

TNO-rapport

B-78-445

**Buigstijfheid in dwarsrichting van brugdekken
bestaande uit afzonderlijke kokerprofielen met
doorgaande dekplaat**

Datum 26 april 1979
Auteur(s) Ing. H.E. Brassinga

Aantal bijlagen
Opdrachtgever RWS Directie Bruggen
T.a.v. de heer P. Eggermont
Kon. Julianalaan 372
2274 JV Voorburg
Projectnaam
Projectnummer 62.3.0501

Alle rechten voorbehouden.

Niets uit deze uitgave mag worden vermenigvuldigd en/of openbaar gemaakt door middel van druk, foto-kopie, microfilm of op welke andere wijze dan ook, zonder voorafgaande toestemming van TNO.

Indien dit rapport in opdracht werd uitgebracht, wordt voor de rechten en verplichtingen van opdrachtgever en opdrachtnemer verwezen naar de Algemene Voorwaarden voor onderzoeksopdrachten aan TNO, dan wel de betreffende terzake tussen de partijen gesloten overeenkomst.

Het ter inzage geven van het TNO-rapport aan direct belang-hebbenden is toegestaan.

INHOUD

1	Inleiding	2
2	Definitie van stijfheid	2
3	Bepaling van de stijfheden op elementaire wijze	4
3.1	Bepaling van de buigstijfheid in langsrichting	4
3.2	Bepaling van de wringstijfheid in langsrichting	6
3.3	Bepaling van de buigstijfheid in dwarsrichting	7
3.3.1	Zuiver buigend moment	8
3.3.2	Keersymmetrisch lineair verloopend moment	9
3.3.3	Numerieke uitwerking	9
4	Modelonderzoek voor de bepaling van de stijfheid in dwarsrichting	10
5	Modelonderzoek m.b.v. reflectie-moiré	12
5.1	Buigend moment in langsrichting	12
5.2	Buigend moment in dwarsrichting	12
5.3	Wringend moment	13
5.4	Puntlasten	13
5.4.1	Puntlast midden op de kokers	13
5.4.2	Puntlast tussen de kokers	14
6	Aanname van de buigstijfheid in dwarsrichting	14
7	Samenvatting	15
8	Conclusies.	16

1 INLEIDING

De Direktie Bruggen van de Rijkswaterstaat verstrekke het IBBC de opdracht een onderzoek in te stellen naar de buigstijfheid in dwarsrichting van brugdekken bestaande uit afzonderlijke kokerprofielen met doorgaande dekplaat, zie fig. 1. De berekening van de wringstijfheid en de buigstijfheid in langsrichting van dergelijke brugdekken levert geen moeilijkheden op, maar voor de buigstijfheid in dwarsrichting worden soms vrij arbitraire aannamen gedaan. Om tot een eenvoudige oplossing te komen is een mootje in dwarsrichting van het brugdek beschouwd dat op elementaire wijze is berekend, zowel bij belasting door een constant buigend moment als door een lineair variërend buigend moment. De resultaten zijn vergeleken met de uitkomsten van een onderzoek op een (twee-dimensionaal) model van polyurethaan rubber. Vervolgens is een (drie-dimensionaal) model van perspex vervaardigd van een gedeelte van zo'n brugdek. Hieraan zijn de stijfheden K_{xx} , K_{yy} en K_{xy} bepaald. De uitkomsten waren zodanig dat de elementair berekende waarden van de stijfheden kunnen worden aangehouden.

2 DEFINITIE VAN STIJFHEID

Zoals in een voorgaand rapport^{*} werd beschreven kan voor een orthotrope plaat het verband tussen momenten en vervormingen worden aangeduid met de betrekking:

^{*} Rapportnummer B-68-384, opdrachtnummer 11103, 'Stijfheid van orthotrope platen opgebouwd uit contactliggers'.

$$\underline{m} = \underline{S} \underline{\kappa} \quad \dots (1)$$

waarin:

$$\underline{m} = \begin{bmatrix} m_{xx} \\ m_{yy} \\ m_{xy} \\ m_{yx} \end{bmatrix} \quad \dots (2a) \quad \underline{\kappa} = \begin{bmatrix} -\kappa_{xx} \\ -\kappa_{yy} \\ -\kappa_{xy} \\ -\kappa_{yx} \end{bmatrix} \quad \dots (2b)$$

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & s_{24} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & s_{34} \\ s_{14} & s_{24} & s_{34} & s_{44} \end{bmatrix} \quad \dots (2c)$$

Voor de berekening van brugdekken is het voor de hand liggend zich te beperken tot de hoofdrichtingen. In deze richtingen bereiken de buigstijfheden hun extreme waarden terwijl zuiver buigende momenten in de hoofdrichtingen geen verwringing veroorzaken. De wringende momenten m_{xy} en m_{yx} zijn in (2a) afzonderlijk ingevoerd zodat de stijfheidsmatrix symmetrisch om de hoofddiagonaal moet zijn. Uit geometrische overwegingen geldt $\kappa_{xy} = \kappa_{yx}$, zodat m_{xy} en m_{yx} altijd tezamen voor zullen komen. Ter wille van een eenvoudige schrijfwijze wordt m_{xy} alleen gekoppeld aan κ_{xy} en m_{yx} alleen aan κ_{yx} . Geeft men voorts de diverse termen van de stijfheidsmatrix aan met de hoofdletter K dan gaat (2c) over in:

$$S = \begin{bmatrix} K_{xx} & K' & 0 & 0 \\ K' & K_{yy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & K_{xy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_{yx} \end{bmatrix} \quad \dots (3)$$

In de verdere uitwerking is voorts uitgegaan van een lineair elastisch materiaal, dat wordt gekenmerkt door een elasticiteitsmodulus E en een contractiecoëfficiënt ν (voor een isotrope plaat geldt dan als plaatstijfheid $K = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$). Voor de berekening van de diverse stijfheden wordt een karakteristiek gedeelte van het brugdek beschouwd, dat zich steeds herhaalt. Dit gedeelte wordt eerst beschouwt als doorsnedevorm voor de bepaling van K_{xx} en K_{xy} en vervolgens als raamwerk voor de bepaling van K_{yy} . De verkregen uitkomsten worden later over de betreffende afstand gemiddeld.

3 BEPALING VAN DE STIJFHEDEN OP ELEMENTAIRE WIJZE

3.1 Bepaling van de buigstijfheid in langsrichting

Voor de bepaling van de buigstijfheid EI_x in langsrichting wordt op de gewone wijze het traagheidsmoment van de doorsnede bepaald bij vlak blijvende normale doorsneden. Verwaarloost men de interactie tussen de momenten en krommingen in x - en y -richting dan geldt $K_{xx} = EI_x$ en $K' = 0$.

Bij een isotrope plaat veroorzaakt het moment m_{xx} zowel een langskromming κ_{xx} als een (spanningsloze) dwarskromming $\kappa_{yy} = -\nu \kappa_{xx}$. Bij een orthotrope plaat zoals in fig. 1 is aangegeven vindt men op precies dezelfde wijze:

$$m_{xx} = -EI_x \kappa_{xx} \text{ en } \kappa_{yy} = -\nu \kappa_{xx}$$

Uit (1), (2) en (3) volgt:

$$m_{xx} = - (K_{xx} \kappa_{xx} + K' \kappa_{yy}) \quad \dots (4a)$$

$$m_{yy} = - (K' \kappa_{xx} + K_{yy} \kappa_{yy}) \quad \dots (4b)$$

Brengt men dus alleen m_{xx} aan dan geldt $m_{yy} = 0$ en $\kappa_{yy} = -\nu \kappa_{xx}$. Uit formule (4b) volgt dan:

$$K' = \nu K_{yy} \quad \dots (5)$$

en uit formule (4a):

$$m_{xx} = - \left[K_{xx} - \nu^2 K_{yy} \right] \kappa_{xx} \quad \dots (6)$$

zodat in feite geldt:

$$I_x = K_{xx} - \nu^2 K_{yy} \quad \dots (7)$$

Brengt men alleen m_{yy} aan dan volgt uit (4a) en (5), aangezien $m_{xx} = 0$:

$$\kappa_{xx} = -\nu \frac{K_{yy}}{K_{xx}} \kappa_{yy}$$

Substitutie in (4b) levert:

$$m_{yy} = - \left[1 - \nu^2 \frac{K_{yy}}{K_{xx}} \right] K_{yy} \kappa_{yy} \quad \dots (8a)$$

Aangezien $K_{yy} \ll K_{xx}$ kan men met goede benadering uitgaan van

$$m_{yy} = - K_{yy} \kappa_{yy} \quad \dots (8b)$$

zodat de waarde $I_y = K_{yy}$ rechtstreeks uit de proef kan worden gevonden.

3.2 Bepaling van de wringstijfheid in langsrichting

Voor de bepaling van de wringstijfheid K_{xy} in langsrichting kan een kokerligger zoals in fig. 2a worden beschouwd.

Hierop kan de theorie van de St-Venant voor de wringing van een prismatische ligger worden toegepast waarbij men bijvoorbeeld van de zeepvlies-analogie gebruik kan maken, zie fig. 2b.

De wringstijfheid C is dus gedefinieerd als^{*}:

$$M_w = C \theta_1 = C \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad \dots (9)$$

waarin:

$$C = G \left[\frac{4F^2}{\int \frac{ds}{t}} + \frac{1}{3} \int t^3 ds \right] \quad \dots (10)$$

Hierin geeft de eerste term het aandeel van de doorgaande schuifspanningsstroom aan met de gemiddelde waarden van de schuifspanning en de tweede term het aandeel van de lineair verlopende schuifspanningen over de dikte van de desbetreffende delen.

Keert men nu weer terug naar het doorgaande brugdek waar de beschouwde kokerligger een onderdeel van is dan valt voor deze kokerligger een gedeelte van de stijfheid weg, omdat de schuifspanningsstroom ter plaatse van de aangebrachte sneden als het ware wordt onderbroken.

^{*} TNO-IBBC, rapportnummer B-69-54/06.20.103, 'Wringing van kokerprofielen

Door Blaauwendraad^x is aangetoond dat zowel in de differentiaalvergelijking voor de orthotrope plaat als in de randvoorwaarden alleen de term $(K_{xy} + K_{yx})$ van belang is. De som van deze termen is gelijk aan de wringstijfheid van een prismatische staaf met dezelfde doorsnedeform als werd beschouwd voor de orthotrope plaat, zodat uit formule (10) volgt:

$$K_{xy} + K_{yx} = \frac{G}{l_1} \left[\int \frac{4F^2}{t} ds + \frac{1}{3} \int t^3 ds \right] \quad \dots (10a)$$

3.3 Bepaling van de buigstijfheid in dwarsrichting

Eerst zal de vervorming van een karakteristiek deel van het brugdek beschouwd worden ten gevolge van zuiver buigende momenten die op een raamwerkje aangrijpen dat de vorm heeft van de betreffende dwarsdoorsnede. Vervolgens wordt een overeenkomstige weg gevolgd voor een keersymmetrisch lineair verlopend moment om de invloed van 'dwarskrachtvervorming' na te gaan.

Hierbij dient te worden opgemerkt dat de 'dwarskrachtvervorming' betrekking heeft op het equivalente stukje orthotrope plaat; bij de berekening van het raamwerkje worden alleen de buigvervormingen in de samenstellende delen beschouwd.

^x Staaf torsie, Rijkswaterstaat, Dienst Informatieverwerking

3.3.1 Zuiver buigend moment

Beschouwt men een karakteristiek gedeelte van het brugdek ter breedte l_1 (zie fig. 1) dan kan op beide overstekken van de koker een buigend moment M_0 worden aangebracht. De helft van een dergelijke koker wordt geschematiseerd tot een raamwerk: (zie fig. 3a). In A is het raamwerk ingeklemd gedacht. Uit symmetrie-overwegingen geldt dan voor punt B:

$$\begin{aligned} h_B &= 0 && \text{geen horizontale verplaatsing} \\ \varphi_B &= 0 && \text{geen hoekverdraaiing} \\ V &= 0 && \text{geen dwarskracht} \end{aligned}$$

In punt B zijn dus alleen de onbekenden H en M aanwezig. In fig. 3b zijn de benodigde verplaatsingen φ_B en h_B berekend ten gevolge van het uitwendige moment M_0 en de snedekrachten M en H. Substitutie van de gevonden waarden in de vergelijkingen $\varphi_B = 0$ en $h_B = 0$ levert dan twee vergelijkingen waaruit M en H berekend kunnen worden. De resultaten zijn in fig. 4 weergegeven. Voor de bepaling van de stijfheid van het kokergedeelte behoeft dan alleen rekening gehouden te worden met het moment M_1 over de lengte $l_1 = 2a$ (zie fig. 5)

$$M_1 = \frac{\lambda_2 (\lambda_2 + 4\lambda_3)}{\lambda_2 (4\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_3 (12\lambda_1 + 4\lambda_2)} \cdot M_0$$

De stijfheid van het karakteristieke gedeelte van het brugdek volgt uit $m_{yy} = -K_{yy} \cdot \frac{\Delta\varphi}{\Delta y}$

$$K_{yy} = \frac{M_0 (2a + 2c)}{M_0 \cdot 2c + M_1 \cdot 2a} \cdot K$$

K_{yy} is uitgedrukt in K omdat de dwarscontractie in x-richting volledig wordt verhinderd door de stijfheid van de kokers.

