

6-50

# ULTRASONE NAGALMMETINGEN IN VLOEISTOFFEN

## PROEFSCHRIFT

TER VERKRIJGING VAN DE GRAAD VAN DOCTOR IN DE  
TECHNISCHE WETENSCHAP AAN DE TECHNISCHE HOGE-  
SCHOOL TE DELFT, KRACHTENS ARTIKEL 2 VAN HET  
KONINKLIJK BESLUIT VAN 16 SEPTEMBER 1927, STAATS-  
BLAD nr 310 EN OP GEZAG VAN DE RECTOR MAGNIFICUS  
Dr Ir C. B. BIEZENO, HOOGLERAAR IN DE AFDELING DER  
WERKTUIGBOUWKUNDE, SCHEEPSBOUWKUNDE EN VLIEG-  
TUIGBOUWKUNDE, VOOR EEN COMMISSIE UIT DE SENAAT  
TE VERDEDIGEN OP WOENSDAG 7 JUNI 1950  
DES NAMIDDAGS TE 4 UUR DOOR

CORNELIS EMILIUS MULDER

GEBOREN TE KOEWACHT



DIT PROEFSCHRIFT IS GOEDGEKEURD  
DOOR DE PROMOTOR PROF. DR R.KRONIG

Aan mijn ouders

Aan mijn vrouw

# INHOUD

## Inleiding

7

## Hoofdstuk I

### Meetopstelling en meetmethoden

1. Definities	12
2. Methode der metingen	13
3. Interferentieverschijnselen	14
4. Eliminatie der interferentieverschijnselen	16
5. Bepaling van de nagalmtijd met een kathodestraalbuis	17
6. Rechtstreekse meting van de nagalmtijd	17
7. Enige details	20
8. Nauwkeurigheid	21
9. Dubbele nagalm	23

## Hoofdstuk II

### Metingen in cilindrische vaten: de regels van M e y e r

1. Grondslagen	25
2. De methode van E. M e y e r	26
3. Theoretische beschouwingen	27
4. Energie en energieverbruik in het systeem	29
5. Experimentele controle	30
6. De tweede regel van M e y e r	33
7. De bepaling van $\delta$ en $\alpha$ voor water	34
8. Metingen voor kleine vulhoogte	37
9. Invloed van de temperatuur	38
10. Invloed van het wandmateriaal	38
11. Experimentele details	40
12. Nagalmmetingen in een leeg vat	42
13. Andere formulering van de regels van M e y e r	42

## Hoofdstuk III

### Het geluidsveld in het nagalmvat

1. Inleiding	44
2. De oplossing der hydrodynamische vergelijkingen	44
3. Eigentrillingen	47
4. Het parallelopipedisch vat	48
5. Het cilindrische vat	49
6. Het aantal eigentrillingen	53
7. Energie en energieverdeling in het geluidsveld	54
8. Energieverdeling in een parallelopipedisch vat	56

9. Energieverdeling in een cilindrisch vat	57
10. Volumedemping der eigentrillingen	59
10a De volumedemping door de viscositeit	61
10b De volumedemping door de warmtegeleiding	63
11. De viscositeitsgolf	63
12. De thermische golf	67

#### **Hoofdstuk IV** **De wandbeweging**

1. Probleemstelling	69
2. Golfvergelijkingen voor vaste lichamen	70
3. Randvoorwaarden	71
4. Oplossingen van L a m b	72
5. Gedwongen trillingen	73
5a De symmetrische trilling	75
5b De asymmetrische trilling	78
5c De volledige oplossing	78
6. Consequenties voor de nagalmproeven	80

#### **Hoofdstuk V** **Een formule voor de nagalm: enige metingen**

1. Inleiding	84
2. Vloeistofsnelheidscomponenten aan de wanden van het vat	84
3. Nagalmformule	86
4. Experimentele controle van de formule	89
5. Critiek	91
6. Verdere meetresultaten	94
7. Nauwkeurigheid	95

#### **Hoofdstuk VI** **Metingen met oplossingen van electrolyten**

1. Inleiding	96
2. Metingen met $MgSO_4$ -oplossingen	97
3. Acoustische relaxatieverschijnselen	98
4. Absorptie in $MgSO_4$ -oplossing	100
5. Andere relaxatie-effecten in vloeistoffen	101

**Aanhangsel** 104

**Summary** 107

**Literatuur** 108

## INLEIDING

Het menselijk gehoororgaan is in staat periodieke drukvariaties in de omringende lucht als geluid waar te nemen, mits de frequentie van deze variaties binnende niet scherp gedefinieerde grenzen van ca. 20 en 20 000 Hz liggen. Er zijn echter toestellen, die het mogelijk maken om periodieke dichtheidsveranderingen in een vast, vloeibaar of gasvormig medium op te wekken van dezelfde aard als geluid, doch met frequenties, die buiten en zelfs zeer ver buiten dit frequentiegebied liggen; eveneens zijn instrumenten beschikbaar om deze waar te nemen. Dit *ultrageluid* biedt voor wetenschappelijke en technische doeleinden belangrijke aspecten. Weliswaar is ultrageluid in wezen hetzelfde als normaal (hoorbaar) geluid, doch door het frequentieverschil kunnen daarbij eigenschappen en verschijnselen aan de dag treden, die bij normaal geluid onopgemerkt blijven. De technische toepassingen berusten dikwijls op de omstandigheid, dat het met behulp van ultrasonen generatoren, bijv. trillende kwartskristallen, gemakkelijk mogelijk is golven van zeer grote intensiteit uit te stralen. Hierdoor is het o.a. mogelijk langs ultra-acoustische weg emulsies te vervaardigen en onder geschikte omstandigheden ook een tegengesteld effect te bewerkstelligen, zoals het coaguleren van rook en nevels. Bovendien kunnen bij hoge frequenties met toestellen van redelijke omvang scherp gerichte geluidsbundels opgewekt worden, waarmede bijv. hindernissen onder water of ondergedoken duikboten opgespoord kunnen worden.

Voor het normale geluid is de atmosferische lucht verreweg het belangrijkste medium. Voor het ultrageluid, althans voor de technische toepassingen ervan, is deze middenstof echter onbelangrijk en zijn vaste stoffen en speciaal vloeistoffen van veel meer belang. In principe planten geluids- en ultrageluidsgolven zich in ieder medium voort. Er zijn echter tussen de media verschillen zowel in voortplantingssnelheid als in absorberend vermogen voor de golven. De voortplantingssnelheden variëren van enige honderden m/s voor gassen tot enige duizenden m/s voor vaste stoffen, terwijl men voor vloeistoffen een waarde van 1000 - 2000 m/s vindt.

Wat betreft het absorberend vermogen, zijn de verschillen groter. De grootte hiervan kan aangegeven worden met behulp van een absorptiecoëfficiënt, die op de volgende wijze gedefinieerd

wordt: Indien een vlakke geluidsgolf zich over een afstand  $x$  in een medium voortplant, zullen de amplitude van de geluidsdruk  $\hat{p}$  en de geluidsintensiteit  $I$  daarbij afnemen op een wijze, die voorgesteld kan worden door de formule

$$\hat{p} = \hat{p}_0 \exp(-\alpha x), \quad I = I_0 \exp(-2\alpha x).$$

Hierin stellen  $\hat{p}_0$  en  $I_0$  de beginwaarden van resp. geluidsdruk-amplitude en geluidsintensiteit voor en  $\alpha$  de absorptiecoëfficiënt. Deze  $\alpha$  (dimensie  $m^{-1}$ ) is hiermede dus gedefinieerd als het omgekeerde van de afstand, waarover de geluidsdrukamplitude in een vlakke lopende golf tot op  $1/e$  vermindert.

Reeds in de vorige eeuw zijn omtrent de grootte van  $\alpha$  beschouwingen gepubliceerd. Tot de factoren, die hierop van invloed zijn, behoort in de eerste plaats de viscositeit van de middenstof. S t o k e s <sup>1)</sup> heeft voor de bijdrage hiervan tot de absorptiecoëfficiënt de formule opgesteld

$$\alpha_\eta = \frac{2\pi^2 f^2}{\rho c^3} \cdot \frac{4\eta}{3}$$

waarin  $f$  = frequentie,

$\eta$  = viscositeit,

$\rho$  = dichtheid,

$c$  = voortplantingssnelheid van het geluid.

Een verdere bijdrage tot de absorptie wordt geleverd door het warmtegeleidingsvermogen. Hiervoor is door K i r c h h o f f <sup>2)</sup> de formule opgesteld

$$\alpha_\lambda = \frac{2\pi^2 f^2}{\rho c^3} \cdot \frac{(\kappa - 1)\lambda}{C_p},$$

waarin  $\lambda$  = warmtegeleidingscoëfficiënt,

$\kappa$  = verhouding der soortelijke warmten  $C_p$  en  $C_v$ .

De resulterende  $\alpha = \alpha_\eta + \alpha_\lambda$  is dus evenredig met  $f^2$ . Voor gas-sen zijn in het algemeen  $\alpha_\eta$  en  $\alpha_\lambda$  van dezelfde grootteorde, voor vloeistoffen overheerst  $\alpha_\eta$  sterk. De met de formules gevonden waarden voor  $\alpha$  zijn voor gassen als regel veel groter dan voor vloeistoffen. Zo levert substitutie van de fysische constanten van lucht en water in de formules een  $\alpha$ , die aangeeft, dat de intensiteit in een vlakke geluidsgolf bij een frequentie van 100 kHz in lucht na 5 m tot op  $1/e$  van de beginwaarde gezakt is en in water na 3000 m.

De experimenteel gemeten waarden van  $\alpha$  wijken meestal in aanzienlijke mate af van de met de formules van S t o k e s en K i r c h h o f f berekende waarden. Deze afwijkingen zijn voor gassen uitvoerig bestudeerd en in vele gevallen bevredigend

verklaard uit moleculaire processen (relaxatieverschijnselen). Speciaal door K n e s e r <sup>3)</sup> is hierover belangrijk werk verricht. Van de vloeistoffen is kwik het enige voorbeeld, waarbij de formules met redelijke nauwkeurigheid geldig zijn. Voor alle andere vloeistoffen vindt men experimenteel een te hoge absorptiecoëfficiënt, in extreme gevallen zoals voor benzol en azijnzuur tot enige honderden malen de berekende waarde. Met de verklaring van dit gedrag is men voor vloeistoffen minder tevreden dan voor gassen. Eerst kortgeleden is over dit probleem een publicatie van de hand van L. N. L i e b e r m a n <sup>4)</sup> verschenen, waarin vele van de bestaande afwijkingen bevredigend verklaard worden door een uitbreiding van de kennis omtrent de viscositeit van vloeistoffen.

De meest gebruikte methode ter bepaling van de absorptiecoëfficiënt voor vloeistoffen is die, welke rechtstreeks aansluit bij de definitie van deze coëfficiënt. Hiertoe wordt in de te onderzoeken vloeistof met behulp van een in trilling gebracht piëzo-electrisch kristal een vlakke lopende geluidsgolf opgewekt. De intensiteit van deze golf wordt op verschillende afstanden van het kristal gemeten en uit de daling hiervan kan de absorptiecoëfficiënt berekend worden. De intensiteitsmeting kan op verschillende wijzen geschieden, bijv. door meting van de stralingsdruk of de buiging van een loodrecht op de geluidsgolf invallende lichtbundel. Er zijn echter verschillende omstandigheden, die deze metingen bemoeilijken, speciaal indien de absorptiecoëfficiënten klein zijn. Zo is voor water bij een frequentie van 1 MHz de afstand, waarover de geluidsintensiteit tot 1/e daalt, van de orde van 10 m. Dit betekent, dat men om een merkbare vermindering van intensiteit te constateren reeds vaten van enige m lengte moet gebruiken. Het is onmogelijk over zulke afstanden vlakke golven te behouden, zodat de intensiteitsvermindering door de geometrische spreiding van de bundel belangrijk wordt en eventueel zelfs kan gaan overheersen. Een verdere moeilijkheid is de vorming van staande golven door reflectie tegen de wanden van het vat. Weliswaar is deze methode door het gebruik van kortstondige geluidssignalen, analoog aan de radartechniek, aanzienlijk verbeterd, zodat bijv. voor water voor frequenties boven 3 MHz reeds enige tijd betrouwbare gegevens beschikbaar zijn <sup>5)</sup>, doch de bepaling van kleinere absorpties is moeilijk en onnauwkeurig. De bedoeling van dit proefschrift is een bijdrage te leveren tot de meettechniek over dit onderwerp, speciaal wat betreft de meting van kleine absorptiecoëfficiënten, door het bestuderen en ontwikkelen van een meet-



methode, die voor dit doel nog slechts zelden toegepast is, n.l. de nagalmmethode.

Het bepalen van de nagalmtijd is een in de acoustica veelvuldig toegepaste meting, in de eerste plaats ter beoordeling van de acoustische eigenschappen van concertzalen e.d. en verder ter bepaling van de absorptiecoëfficiënt van acoustische materialen. In het algemeen is dit een bepaling van de snelheid, waarmee het geluid in een ruimte uitsterft, indien een daarin opgestelde geluidsbron plotseling zwijgt. Ook voor ultra-acoustische frequenties is een dergelijke meting uitvoerbaar en uit de literatuur zijn hiervan verschillende voorbeelden bekend. Zo is door K n u d s e n <sup>6)</sup> op deze wijze de absorptie van geluid in vochtige gassen bij hoge frequenties gemeten en E. M e y e r <sup>7)</sup> en medewerkers hebben nagalmmetingen verricht in met vloeistof gevulde vaten.

Aan de nagalmmethode is, indien deze gebruikt wordt voor de bepaling van de absorptie in een vloeistof, de principiële moeilijkheid verbonden, dat de absorptie van het geluid niet enkel in de vloeistof plaatsvindt, doch ook door wandeffecten van allerlei aard veroorzaakt wordt. Deze wandeffecten, die relatief belangrijker worden, naarmate kleinere vaten gebruikt worden, kunnen uit de meetresultaten geëlimineerd worden door metingen te verrichten in vaten van verschillende afmetingen, eventueel met verschillende hoogten van het vloeistofniveau. Het probleem zal in dit proefschrift uitvoerig besproken worden.

