model voor een elementair volume met een inhomogeniteit).

ting zijn georiënteerd. Dit verklaart, waarom de uitbreiding van (primaire en secundaire) breukfronten loodrecht op de trekrichting plaats vindt.

De maximale spanningsconcentratie bij scheuren, dwars op de trekrichting, heeft Griffith (3) berekend:

$$\sigma_{\max}/\sigma = 1 + 2 a/b \quad (4)$$

De spanningsconcentratiefactor is dus met goede benadering evenredig aan de assenverhouding van de scheur. [Voor een gevaarlijke scheur is $a/b \gg 1$].

Als breukconditie kan nu worden gesteld, dat de maximale spanning $\sigma_{\max}$ gelijk wordt aan de theoretische sterkte $\sigma_{th,or}$. Bereikt de gemiddelde spanning σ de bijbehorende waarde, de „breukspanning” van het blokje uit fig. 1, dan wordt de scheur „kritisch”. Ze breidt zich in de lengterichting verder uit en gaat over in een breukfront. Over het verloop van de snelheid van dit proces zullen we onder 5 nog enige opmerkingen maken.

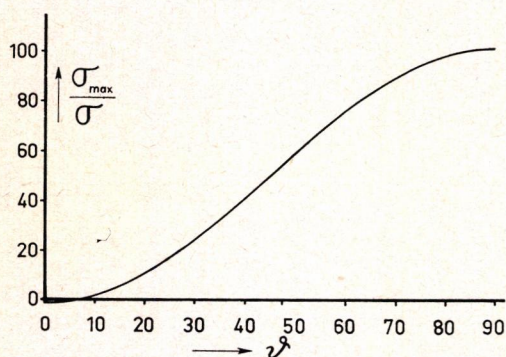


Fig. 2.

Afhankelijkheid van de spanningsconcentratiefactor $\sigma_{\max}/\sigma$ van de orientatie van de scheur, ϑ , voor een Griffith crack met een assenverhouding $a/b = 50$.

We kunnen dus aan ieder blokje met een inhomogeniteit een macroscopische breukspanning σ toekennen, die zal afhangen van de vorm en oriëntatie van de inhomogeniteit.

4. Het statistische karakter van de breukspanning.

We beschouwen een macroscopisch proefstuk met volume V , dat onder een homogene trekspanning σ staat (fig. 3). Het proefstuk bevat een groot aantal kleine inhomogeniteiten van verschillende afmetingen en oriëntaties. Het is duidelijk, dat de sterkte van het proefstuk zal worden bepaald door de gevaarlijkste inhomogeniteit.

Zijn de inhomogeniteiten in het proefstuk van elkaar onafhankelijk, d.w.z. liggen ze ver genoeg van elkaar af, dan kunnen we een fysische beschrijving van de microstructuur als volgt vinden. We denken het proefstuk in kleine gelijke volume-elementen (elementairvolumina met volume V_0) geknipt, waarbij we er voor zorgen dat ieder ten hoogste één inhomogeniteit bevat. Elk dezer elementairvolumina is dan een blokje in de zin van figuur 1, waaraan we een bepaalde breukspanning kunnen toekennen. Op soortgelijke wijze gaan we te werk met alle proefstukken van hetzelfde materiaal

en zo krijgen we dan een treksterkteverdeling van elementairvolumina.

$w(\sigma)d\sigma$ fractie van de elementairvolumina, die een sterkte tussen σ en $\sigma + d\sigma$ heeft.

$W(\sigma) = \int_0^\sigma w(\sigma) d\sigma$ fractie van de elementairvolumina, die een sterkte kleiner dan σ heeft.

$w(\sigma)$ noemen we de **verdelingsfunctie van de microstructuur**; ze beschrijft de microstructuur van een materiaal (niet die van een proefstuk, omdat ze door analyse van een groot aantal proefstukken van een bepaald materiaal is verkregen). De verdelingsfunctie van de microstructuur kan worden berekend als de verdeling van de inhomogeniteiten in het materiaal, wat betreft hun vorm en oriëntatie, bekend is of omgekeerd. De verdelingsfunctie van de microstructuur kan echter niet direct experimenteel worden gemeten, omdat de verdeling van de inhomogeniteiten onbekend is.