3.3.2 Keersymmetrisch lineair verlopend moment

Het momentenverloop is weergegeven in fig. 6.

Om redenen van keersymmetrie zijn buigende momenten en normaalkrachten afwezig in de punten A en B. Alleen de dwarskrachten V_1 en V_2 grijpen aan (zie fig. 7a). Voor de berekening is het halve profiel ingeklemd gedacht in punt c. De enige voorwaarde is dan dat de verticale verplaatsing van de punten A en B gelijk is. De berekening is in fig. 7b weergegeven.

3.3.3 Numerieke uitwerking

Om een indruk te krijgen van het gedrag van de koker onder een constant of lineair verlopend moment zijn enkele gevallen numeriek uitgewerkt.

a. zuiver buigend moment

In fig. 8 is een overzicht van een aantal kokerdoorsneden gegeven. De verhouding tussen de buigende momenten in het overstek (M_0) en in de dekplaat (M_1) is voor de verschillende profielen weergegeven in fig. 9.

In fig. 10 is voor de profielhoogten 600, 900 en 1200 mm de verhouding K_{yy}/K weergegeven bij toenemende lengte van het overstek.

Hieruit blijkt dat bij toenemende profielhoogte de waarde K_{yy}/K afneemt.

Het is duidelijk dat de waarde K_{yy}/K tot 1 nadert bij zeer lange overstekken.

b. lineair verlopend keersymmetrisch moment

De waarde K_{yy}/K is voor de verschillende profielen uitgezet in fig. 11.

De toename van de stijfheid is veel geringer dan in het geval van zuiver buigend moment.

Opgemerkt wordt dat de schalen van fig. 10 en 11 geheel verschillend zijn.

Een lineair verlopend buigend moment in dwarsrichting van het brugdek kan voor een karakteristiek deel samengesteld gedacht worden uit een zuiver buigend moment en een lineair keersymmetrisch moment (zie fig. 12). Afhankelijk van de verhouding van deze momenten kan bepaald worden of de stijfheidstoename voor het lineair verlopende deel verwaarloosbaar klein is, en dus alleen gerekend hoeft te worden met de stijfheidstoename voor het zuiver buigend moment.

4 MODELONDERZOEK VOOR DE BEPALING VAN DE STIJFHEID IN DWARSRICHTING

Voor de vierkante kokervormige doorsnede met overstekken is een twee-dimensionaal model van poly-urethaan vervaardigd waarop een kruisraster met 20 lijnen per mm in x- en z-richting is aangebracht (zie fig. 13a). Het model is zowel aan belastinggeval 1 (zuiver buigend moment) als aan belastinggeval 2 (lineair verlopend keersymmetrisch moment) (fig. 13b). De verplaatsingen u_x en u_z zijn bepaald met behulp van direct-moiré (zie fig. 14).

In figuur 15 zijn aangegeven het berekende momenten- en hoekverdraaiingsverloop over de doorsnede en tevens het in het model gevonden momentenverloop in de bovenplaat.

Uit de berekening volgt $M_1/M_0 = 0,46$, terwijl volgens de modelproef $M_1/M_0 = 0,40$.

In fig. 15 is tevens het in de modelproef gevonden verloop van de uitbuiging van de verticale wand uitgezet (op willekeurige schaal). De plaats van de maximale uitbuiging blijkt goed overeen te komen met de berekende plaats.

Gezien de opgelegde, grote, vervormingen, de eindige dikte van de samenstellende delen der doorsnede zijn de overeenkomsten tussen berekening en model alleszins bevredigend. De elementaire berekening kan o.i. dan ook worden aangehouden.

De moiré-foto's behorende bij belastinggeval 2 zijn weergegeven in fig. 16.

In fig. 17 is het verloop van de verticale verplaatsingen in boven- en onderplaat ten gevolge van belastinggeval 2 weergegeven. De gemeten waarden zijn (weer op willekeurige schaal) uitgezet ten opzichte van de horizontale lijn. Als gevolg van rotatie van het model is ook de nullijn geroteerd.

De hoekverdraaiing van de bovenplaat (t.o.v. de symmetrie-as van het kokerprofiel) is voor de berekening en het model uitgezet in fig. 18. De daarbij behorende momenten zijn eveneens aangegeven. Het blijkt dat het moment in de proef achterblijft bij de berekende waarden (maximaal 30%). Het profiel gedraagt zich dus stijver dan uit de berekening blijkt. Ook hier lijkt de oorzaak te liggen in de eindige dikte van de samenstellende delen.

5 MODELONDERZOEK M.B.V. REFLECTIE-MOIRE

Het gedrag van de constructie is nader onderzocht aan een driedimensionaal schaalmodel. De vervormingen bij een aantal belastinggevallen zijn bepaald m.b.v. de reflectiemoiré-methode [1]. Het model is vervaardigd van perspex, op schaal 1:20, zie fig. 19. Er is uitgegaan van het in fig 8 gearceerd aangegeven basisprofiel. Op het model is achtereenvolgens aangebracht een buigend moment in dwarsrichting, een buigend moment in langsrichting en een wringend moment. Daarnaast zijn enkele moiré-opnames gemaakt bij belasting door een puntlast.

5.1 Buigend moment in langsrichting.

In fig. 20 is de moiré-opname weergegeven voor een buigend moment in langsrichting. Uit een evenwichtscontrole zijn de elasticiteitsmodulus (E) en de dwarscontractiecoëfficiënt (ν) bepaald:

$$E = 3262 \text{ N/mm}^2$$

$$\nu = 0,35$$

[1] W.J. Beranek. Moirémethode voor platen, de Ingenieur; Jaargang 80, nr. 23.

5.2 Buigend moment in dwarsrichting.

De moiré-opname voor de buiging in dwarsrichting is weergegeven in fig. 21. Uit de gemeten krommingen blijkt dat het moment in de plaat 96% bedraagt van het uitwendige aangebrachte moment. Uit een vergelijking van de kromming in de overstekken en in de bovenplaat van de koker volgt de waarde:

$$n = \frac{\text{kromming overstek}}{\text{kromming kokerplaat}} = 2,0$$

Volgens de berekening van hoofdstuk 3 zou deze waarde $n = 1,69$ moeten zijn. De afwijking tussen de berekende en

de modelwaarde wordt veroorzaakt door de eindige dikte van de samenstellende delen in het model.

5.3 Wringend moment.

In fig. 22 is de moiré-opname en het belastingschema weergegeven. Het model is voorzien van eindschotten. De verstoringen in het beeld bij de einden van het model treden op doordat de eindschotten het wringend moment niet geheel gelijkmatig blijken te kunnen inleiden. Uit de evenwichtscontrole blijkt dat het model zich ongeveer 20% stijver gedraagt dan volgt uit een berekening volgens hoofdstuk 3.2. Dit verschijnsel is geen verklaring gevonden. Het lijkt verantwoord toch de berekende waarde (formule 10) aan te houden.

5.4 Puntlasten.

Op de brugconstructie kan een verkeerslast werken in de vorm van een stelsel puntlasten. Als gevolg hiervan ontstaan variërende momenten in langs- en dwarsrichting van de kokers.

In het model is het gedrag van de brug onder een dergelijke belasting voor twee gevallen onderzocht. Daarbij is steeds uitgegaan van belasting door één puntlast. Deze is zowel in het midden van een koker als midden tussen twee kokers geplaatst. De opleggingen zijn aangebracht in de hoekpunten van de eindschotten. Daardoor ontstaat bij de eindschotten buiging in dwarsrichting.

5.4.1. Puntlast midden op de koker.

In fig. 23 zijn de moiré-opnamen weergegeven voor de hoekverdraaiingen in dwarsrichting en in langsrichting. Het model is voorzien van eindschotten.

In fig. 24 is het krommingsverloop in dwarsrichting

gegeven voor een drietal doorsneden, direct onder de puntlast en op enige afstand ervan.

Uit de figuur blijkt dat de bovenplaat van de koker zich in de directe omgeving van de puntlast gedraagt als een gedeeltelijk in de zijwanden ingeklemde plaat. De belasting wordt zeer snel naar de wanden van de koker afgedragen.

Ter plaatse van de aansluiting van de kokerwanden aan de bovenplaat vertoont het krommingsverloop in de bovenplaat een sprong. De krommingslijnen in dit gedeelte zijn gestippeld aangegeven.

De momenten in dwarsrichting vallen buiten de koker snel terug tot een lage waarde.

5.4.2. Puntlast tussen de kokers.

In fig. 26 zijn de moiré-patronen in dwars- en langsrichting weergegeven. In fig. 27 is het verloop van de kromming in dwarsrichting in 3 doorsneden uitgezet.

Op de overgang van tussendeel naar koker vertoont het moment ook hier een sprong (stippellijn).

Uit de moiré-foto blijkt dat op de naastgelegen kokers slechts een gering deel van de belasting wordt overgedragen. De belasting wordt grotendeels via plaatbuiging van het tussendeel overgedragen op de kokerwanden en afgevoerd naar de opleggingen.

6 AANNAME VAN DE BUIGSTIJFHEID IN DWARSRICHTING

Uit de hoofdstukken 3.3.1 en 3.3.2 blijkt dat, afhankelijk van het gekozen momentenverloop, verschillende stijfheden in dwarsrichting moeten worden gehanteerd.

Indien echter een berekeningsmethode wordt toegepast waarbij het buigend moment rechtstreeks aan de kromming is gekoppeld, zoals bij de methode Gyon-Massonet, moet een keuze worden gemaakt.

Uit het verloop van de buigende momenten in dwarsrichting t.g.v. een laststelsel kan worden bepaald welke van de stijfheden maatgevend is.

De resultaten van hoofdstuk 5 tonen aan dat de dwarskracht al snel via de wanden van de kokers afgedragen wordt naar de opleggingen.

Waar de grootste buigende momenten optreden is de variatie betrekkelijk gering. Bij sterk variërende momenten, zoals in fig 24a, heeft het momentenverloop een sterk plaatselijke betekenis, die het overallmomentenverloop in de gehele brug nauwelijks beïnvloedt. Het meest markant zijn de grote sprongen in het buigende moment ter weerszijde van de verticale wanden, die eenzelfde orde van grootte bezitten als in fig 5, waar zuiver buigende momenten op het basiskokergedeelte aangrijpen.

Het wordt daarom verantwoord geacht uit te gaan van een buigstijfheid in dwarsrichting die volgt door zuiver buigende momenten op de doorsnede aan te laten grijpen. (formule 11).

7 SAMENVATTING.

In opdracht van de Directie Bruggen van de Rijkswaterstaat heeft het IBBC een onderzoek verricht naar de stijfheden van bruggen die zijn samengesteld uit kokerprofielen met een doorgaande dekplaat. De aandacht werd hierbij geconcentreerd op de buigstijfheid in dwarsrichting.

In het rapport zijn berekeningen weergegeven voor de buigstijfheid in langsrichting, de wringstijfheid en de buigstijfheid in dwarsrichting.

Voor dit laatste geval is onderscheid gemaakt tussen een zuiver buigend moment en een keersymmetrisch lineair verlopend moment, over de kokerdoorsnede. Dit leidt tot verschillende buigstijfheden van de koker.

Deze berekeningen zijn getoetst aan de hand van twee-dimensionale modellen van polyurethaan-rubber.

Voorts is een driedimensionaal model van perspex vervaardigd.

Hiermee zijn nogmaals de buig- en wringstijfheden onderzocht, bovendien zijn op dit model de vervormingen t.g.v. puntlasten midden op de koker en tussen de kokers onderzocht.

8 CONCLUSIES.

Buigstijfheid in langsrichting: te bepalen uit een elementaire berekening met vlak blijvende doorsnede.

Wringstijfheid: te bepalen met de elementaire theorie van St. Venant.

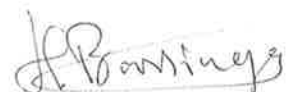
Uit de proeven bleek de stijfheid ca. 20% hoger te liggen dan volgt uit de berekening. Een aannemelijke verklaring hiervoor is niet gevonden. Het wordt echter verantwoord geacht de elementair berekende waarden aan te houden.