Na een beschrijving van de meetopstelling en de gebruikte instrumenten voor het verrichten van nagalmmetingen bij ultrasone frequenties in vloeistoffen zullen een aantal resultaten gegeven worden, die verkregen zijn met de door E. M e y e r beschreven methode. Hierna volgen beschouwingen en berekeningen over de aard van het geluidsveld in het nagalmvat, waardoor tenslotte een berekening van de wandeffecten onder zekere onderstellingen mogelijk wordt. Dit betekent, dat nu absorptiemetingen volgens een zeer vereenvoudigde methode verricht kunnen worden. Hiervan worden een aantal voorbeelden gegeven en enige metingen in oplossingen van electrolyten besproken.

Het ontbreken van een verklaring voor het gedrag van vele vloeistoffen, wat betreft de absorptie van geluidsgolven, wordt mede veroorzaakt door het betrekkelijk geringe en dikwijls onnauwkeurige experimentele feitenmateriaal. Juist in de laatste tijd is door nauwkeurige metingen in enige gevallen, bijv. voor azijnzuur <sup>8)</sup>, dit gedrag bevredigend verklaard en omgekeerd nieuw inzicht verworven in de structuur van de minst bekende

aggregatietoestand, de vloeistofoestand. Het hiervoor benodigde feitenmateriaal moet verkregen worden uit metingen in een frequentiegebied, dat zich naar gelang de omstandigheden kan uitstrekken van het hoorbare gebied tot enige honderden MHz. Hierbij treden absorptiecoëfficiënten op, die gemakkelijk een factor  $10^8$  of meer uiteen kunnen liggen. Het is duidelijk, dat geen enkele methode, allerminst de in dit proefschrift beschreven methode, in dit gehele gebied bruikbaar is, maar iedere methode kan onder zekere omstandigheden voordelen bieden en de hier besproken methode schept een mogelijkheid het meetgebied naar lagere absorptiecoëfficiënten en lagere frequenties dan tot heden uit te breiden.

Moge de aan de ontwikkeling van de hier beschreven nagalmethode bestede arbeid in dit opzicht zijn vruchten afwerpen.

\* \* \* \*

## Hoofdstuk I

### MEETOPSTELLING EN MEETMETHODEN

#### I.1 Definities

Wanneer in een afgesloten ruimte een geluidsbron in werking treedt, zal deze daarin geluidsgolven uitstralen. Door de herhaalde reflecties tegen de wanden wordt na enige tijd de ruimte in alle richtingen door geluidsgolven doorkruist. Bij het passeren van de ruimte en de reflecties tegen de wanden gaat geluidsenergie verloren. Tenslotte ontstaat een stationnaire toestand, waarbij per tijdseenheid evenveel geluidsenergie verloren gaat als er door de geluidsbron afgegeven wordt.

Bij de beschouwing van deze en dergelijke verschijnselen zijn de volgende grootheden van belang:

a. *de geluidsdruk*, d.i. de doorgaans periodieke drukverandering ten opzichte van de gemiddelde druk in de ruimte, zoals die in ieder punt van deze ruimte door het geluidsverschijnsel zal optreden. De momentele waarde hiervan zal met  $p$ , de amplitude met  $\hat{p}$  aangeduid worden.

b. *de stofsnelheid* (ev. *vloeistofsnelheid*), d.i. de met het geluidsverschijnsel samenhangende, doorgaans periodiek variabele snelheid der materiele deeltjes in de ruimte. Dit is een vectoriele grootheid, waarvan de momentele waarde met  $\mathbf{v}$  zal aangeduid worden.

De grootheden  $p$  en  $\mathbf{v}$  zijn functies van de plaats in de ruimte. Indien niet uitdrukkelijk anders wordt vermeld, zullen wij ons beperken tot verschijnselen, die sinusvormig van de tijd afhankelijk zijn. Hierdoor zijn dus de grootheden  $p$  en  $\mathbf{v}$  harmonisch met de frequentie van het geluid.

c. *de geluidsenergie*, d.i. de energie (totaal of per  $\text{m}^3$ ), die in het geluidsveld is opgehoopt. Deze energie is gedeeltelijk potentiële en gedeeltelijk kinetische energie. De som hiervan, de geluidsenergie, is evenredig met het kwadraat van de amplitude van de geluidsdruk. De totale geluidsenergie zal met  $E$  worden aangeduid, de geluidsenergie per  $\text{m}^3$ , de energiedichtheid, met  $E^*$ .

Na het stoppen van een geluidsbron in een afgesloten ruimte zullen de hier genoemde grootheden niet onmiddellijk nul worden, doch geleidelijk afnemen. Dit verschijnsel is de *nagalm*. Het

afnemen van deze grootheden gaat, afgezien van nader te bespreken complicaties, volgens een exponentiele wet van de vorm

$$\hat{p} = \hat{p}_0 \exp(-\delta t) = \hat{p}_0 \exp(-t/T). \quad (1.1)$$

$\delta$  is de *dempingsfactor*. De omgekeerde waarde hiervan,  $T$ , is de tijdconstante van het nagalmverschijnsel en wordt hier *nagalm-tijd* genoemd. Voor  $\hat{v}$  geldt een analoge formule als voor  $\hat{p}$ .

De geluidsenergie  $E$  is evenredig met  $\hat{p}^2$ . Hiervoor geldt dus

$$E = E_0 \exp(-2\delta t) = E_0 \exp(-2t/T). \quad (1.2)$$

De dempingsfactor  $\delta$  en de nagalmtijd  $T$  worden bepaald door de mate van geluidsabsorptie. Grote absorptie betekent grote  $\delta$  en kleine  $T$ , en omgekeerd.

Uit de definities blijkt, dat  $T$  de tijd voorstelt, waarin de amplitude van de geluidsdruk tot op  $1/e$  van een beginwaarde vermindert, dus de tijd waarin het geluidsdrukniveau 1 neper daalt.

In de acoustica is het gebruikelijk de nagalmtijd te definiëren als de tijd, waarin het geluidsniveau 60 dB daalt; dit betekent een vermindering van de geluidsdruk tot op  $10^{-3}$ , of van de geluidsenergie tot op  $10^{-6}$  van een beginwaarde. Aangezien 60 dB = 6,9 neper, zal de nagalmtijd volgens de definitie van de acoustica 6,9 keer de tijd  $T$  zijn, die in dit proefschrift gebruikt zal worden.

## I.2 Methode der metingen

Voor de nagalmmetingen, zoals die in de acoustica veelvuldig uitgevoerd worden, heeft men nodig: een geluidsbron, een microfoon + versterker en een inrichting om de tijdconstante van het optredende nagalmverschijnsel te meten.

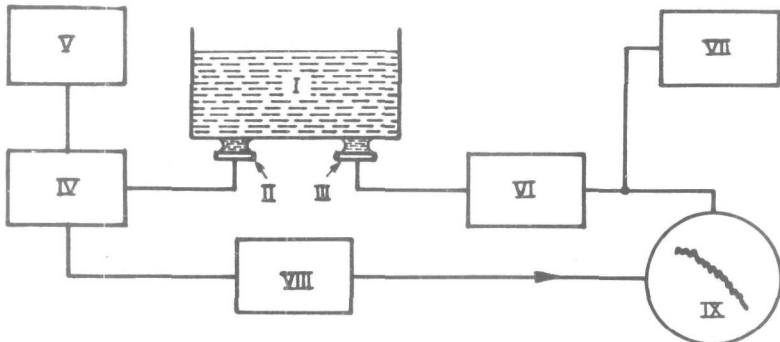


Fig. 1.1

Schematische voorstelling van de opstelling voor de nagalmmetingen  
 I nagalmvat; II zendkristal; III ontvangkristal; IV h.f. generator;  
 V modulator; VI versterker; VII nagalmtijdmeettoestel; VIII schakelaar  
 IX kathodestraalbuis.

Bij de door ons verrichte ultrasonische nagalmmetingen in vloeistoffen zijn de toestellen en meetmethode in beginsel dezelfde.

In fig. 1.1 is een schematische voorstelling van de opstelling gegeven. Als nagalmruimte fungeert een met vloeistof gevuld vat, dat een inhoud heeft van enige liters. De geluidsbron is een klein kwartskristal, dat van elektroden is voorzien, waartussen een wisselspanning van enige honderden volts van de gewenste frequentie ( $\sim 1$  MHz) onderhouden wordt door een generator. Door het piezo-electrisch effect geraakt het kristal in trilling. Als microfoon dient een seignettezoutkristal. De kristallen zijn door een druppel petroleum in acoustisch contact met het vat gebracht. Het seignettezoutkristal is eveneens piezo-electrisch. Door de geluidsgolven worden hoogfrequente spanningen opgewekt tussen de op het kristal aangebrachte elektroden. Deze worden in een versterker enige tienduizenden malen versterkt en vervolgens gelijkgericht. De gelijkgerichte uitgangsspanning van de versterker is evenredig met de geluidsdrukamplitude van het geluidsveld in de vloeistof. Om rechtstreekse elektrische beïnvloeding van geluidsbron en microfoon te vermijden, zijn deze tegen onderlinge inductie beschermd.

Na het stoppen van de geluidsbron zal de geluidsdrukamplitude in de vloeistof volgens (1.1) afnemen en dus ook de daarmee evenredige gelijkgerichte uitgangsspanning van de versterker  $V$ , dus

$$V = V_0 \exp(-\delta t) = V_0 \exp(-t/T).$$

Uit het verloop van  $V$  met de tijd is dus  $T$  te bepalen. Dit kan op verschillende manieren gebeuren. Zo kan men, zoals uit fig. 1.1 blijkt, de spanning  $V$  toevoeren aan de afbuigplaten van een kathodestraalbuis of aan een toestel om de tijdconstante rechtstreeks te bepalen.

### I.3 Interferentieverschijnselen

Wanneer aan de afbuigplaten der kathodestraalbuis de uitgangsspanning van de versterker toegevoerd wordt bij gebruik van een geschikte tijdbasis, blijkt dat deze spanning tijdens het nagalmverschijnsel in het geheel niet zuiver exponentieel volgens (1.1) uitsterft, tenminste indien bij de meting een geluidsbron gebruikt wordt, die met een wisselspanning van enkelvoudige frequentie bedreven wordt. Er ontstaat een zeer grillig en onreproduceerbaar verschijnsel, waarvan fig. 1.2a een voorbeeld geeft. Dit verschijnsel treedt eveneens bij de nagalmmetingen met acoustische frequenties in zalen op. De verklaring is de volgende:

Het vat met de zich daarin bevindende vloeistof vormt een acoustisch systeem, dat zeer vele trillingsmogelijkheden bezit, met eigen- of resonantiefrequenties van zeer lage tot uiterst hoge waarden. Het aantal trillingsmogelijkheden, waarvan de eigenfrequentie ligt in een nauw frequentiebandje van bijv.  $10^6$  Hz tot  $10^6$  Hz + 10 Hz, is reeds groot. Wanneer de geluidsbron een zuivere toon geeft ergens in deze frequentieband, zullen een aantal trillingen van het systeem, waarvan de eigenfrequenties weinig van de frequentie van de bron afwijken en die, wat de ligging van knopen en buiken van het geluidsveld betreft, geschikt zijn om door de geluidsbron te worden aangestoten en door de microfoon te worden afgeluisterd, inderdaad worden aangestoten en waargenomen. Dit alles geschiedt, zolang de bron werkt, in de opgedrukte frequentie van de bron. Na het stoppen van de bron trillen deze eigentrillingen uit in hun resonantiefrequentie, zodat het nagalmverschijnsel in werkelijkheid een superpositie is van een aantal, ieder voor zich exponentieel uitstervende trillingen in een smal frequentiebandje rondom de frequentie van de geluidsbron. Na detectie ontstaat daardoor het grillige spanningsverloop, zoals dat in fig. 1.2a is weergegeven en waarin de 'frequentie' van de fluctuaties van de orde is van de verschilfrequentie van de samenstellende eigentrillingen.

Zeer kleine veranderingen van de stand van het vloeistofoppervlak, bijv. door schommelingen, ofwel zeer kleine frequentievariaties van de bron, ofwel een andere fase op het moment van uitschakelen van de geluidsbron, kunnen het nagalmbeeld reeds geheel en al wijzigen, zodat het onder deze omstandigheden praktisch volkomen onreproduceerbaar is. Het is dan ook onmogelijk op deze wijze de tijdconstante van het nagalmverschijnsel met enige nauwkeurigheid te bepalen.

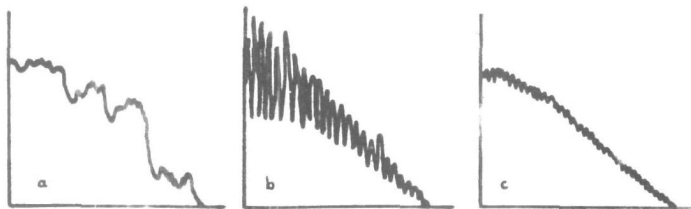


Fig. 1.2

Nagalmfiguren op kathodestraalbuis met exponentiele tijdbasis  
 a. enkelvoudige freq.;    b. gemoduleerd;    c. met filter

#### I.4 Eliminatie der interferentieverschijnselen

In de acoustica kent men verschillende middelen om de interferentieverschijnselen minder storend te maken, bijv. door het gebruik van draaiende luidsprekers en microfoons enz. en vooral door het gebruik van een geluidsbron, die geen enkelvoudige toon geeft, doch een groot aantal tonen, die over een frequentieband verspreid liggen, bijv. een frequentie-gemoduleerd signaal (huiltone) of een ruis.