De statistische breuktheorie van Weibull (4)

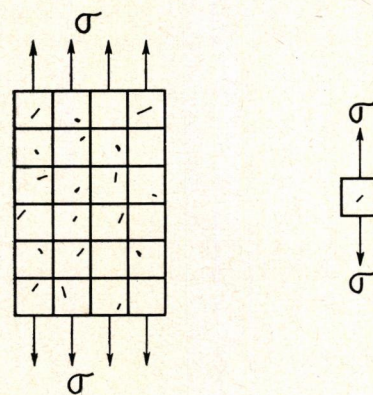


Fig. 3.

De definitie van de verdelingsfunctie van de microstructuur; het proefstuk van het volume V , verdeeld in elementairvolumina van het volume V_0 .

tracht nu een verband te leggen tussen de verdelingsfunctie van de microstructuur en een direct meetbare grootheid, namelijk de breuksterkte van proefstukken van eindige grootte. De veronderstellingen daarbij zijn:

1. Een proefstuk van het volume V is samengesteld uit V/V_0 willekeurig gegrepen elementairvolumina.
2. Het proefstuk breekt, als minstens één van de elementairvolumina bezwijkt.

Met deze veronderstellingen is de waarschijnlijkheid $P(\sigma;V)$, dat het proefstuk met volume V een breukspanning heeft die $\leq \sigma$ is, te schrijven als:

$$P(\sigma;V) = 1 - [1 - W(\sigma)]^{V/V_0} \quad (5)$$

Deze formule zal worden toegelicht aan de hand van fig. 4, waar voor een aantal gevallen de verdeling van de breukspanning is uitgezet, namelijk voor proefstukken met volume $V = V_0$, $V = 10 V_0$, $V = 100 V_0$ en $V = 1000 V_0$. In elk dezer gevallen is als verdelingsfunctie voor de microstructuur een Gauss-kromme gekozen. We komen tot de volgende conclusies:

De fysische eigenschap van de sterkte van een

materiaal is essentieel een statistische grootheid, die door een verdelingsfunctie wordt bepaald. Dit geldt ook, als men afziet van alle spreidingen, veroorzaakt door het meettoestel. De reden hiervoor is, dat macroscopisch identieke proefstukken ten gevolge van de microstructuur microscopisch niet identiek zijn. Uitsluitend voor zeer grote proefstukken, die het hele universum van de microstructuur benaderen, kan de sterkte naar een minimale waarde en de spreiding naar nul convergeren.

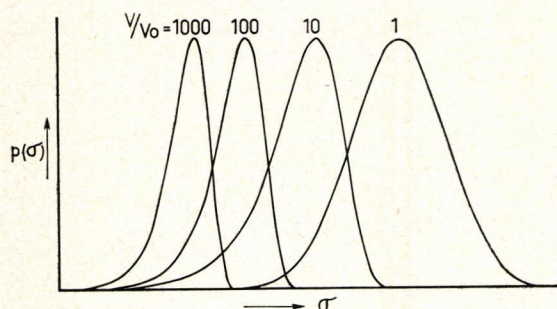


Fig. 4.

Breukspanningsverdelingen van proefstukken van het volume $V = 1000 V_0$, $100 V_0$, $10 V_0$ en V_0 (Epstein, B., J. Appl. Physics **19**, 140 (1948)).

Als het volume van het proefstuk groter wordt, verschuift de verdelingskromme naar kleinere spanningen, de sterkte gaat achteruit. Immers, als het volume en daarmee het aantal inhomogeniteiten groter wordt, wordt ook de kans groter een bijzonder zwak gedeelte te vinden. De verdelingskromme wordt met groter volume smaller en scherper, de spreiding neemt af.

Beide verschijnselen zijn in de praktijk goed bekend. De sterkte van vezels kan worden vergroot door de diameter dan wel de lengte kleiner te kiezen.