Buigstijfheid in dwarsrichting: de buigstijfheid kan worden aangehouden zoals die volgt uit een berekening met constant uitwendig moment. Ter plaatse van puntlasten moet met sterk plaatselijke effecten rekening worden gehouden.

INSTITUUT TNO VOOR
BOUWMATERIALEN EN BOUWCONSTRUCTIES



Ir. W.J. Beranek



Ing. H.E. Brassinga

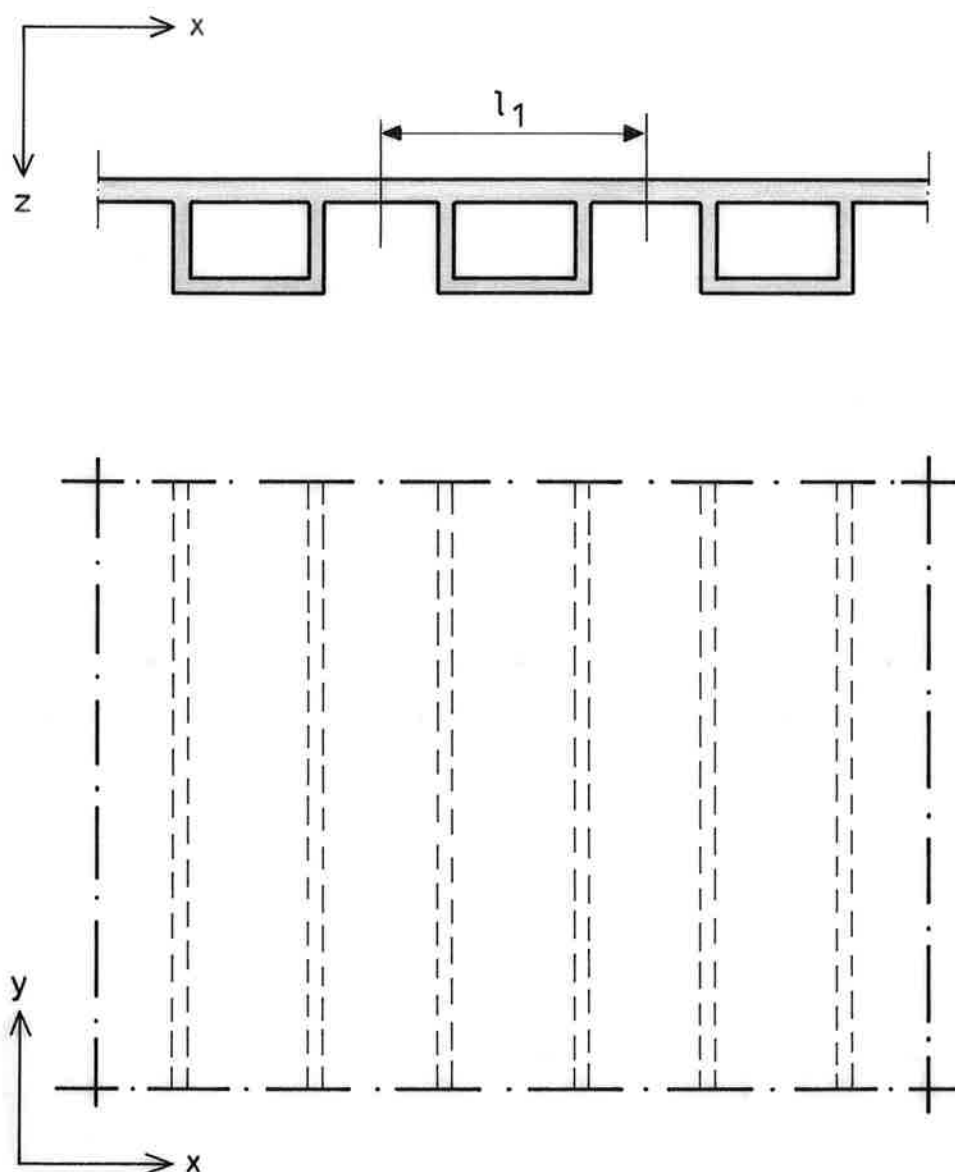


fig. 1 doorsnede en bovenaanzicht van een brugdek
 samengesteld uit kokerliggers met doorgaande dekplaat

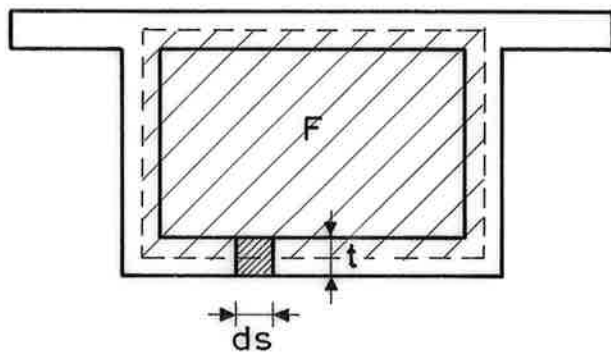


fig. 2a doorsnede van een kokerligger

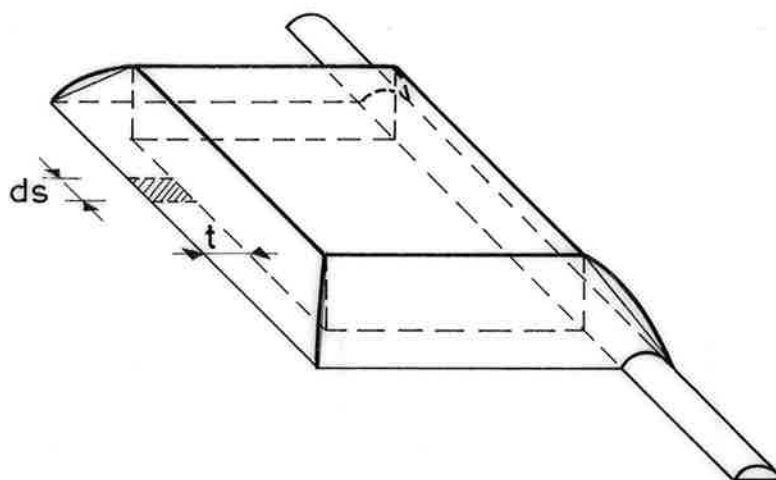


fig. 2b vorm van het zeepvlies

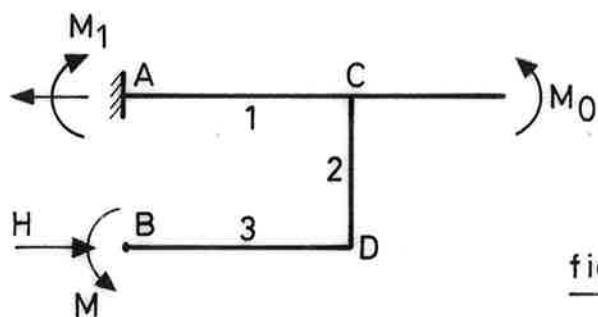


fig. 3a

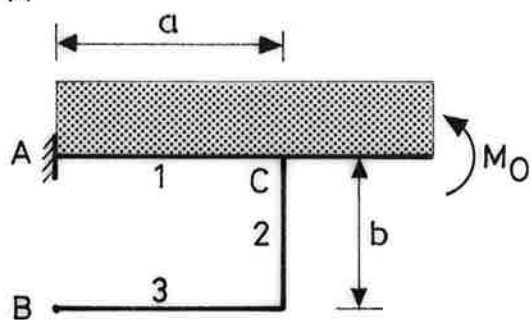
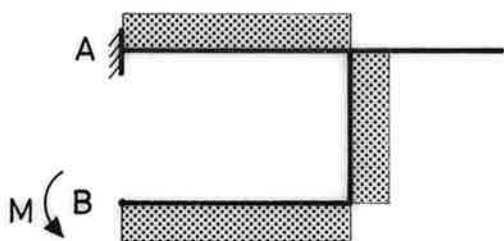


fig. 3b

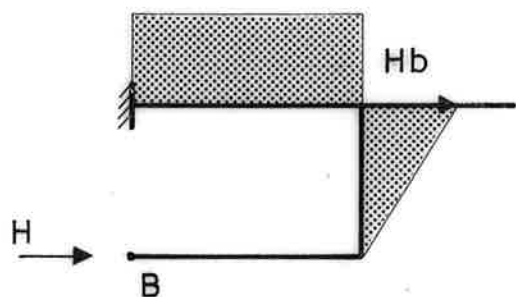
$$\phi_B = \frac{M_0 a}{EI_1} = M_0 \lambda_1$$

$$h_b = \frac{M_0 ab}{EI_1} = M_0 b \lambda_1$$



$$\phi_B = \frac{Ma}{EI_1} + \frac{Mb}{EI_2} + \frac{Mc}{EI_3} = M (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)$$

$$h_b = \frac{Mab}{EI_1} + \frac{Mb^2}{2EI_2} = \frac{1}{2} Mb (2\lambda_1 + \lambda_2)$$



$$\phi_B = \frac{Hab}{EI_1} + \frac{Hb^2}{2EI_2} = \frac{Hb}{2} (2\lambda_1 + \lambda_2)$$

$$h_b = \frac{Hab^2}{EI_1} + \frac{Hb^3}{3EI_2} = \frac{Hb^2}{3} (3\lambda_1 + \lambda_2)$$

fig. 3

M_0 Kerkertijger belast door een zuiver buigend moment

a) halve koker met uitwendige krachten en momenten

b) momentenlijnen per geval

Voorwaarde $\varphi_B = 0$

$$M_O \lambda_1 + M (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + \frac{Hb}{2} (2\lambda_1 + \lambda_2) = 0 \quad \dots (a)$$

Voorwaarde $h_b = 0$

$$M_O b \lambda_1 + \frac{1}{2} M b (2\lambda_1 + \lambda_2) + \frac{Hb^2}{3} (3\lambda_1 + \lambda_2) = 0 \quad \dots (b)$$

$$2M (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) + Hb (2\lambda_1 + \lambda_2) = -2M_O \lambda_1$$

$$3M (2\lambda_1 + \lambda_2) + 2Hb (3\lambda_1 + \lambda_2) = -6M_O \lambda_1$$

$$M (6\lambda_1 + 6\lambda_2 + 6\lambda_3) + Hb (6\lambda_1 + 3\lambda_2) = -6M_O \lambda_1 \quad \dots (a')$$

$$M (6\lambda_1 + 3\lambda_2) + H_b (6\lambda_1 + 2\lambda_2) = -6M_O \lambda_1 \quad \dots (b')$$

$$M (3\lambda_2 + 6\lambda_3) + H_b (\lambda_2) = 0$$

$$H = - \frac{3\lambda_2 + 6\lambda_3}{\lambda_2} \frac{M}{b} \quad \dots (c)$$

Substitutie van (c) in (b') levert

$$M (6\lambda_1 + 3\lambda_2) - (6\lambda_1 + 2\lambda_2) \cdot \frac{3\lambda_2 + 6\lambda_3}{\lambda_2} M = -6M_O \lambda_1$$

$$M (6\lambda_1 \lambda_2 + 3\lambda_2^2 - 18\lambda_1 \lambda_1 - 36\lambda_1 \lambda_3 - 6\lambda_2^2 - 12\lambda_2 \lambda_3) = -6M_O \lambda_1 \lambda_2$$

$$M (-12\lambda_1 \lambda_2 - 3\lambda_2^2 - 36\lambda_1 \lambda_3 - 12\lambda_2 \lambda_3) = -6M_O \lambda_1 \lambda_2$$

$$M [\lambda_2 (4\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_3 (12\lambda_1 + 4\lambda_2)] = 2M_O \lambda_1 \lambda_2$$

Fig. 4a: Berekening

$$M = \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2(4\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_3(12\lambda_1 + 4\lambda_2)} M_O$$

$$H = - \frac{6\lambda_1(\lambda_2 + 2\lambda_3)}{\lambda_2(4\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_3(12\lambda_1 + 4\lambda_2)} \frac{M_O}{b}$$