Bij de ultrasone nagalmmetingen is het gebruik van draaiende microfoons e.d. wegens de korte optredende nagalmtijden (10 tot 20 ms) niet mogelijk. Bij de hier beschreven metingen werd gebruik gemaakt van een frequentie-gemoduleerd signaal, zodanig, dat de frequentie van de bron bijv. 100 - 200 keer per s varieerde over een breedte van 10 - 15 kHz rondom de gemiddelde frequentie, die van de orde van 1 MHz is. Deze waarden zijn niet kritisch. Een dergelijk signaal kan opgevat worden als een samenstel van een aantal signalen met constante frequenties, die practisch alle liggen in een frequentieband van deze breedte <sup>9)</sup>.

Bij het gebruik van een frequentie-gemoduleerd signaal werken dus veel meer eigentrillingen van het acoustisch systeem mede aan de opbouw van het nagalmverschijnsel (fig. 1.2b). De fluctuaties zijn nu nog groot in amplitude, doch veel sneller, omdat de deelnemende eigentrillingen verder in frequentie uiteenliggen.

Het exponentieel verloop is duidelijk zichtbaar. Deze fluctuaties van hoge 'frequentie' kunnen bovendien gefilterd worden door een filter, bestaande uit een combinatie van een weerstand en een condensator, dat aan de uitgang van de versterker aangesloten wordt.

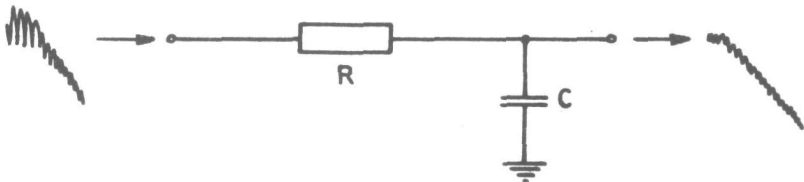


Fig. 1.3  
Fluctuatiefilter

Het gebruik van dit R-C filter moet echter met de nodige voorzichtigheid geschieden. In het Aanhangsel wordt hierop nader ingegaan. Voorlopig zij slechts opgemerkt, dat indien de tijd-

constante  $RC$  van dit filter minstens 5 keer kleiner is dan de tijdconstante van het nagalmverschijnsel, het gemiddelde verloop van dit verschijnsel, het begin uitgezonderd, niet beïnvloed wordt, doch wel de hinderlijke interferenties verzwakt worden.

Een andere mogelijkheid om de interferenties te verzwakken zou zijn het gebruik van een geluidsbron, die in trilling gebracht wordt met een ruisfrequentieband ter breedte van 15 - 20 kHz. Mogelijkerwijs zijn de resultaten dan nog beter dan met een wobbelfrequentie, doch de zender wordt wat ingewikkelder. Het frequentie-gemoduleerd signaal is namelijk eenvoudig te maken door in de slingerkring van de h.f.generator een roterende condensator op te nemen.

### 1.5 Bepaling van de nagalmtijd met een kathodestraalbuis

Hiertoe wordt de gelijkgerichte uitgangsspanning van de versterker verbonden met de verticale afbuigplaten van een kathodestraalbuis. Als de geluidsbron uitgeschakeld wordt, wordt op de horizontale platen een exponentiele tijdbasis in beweging gebracht en een nagalmfiguur wordt op het scherm zichtbaar. Indien de tijdconstante van de exponentiele tijdbasis gelijk is aan de nagalmtijd, ontstaat op het scherm een rechte lijn (afgezien van de interferentieverschijnselen). De exponentiele tijdbasis wordt gemaakt door een geladen condensator met capaciteit  $C$  te ontladen over een weerstand  $R$ . De spanning van de condensator neemt dan af volgens

$$V_t = V_0 \exp(-\beta t),$$

waarin  $\beta = 1/RC$ .

Door de weerstand  $R$  of de capaciteit  $C$  te variëren, tot op het scherm een rechte lijn verschijnt, kan  $\beta$  gelijkgemaakt worden aan  $1/T = \delta$ . Uit de grootte van  $R$  en  $C$  is nu  $\beta$  en dus  $\delta$  en  $T$  bepaald.

Deze visuele methode is zeer instructief voor het bestuderen van de interferentieverschijnselen en de figuren 1.2 zijn dan ook volgens deze methode gemaakt; doch voor een nauwkeurige bepaling van de nagalmtijd is deze niet erg geschikt, daar variaties in  $\beta$  van bijv. 10% geen duidelijke afwijkingen van de lineariteit van de lijn op het scherm te zien geven, deels ook ten gevolge van de onvermijdelijke interferentieverschijnselen.

### 1.6 Rechtstreekse meting van de nagalmtijd

De rechtstreekse meting van de nagalmtijd bestaat uit het meten van de tijd, waarin de amplitude van de geluidsdruk in de



vloeistof en de daarmede evenredige uitgangsspanning van de versterker tot op  $1/e$  van een beginwaarde gedaald is. Nauwkeuriger is het over een langer interval te meten, dus bijv. de tijd  $t$  bepalen, waarin de amplitude tot op een  $1/k$  gedeelte zakt, waarin  $k$  bijv. 10 is bij de hier beschreven metingen (zie fig. 1.4). Uit deze gemeten  $t$  is  $T$  te bepalen volgens  $t = T \ln k$ .

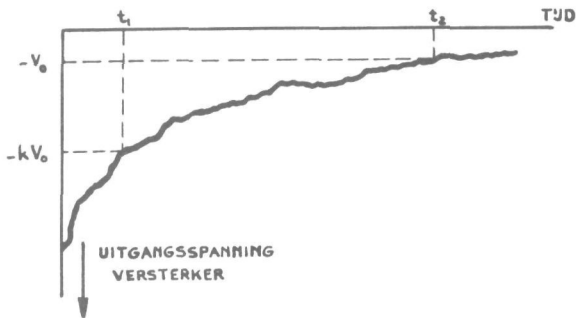


Fig. 1.4

Methode van de nagalmeting

Het is in principe onverschillig, op welk punt van de nagalkromme men de meting begint, m.a.w. waar men het punt  $t_1$  kiest. In het eerste gedeelte van de nagalm kunnen echter onregelmatigheden optreden, die nog nader besproken zullen worden, en daarom is als regel aangehouden de meting te beginnen op een tijdstip  $t_1$ , zodanig, dat de uitgangsspanning van de versterker reeds tot ca. de halve aanvangswaarde is gezakt. De onnauwkeurigheid in de meting als gevolg van de overgebleven fluctuaties kan verminderd worden door de meting te herhalen.

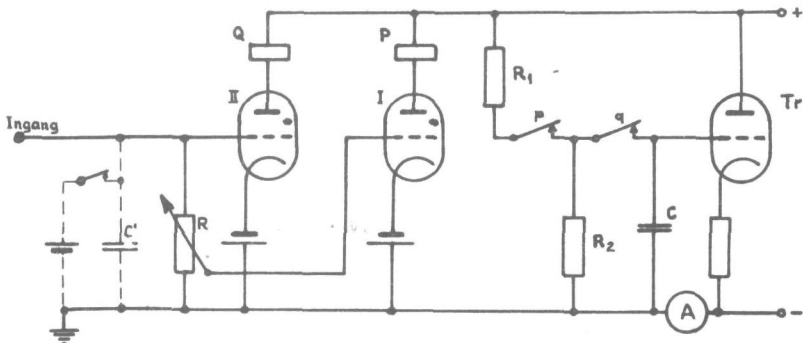


Fig. 1.5

Vereenvoudigd schakelschema voor de meting van de nagalmtijd

De uitvoering van deze metingen geschiedt met een toestel, waarvan in fig. 1.5 een vereenvoudigde uitvoering getekend is. Een gedeelte  $1/k$  van de negatieve uitgangsspanning van de versterker wordt door middel van de potentiometer R aan het rooster van een thyatron I toegevoerd. Het rooster van thyatron II ontvangt de gehele uitgangsspanning. De twee thyatrons zijn zo goed mogelijk gelijk en ontsteken beide, wanneer de negatieve roosterspanning t.o.v. aarde de waarde  $-V_0$  bereikt (dezelfde als in fig. 1.4). De waarde van deze ontsteekspanning  $-V_0$  tussen rooster en aarde kunnen wij naar believen regelen door regeling der hulpspanning tussen aarde en kathode enerzijds en de plaatsspanning anderzijds. Bij een plaatsspanning van 200 V, zoals hier gebruikt, bleken de thyatrons te ontsteken bij ca.  $-7,5$  V tussen kathode en rooster. Geven wij dus de kathode 6 V positief t.o.v. aarde, dan zal hun ontsteekspanning tussen aarde en rooster  $-1,5$  V bedragen.

Bij het begin van de meting, dus voor het tijdstip  $t_1$ , zijn beide thyatrons geblokkeerd. Thyatron I ontsteekt op het moment, dat de uitgangsspanning de waarde  $-kV_0$  passeert. Het snelwerkend telegraafrelais P functionneert dan en het contact p wordt geopend. Van dit moment ontladtd zich de condensator C over de weerstand  $R_2$ . Op het moment  $t_2$  ontsteekt thyatron II. Relais Q, identiek met P, komt op en contact q opent, waardoor de ontlading van C stopt. De restwaarde van de spanning over C hangt af van de tijd  $t_2 - t_1$ . Deze waarde wordt gemeten aan de stroom A door de electrometertriode Tr. Tijdens de meting vermindert deze stroom A van een vaste beginwaarde, die afhangt van de verhouding van de weerstanden  $R_1$  en  $R_2$  en van de batterijspanning, tot een eindwaarde, die afgelezen wordt. Deze afgelezen eindwaarde is gecalibreerd in milliseconden nagalmtijd op de volgende wijze. In plaats van de versterker wordt aan de ingang van het toestel een condensator  $C'$  aangesloten, die tot een zo hoge negatieve spanning geladen is, dat beide thyatrons geblokkeerd zijn. Deze condensator kan zich over de bekende weerstand R van de ingangspotentiometer ontladen met een tijdconstante  $C'R = T'$ . Hierdoor wordt aan het toestel een exponentieel dalende spanning met nauwkeurig bekende en regelbare tijdconstante  $T'$  toegevoerd, welke op dezelfde wijze als de nagalmtijden gemeten wordt. De hierbij afgelezen eindwaarden van A kunnen dus tegen de bekende tijdconstante  $T'$  geijkt worden.

Bij de praktische uitvoering van de metingen worden de bepalingen op automatische wijze vele malen herhaald. Door een roterende schakelaar wordt nl. na de meting de zender weer in

werking gesteld, waardoor de negatieve uitgangsspanning van de versterker weer optreedt. Tevens wordt gedurende korte tijd de batterijtoevoer naar de thyratrons onderbroken. De contacten p en q van relais P en Q worden weer gesloten en de oorspronkelijke toestand is hersteld. Even daarna wordt door de roterende schakelaar de zender weer gestopt, waarna de meting opnieuw plaatsvindt enz. Eenvoudigheidshalve zijn deze automaten in de figuren weggelaten.

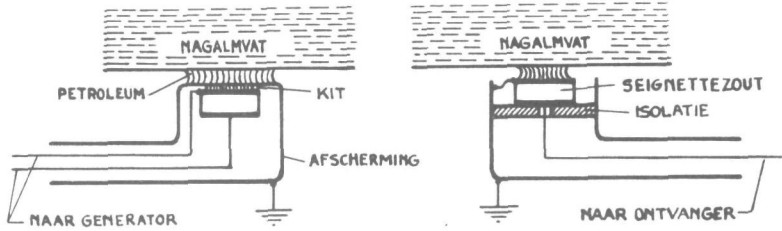


Fig. 1.6

Constructie kristalhouders

a. zender

b. ontvanger

### I.7 Enige details

De ultra-acoustische geluidsbron is een klein kwartskristal ter dikte van ca. 3 mm en met een boven- en ondervlak van  $3 \times 3$  mm<sup>2</sup>. Bover- en ondervlak zijn van opgedampte aluminium electroden voorzien. Door de hiertussen aangelegde h.f.wisselspanning geraakt het kristal in trilling. De constructie van het toestel is in fig. 1.6 weergegeven. Het kristal is tegen een dun plaatje gekit, dat met een druppel petroleum in acoustisch contact met de wand van het nagalmvat is gebracht.

Het is nodig beide kristallen zorgvuldig electrisch te beschermen. Blijft dit achterwege, dan wordt rechtstreeks in de versterker een groot signaal geïnduceerd. Bij het stoppen van de zender valt dit signaal plotseling weg met een zeer kleine uitsterftijd, zodat in het geheel geen nagalm in de vloeistof gemeten wordt. De bescherming moet zo zorgvuldig geschieden, dat dit electrisch geïnduceerde signaal klein is vergeleken met wat langs acoustische weg, via nagalmruimte en microfoon in de versterker komt. Een eventueel resterend klein rechtstreeks signaal veroorzaakt in het begin van de nagalm een steile daling in de uitgangsspanning van de versterker, doch veroorzaakt geen fouten, omdat, zoals reeds opgemerkt is, over het eerste deel van de nagalm niet gemeten wordt. Ter vermindering van inductie wordt bovendien de wisselspanning aan de electroden van

het zendkristal in balans t.o.v. aarde toegevoerd. Dat deze voorzorgen nodig zijn, moge blijken uit het feit, dat de wisselspanning op het zendkristal enige honderden volts is, terwijl langs acoustische weg aan de ingang van de versterker slechts enige millivolts spanning komt. Een zeer kleine fout in de bescherming of een onjuiste aardverbinding kan bij de gebruikte hoge frequenties reeds een stoorsignaal van dezelfde orde als het acoustisch signaal veroorzaken en hierdoor kunnen volkomen onjuiste resultaten gevonden worden.

De kristalmicrofoon is in fig. 1.6b getekend. Dit is een seignettezoutkristal ter dikte van 1 mm, oppervlak 1 cm<sup>2</sup>. Het kristal is uit een blok gesneden op de wijze, zoals die door C a d y <sup>10)</sup> is beschreven, onder gelijke hoeken met de kristallografische assen. In dat geval reageert het kristal op diktrillingen, d.w.z. trillingen loodrecht op het oppervlak, en veroorzaakt dan spanningen in de elektroden op die oppervlakken. Dit kristal kan eveneens in een groot frequentiegebied gebruikt worden en is gevoeliger dan kwarts.