Als voorbeeld illustreert fig. 5, dat de sterkte van

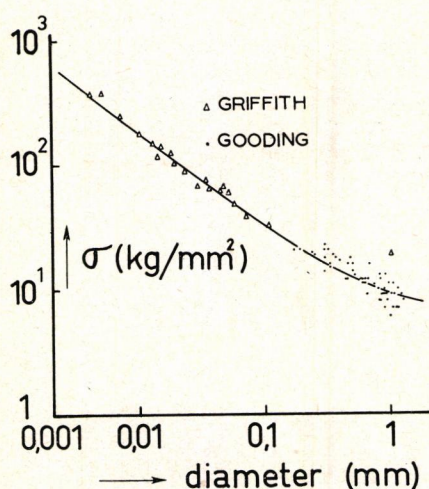


Fig. 5.

De afhankelijkheid van de sterkte van warm getrokken glasvezels van hun diameter; gecombineerde experimenten van Griffith en Gooding.

[Griffith, A. A.: Phil. Trans. Roy. Soc. London **A 221**, 163 (1920); Gooding, E. J.: J. Soc. Glass Technol. **16**, 145 (1932).]

glasvezels afhankelijk is van de diameter. Een vermindering in diameter met een factor 100 doet de sterkte stijgen van de gewone waarde tot de theoretische sterkte van glas (men vergelijk ook tabel 1). Deze buitengewoon sterke afhankelijkheid is te verklaren door een samenwerking van het volume en het oriëntatie-effect. Een dünnere vezel bevat niet alleen minder inhomogeniteiten, maar vertoont ten gevolge van haar wijze van bereiding ook een sterkere oriëntatie van de scheuren in de richting van de vezelas. (Zie fig. 6.)

Niettegenstaande het grote succes van de statistische breuktheorie bevat deze toch een zwak punt. Omdat het optreden van breuk overal in het proefstuk even waarschijnlijk werd geacht, zou men de primaire breukbronnen gelijkmatig over de hele doorsnede verdeeld moeten vinden. Men vindt echter de primaire breukbronnen bij voorkeur aan de rand of dicht bij de rand van het proefstuk. Dit wijst erop dat de statistische breuktheorie in haar huidige vorm nog onvolledig is.

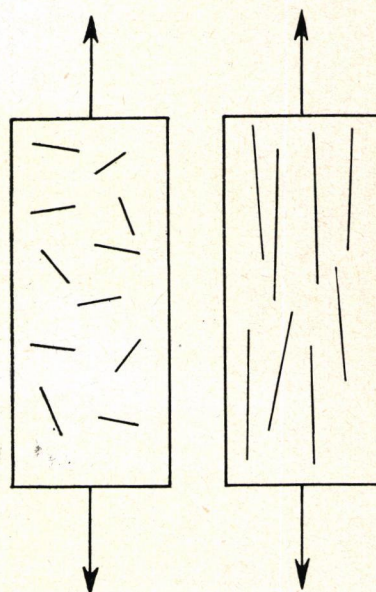


Fig. 6.

Schematisch beeld van trekstaven met inhomogeniteiten. Links niet georiënteerd; inhomogeniteiten werkzaam. Rechts uitgerekt en georiënteerd; inhomogeniteiten onwerkzaam.

5. De tijdafhangelijkheid van het breukverschijnsel.

Een heel belangrijk gezichtspunt hebben we tot nog toe buiten beschouwing gelaten, de tijdafhangelijkheid van het breukproces; deze uit zich macroscopisch in:

1. De afhankelijkheid van de sterkte van de rek-snelheid; bij trekeexperimenten onder constante deformatiesnelheid zijn het kracht-rekdiagram en het breukpunt sterk afhankelijk van de gekozen reksnelheid. Met toenemende deformatiesnelheid verandert het gedrag geleidelijk van taaie naar brosse breuk. De breukspanning wordt hoger, de breukrek en de breukenergie dalen. De breukspanning is in vele gevallen evenredig met de logaritme van de deformatiesnelheid. Een slagexperiment kan men zien als

een experiment, waarbij een grote deformatiesnelheid (de slagsnelheid) aan het proefstuk wordt opgedwongen.