Voor $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ geldt:

$$M = \frac{2}{5 + 16} M_O = \frac{2}{21} M_O$$

$$H = - \frac{18}{5 + 16} \frac{M_O}{b} = - \frac{18}{21} \frac{M_O}{b}$$

Moment in de bovenregel

$$M_1 = + M_O + M + Hb =$$

$$= M_O + \frac{2\lambda_1\lambda_2}{\lambda_2(4\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_3(12\lambda_1 + 4\lambda_2)} M_O - \frac{6\lambda_1(\lambda_2 + 2\lambda_3)}{\lambda_2(4\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_3(12\lambda_1 + 4\lambda_2)}$$

$$= \frac{4\lambda_1\lambda_2 + \lambda_2^2 + 12\lambda_1\lambda_3 + 4\lambda_2\lambda_3 + 2\lambda_1\lambda_2 - 6\lambda_1\lambda_2 - 12\lambda_1\lambda_3}{()}$$

$$M_1 = \frac{\lambda_2(\lambda_2 + 4\lambda_3)}{\lambda_2(4\lambda_1 + \lambda_2) + \lambda_3(12\lambda_1 + 4\lambda_2)} M_O$$

Voor $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ $M_1 = \frac{5}{5 + 16} = \frac{5}{21} M_O$

Vervolg fig. 4a: Berekening

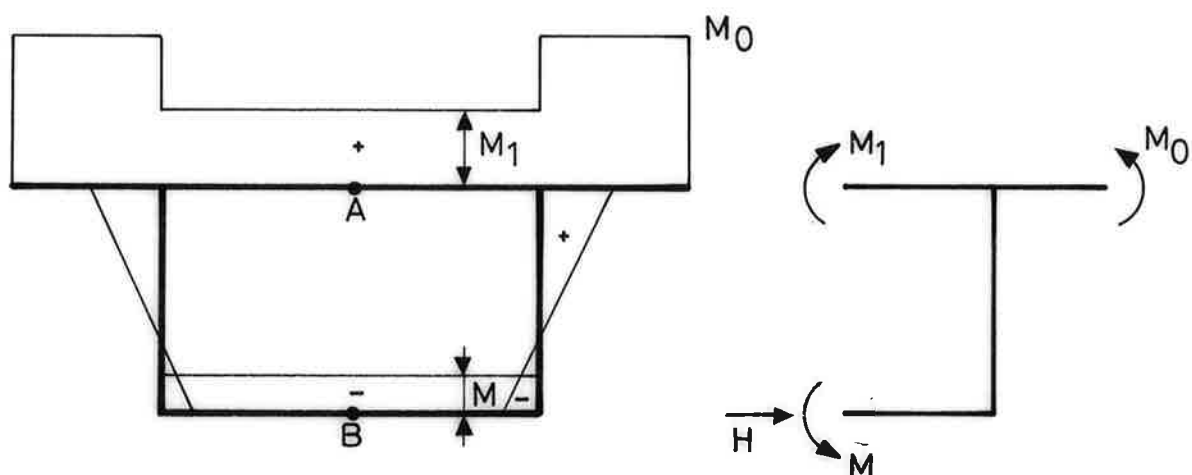


fig.5 momentenverdeling in de kokerligger t.g.v. een zuiver buigend moment

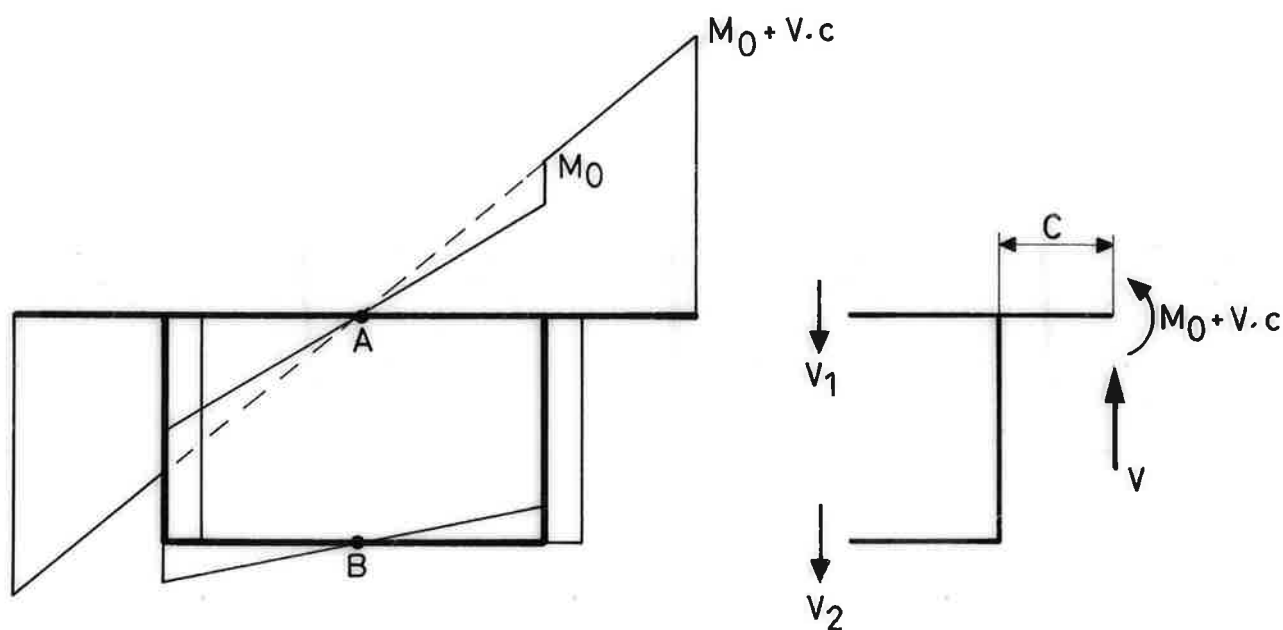


fig.6 momentenverdeling in de koker t.g.v. een keersymmetrisch lineair verlopend moment.

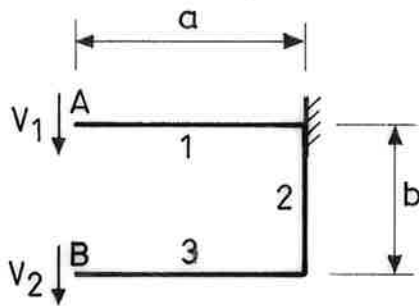


fig.7a

geval (2) keersymmetrie

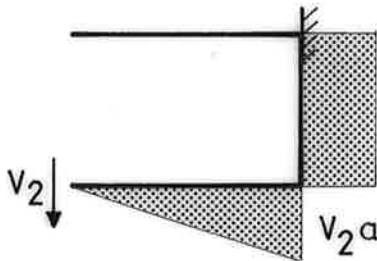
H en M ontbreken

voorwaarde voor aaneensluiten.

$$V_1 = V_3$$



$$V_1 = \frac{1}{3} V_1 \frac{a^3}{EI_1} = \frac{V_1 a^2}{3} \lambda_1$$



$$V_2 = \frac{1}{3} V_2 \frac{a^3}{EI_3} + V_2 \frac{2ab}{EI_2} =$$

$$= V_2 a^2 \left(\frac{\lambda_3}{3} + \lambda_2 \right)$$

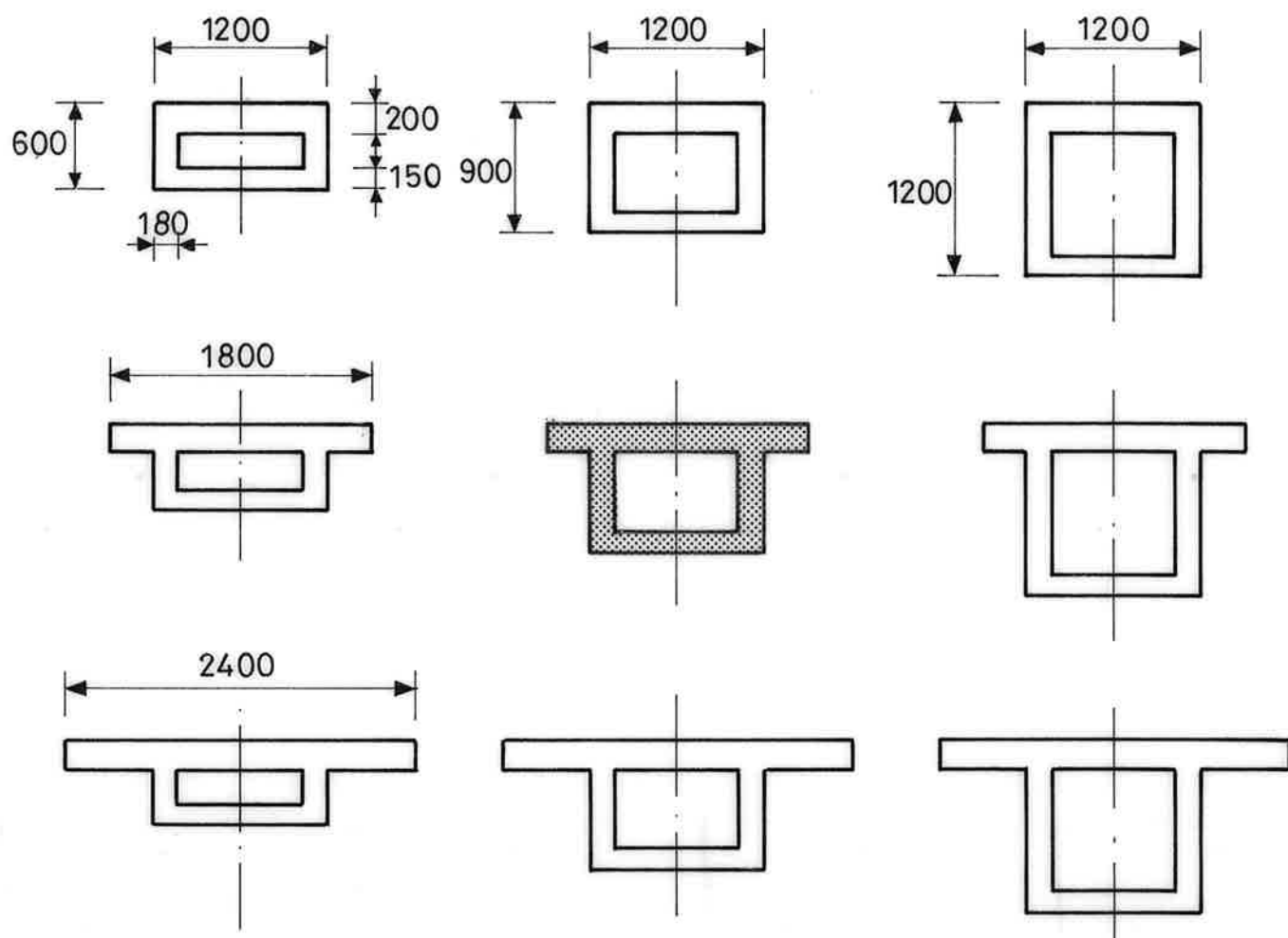
Voorwaarde:

$$\frac{1}{3} V_1 a^2 \lambda_1 = \frac{1}{3} V_2 a^2 (\lambda_3 + 3\lambda_2)$$

$$V_1 = \frac{\lambda_3 + 3\lambda_2}{\lambda_1} V_2$$

$$V_1 + V_2 = V \quad \frac{\lambda_3 + 3\lambda_2 + \lambda_1}{\lambda_1} V_2 = V$$