### I.8 Nauwkeurigheid

Bij de meting wordt de uitgangsspanning van de versterker op -30 V ingesteld, terwijl de zender werkt. Wanneer de zender stopt en de uitgangsspanning gaat verminderen, gebeurt tot -15 V niets en dan eerst wordt de tijd gemeten, waarin de spanning daalt van -15 V tot  $-15/k$  V; in ons geval, waar  $k = 10$ , dus tot -1,5 V. Het eerste gedeelte van -30 - -15 V wordt niet gebruikt wegens mogelijke storingen door:

- a. een eventueel geïnduceerd rechtstreeks signaal,
- b. het R-C filter ter vermindering van de interferenties.

Nadat het signaal van -30 V tot -15 V is gezakt, zijn deze storingen niet meer aanwezig. Het is duidelijk, dat de nauwkeurigheid van de meting toeneemt, naarmate  $k$  groter genomen wordt, m.a.w. naarmate over een langer gedeelte van de nagalm gemeten wordt. Tevens wordt dan de invloed der interferenties relatief minder. Met dit vergroten van  $k$  kan men echter niet onbeperkt doorgaan. De uitgangsspanning van de versterker aan het eind van de meetperiode wordt dan nl. steeds kleiner. Bij de hier gebruikte instelling van  $k = 10$  wordt dit -1,5 V. Wordt  $k$  groter en dus de eindwaarde kleiner dan 1,5 V, dan wordt in de eerste plaats de ruisspanning aan de uitgang van de versterker bemerkbaar, verder wordt de detectie aan de uitgang van de versterker, die met behulp van een diode plaatsvindt, minder mooi lineair, zodat grote afwijkingen in de evenredig-

heid tussen in- en uitgangsspanning van de versterker gaan optreden, en tenslotte wordt de gelijkheid van de beide thyratrons steeds kritischer. Een zeer kleine variatie van de kathodespanning of van de buisconstanten van de thyratrons heeft dan nl. een relatief zeer grote invloed op de kleine spanning van het rooster t.o.v. aarde, die nu het ontsteekpunt bepaalt. Om deze redenen is  $k$  niet hoger dan 10 gekozen.

De kleinste tijdconstante, die met deze schakeling gemeten kan worden, is ca. 1 milliseconde. Bij nog kleinere tijden worden de variaties in de reactietijden der relais P en Q bemerkbaar en ontstaan fouten. Deze reactietijden zijn ca. 1 ms. Indien ze volkomen aan elkaar gelijk zijn, is de waarde ervan onverschillig, daar deze dan niet in het meetresultaat voorkomt. De variaties ervan zijn van de orde van 0,1 ms en deze veroorzaken fouten. Bij nagalmtijden van 1 ms is de relatieve fout ca. 5%. Naarmate de nagalmtijd langer is, wordt deze kleiner. Voor nagalmtijden van 10 ms is de relatieve fout in de metingen 1 - 2%.

Door de niet geheel te elimineren interferenties ontstaat een zekere spreiding in de resultaten bij herhaling van de metingen. Om hiervan een indruk te geven is in de onderstaande tabel een lijst van gemeten nagalmtijden aangegeven, die bij een meting in een met water gevuld vat verkregen werden.

TABEL

Gemeten nagalmtijden in ms in een met water gevuld vat					
12,0	11,6	11,2	11,0	11,7	11,5
11,8	10,8	12,2	11,6	12,0	10,2
11,4	12,3	12,9	11,7	11,8	11,6
11,8	10,7	11,0	11,3	11,9	11,6
11,2	11,3	11,4	10,8	11,2	10,8
Gemiddelde waarde 11,5.			Gemiddelde fout in de meting 0,5.		

Experimenteel is gebleken, dat de aldus verkregen waarden volgens een gausskromme rondom een gemiddelde waarde gegroepeerd liggen. Voor het in de tabel aangegeven geval is de gemiddelde fout  $\sim 5\%$ . Om de onnauwkeurigheid, door de fluctuaties ontstaan, binnen 1% te houden, moeten dus  $\sim 25$  waarnemingen verricht worden.

Wanneer de metingen voldoende dikwijls herhaald worden om deze fluctuatie-invloeden te verminderen, kan de nauwkeurigheid van de nagalmtijdmeting op 1-2% gesteld worden van 4 ms tot de hoogste bij de metingen opgetreden nagalmtijden van ca. 30 ms.

Daarbeneden neemt de nauwkeurigheid geleidelijk af. Bij tijden kleiner dan 1 ms wordt ook het R-C filter, dat dient om de fluctuaties te onderdrukken, steeds minder werkzaam. Dit moet immers steeds zodanig zijn, dat de tijdconstante ervan minstens 5 keer kleiner is dan de te meten nagalmtijd, in dit geval dus kleiner dan 0,2 ms. Als filter is het dan echter onwerkzaam. Tot nu toe is aan de meting van zulke korte nagalmtijden weinig behoefte gevoeld. Mocht dit nodig blijken, dan zal het onvermijdelijk zijn een elektronische schakeling geheel zonder relais te ontwerpen, wat inderdaad zeer goed uitvoerbaar is. Bovendien zal dan ter vermindering van de fluctuaties met aanzienlijk bredere frequentiebanden dan 15 kHz, bijv. 40 kHz, gewerkt moeten worden. Weliswaar wordt hierdoor de meetfrequentie min of meer onbepaald, doch daar de korte nagalmtijden in het algemeen bij de hoge frequenties optreden, is dit niet zo ernstig. Bij 4 MHz betekent een bandbreedte van 40 kHz slechts 1% van de meetfrequentie.

### **I.9 Dubbele nagalm**

Een vanzelf sprekende voorwaarde voor zinvolle metingen is, dat er inderdaad een gedefinieerde nagalmtijd bestaat. De eis daarvoor is, dat de geluidsenergie in het meetvat gedurende het nagalmverschijnsel volgens een enkelvoudige exponentiële wet afneemt. In werkelijkheid is de situatie niet altijd zo eenvoudig. Reeds is opgemerkt, dat het nagalmverschijnsel ontstaat door samenwerking van een groot aantal uittrillende eigentrillingen van het acoustische systeem, ieder met zijn eigen frequentie, maar ook met zijn eigen dempingsfactor. Indien er nu tussen de dempingsfactoren van de verschillende eigentrillingen grote verschillen bestaan, dan zullen de sterk gedempte het snelst uitsterven en de minder gedempte overblijven. In dat geval levert de meting geen eenduidig resultaat, maar een nagalmtijd, die ervan afhangt, of men snel na het begin van de nagalm meet of enige tijd daarna. Meestal is er dan nog een complicatie, nl. dat het resultaat ook afhangt van de plaats van microfoon en geluidsbron, omdat daardoor de sterk gedempte eigentrillingen t.o.v. de minder sterk gedempte bevoordeeld of benadeeld kunnen worden. Dergelijke verschijnselen zijn ook in de acoustica bekend als 'dubbele nagalm'.

De in dit proefschrift beschreven metingen zijn vrijwel alle uitgevoerd in cilindrische met vloeistof gevulde vaten. Hiermede werd van dit verschijnsel weinig last ondervonden, wat er op wijst, dat de eigentrillingen dan inderdaad ongeveer dezelf-

de demping ondervinden. Er zijn echter ook een aantal metingen verricht in halve bollen, met vloeistof gevuld, en dan was het verschijnsel zeer hinderlijk. Dit effect zal later nog ter sprake komen.

\* \* \* \*

## Hoofdstuk II

### METINGEN IN CYLINDRISCHE VATEN: DE REGELS VAN M E Y E R

#### II.1 Grondslagen

Een vlakke geluidsgolf, die zich in de  $x$  richting voortplant, wordt verzwakt volgens de formule  $I = I_0 \exp(-2\alpha x)$ , waarin  $I$  en  $I_0$  de intensiteit ter plaatste  $x$  en  $x = 0$  aangeven en  $\alpha$  de absorptiecoëfficiënt voorstelt. Indien wij  $I$  als functie van de tijd uitdrukken, wordt dit, als  $c$  de geluidssnelheid is,

$$I = I_0 \exp(-2\alpha ct), \quad (2.1)$$

Stelt men zich een volume vloeistof voor, geheel vrij hangend in de ruimte, dan zal hierin een nagalmverschijnsel kunnen optreden, dat uitsluitend door de absorptie van het geluid in de vloeistof beheerst wordt. De geluidsenergie zal dan uitsterven overeenkomstig eenzelfde wet als (2.1), dus als

$$E = E_0 \exp(-2\alpha ct) = E_0 \exp(-2t/T). \quad (2.2)$$

Dit betekent dus een nagalmverschijnsel met een dempingsfactor  $\delta = 1/T = \alpha c$ .

In III.10 zal op het bewijs van deze formule nog uitvoerig worden teruggekomen.

In een met vloeistof gevuld vat zijn echter nog een aantal andere oorzaken van geluidsabsorptie, die de nagalmtijd beïnvloeden. Er treden op:

- a. absorptie in de vloeistof,
- b. absorptie in de wanden van het vat,
- c. absorptie langs de wand van het vat door de tangentiële component van de vloeistofsnelheid en de daardoor veroorzaakte wrijvingsverliezen,
- d. geluidsuitstraling in de omringende lucht,
- e. verliezen door geluidsgleiding langs de ondersteuning van het vat en de monturen van zend- en ontvangkristal.

De nagalmtijd, zoals die in een vat van eindige afmetingen, dat met vloeistof gevuld is, gemeten wordt, hangt dan ook, behalve van de absorptie in de vloeistof, in sterke mate af van deze andere factoren en verandert dus ook met de afmetingen en de vorm van het vat, het wandmateriaal enz. In dit hoofdstuk wordt besproken, hoe het mogelijk is langs experimentele weg de



ze storende energieverliezen uit de meetresultaten te elimineren en de absorptie in de vloeistof te bepalen op een wijze, die door E. Meyer aangegeven is. Er is theoretisch en experimenteel nagegaan, in hoeverre de door hem opgestelde regels bij de hier gebruikte frequenties en dimensies der meetvaten geldig zijn.

## II.2 De methode van E. Meyer

De door E. Meyer<sup>11)</sup> aangegeven en toegepaste methode ter bepaling van de ultrasonische absorptie in vloeistoffen bestaat in het meten van de nagalmtijd in een aantal cilindrische vaten van verschillende afmetingen en bij een aantal vulhoogten van de vloeistof. De vaten moeten van hetzelfde materiaal vervaardigd en van gelijke wanddikte zijn. De eliminatie van de storende absorpties is dan mogelijk met behulp van de volgende regels.

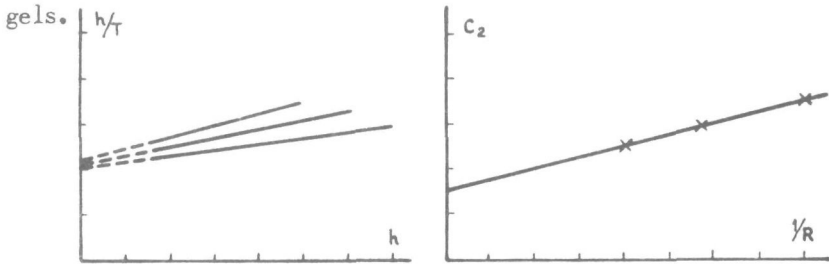


Fig. 2.1a en b

De regels van Meyer voor de nagalmtijd in cilindrische, met vloeistof gevulde vaten

a. Indien de nagalmtijd  $T$  in een vat gemeten wordt voor een aantal verschillende hoogten  $h$  van het vloeistofniveau, dan geldt hiervoor

$$h\delta' = h/T = C_1 + C_2h. \quad (2.3)$$

$h/T$  is dus een lineaire functie van  $h$  (zie fig. 2.1a).

b. Indien de onder a genoemde meting herhaald wordt in een aantal vaten van verschillende straal, worden een aantal verschillende constanten  $C_2$  gevonden, waarvoor geldt (fig. 2.1b)

$$C_2 = \delta + a/R, \quad (2.4)$$

waarin  $\delta$  = de dempingsconstante voor de vloeistof alleen,

$a$  = een constante,

$R$  = de straal van het cilindrische vat.

Door  $C_2$  te bepalen voor minstens twee vaten van verschillende straal is  $\delta$  na eliminatie van  $a$  uit (2.4) af te leiden. Hiermede is ook  $\alpha$ , de absorptiecoëfficiënt voor het geluid in de vloeistof, bekend uit de relatie  $\delta = \alpha c$ .

### II.3 Theoretische beschouwingen

Het mechanisme van de geluidsvoortplanting en absorptie in de vloeistof en de wand van het nagalmvat is zeer gecompliceerd. Meyer is dan ook tot de opstelling van (2.3) en (2.4) gekomen door het opmaken van de balans voor de acoustische energie van het gehele systeem. Wij zullen deze methode hier in uitgebreide zin toepassen, waarbij dan tevens blijkt, welke onderstellingen hierbij gemaakt moeten worden en aan welke voorwaarden voldaan moet zijn. Volledigheidshalve zij opgemerkt, dat indien er in dit hoofdstuk sprake is van energie en energieverlies, bedoeld wordt, acoustische energie. Strikt genomen gaat er, behalve door straling, geen energie van het systeem verloren, slechts wordt acoustische energie in warmte omgezet.

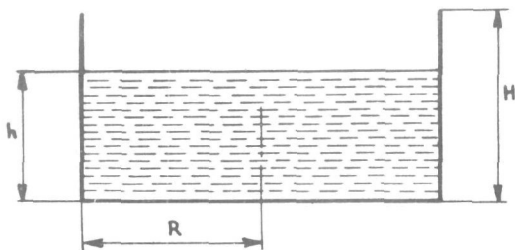


Fig. 2.2

Het nagalmvat

De vloeistof in het vat van fig. 2.2 wordt door het zendkristal met geluidsenergie gevuld. Na het stoppen van de bron sterft het geluid uit, wat met het microfoonkristal waargenomen wordt. Er kan ondersteld worden, dat de geluidsenergie homogeen over het volume van het vat verdeeld is en dit ook blijft tijdens het nagalmverschijnsel. De redenen hiervoor zijn:

- de grote afmetingen van het vat (10 - 20 cm) vergeleken bij de golflengte van het geluid ( $\sim 1$  mm).
- de frequentiemodulatie van de bron over een breedte van 15 kHz.