2. Het statische vermoeiingsexperiment; dit is een kruipproef onder constante belasting die wordt voortgezet tot breuk. Naast de spanning wordt ook de breuktijd (van het begin van belasten tot breken) gemeten. De breukspanning is een dalende functie van de breuktijd. Zo heeft men bijv. bij anorganische en organische glazen een achteruitgang in sterkte gemeten, die tweederde van de oorspronkelijke sterkte bedroeg. Deze breukspanning-breuktijd relatie is sterk temperatuurgevoelig: een verhoging van de temperatuur doet deze krommen opschuiven naar kortere tijden. Uit deze verschuiving kan men activeringsenergiën berekenen; bij kunststoffen vindt men 10 à 20 Kcal/mol. Het verschijnsel van achteruitgang in sterkte onder belasting blijkt dus een "rate process" te zijn.
3. Het dynamische vermoeiingsexperiment (bij metalen ook kortweg vermoeiing); het proefstuk wordt aan wisselbelasting onderworpen en het aantal wisselingen tot breuk wordt als functie van de maximale amplitude van de belasting gemeten [de Wöhlerkromme]. Deze vertoont een gedrag, overeenkomstig aan de statische vermoeiingskromme. Hier treedt een daling tot een vierde à een half van de beginsterkte (treksterkte) op. Bij vele metalen daalt de Wöhler-kromme asymptotisch tot een bepaalde positieve spanning, die **vermoeiingsgrens** wordt genoemd.

De tijdafhankelijkheid van het breukverschijnsel wordt in verband gebracht met veranderingen die gedurende het breukproces plaats vinden in de microstructuur van het proefstuk. Deze veranderingen kunnen van verschillende aard zijn.

- a. het ontstaan van scheuren onder spanning;
- b. het langzame uitbreiden van aanwezige scheuren onder invloed van spanning, belastingswisselingen en temperatuurbeweging;
- c. de vlugge eindfase van de breuk, waarbij een scheur wordt geopend en overgaat in het primaire breukfront.

Hoe groot het aandeel van deze processen in het breukverschijnsel is, hangt sterk af van het materiaal en van het type breuk. Een bevredigend theoretisch inzicht hebben we heden eigenlijk alleen in de laatste fase (sub c) van het breukproces.

Het ontstaan van scheuren treedt het meest naar voren bij de (dynamische) vermoeiingsbreuk van metalen. Uit experimenten blijkt, dat de uiteindelijke breuk wordt ingeleid door vermoeiingscheuren, die pas na een groot aantal lastwisselingen in het materiaal zijn ontstaan. Bovendien is hun optreden gekoppeld aan een bepaalde minimale waarde voor de maximale spanningsamplitude, de vermoeiingsgrens.

Alle theorieën over vermoeiing op metaalgebied trachten dan ook een verklaring voor deze feiten te vinden. Ze koppelen het ontstaan van scheuren aan het optreden van plastische deformatie, ook al is deze bij vermoeiingsbreuk maar heel plaatselijk

en leidt ze niet tot grote deformaties van het proefstuk. Orowan (5) veronderstelt, dat een enkele kristalkorrel een lagere vloeigrens kan hebben en dat deze plastisch wordt gedeformeerd, terwijl ze is ingebed in het overige nog elastische materiaal. Dit zou bij herhaalde deformatie tot scheurvorming kunnen leiden. Een nieuw elektronenmicroscopisch onderzoek (6) aan het profiel van glijlijnen toont aan, dat een slipproces bij plastische deformatie bij voortdurende wisselbelasting aanleiding tot scheurvorming aan het oppervlak geeft.

Of ook bij anorganische en organische glazen een ontstaan van scheuren onder inwerking van spanning ter verklaring van het breukproces noodzakelijk is, staat nog niet vast. Het is wel zeker, dat zulke verschijnselen kunnen optreden, zoals bij het "crazing" van organische kunststoffen of bij barstvorming van rubber. Ook hier ontstaan zichtbare scheuren onder invloed van spanningen.