$V_2 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + 3\lambda_2 + \lambda_3} V$
$V_1 = \frac{3\lambda_2 + \lambda_3}{\lambda_1 + 3\lambda_2 + \lambda_3} V$



maten in mm

fig. 8 overzicht van een aantal kokerprofielen

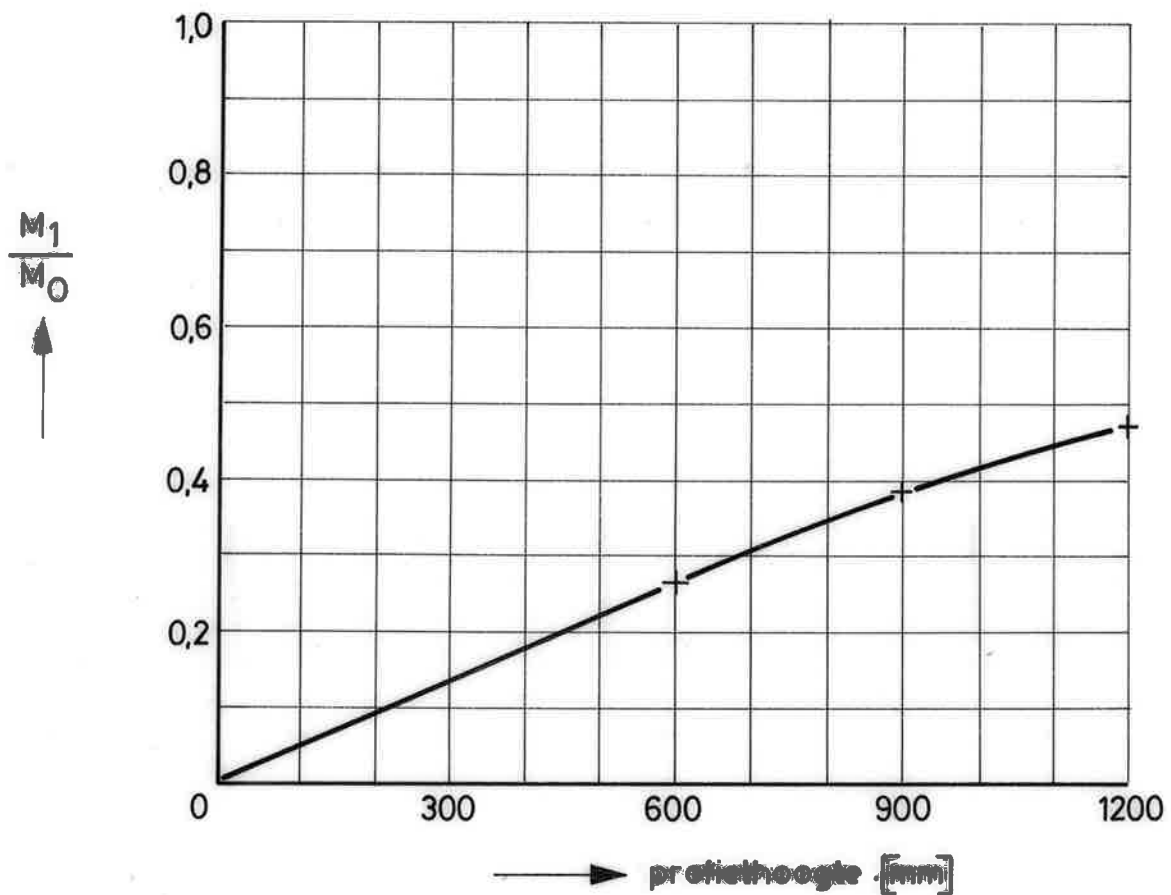
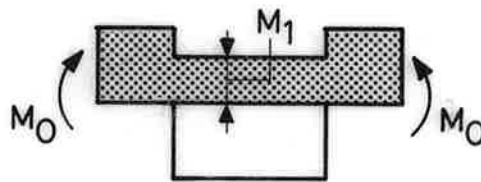


fig. 9 verhouding tussen de buigende momenten in overstek en bovenplaat koker bij zuiver buigend moment

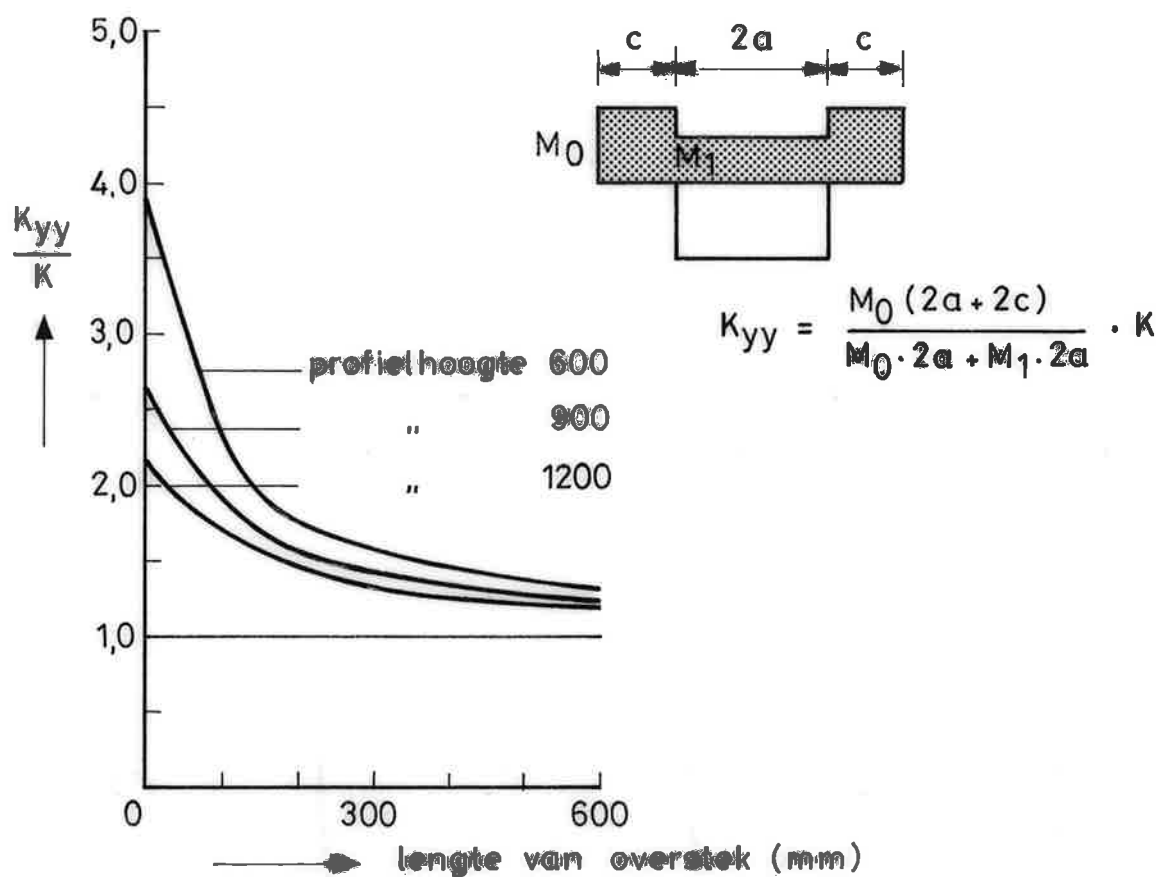


fig. 10 verhouding van de stijfheden K_{yy} en K , zuiver buigend moment.

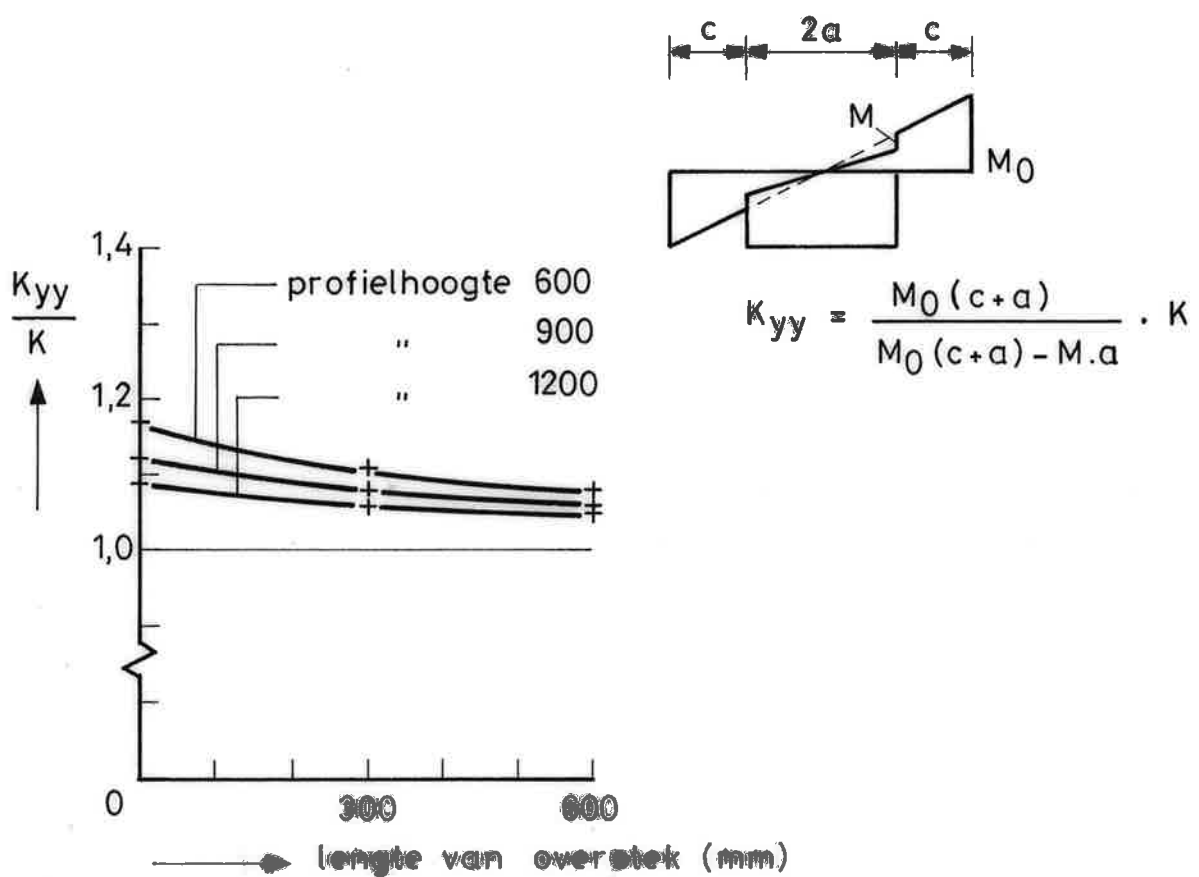


fig. 11 verhouding van de stijfheden K_{yy} en K bij een lineair verlopend moment.