Deze beide factoren maken, dat het aantal eigentrillingen van het acoustisch systeem, dat aangestoten wordt, buitengewoon groot is, zodat een gelijkmatige verdeling van de energie ontstaat (zie verder hoofdstuk III).

De gelijkmatige energieverdeling zou tijdens de nagalm verstoord kunnen worden, indien de energieverliezen in of nabij de wand zeer groot zouden zijn. Bij onze metingen waren de nagalm-tijden echter steeds zo lang, dat energieverliezen aan de wand

gemakkelijk door transport uit de vloeistof aangevuld konden worden.

De energie per volume-eenheid van de vloeistof zal  $E^*$  genoemd worden. Indien het vloeistofvolume vrij in de ruimte hing, zou de nagalm verlopen volgens (2.2), dus als

$$E_t = E_0 \exp(-2\delta t), \quad (2.5)$$

$$\frac{dE_t}{dt} = -2\delta E_t$$

Eenvoudigheidshalve zullen wij  $-dE_t/dt$ , het energieverlies per s, vervangen door  $\Delta E$ , zodat

$$\Delta E = 2\delta E. \quad (2.6)$$

Deze vergelijking geldt zowel voor de energie per volume-eenheid  $E^*$ , als voor de totale energie in het vat  $E$ , waarbij  $E = E^*V$ .

In werkelijkheid is de energie samengesteld uit de energie in de vloeistof + de energie in de wand van het vat, terwijl de energieverliezen afhangen van de reeks factoren, die in II.1 genoemd zijn. Eigenlijk zijn de vloeistof en het vat twee acoustische systemen, die gekoppeld zijn. Elk van deze systemen voor zich heeft een nagalmtijd. De koppeling van beide systemen is echter zeer sterk, waardoor het samengestelde systeem slechts met één nagalmtijd uittrilt. Dit betekent, dat de energie in de wand van het vat steeds evenredig is en blijft met de energie in de vloeistof; immers beide nemen af volgens eenzelfde tijdsfunctie. Waar voor een vrijhangende vloeistofmassa (2.6) geldt, zullen wij nu een analoge vergelijking verwachten

$$\Delta E_{\text{tot}} = 2\delta' E_{\text{tot}}, \quad (2.7)$$

waarin  $E_{\text{tot}}$  = de som van de energie in vloeistof en wand,

$\Delta E_{\text{tot}}$  = de vermindering van  $E_{\text{tot}}$  per s tijdens de nagalm,

$\delta'$  = de dempingsfactor van het systeem vloeistof-wand.

Het is duidelijk, dat het energieverbruik niet gelijkmatig over het systeem verdeeld is. Dit zal voor het grootste gedeelte gelocaliseerd zijn in of nabij de wand. Toch blijft de energie in de wand steeds evenredig met die in de vloeistof. Dit betekent dus, dat er een doorlopend energietransport van de vloeistof naar de wand plaatsvindt. In de energiebalans, waarvan (2.7) de uitdrukking is, komt dit transport echter niet voor, omdat deze energie voor het systeem in zijn geheel niet verloren gaat.

## II.4 Energie en energieverbruik in het systeem

Wij gaan nu over tot de discussie van (2.7);

$$\Delta E_{\text{tot}} = 2\delta' E_{\text{tot}}.$$

$E_{\text{tot}}$  bestaat uit twee delen, de energie in de vloeistof  $E$  + de energie in de wand  $E_w$ . Deze laatste term is evenredig met  $E$ , zoals in II.3 uiteen is gezet.

Het is doelmatig  $\Delta E_{\text{tot}}$  in 5 termen te splitsen:

$\Delta_1 E$ , de volume-absorptie in de vloeistof,

$\Delta_2 E$ , de oppervlakte-absorptie in en langs de zijwand, voor zover deze met vloeistof bedekt is,

$\Delta_3 E$ , de oppervlakte-absorptie in en langs de bodem en aan het vloeistofoppervlak,

$\Delta_4 E$ , de oppervlakte-absorptie in de zijwand, voor zover deze niet met vloeistof bedekt is,

$\Delta_5 E$ , de verliezen door geleiding langs zendkristal, microfoon en bevestiging.

Ieder van deze bijdragen is samengesteld uit één of meer van de factoren, die in II.1 genoemd zijn. Zo is bijv.  $\Delta_2 E$  opgebouwd uit de verliezen in de wand, de straling in de omringende lucht door de wand + de verliezen door de wrijving langs de wand van het vat. Alle termen zijn evenredig met  $E^*$ .

$\Delta_1 E$ . Deze bijdrage is overeenkomstig (2.6),

$$\Delta_1 E = 2\delta E^* \pi R^2 h.$$

$\Delta_2 E$ . De zijwand is uniform van dikte en daar het vat homogeen met geluid gevuld is, zijn de omstandigheden langs de zijwand, waar deze met vloeistof bedekt is, overal dezelfde. De energieverliezen zijn per oppervlakte-eenheid langs dit gehele gedeelte van de wand gelijk, zodat

$$\Delta_2 E = 2mE^* 2\pi R h.$$

$m$  is een maat voor de verliezen per s per oppervlakte-eenheid in en langs de zijwand, voorzover deze met vloeistof bedekt is. Deze  $m$  hangt af van de frequentie, de aard en de dikte van het wandmateriaal, doch op grond van onze onderstellingen niet van  $H$ ,  $h$  of  $R$ .

$\Delta_3 E$ . Hiervoor kunnen wij, analoog aan de uitdrukking voor  $\Delta E$ , schrijven

$$\Delta_3 E = 2nE^* \pi R^2.$$

$n$  is een maat voor de verliezen per s per oppervlakte-eenheid van de bodem + de verliezen per oppervlakte-eenheid van het vloeistofoppervlak per s door straling in de lucht.

$\Delta_4 E$ . Hiervoor geldt

$$\Delta_4 E = 2rE^* 2\pi R(H-h).$$

In het gedeelte van de wand, dat boven de vloeistof uitsteekt, is de energie per oppervlakte-eenheid overal gelijk, om dezelfde reden als waarom deze in de vloeistof homogeen verdeeld is (frequentiemodulatie, golflengte  $\ll$  afmetingen) en omdat de demping zo gering is, dat de afstand  $h \rightarrow H$  praktisch onverzwakt afgelegd wordt.

$r$  is eveneens onafhankelijk van  $H$ ,  $h$  en  $R$ .

$\Delta_E E$ . Hiervoor kan geschreven worden

$$\Delta_E E = 2 q E^*$$

Deze  $q$  hangt af van de wijze, waarop zend- en ontvangkristal bevestigd zijn, de aard van de ondersteuning, de frequentie enz., maar niet van  $H$ ,  $h$  of  $R$ .

Voor alle bijdragen tezamen vinden wij nu

$$\Delta E_{\text{tot}} = E^* \pi R^2 \{ (2\delta + 2A)h + 2B \}, \quad (2.8)$$

met 
$$2B = 2n + \frac{2q}{\pi R^2} + 2r \frac{2H}{R}, \quad (2.9)$$

$$2A = 2(m - r) \frac{2}{R} = 2 \frac{a}{R}. \quad (2.10)$$

Dus 
$$2\delta' = \frac{\Delta E_{\text{tot}}}{E_{\text{tot}}} = \frac{E^* \pi R^2 \{ (2\delta + 2A)h + 2B \}}{E^* \pi R^2 h + E_w}. \quad (2.11)$$

Nu blijkt experimenteel (zie II.8), dat de term  $E_w$  in de noemer, uitgezonderd voor zeer kleine waarden van  $h$ , te verwaarlozen is. (2.11) wordt dan

$$\delta' h = (\delta + A)h + B = C_2 h + C_1. \quad (2.12)$$

Deze vergelijking is dezelfde als (2.3), waaruit tevens blijkt

$$\begin{aligned} C_1 &= B \\ C_2 &= \delta + A = \delta + a/R. \end{aligned} \quad (2.13)$$

Bij de hier gevolgde afleiding van de formules van Meyer zijn een aantal onderstellingen gemaakt, die weliswaar plausibel zijn, doch niet gemakkelijk exact bewezen kunnen worden. Hierom is een experimentele controle van de vergelijkingen noodzakelijk. Indien de geldigheid der vergelijkingen langs experimentele weg bewezen kan worden, levert dit de argumenten voor de juistheid der gemaakte onderstellingen.

## II.5 Experimentele controle

Ter controle van de hier besproken wetmatigheden zijn een aantal nagalmmetingen verricht in cilindrische vaten, gevuld met ontlucht gedestilleerd water. De aluminium pannen, zoals

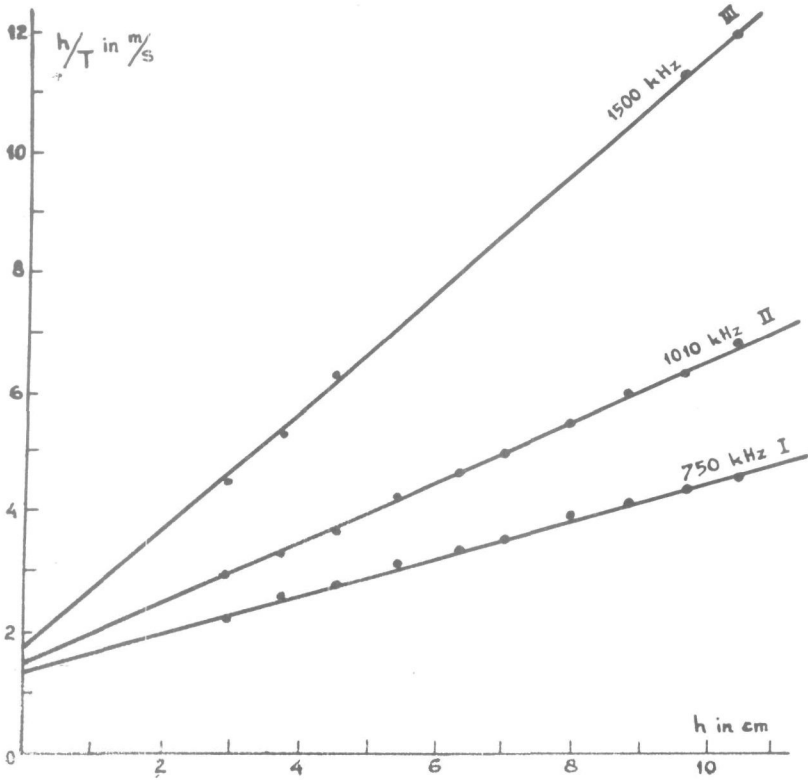


Fig. 2.3

Nagalmetingen in een cilindrisch aluminium vat (middellijn 27,4 cm, wanddikte 2 mm) gevuld met ontlucht gedestilleerd water van 20°C bij drie frequenties, I : 750 kHz, II : 1010 kHz, III : 1500 kHz.

vol. cc	h cm	T ms			h/T m/s		
		I	II	III	I	II	III
6190	10,5	23,2	15,2	8,75	4,55	6,9	12,0
5690	9,65	22,2	15,2	8,6	4,35	6,35	11,2
5190	8,8	21,3	14,7		4,15	6,0	
4690	8,0	20,5	14,6		3,9	5,5	
4190	7,1	19,9	13,9		3,55	5,1	
3690	6,3	19,2	13,6		3,3	4,65	
3190	5,4	17,8	12,8		3,05	4,25	
2690	4,6	16,6	12,2	7,3	2,75	3,75	6,3
2190	3,7	14,4	11,4	6,9	2,55	3,25	5,35
1690	2,85	13,0	10,0	6,5	2,2	2,85	4,4

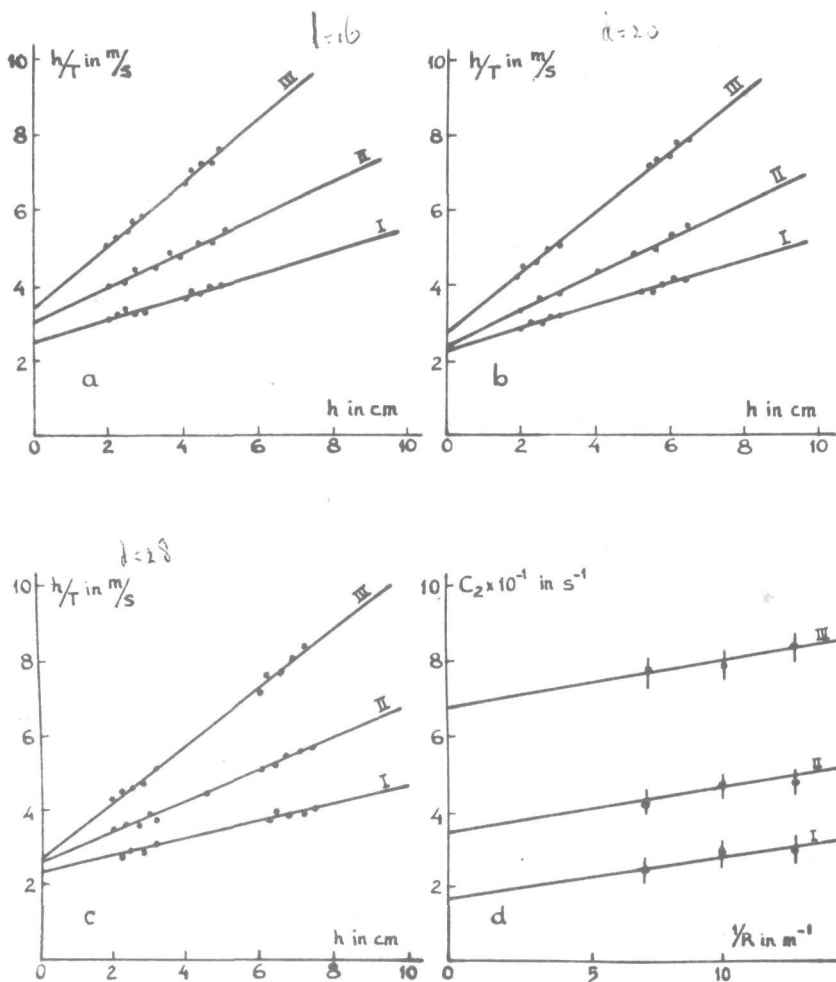


Fig. 2.4a, b, c

Nagalmmetingen in cilindrische aluminiumvaten, gevuld met ontlucht gedestilleerd water van  $25^{\circ} C$ . Diameter resp. 16, 20 en 28 cm.  
 I = 735 kHz, II = 1010 kHz, III = 1475 kHz.