De langzame groei van scheuren (de tweede fase) treedt zowel op bij vermoeiingsbreuk, als bij breuk onder monotoon oplopende spanning en rek. Bij vermoeiingsbreuk bepaalt deze fase (tezamen met de eerste fase) praktisch de hele vermoeiingsduur, alsook haar afhankelijkheid van het spanningsniveau en van de temperatuur. Ook bij korte-duurproeven neemt de tweede fase het grootste deel van de breuktijd in beslag en bepaalt de afhankelijkheid van de reksnelheid en van de temperatuur.

Bij de theoretische interpretatie van de derde fase zal een verklaring worden gegeven, waarom scheuren van een bepaalde kritische lengte de neiging hebben uit zichzelf verder te groeien. Daarbij is echter geen rekening gehouden met de moleculaire structuur van het materiaal, met het gevolg, dat volgens deze theorie de scheuruitbreiding heel vlug plaats zou moeten hebben. De moleculaire structuur aan de uiteinden van de scheur laat echter alleen een trapsgewijze groei van de scheur over moleculaire drempels toe. Dit zal hoofdzakelijk in het begin van invloed zijn, als de scheur de kritische lengte net heeft overschreden. Hier moet dus de thermische beweging medewerken om de scheurgroei te doen plaats hebben.

Dit is de verklaring, die voor het bestaan van de tweede fase *) bij glazen wordt gegeven (in deze fase ontstaat het binnenste gedeelte van de spiegel op het breukvlak). Men heeft op deze wijze breukspannings-tijd relaties kunnen berekenen, die met statische vermoeiingsproeven in goede overeenstemming waren.

Bij vermoeiingsbreuk van metalen levert de tweede fase het zgn. vermoeiingsgebied op het breukvlak, waar men soms de trapsgewijze uitbreiding van de scheur met de herhalingen van de wisselspanning in het breukbeeld terug kan vinden (7). Hier zal het mechanisme van langzame scheuruitbreiding overeenkomen met het onder a. beschreven mechanisme van het ontstaan van vermoeiingscheuren. Pas in latere stadia zal een geleidelijke overgang tot het mechanisme van de eindfase plaats hebben, dikwijls onderbroken in iedere spanningscyclus.

De grondslag van een theoretische interpretatie

*) Smekal noemt dan ook deze fase de „thermische” fase.

van de derde fase is een discussie over de uitbreiding van kritische scheuren.

We beschouwen een plaat van de dikte één, onder een trekspanning σ met een scheur van de lengte $2c$ **) loodrecht op de trekspanning georiënteerd (fig. 7).

De bewegingsvergelijking voor de groei van deze scheur is bij benadering

$$\frac{\partial W_1}{\partial c} = \frac{\partial W_2}{\partial c} + \frac{\partial W_3}{\partial c} \quad (6)$$

$\frac{\partial W_1}{\partial c}$ is de elastische deformatie-energie, die vrijkomt als de scheur met de lengte-eenheid aangroeit. Deze energie is de drijfveer van de scheuruitbreiding. Ze werd berekend door Griffith (9):

$$\frac{\partial W_1}{\partial c} = 2\pi\sigma^2 c/E \quad (7)$$

$\frac{\partial W_2}{\partial c}$ is de oppervlakte-energie, die moet worden geleverd voor de twee nieuwe oppervlakken van de scheur.

$$\frac{\partial W_2}{\partial c} = 4a \quad (8)$$

$\frac{\partial W_3}{\partial c}$ is een benadering voor de kinetische energie van het materiaal gedurende scheurgroei; deze werd berekend door Mott (10) en Roberts en Wells (11) (ρ is het soortelijk gewicht en K een numerieke constante van de orde van grootte $\sqrt{\frac{2\pi}{K}} \approx 0,38$).

$$\frac{\partial W_3}{\partial c} = K \rho c \dot{c}^2 \sigma^2 / E^2 \quad (9)$$