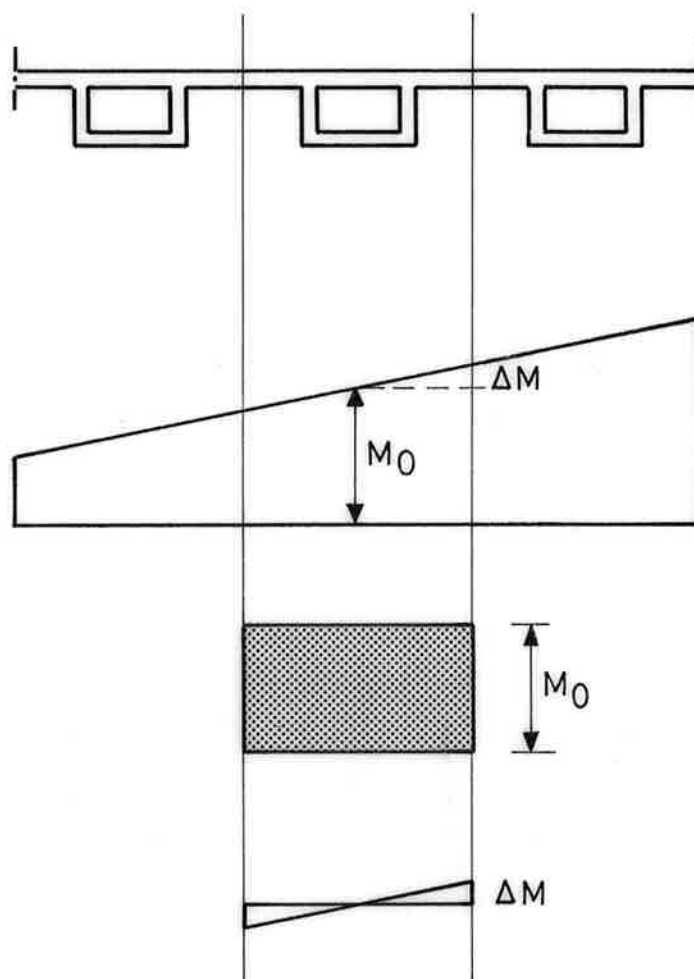


fig. 12 lineair verloopend buigend moment in dwarsrichting

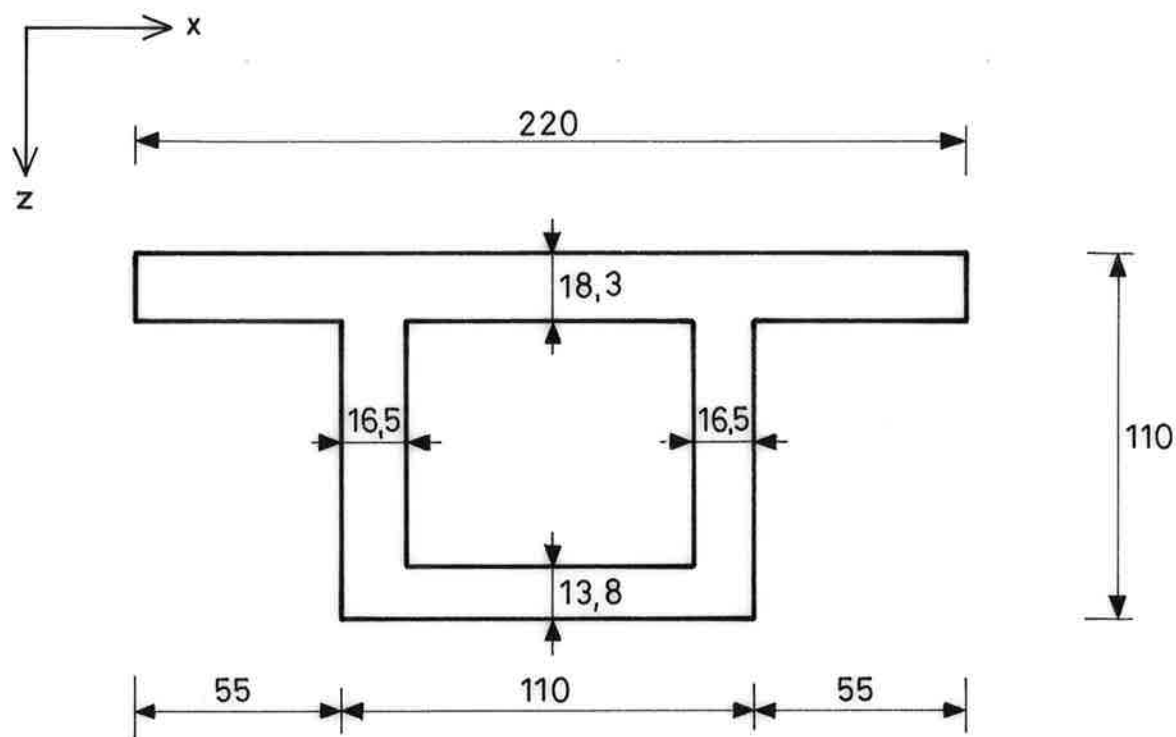


fig.13a afmetingen van het polyurethaan model

maten in mm

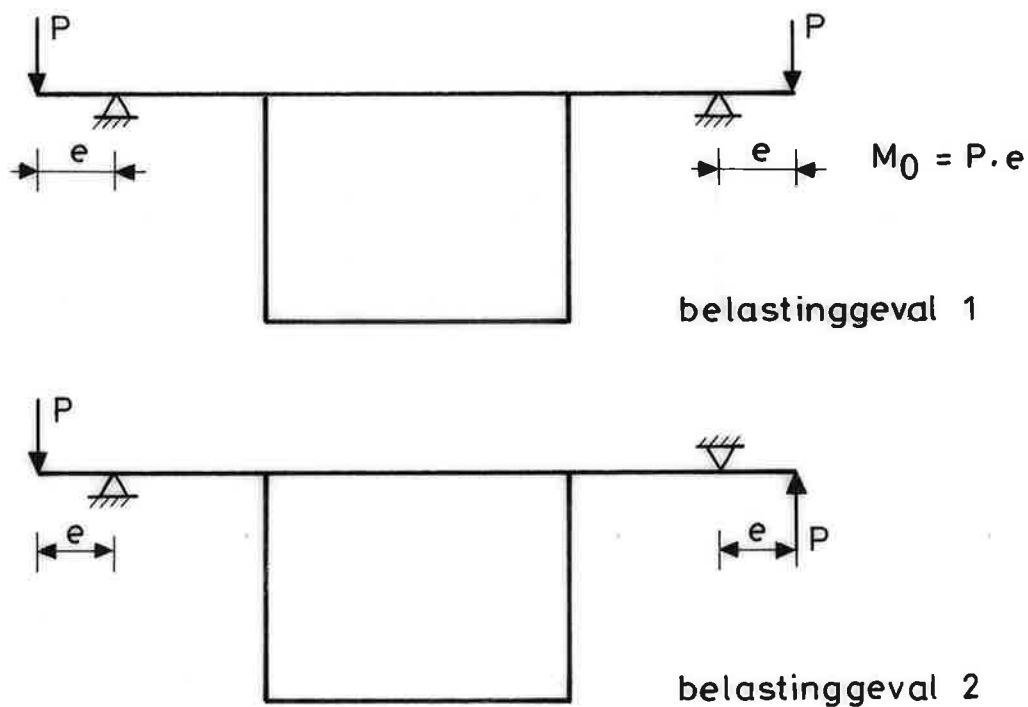
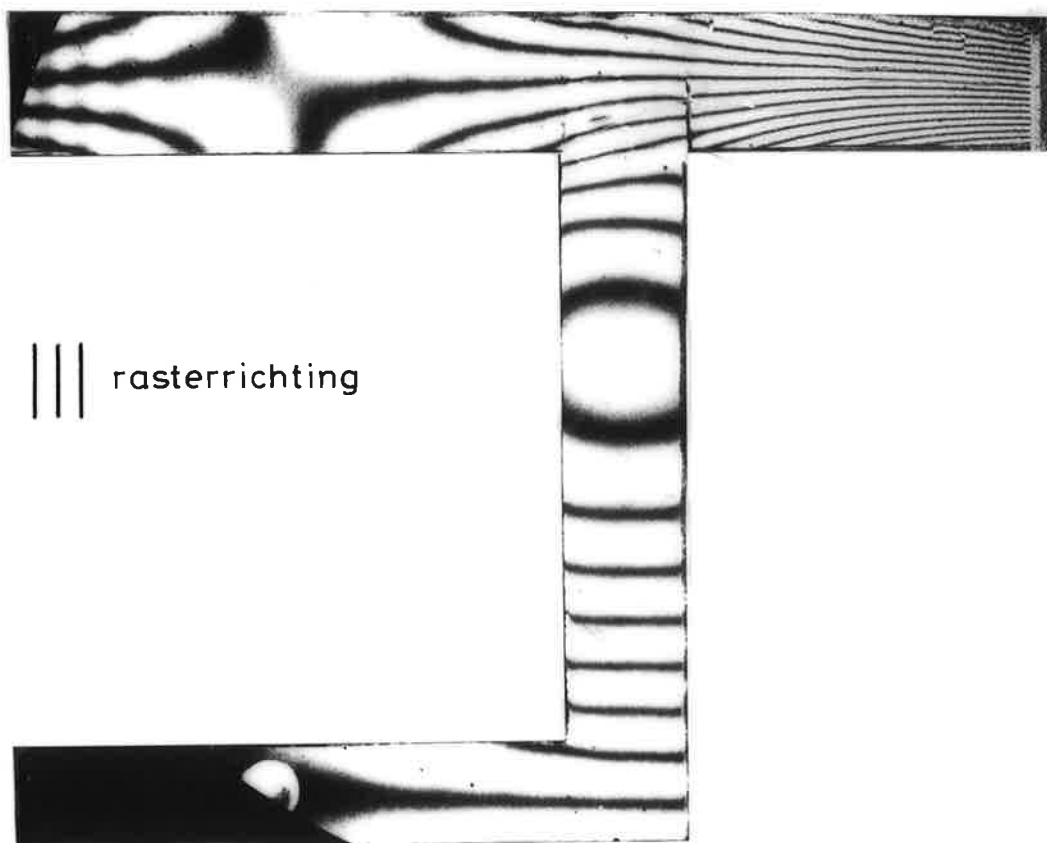
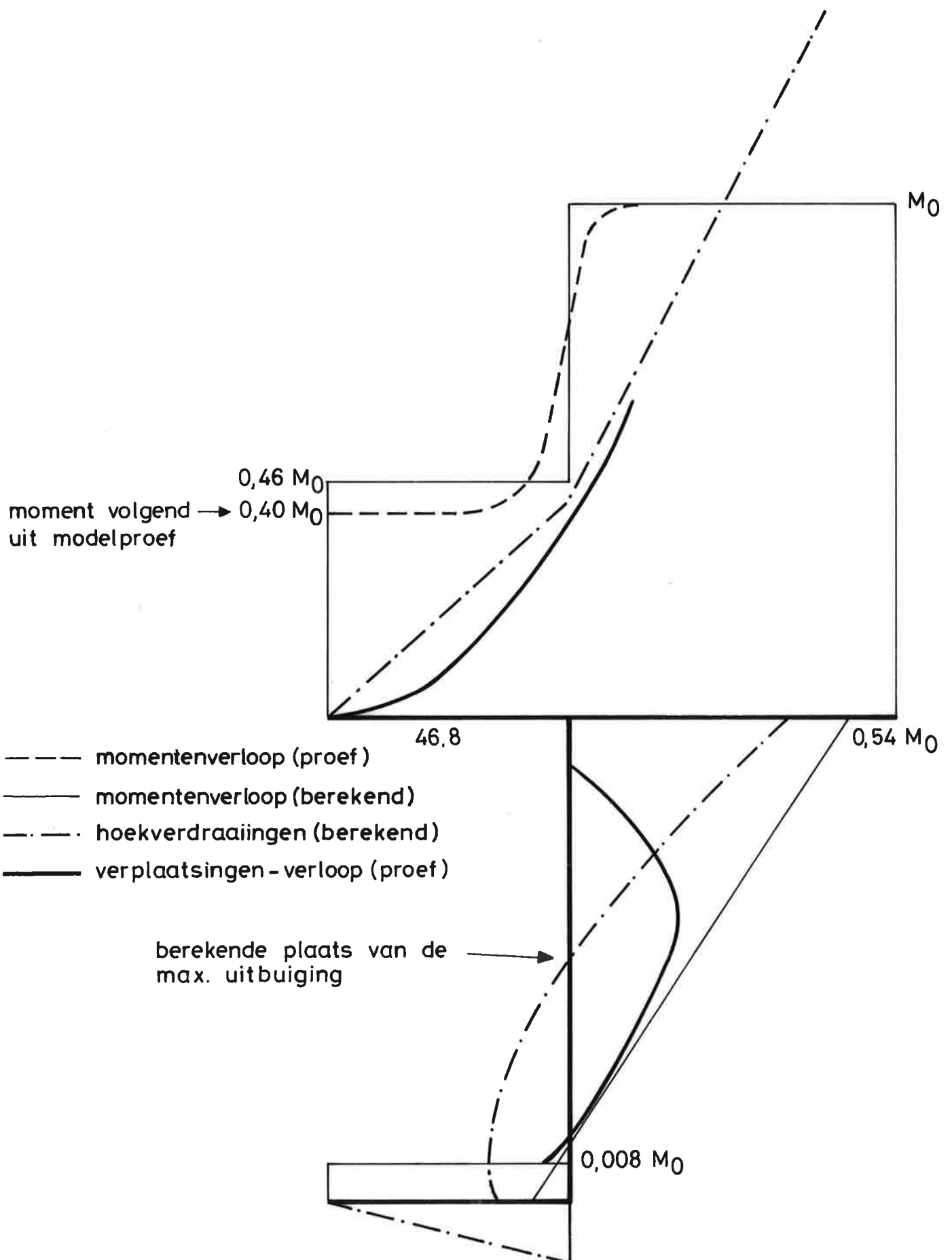
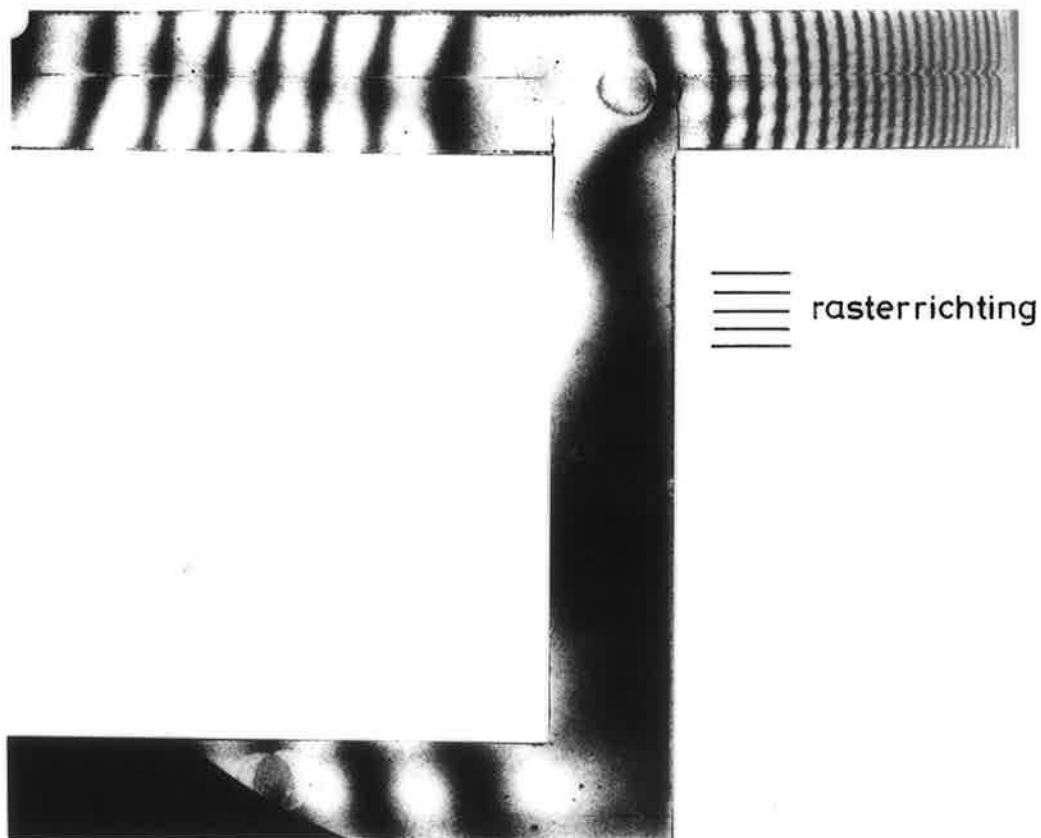