Fig. 2.4d

De helling  $C_2$  uit a, b, c als functie van  $1/R$  der vaten.

die in de huishouding gebruikt worden, bleken voor dit doel zeer geschikt te zijn. Deze zijn nl. uit één stuk geperst, mooi cilindrisch van vorm en uniform van wanddikte. Van aluminium is verder bekend, dat het bij de hier gebruikte frequenties een zeer geringe inwendige demping vertoont <sup>12)</sup>, zodat het een geschikt materiaal voor de nagalmvaten is. Het gedeelte van de pan, waaraan de handvatten bevestigd zijn, werd afgezaagd, eventueel ook het gedeelte met de ril voor de versteviging van de pannen, zodat een zuiver cilindrisch gedeelte overbleef. Er was een serie pannen beschikbaar met een wanddikte van 1 mm en een diameter variërend van 16 tot 28 cm, alsmede enige losse exemplaren van een wanddikte nabij 2 mm.

In fig. 2.3 met bijbehorende tabel is uitvoerig het resultaat weergegeven van een meting in een vat van 28 cm diameter, wanddikte 2 mm, met een vulling van ontlucht gedestilleerd water van 20° C. De metingen zijn uitgevoerd bij drie frequenties en voor een groot aantal hoogten van het vloeistofniveau, echter niet beneden 3 cm.

Uit de figuren blijkt, dat de eerste regel van Meyer, de lineariteit van  $h/T$  als functie van  $h$ , binnen de nauwkeurigheid der metingen (enkele %) geldig is. (Voor resultaten bij kleine vulhoogten zie II.8).

De metingen van fig. 2.3 zijn uitgevoerd bij een groot aantal hoogten van het vloeistofniveau en de resultaten zijn uitvoerig weergegeven. Zij dienen, behalve als een controle van de eerste regel van Meyer, ook als voorbeeld van metingen met de in het vorige hoofdstuk beschreven opstelling. Bij de vele metingen, die uitgevoerd werden met cilindrische vaten van allerlei afmetingen en van verschillende materialen, bleek deze regel steeds geldig te zijn (voor niet te kleine vulhoogten).

## II.6 De tweede regel van Meyer

Voor de controle hiervan was de serie aluminium vaten met een wanddikte van 1 mm geschikt. De metingen werden uitgevoerd met een vulling van ontlucht gedestilleerd water van 25° C bij drie frequenties en leverden voor ieder van de drie vaten een stel lijnen als in fig. 2.3. In fig. 2.4 zijn de resultaten weergegeven.

De helling van deze lijnen,  $C_2$  uit (2.3), is uitgezet in de grafiek 2.4d, als functie van  $1/R$ , het omgekeerde van de straal der pannen. In overeenstemming met (2.4) zien wij inderdaad een lineair verband tussen  $C_2$  en  $1/R$  en hiermede is het tweede gedeelte van de regel van Meyer bevestigd. Van de dikkere



vaten was geen serie van identiek materiaal en verschillende diameter aanwezig, zodat daarmee geen controle uitgevoerd kon worden.

## II.7 De bepaling van $\delta$ en $\alpha$ voor water

Fig. 2.4d levert ons nu ook  $\delta$ , de dempingscoëfficiënt voor water alleen. Volgens (2.4) is immers:

$$C_2 = \delta + \alpha/R,$$

$\delta$  is dus te vinden als de waarde van  $C_2$  voor  $1/R \approx 0$ , m.a.w. de waarde van  $C_2$  in het snijpunt van de  $C_2$ -lijn en de ordinaatas. Wij vinden aldus uit de figuur voor de frequenties 735, 1010 en 1475 kHz voor water van 25° C respectievelijk de waarden

$$\delta = 17, 35 \text{ en } 70 \text{ s}^{-1}$$

Voor water is  $c = 1500 \text{ m/s}$ , dus voor  $\alpha$  vinden wij uit  $\delta = \alpha c$

$$\alpha = 1,1 \cdot 10^{-2}, 2,3 \cdot 10^{-2} \text{ en } 4,7 \cdot 10^{-2} \text{ m}^{-1}.$$

Voor  $\alpha/f^2$  vinden wij

$$\alpha/f^2 \approx 21 \cdot 10^{-15} \text{ m}^{-1} \text{ s}^2$$

voor de drie frequenties. De gevonden waarde van  $\alpha/f^2$  is dus onafhankelijk van de frequentie.

Wat betreft de nauwkeurigheid van deze metingen, kan het volgende opgemerkt worden:

De eerste fase van de meting is de bepaling van  $C_2$ , de helling van de  $h/T$  lijn. In de eerste plaats is hiervoor natuurlijk van belang de nauwkeurigheid waarmee de nagalmtijd kan bepaald worden, maar verder wordt de nauwkeurigheid groter, naarmate over een groter interval van  $h$  gemeten kan worden, dus naarmate de vaten hoger zijn. De fout in  $C_2$  zal daarom voor de kleine vaten het grootst zijn.

De tweede fase is de bepaling van  $\delta$  door extrapolatie van de gevonden  $C_2$ waarden naar  $1/R = 0$  (zie fig. 2.4d). Uit deze figuur blijkt, dat de nauwkeurigheid van deze bepaling zal toenemen, naarmate over een groter interval van  $1/R$  waarden voor  $C_2$  bepaald kunnen worden. Hieraan zijn echter grenzen gesteld. Zeer grote vaten zijn ondoelmatig en zeer kleine leveren onnauwkeurige  $C_2$ waarden.

De totale nauwkeurigheid is niet dezelfde voor de verschillende frequenties. Dit blijkt ook uit figuur 2.4d. De waarde van  $\delta$  loopt sterk op met de frequentie (quadratisch), terwijl de correctieterm  $\alpha/R$  slechts weinig van de frequentie afhankelijk is. De aan te brengen correcties zijn daarom bij de lage frequenties relatief veel groter dan bij de hoge, zodat de procentuele nauwkeurigheid van de resulterende waarden voor  $\delta$  voor de hoge frequenties groter is.

Op grond van dergelijke overwegingen is de nauwkeurigheid van de gevonden waarden voor  $\delta$  voor de drie frequenties 735, 1010 en 1475 kHz geschat op respectievelijk 15, 10 en 5%.

Het resultaat van de metingen kan dus als volgt worden weergegeven:

*Absorptiecoëfficiënt voor water van 25° C*

freq. kHz	$\alpha$ m <sup>-1</sup>	$\alpha$ dB/m
735	0,011 ± 15%	0,09 ± 15%
1010	0,023 ± 10%	0,20 ± 10%
1475	0,047 ± 5%	0,40 ± 5%

De fout in de bepaling van de frequentie  $f$  kan ten opzichte van deze mogelijke fouten geheel verwaarloosd worden, zodat de nauwkeurigheid voor  $\alpha/f^2$  dezelfde is als die voor  $\alpha$ .

De correcties, die ten gevolge van het aanwezig zijn van de wand in totaal moeten worden aangebracht, alvorens de zuivere dempingsconstante  $\delta$  voor de vloeistof verkregen wordt, zijn vrij groot. Nemen wij als voorbeeld het vat van 28 cm diameter uit fig. 2.4c. Wij lezen uit de grafiek af, dat bij een waterhoogte van 10 cm  $h\delta'$  voor de drie frequenties respectievelijk gelijk is aan

4,7                      6,8      en                      10,4 m/s.

Dit betekent, dat  $\delta'$  respectievelijk gelijk is aan

47                      68                      104 s<sup>-1</sup>.

De dempingscoëfficiënt  $\delta$ , voor water alleen, zoals wij die ten slotte bepaald hebben, was

17                      35                      70 s<sup>-1</sup>.

De correcties, die voor de andere absorptie-oorzaken tezamen afgetrokken zijn, waren dus

30                      33                      34 s<sup>-1</sup>.

Bij 735 kHz is de totale correctie groter dan de te bepalen  $\delta$  en bij 1475 kHz ongeveer de helft ervan.

Hieraan ziet men de beperking van de methode. Voor nog lagere frequenties wordt de verhouding van de aan te brengen correcties ten opzichte van de te meten demping snel ongunstiger. Weliswaar is deze verhouding te verbeteren door vaten met grotere  $R$  en  $H$  te gebruiken, doch globaal kan men zeggen, dat de correcties omgekeerd evenredig met  $R$  en  $H$  zijn, terwijl het volume van de vaten met de derde macht van de afmetingen toeneemt, zodat men, om een merkbare verbetering te verkrijgen, met onhandelbaar grote vloeistofhoeveelheden zou moeten werken.

Door E. Meyer<sup>11)</sup> zijn metingen verricht volgens deze methode met water bij 100 kHz. Uit de opgegeven resultaten

blijkt, dat de correcties daar inderdaad vele malen groter zijn dan de vloeistofdemping, zodat de nauwkeurigheid niet groot kan zijn. Dit was echter ook niet het hoofddoel van het door hem beschreven onderzoek. Het ging daar om relatieve metingen ter vergelijking van verschillende monsters zeewater en in dat geval vallen de bezwaren natuurlijk voor een groot gedeelte weg.

Dit alles neemt niet weg, dat volgens deze methode dempingen kunnen gemeten worden, die veel kleiner zijn dan die, welke nog met de directe methode bepaald kunnen worden, d.w.z. door meting van de demping in een lopende geluidsgolf. In de literatuur zijn dan ook slechts betrouwbare bepalingen van de demping van geluid in water te vinden voor frequenties, die aanzienlijk hoger zijn dan de hier gebruikte frequentie van ca. 1 MHz, nl. 5 MHz en hoger, waarbij dempingen van minimaal enige dB per m optreden. In de hier besproken proeven kon de demping van water bij 750 kHz (ca. 0,1 dB per m) nog met redelijke nauwkeurigheid bepaald worden.

De gevonden waarde voor  $\alpha/f^2$  komt goed overeen met de resultaten van diverse waarnemers voor frequenties boven 5 MHz<sup>5)</sup>.

De moeilijkheden, die optreden wanneer men op de gebruikelijke wijze de demping van water voor geluid wil meten, worden duidelijk gedemonstreerd in een artikel van L. L a b a w en A. W i l l i a m s<sup>13)</sup>, waar een meting bij 1 MHz beschreven wordt. Er is een bak van vele meters lengte gebruikt, doch de nauwkeurigheid is zeer gering.

De hier gevolgde en beschreven methode van meten heeft dus voor het meten van kleine absorptiecoëfficiënten zijn voordelen en maakt metingen mogelijk, waar de directe methode dit niet toelaat. Waarschijnlijk heeft het niet veel zin, de methode voor grote dempingen toe te passen. De nagalmtijden worden dan zeer kort en de directe methode is eenvoudiger. De methode is zonder twijfel tamelijk omslachtig. De bepaling van de  $h/T$ -lijnen moet zorgvuldig geschieden uit een groot aantal meetpunten om de helling nauwkeurig te kunnen vinden. De ervaring leert, dat de beste resultaten verkregen worden, als telkens een lijn voor één frequentie bepaald wordt, zodat tijdens deze meting voor alle vulhoogten de instelling van generator, ontvanger enz. ongewijzigd kan blijven. Dan moet echter voor de bepaling van iedere lijn een nieuwe vulling gebruikt worden.

In de volgende hoofdstukken zal op mogelijkheden gewezen worden de methode aanzienlijk te vereenvoudigen, vooral voor vergelijkende metingen.

## II.8 Metingen voor kleine vulhoogte

Bij het bewijs van de regel van Meyer in II.4 hebben wij in (2.11)  $E_w$ , de energie in de wand, moeten verwaarlozen. Dit is natuurlijk een benadering en hierdoor kan een fout ontstaan, die ernstiger is, naarmate de begeleidende term, de energie in de vloeistof, kleiner wordt, dus voor kleine waarden van  $h$ .

Wij kunnen deze afwijking vrij eenvoudig corrigeren in de formule, indien wij onderstellen, dat de energie per oppervlakte-eenheid in de wand even groot is voor het gedeelte, dat met vloeistof bedekt is als voor het gedeelte, dat boven de vloeistof uitsteekt. In dat geval wordt nl. de totale wandenergie  $E_w$  gelijk aan  $s \cdot E^*$ , dus evenredig met  $E^*$  alleen en onafhankelijk van  $h$ . De totale energie wordt dan

$$E = E^* \pi R^2 h + E^* s = E^* \pi R^2 h \left( 1 + \frac{s}{\pi R^2 h} \right) = E^* \pi R^2 h \left( 1 + \frac{s'}{h} \right) \quad (2.14)$$

In fig. 2.5a is een gemeten  $h/T$  lijn voor kleine vulhoogten weergegeven. De afwijking van de lineariteit is zichtbaar, echter ook de mogelijkheid door vermenigvuldiging met  $(1 + \frac{s'}{h})$  deze op te heffen, waarbij  $s'$  blijkt  $12 \cdot 10^{-4}$  genomen te moeten worden. Dit betekent dat bij  $h = 1 \text{ cm} = 0,01 \text{ m}$  een correctie van 12% moet aangebracht worden. Voor  $h = 2 \text{ cm}$  wordt dit 6% en zo evenredig minder.