De energiebalans (6) laat zien, dat de vrijkomen- de elastische deformatie-energie de nodige oppervlakte-energie moet leveren; voor $\partial W_1 / \partial c < \partial W_2 / \partial c$ zal in het geheel geen scheurgroei optreden, maar pas als beide energieën gelijk zijn (het kritische punt). Bij scheuruitbreiding ($\partial W_1 / \partial c > \partial W_2 / \partial c$) groeien W_1 en W_3 met een hogere macht van de scheurlengte dan W_2 ; het overschot $\partial W_1 / \partial c - \partial W_2 / \partial c$ wordt omgezet in kinetische energie, die evenredig met het kwadraat van de uitbreidings-

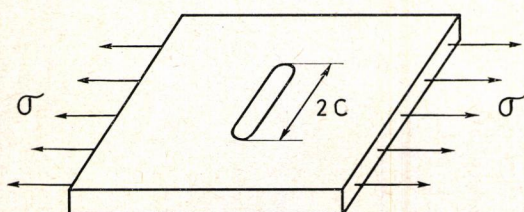


Fig. 7.

Plaat met Griffith crack loodrecht op de trekspanning (twee dimensionaal model voor de scheurgroei en de uitbreiding van breukfronten).

**) Orwan (8) heeft door moleculaire beschouwingen laten zien, dat men het gedrag van de meest gevaarlijke scheur kan berekenen door de kromtestraal van deze scheur aan de uiteinden gelijk te stellen aan de afstand van de moleculaire aantrekkingsgrens $r_0 \approx 5.10^{-8}$ cm.

snelheid is. De scheuruitbreiding heeft dus steeds sneller plaats, naarmate het proces voortschrijdt en loopt tegen een asymptotische eindwaarde.

Beschouwen we het gedrag van een scheur van de lengte $2c$ onder een constante spanning σ met behulp van de formules (7) en (9). Afhankelijk van de hoogte van de aangelegde spanning bestaat een kritische lengte voor de scheur.

$$c_0 = 2\alpha E / \pi\sigma^2 \quad (10)$$

Scheuren, die korter zijn dan de kritische lengte, groeien niet, scheuren met een lengte gelijk c_0 groeien met toenemende snelheid.

$$\dot{c} = 0 \quad \text{voor } c < c_0$$

$$\dot{c} = \sqrt{\frac{2\pi}{K}} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \sqrt{1 - c_0/c} \quad \text{voor } c \geq c_0 \quad (11)$$

De uitbreidingssnelheid loopt asymptotisch naar een maximale waarde, die van de spanning onafhankelijk is *)

$$c_\infty \approx 0,38 \sqrt{2(1+\nu)} v_t \quad (12)$$

Dit gedrag is in fig. 8 geschetst.

Deze theorie verklaart ten minste kwalitatief de laatste fase van het breukverschijnsel, en wel voor de brosse breuk of vermoeiingsbreuk van glas, keramische materialen, harde kunststoffen en metalen. Ze zal niet kunnen worden gebruikt in gevallen, waar met de breuk grote plastische deformaties en afschuifprocessen gemoeid zijn, zoals bijv. voor de plastische breuk van metalen.

Alvorens tot een kwantitatieve vergelijking met experimenten over te gaan, dient men zich te realiseren, dat formules (10) en (11) voor een tweedimensionaal model zijn berekend, dat overeenkomt met de uitbreiding van een rechtlijnig breukfront in het proefstuk. In feite heeft men te maken met breukfronten, die zich in eerste benadering cirkelvormig uitbreiden.

De formule voor de limiet van de breuksnelheid (12) vertoont een zeer redelijke overeenstemming met het experiment, zoals uit tabel 2 blijkt.

Tabel 2.

Theoretische en experimentele uitbreidingssnelheid van het breukfront in de eindfase.

		glas	perspex	staal
$\dot{c}_\infty / v_t$	theoretisch	0,6	0,65	0,61
$\dot{c}_\infty / v_t$	experimenteel	0,47 à 0,52	0,42 à 0,60	0,56 à 0,70

Berekent men de kritische scheurlengte c_0 met behulp van (10), dan vindt men voor glas en perspex enkele tiende microns in overeenstemming met experimentele waarnemingen. Gebruikt men bovenstaande theorie echter voor de brosse breuk of de

*) Hier werd $\sqrt{E/\rho}$ uitgedrukt in de transversale golf-snelheid v_t en de Poisson' constante ν .