fig.13b belastinggeval 1 en 2







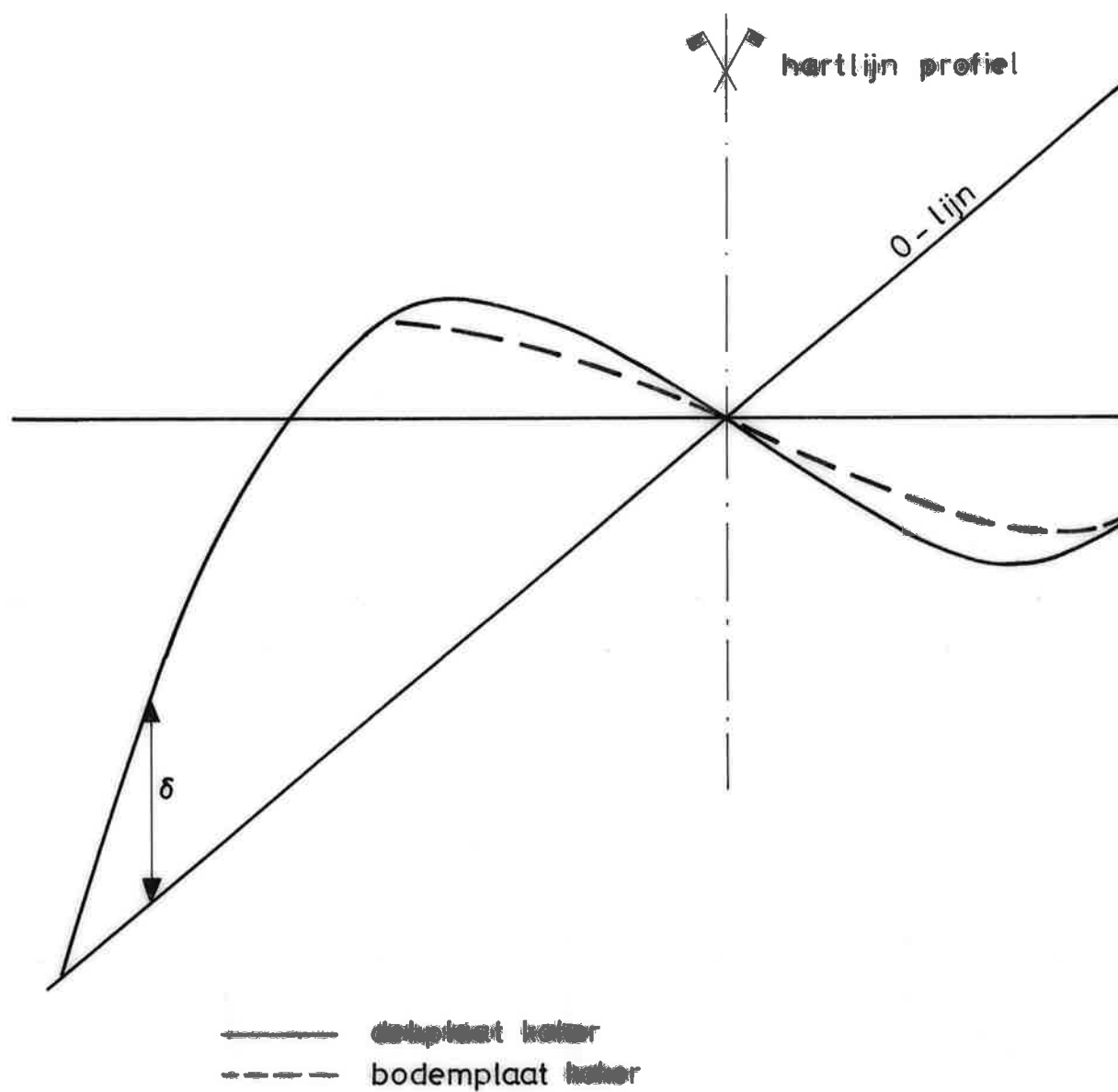


fig. 17 verloop van de verticale verplaatsingen in
boven - en onderrand.

belastinggeval 2

N.B. schaal willekeurig gekozen

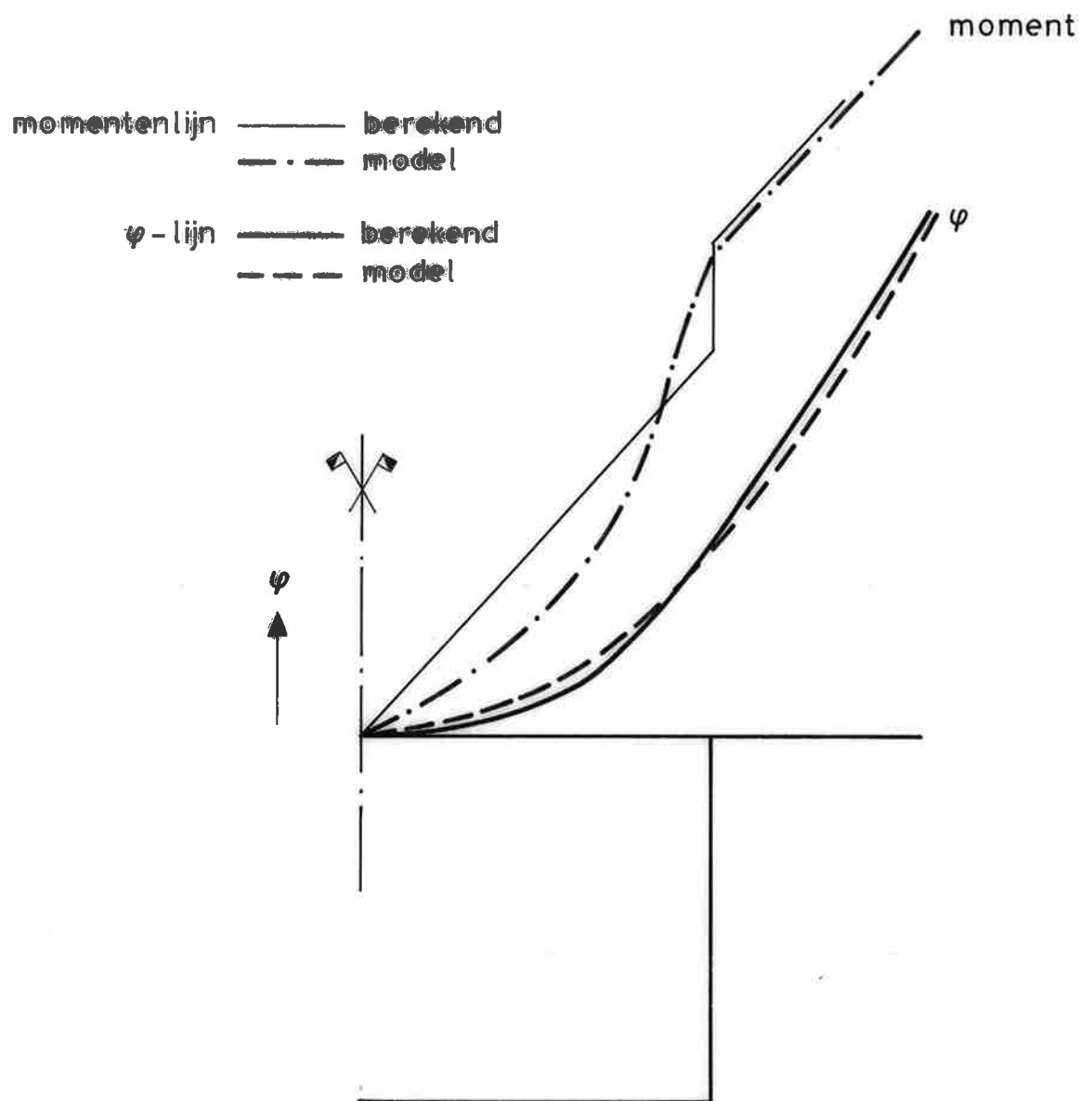


fig. 18 verloop van de hoekverdraaiing in de bovenplaat
 belastinggeval 2

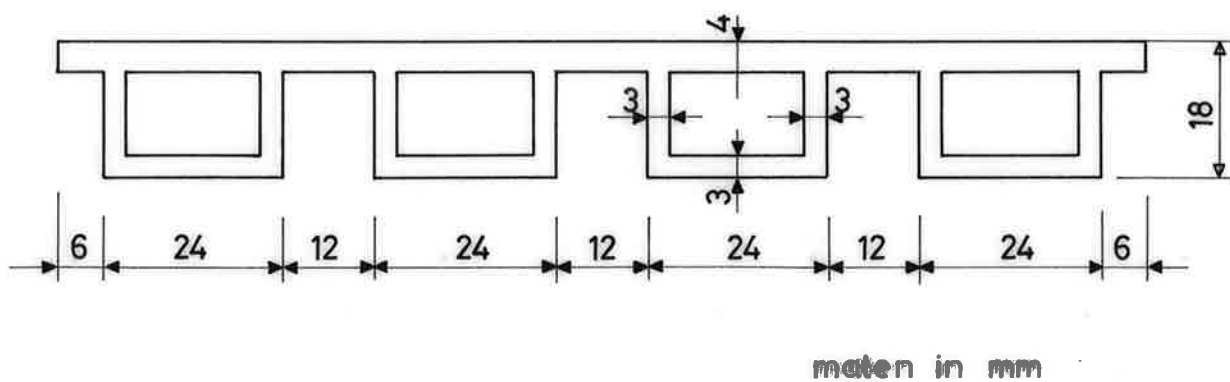


fig.19 doorsnede van het perspex - model.



fig. 20 moirépatroon voor de buiging in de
langsrichting. φ_x

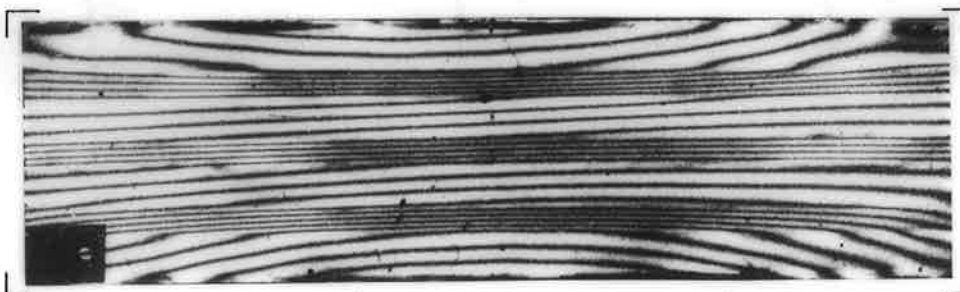
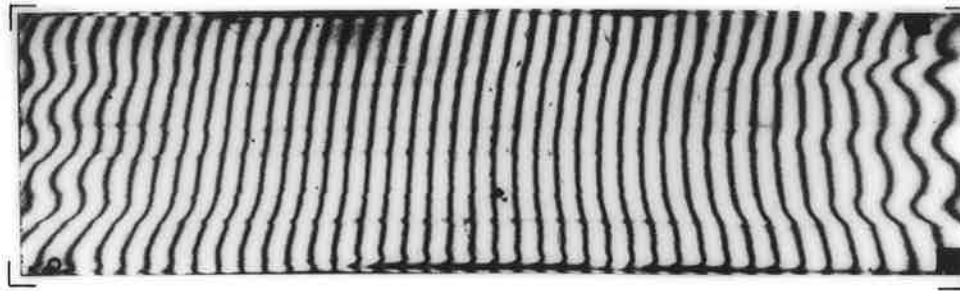
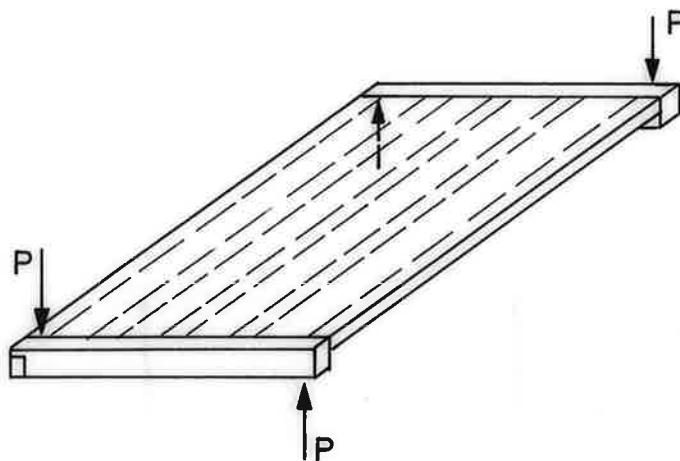