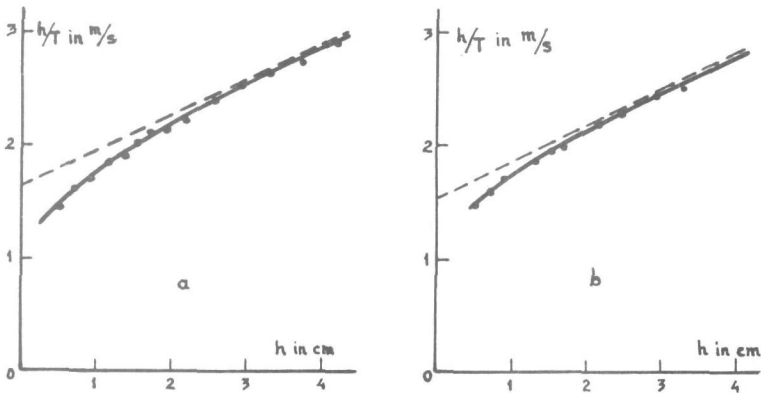


Fig. 2.5

Nagalmmetingen in een aluminium vat van 28 cm diameter met gedestilleerd water van  $20^\circ \text{C}$  bij een frequentie van 750 kHz, bij kleine vulhoogten

a.  $H = 12 \text{ cm}$   
 $s' = 12 \cdot 10^{-4}$

b.  $H = 4 \text{ cm}$   
 $s' = 6 \cdot 10^{-4}$

Ter verdere verificatie van dit verschijnsel is daarna de zijwand van het vat verlaagd door er een strook van 8 cm af te zagen en de meting herhaald. Fig. 2.5b geeft daarvan het resultaat. De  $s'$  is nu ongeveer gehalveerd. Dit is in overeenstemming met het feit, dat de totale massa van de wand en bodem door dit wegzagen ongeveer gehalveerd is. Dit is tevens een (zij het niet zeer nauwkeurige) bevestiging van onze onderstelling dat de energie in de wand per oppervlakte-eenheid in het met vloeistof bedekte deel van de wand gelijk is aan het daarboven uitstekende deel.

De aldus gecorrigeerde lijn is eigenlijk die, welke wij moeten gebruiken voor de bepalingen van  $\delta$ , omdat die de ware  $C_1 + C_2 h$  aangeeft. Gelukkig echter is de afwijking met de lijn, die ontstaat door de meetpunten boven 3 cm door een rechte te verbinden, zo gering, dat deze verwaarloosd kan worden. De lijn komt iets hoger te liggen ( $C_1$  wordt iets groter), doch de helling  $C_2$  verandert zeer weinig, doordat de afwijking in % afneemt voor groter wordende hoogte.

## II.9 Invloed van de temperatuur

De gemeten nagalmtijden hangen in vrij sterke mate van de temperatuur af. Dit moge blijken uit fig. 2.6, waar metingen in gedestilleerd water bij twee temperaturen,  $20^{\circ}$  C en  $30^{\circ}$  C, zijn aangegeven. Het blijkt, dat bij stijging van temperatuur zowel  $C_1$  als  $C_2$  afnemen. De demping van de vloeistof en de correcties zijn beiden afhankelijk van de temperatuur. Een en ander wordt in hoofdstuk V nog quantitatief nagegaan. Uit het gegeven voorbeeld is nu reeds duidelijk, dat het noodzakelijk is bij de metingen de temperatuur in het vat constant te houden, bijv. op  $\pm 1^{\circ}$  C.

## II.10 Invloed van het wandmateriaal

Zoals reeds werd opgemerkt, zijn de verliezen in het wandmateriaal bij aluminium zeer gering, dit in tegenstelling met de meeste andere materialen. In fig. 2.7 is het resultaat weergegeven van een meting in een Pyrex bekerglas met water van  $20^{\circ}$  C en daarnaast de resultaten, die verwacht kunnen worden voor een aluminiumvat van dezelfde diameter (12,6 cm), gevonden door extrapolatie van de resultaten in fig. 2.4. De helling van de  $h/T$ -lijnen  $C_2$  is niet sterk verschillend voor beide figuren, doch  $C_1$  is voor het glazen vat aanzienlijk groter.

In (2.13), (2.9) en (2.10) zagen wij, van welke factoren  $C_1$  en  $C_2$  afhankelijk zijn. Wij vonden:

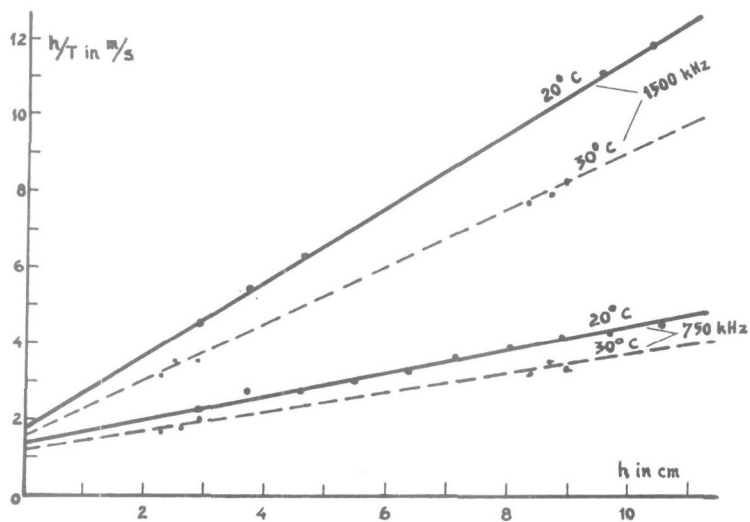


Fig. 2.6

Metingen met gedestilleerd water in een aluminium vat van 28 cm diameter bij twee frequenties en twee temperaturen. — 20° C - - - - - 30° C

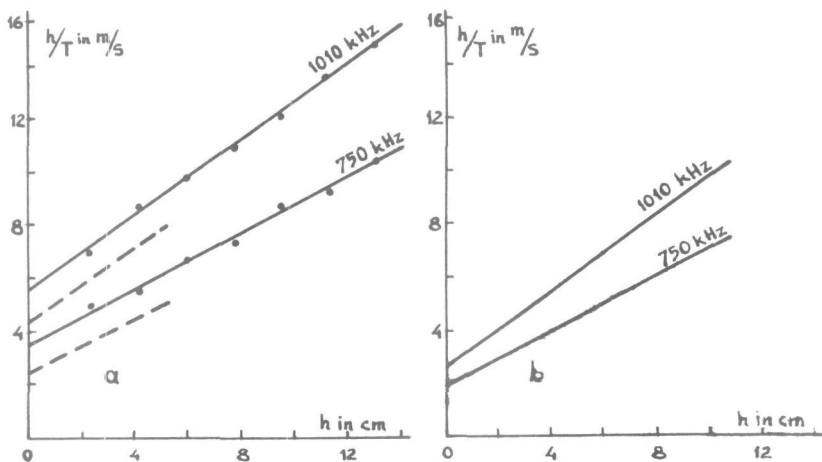


Fig. 2.7

a. Nagalvat Pyrexglas R = 6,3 cm b. aluminium R = 6,3 cm  
 - - - - - na afsnijden gedeelte zijwand

$$C_1 = n + q/\pi R^2 + 2rH/R. \quad (2.16)$$

Bij vergelijking van materialen met verschillende inwendige mechanische verliezen kunnen wij verwachten, dat de term  $n$ , die voor de verliezen per  $s$  per oppervlakte-eenheid in en langs de bodem een maat is, zal veranderen en eveneens de term  $2rH/R$ , waarin  $r$  met de verliezen per  $s$  per  $m^2$  in het boven de vloeistof uitstekende deel van de wand samenhangt. Voor materialen met grote mechanische demping zal dus  $C_1$  groter worden. Blijkbaar is dit voor glas ten opzichte van aluminium het geval.

Ter bevestiging is de meting in het Pyrex-bekerglas herhaald, nadat de zijwand tot een hoogte van 6 cm van de bodem was afgesneden. De term  $2rH/R$  vermindert nu door de verkleining van  $H$ . In de meting is dit duidelijk merkbaar door een afneming van  $C_1$  (zie fig. 2.7a). Zoals reeds besproken is bij fig. 2.5, heeft het afsnijden van een deel van de zijwand bij een aluminiumvat praktisch geen vermindering van  $C_1$  tengevolge.

Voor  $C_2$  vonden wij in (2.10) en (2.13):

$$C_2 = \delta + 2(m - r)/R. \quad (2.17)$$

Bij vergelijking van verschillende materialen veranderen nu  $m$  en  $r$  beide.  $m$  is een maat voor de verliezen per  $s$  per  $m^2$  in en langs de zijwand, zover deze met vloeistof bedekt is. Indien, zoals ondersteld werd, de amplitude van het deel van de wand, dat in aanraking is met de vloeistof en van het deel, dat er boven uitsteekt, ongeveer dezelfde zijn, zullen  $m$  en  $r$  bij verandering van wandmateriaal ongeveer met eenzelfde bedrag veranderen en zal  $(m - r)$  ten naaste bij constant blijven.  $C_2$  zal dus slechts weinig van het wandmateriaal afhangen, hetgeen inderdaad uit fig. 2.7 bij de vergelijking van aluminium en glas blijkt.

## II.11 Experimentele details

Een punt van overweging vormt nog de verliespost door de geleidsgeleiding langs de ondersteuning van de aluminiumvaten en de beide kristallen. Deze invloeden zijn tezamen in de vergelijkingen in rekening gebracht door de factor  $q$ . De kristallen worden steeds op ongeveer dezelfde wijze opgesteld en met een druppel petroleum in acoustisch contact met de vaten gebracht. De pannen zelf zijn ook steeds op dezelfde wijze op een stalen latwerk opgesteld. Wij mogen dus verwachten, dat voor de serie van drie pannen met dezelfde wanddikte, waarmee de in fig. 2.4 aangegeven metingen verricht werden,  $q$  gelijk zal zijn. De bijdrage van deze invloed in  $C_1$  is  $q/\pi R^2$ , en dus voor de kleine vaten het grootst. Dit blijkt ook uit de ligging van de lij-

nen in fig. 2.4. Hierbij neemt  $C_1$  langzaam toe met afnemende diameter van de pannen. Er werd gevonden, dat petroleum voordeelen biedt ten opzichte van een dikke olie als bijv. transformatorolie. Bij deze laatste is de term  $q/\pi R^2$  iets groter.

De wijze van opstelling van de vaten op de ondersteuning bleek geen merkbare invloed op de gemeten nagalmtijden te hebben, zodat wel aangenomen mag worden, dat hierlangs geen energieverliezen optreden. Dit is in overeenstemming met het bijv. uit de praktijk van het ultra-acoustisch materiaalonderzoek bekende feit, dat bij ontbreken van een vloeistofkoppeling ultra-acoustische energie practisch niet van het ene vaste lichaam op het andere overgedragen wordt.

Aanvankelijk werden bij de metingen moeilijkheden ondervonden, doordat de resultaten dikwijls niet reproduceerbaar waren. Tweeërlei invloeden waren hierbij in het spel:

a. *De toestand van de wand van de vaten.* De aluminium pannen, zoals die voor huishoudelijk gebruik in de handel gebracht worden, zijn geschuurd en voldoende glad om zonder verdere bewerkingen voor de nagalmmetingen gebruikt te worden. Echter kan zich op het aluminium een aanslag vormen, die blijkbaar een extra-absorptie veroorzaakt met als gevolg foutieve metingen, die bovendien bij herhaling steeds anders uitvallen. De remedie hiertegen bestond in het met een lap met water en alcohol wrijven van wand en bodem van de pan, waarna de metingen reproduceerbaar waren. Wanneer in de pannen water gekookt wordt, ontstaat een gekleurde aanslag op het materiaal, die echter voor de metingen niet hinderlijk hoeft te zijn. Om dit verschijnsel te vermijden, zijn ook pannen gebruikt, die aan de binnenzijde 'geanodiseerd' waren, d.w.z. electrolytisch met een dun en hard oxydelaagje bedekt, dat chemisch resistent is. De pannen zijn hierdoor ook beter tegen krassen beschermd. De meetresultaten zijn vrijwel dezelfde als die met onbehandeld aluminium, echter liggen de  $h/T$  lijnen iets hoger, doordat in het wandmateriaal de absorptie iets toeneemt. De metingen uit de fig. 2.4. zijn met aldus behandelde pannen uitgevoerd.

b. *De invloed van de in de vloeistof aanwezige lucht.* Wanneer voor de metingen met lucht verzadigd water gebruikt wordt, worden eveneens geen reproduceerbare resultaten verkregen. Blijkbaar blijft bij de vulling van het vat met vloeistof een luchtlaagje op de wand achter, dat een aanzienlijke extra-absorptie veroorzaakt, die ook weer van toevallige omstandigheden afhangt. Indien bij de meting luchtvrij of onderverzadigd water gebruikt



wordt, verdwijnen deze moeilijkheden. Vermoedelijk lost het luchtlaagje dan in de vloeistof op. Men kan de lucht geheel uit de vloeistof verdrijven door koken, doch het is reeds voldoende de vloeistof enige uren in een geëvacueerd vat te bewaren. Opgeloste lucht heeft geen merkbare invloed op de geluidsabsorptie.

## II.12 Nagalmmetingen in een leeg vat

Er zij hier nog opgemerkt, dat het ook mogelijk is op dezelfde wijze als beschreven is voor vaten met vloeistof, nagalmmetingen uit te voeren met een lege pan of in het algemeen met een plaat of voorwerp van een vaste stof, bijv. aluminium of glas.