$$\sqrt{E/\rho} = \sqrt{2(1+\nu)} v_t.$$

vermoeiingsbreuk van metalen, dan mag c_0 niet met behulp van (10) worden berekend. Zoals Orowan (8) heeft uiteengezet, wordt ook bij brose breuk van staal een dunne laag in de omgeving van de scheur plastisch gedeformeerd en de hiervoor nodige arbeid γ per eenheid van scheurlengte is volgens Orowan duizend keer zo groot als de oppervlakte-energie:

$$\text{staal: } \alpha \approx 10^3 \text{ erg/cm}^2 \quad \gamma \approx 2 \cdot 10^6 \text{ erg/cm}^2$$

We moeten dus (8) vervangen door $W_2 = 2 c \gamma$ wat tot een kritische scheurlengte van enkele mm leidt.

Voor zover het de formules (10) en (12) betreft,

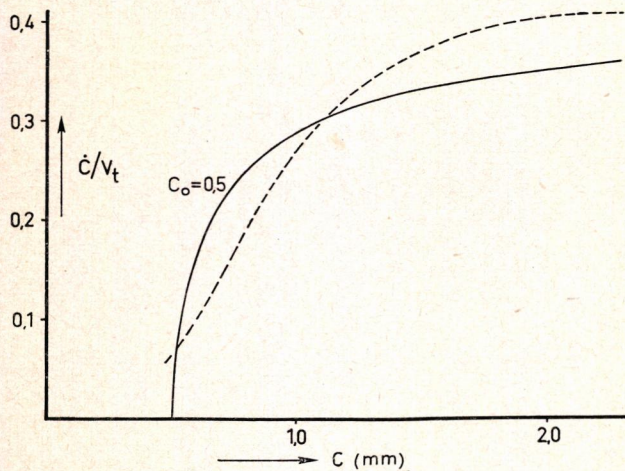


Fig. 8.

De uitbreidingssnelheid van scheuren als functie van de scheurlengte volgens formule (11) met $C_0 = 0,5$ en de voortplantingssnelheid van het breukfront volgens metingen aan glas (1). (gestippeld).

blijkt bovenstaande theorie inderdaad in overeenstemming te zijn met het experimentele materiaal; dit verandert echter, als we de vorm van (11) vergelijken met de meting van het verband tussen breuk-snelheid en breukweg voor glas (1) (zie fig. 8). Ten eerste moet de voor de aanpassing gebruikte waarde van c_0 veel te groot worden gekozen (een factor 1000 groter dan de kritische lengte volgens (10) zou moeten zijn) en bovendien verloopt de experimentele kromme veel geleidelijker dan de theoretische. Deze verschillen zou men kunnen wijten aan het bestaan van de tweede fase, waarmee bij de theorie geen rekening is gehouden en aan het bovenom-schreven verschil in vorm tussen berekend en wer-kekelijk breukfront.

Literatuur.

1. Leeuwerik, J., Het kinematische beeld van het breuk-verschijnsel. *Metalen* **No. 19** en **20** (1956).
2. Cotrell, A. H., Dislocations and plastic flow in crystals, Oxford Clarendon Press 1953.
3. Griffith, A. A., Proc. Int. Congr. Appl. Mechanics, Delft 1924.
4. Weibull, W., Ing. Vetenskaps. Akad. Handl. **No. 151** (1939), **No. 153** (1939).
5. Orowan, E., Proc. Roy. Soc. London **A 171**, 79 (1939).
6. Forsyth, P. J. E., and Stubbington, C. A., Royal Air-craft Establishment Report Nr. M.E.T. 78.
7. Lessells, J. M., Strength and Resistance of Metals, John Wiley, New York 1954.
8. Orowan, E. *Welding Journal* **34**, 157-S (1955).
9. Griffith, A. A., Philos. Trans. Roy. Soc. London **A 221**, 163 (1920).
10. Mott, N. F., *Engineering* **165**, 16 (1948).
11. Roberts, D. H. and Wells, A. A., *Engineering* **178**, 820 (1954).