fig. 21 moirépatroon voor de buiging in de
dwarsrichting. φ_y

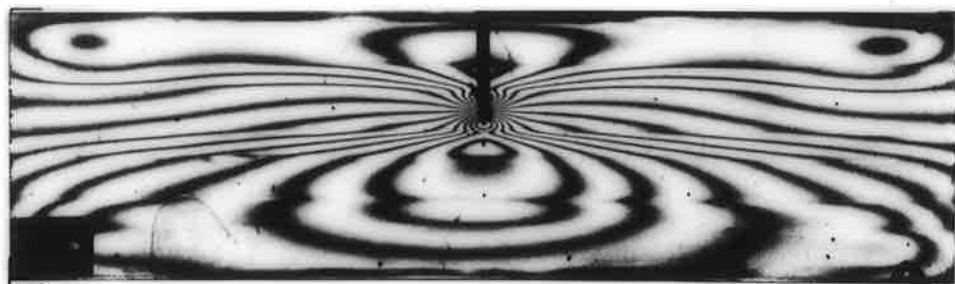


a) moiré- beeld bij wringend moment



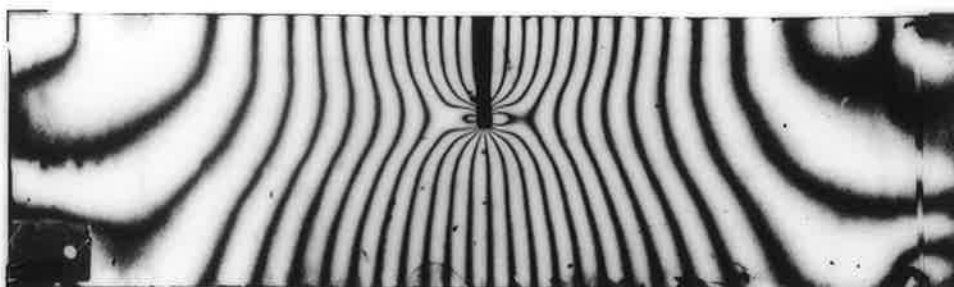
b) opstelling voor het aanbrengen van het wringend moment

fig.22 wringend moment




 rasterrichting

a) puntlast op de koker




 rasterrichting

b) puntlast op de koker

fig. 23 puntlast op de koker

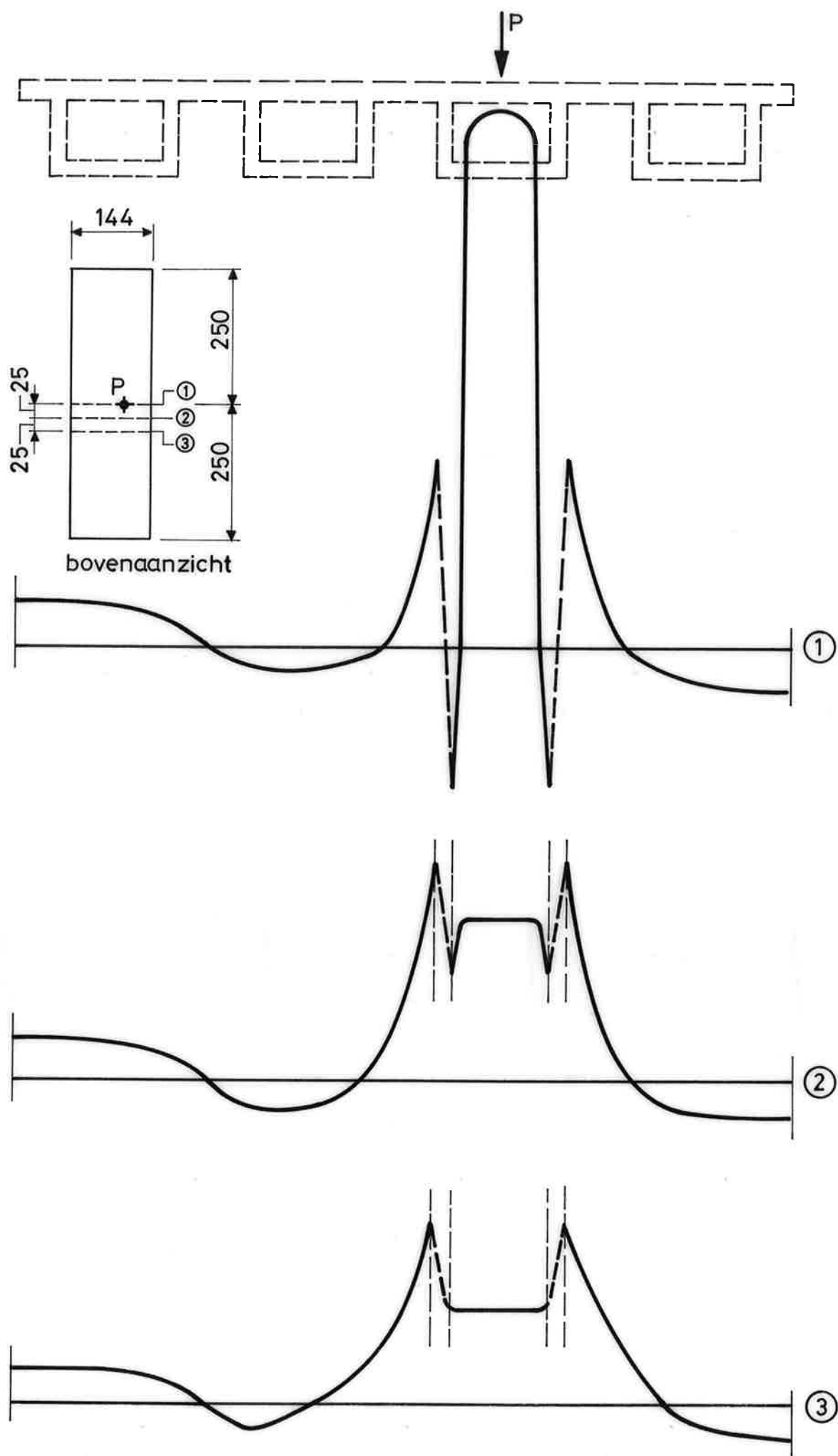
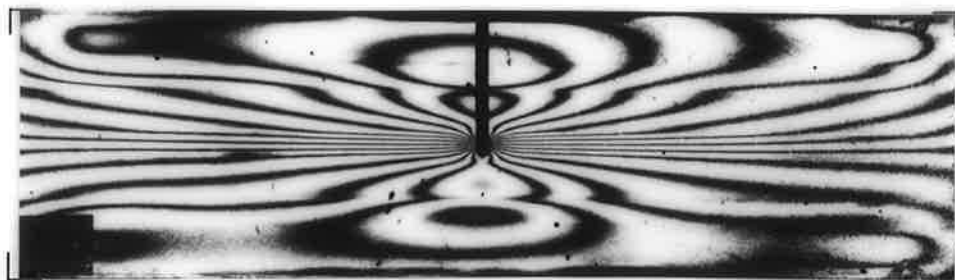
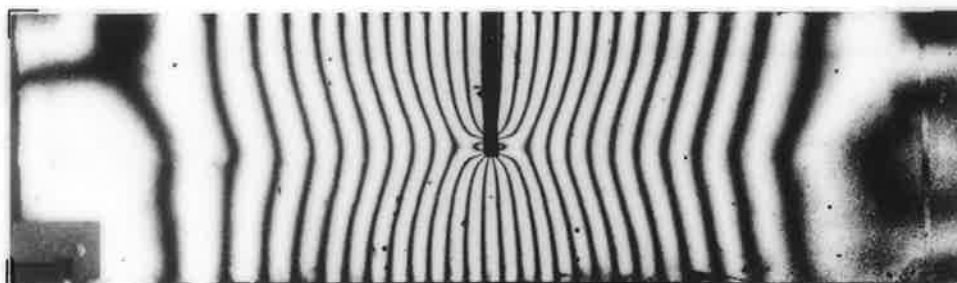


fig. 24 verloop van de krommingen in dwarsrichting
puntlast op de koker.




 rasterrichting

fig. 25a puntlast op het middendeel ψ_y




 rasterrichting

fig. 25b puntlast op het middendeel ψ_x

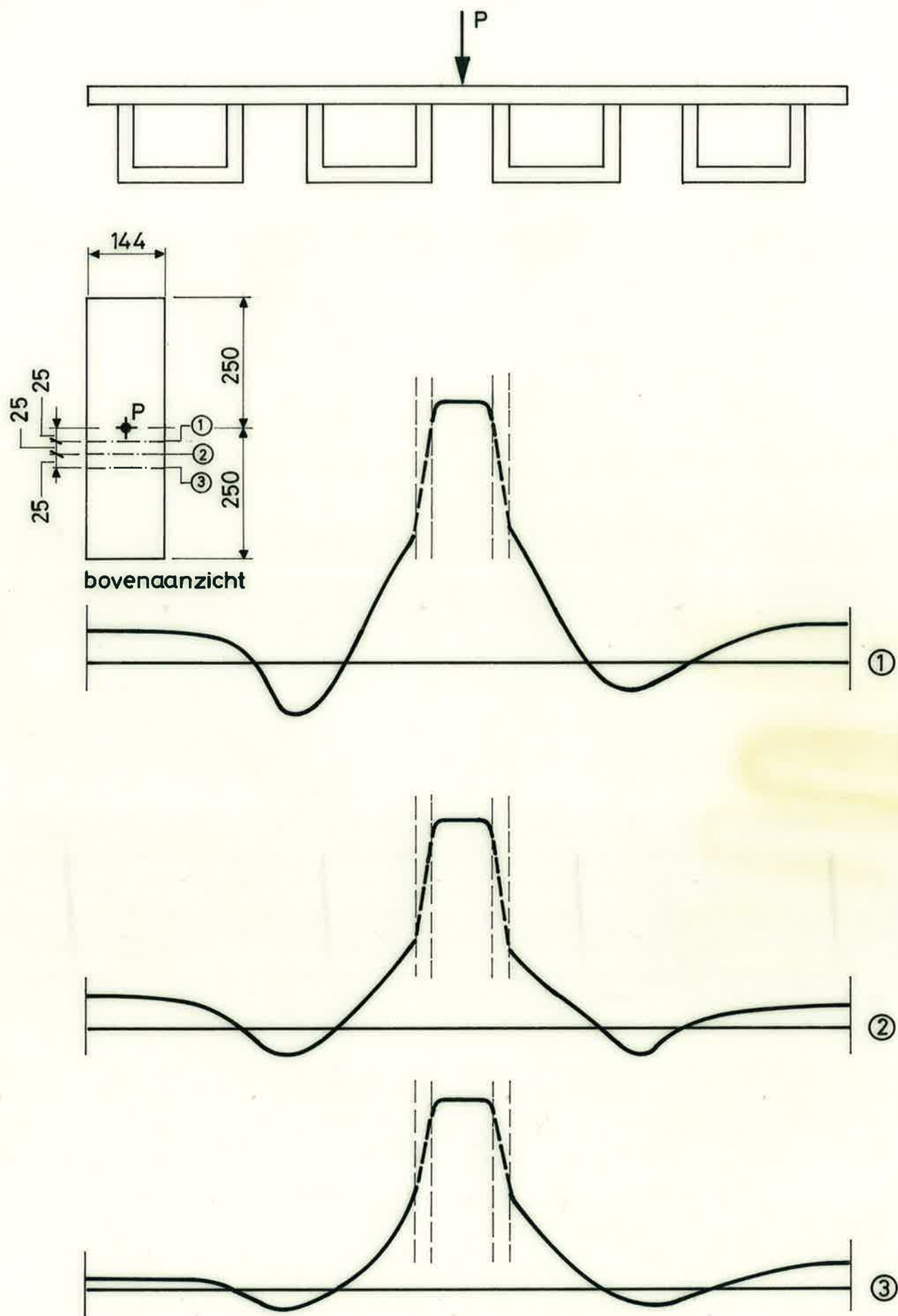


fig.26 verloop van de kromming in dwarsrichting
puntlast op tussendeel.