Deze metingen geven een bevestiging van het feit, dat de absorptie in aluminium inderdaad zeer gering is in vergelijking met bijv. glas. Zo werden de volgende nagalmtijden gemeten aan een ledige aluminiumpan en een ledig Pyrex-bekerglas

kHz	750	1010	1500	
aluminium	12	8	5,5	ms
Pyrex	1,5	1	1	ms

Toch kunnen deze resultaten alleen als kwalitatieve aanwijzingen beschouwd worden. Er is nl. een ernstige moeilijkheid bij deze metingen, doordat hier in tegenstelling tot de met vloeistof gevulde vaten het reeds genoemde verschijnsel van de 'dubbele nagalm' zeer hinderlijk is. De amplitude van de geluidsdruk neemt niet volgens een enkelvoudige exponentiele wet af, doch de gemeten tijdconstante wordt groter, naarmate men langer na het begin van het nagalmverschijnsel met de meting aanvangt. Blijkbaar treden er in een plaat eigentrillingen op met verschillende demping. In hoofdstuk IV wordt dit probleem nader besproken. Er blijken inderdaad trillingen van verschillend karakter te kunnen optreden, waarvoor in het algemeen verschillende dempingsfactoren verwacht moeten worden. Bij de hier gevolgde methode van aanstoten der trillingen zullen beide trillingswijzen optreden en dus geen enkelvoudig verlopend nagalmverschijnsel opleveren.

## II.13 Andere formulering van de regels van M e y e r

De methode van M e y e r ter eliminatie der wandeffecten bestaat in het extrapoleren der meetresultaten tot die, welke voor vaten van oneindig grote afmetingen verkregen zouden worden, waar de wandeffecten nul zijn. Er is een formulering van de regels van M e y e r mogelijk, waaruit dit duidelijk

blijkt. Dr Ir C. W. K o s t e n heeft hierop mijn aandacht gevestigd. Delen we (2.3) door  $h$ , dan komt er

$$\delta' = C_1/h + C_2. \quad (2.18)$$

Indien we dus  $\delta'$  uitzetten als functie van  $1/h$ , ontstaat een rechte, waaruit  $C_2$  gevonden wordt door  $1/h = 0$  te stellen (fig. 2.8a). Wij vinden  $\delta$  op dezelfde wijze als in II.2 uit fig. 2.8b. Op deze wijze zien wij duidelijk dat wij tot de bepaling van  $\delta$  komen door achtereenvolgens  $1/h$  en  $1/R$  tot nul te doen naderen, m.a.w. de afmetingen van het vat naar  $\infty$  te doennaderen. Het gedeelte met de storingen ten gevolge van de wandenergie (II.8) vinden wij nu niet nabij de verticale as van de grafiek, doch ver daarvan verwijderd.

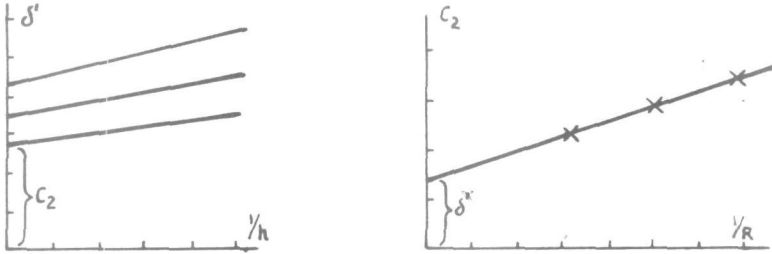


Fig. 2.8a en b

Andere voorstelling van de regels van E. M e y e r

\* \* \* \*

## H o o f d s t u k III

### HET GELUIDSVELD IN HET NAGALMVAT

#### III.1 Inleiding

In het vorige hoofdstuk zijn over het nagalmverschijnsel phaenomenologische beschouwingen gegeven. Met behulp daarvan konden een aantal regels verklaard worden en werden informatieën verkregen omtrent de verschillende oorzaken van geluidsabsorptie. Tevens kwamen daarbij echter een aantal experimenteel te bepalen constanten te voorschijn, over de grootte waarvan verder niets voorspeld of berekend werd, bijv. de constante, die aangeeft het verlies aan acoustische energie per tijdseenheid per  $m^2$  van wand of bodem. Willen wij hieromtrent een nader inzicht verkrijgen, dan is het nodig het mechanisme van het geluidsverschijnsel in het vat te bestuderen.

Bij het onderzoek van dit geluidsveld zal uitgegaan worden van de algemene hydrodynamische vergelijkingen voor de vloeistof. Voor het oplossen van deze vergelijkingen is door K o r r i n g a, K r o n i g en S m i t <sup>14)</sup> een methode aangegeven, die voor het hier behandelde probleem eveneens van toepassing is. Er moeten oplossingen gevonden worden, die aan de randvoorwaarden aan de wand van het vat kunnen voldoen. Het blijkt, dat behalve de normale compressiegolf ook viscositeits- en thermische golven kunnen optreden, echter alleen in een gebiedje vlak langs de wanden. Deze bijzondere golven zullen voorlopig buiten beschouwing gelaten worden en met deze vereenvoudiging zal gezocht worden naar de mogelijke trillingswijzen van het acoustisch systeem. De voor de toepassingen belangrijke gevallen van een parallelpipedisch vat en een cilindrisch vat zullen als voorbeeld behandeld worden. Het aantal eigentrillingen, hun vorm en de energieverdeling hierin zal ter sprake komen. Tenslotte zal nagegaan worden, op welke wijze het aldus gevonden geluidsveld gecorrigeerd moet worden, indien de warmtegeleiding en viscositeit mede in de beschouwingen opgenomen worden. De beweging van de wand van het vat, welke voor de randvoorwaarden van belang is, zal in het volgende hoofdstuk ter sprake komen.

#### III.2 De oplossing der hydrodynamische vergelijkingen

De vergelijkingen en de oplossing daarvan zijn voor een ideaal gas door K o r r i n g a, K r o n i g en S m i t <sup>14)</sup> ge-

geven. Hun methode zal hier practisch onveranderd gevolgd worden; slechts zijn enige wijzigingen van de coëfficiënten nodig wegens de toepassing voor de vloeistofoestand. Voor de details van de berekening zij naar het originele artikel verwezen.

De vergelijkingen luiden

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \text{grad } p - \eta \Delta \mathbf{v} - (\eta + \eta') \text{ grad div } \mathbf{v} = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial(\delta\rho)}{\partial t} + \rho \text{ div } \mathbf{v} = 0, \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial(\delta\theta)}{\partial t} + \frac{(\kappa - 1) \text{div } \mathbf{v}}{\gamma} - \frac{\lambda}{\rho C_v} \Delta(\delta\theta) = 0, \quad (3.3)$$

$$\frac{p}{K} - \frac{\delta\rho}{\rho} - \gamma\delta\theta = 0. \quad (3.4)$$

Hierin is

- $\rho$  = gemiddelde dichtheid,
- $\delta\rho$  = de afwijking van de gemiddelde dichtheid,
- $\mathbf{v}$  = vloeistofsnelheid,
- $p$  = geluidsdruk,
- $\eta$  = normale viscositeit,
- $\eta'$  = tweede viscositeit of volumeviscositeit,
- $\delta\theta$  = afwijking van de gemiddelde absolute temperatuur,
- $\kappa$  = verhouding der soortelijke warmten  $C_p$  en  $C_v$ ,
- $\gamma$  = kubieke uitzettingscoëfficiënt,
- $\lambda$  = warmtegeleidingscoëfficiënt,
- $C_v$  = soortelijke warmte bij constant volume,
- $K$  = compressiemodulus (isotherm).

(3.1) is de bewegingsvergelijking, waarin voor vloeistoffen twee viscositeiten optreden (zie III.10a), (3.2) is de continuïteitsvergelijking, (3.3) is de vergelijking voor de energiebalans (warmtegeleiding en omzetting van mechanische in thermische energie), (3.4) is de toestandsvergelijking.

Het verschil met de analoge vergelijkingen voor de gastoeestand is gelegen in de volgende punten. Voor een ideaal gas is

$$\eta' = -2\eta/3, \quad \gamma = 1/\theta \text{ en } K = p_0.$$

Wij beperken ons tot oplossingen, die slechts door een factor  $\exp(j\omega t)$  van de tijd afhankelijk zijn en stellen

$$\mathbf{v} = -\text{grad } \Phi + \text{rot } \mathbf{A}, \quad (3.5)$$

waarmede dus  $\mathbf{v}$  afgeleid wordt van een scalaire potentiaal en een vectorpotentiaal. Voor  $\Phi$  resulteert de vergelijking

$$\left[ \left\{ \frac{c^2}{\kappa\omega} + j \frac{(2\eta + \eta')}{\rho} \right\} j \frac{\lambda}{\rho C_v} \Delta^2 + \left\{ \frac{c^2}{\omega} + j \frac{(2\eta + \eta')}{\rho} + j \frac{\lambda}{\rho C_v} \right\} \omega \Delta + \omega^2 \right] \Phi = 0, \quad (3.6)$$

waarin  $\Delta$  = de operator van Laplace,

$$\text{en} \quad c^2 = \frac{\kappa K}{\rho}. \quad (3.7)$$

$c$  is de geluidssnelheid in de vloeistof, indien de warmtegeleiding en de viscositeit verwaarloosd worden.

Stelt men

$$\Phi = \varphi + \varphi_\lambda, \quad (3.8)$$

dan splitst (3.6) zich in de vergelijkingen

$$(\Delta + k^2) \varphi = 0 \quad (3.9)$$

$$(\Delta + k_\lambda^2) \varphi_\lambda = 0 \quad (3.10)$$

waarin bij benadering

$$k = \frac{\omega}{c} - j \frac{\omega^2 (2\eta + \eta')}{c^3 2\rho} - j \frac{\omega^2 \lambda}{c^3 2\rho C_v} \frac{\kappa - 1}{\kappa}, \quad (3.11)$$

$$\text{en} \quad k_\lambda = (1 - j) \sqrt{\frac{\kappa \omega \rho C_v}{2\lambda}}. \quad (3.12)$$

Voor  $A$  resulteert de vergelijking

$$(\Delta + k_\eta^2) A = 0, \quad (3.13)$$

waarin

$$k_\eta = (1 - j) \sqrt{\frac{\omega \rho}{2\eta}}. \quad (3.14)$$

Er ontstaan drie golfvergelijkingen (3.9), (3.10) en (3.13), waarin  $k$ ,  $k_\lambda$  en  $k_\eta$  de betekenis van een circulair golfgetal hebben. (3.9) is de vergelijking voor de normale geluidsgolf = compressiegolf, met een circulair golfgetal, bestaande uit een reëel gedeelte  $\omega/c$  en een zeer kleine imaginaire term, die de damping door viscositeit en warmtegeleiding aangeeft. Daarentegen hebben (3.10) en (3.13) een circulair golfgetal, bestaande uit een reëel en een imaginair gedeelte van gelijke grootte. De bijbehorende golven, respectievelijk de thermische en de viscositeitsgolf, zijn dus zeer sterk gedempt. Deze verschillende golven zullen achtereenvolgens ter sprake komen.

Voor het opstellen van de randvoorwaarden is het nodig de variabelen  $p$ ,  $\mathbf{v}$  en  $\delta\theta$  uit te drukken in  $\varphi$ ,  $\varphi_\lambda$  en  $A$ . De van  $A$  afgeleide  $v_\eta$  is divergentievrij, hetgeen betekent, dat  $p$ ,  $\delta\theta$  en  $\delta\rho$  van deze vectorgrootte onafhankelijk zijn. Bovendien blijkt, dat  $p$  eerst in tweede benadering door  $\varphi_\lambda$  beïnvloed wordt, zodat volgt <sup>14)</sup>

$$\mathbf{v} = -\text{grad } \Phi + \text{rot } A, \quad (3.15)$$

$$p = j \omega \rho \Phi, \quad (3.16)$$

$$\frac{\delta\theta}{\theta} = \frac{j(\kappa - 1)k^2}{\omega} \varphi - \frac{jk\lambda}{\omega} \varphi_\lambda \quad (3.17)$$

De randvoorwaarden voor dit probleem luiden in algemene vorm, dat de tangentiële component  $v_t$  en de normale component  $v_n$  van de stofsnelheid, alsmede de temperatuur, bij het passeren van het grensvlak vloeistof-wand continu moeten veranderen. Indien de viscositeit verwaarloosd kan worden, vervalt de eis voor  $v_t$ ; indien de warmtegeleiding verwaarloosd kan worden, vervalt de eis voor de temperatuur. Ontbreken beide effecten, dan blijft dus slechts de eis voor de continuïteit van  $v_n$  over.

### III.3 Eigentrillingen

Bij verwaarlozing van warmtegeleiding en viscositeit blijft van de drie in III.2 genoemde golven slechts de normale compressiegolf over, waarvoor geldt

$$(\Delta + k^2)\varphi = 0, \quad (3.19)$$

en waarin  $k$  nu wordt

$$k = \frac{\omega}{c}. \quad (3.20)$$

Er is slechts één randvoorwaarde, voor  $v_n$ . Indien de wand als volkomen stijf, dus onbeweeglijk beschouwd mag worden, luidt de eis, dat aan de wand

$$v_n = 0, \quad (3.21)$$

en dus wegens (3.15)

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = 0. \quad (3.22)$$

Indien de vloeistof begrensd wordt door het vacuum of door een wand, voor de beweging waarvan geen kracht nodig is, is de eis

$$p = 0, \quad (3.23)$$

en dus wegens (3.16)

$$\varphi = 0, \quad (3.24)$$

Voor het algemene geval van een wand met massa en elasticiteit wordt de randvoorwaarde een lineaire vergelijking van de vorm

$$p = Z_w v_n, \quad (3.25)$$

waarin  $Z_w$  de mechanische impedantie van de wand voorstelt, d.w.z. de verhouding tussen een op de wand uitgeoefende druk en de daardoor veroorzaakte normale component van de snelheid van die wand.  $Z_w$  is voor wanden zonder mechanische demping een zuiver imaginaire grootte. (3.21) en (3.23) zijn bijzondere gevallen van (3.25). De wand is bij de nagalmproeven aluminiumplaat ter dikte van 1 tot 2 mm. Deze wand is weliswaar dun, doch bij de optredende hoge frequenties van een dikte, verge-

lijkbaar met de golflengte van het geluid in aluminium. Daardoor is de berekening van  $Z_w$  gecompliceerd en deze zal in een apart hoofdstuk (IV) uitgevoerd worden. Voorlopig zullen wij ons hoofdzakelijk tot de voorwaarden (3.21) en (3.23) beperken.

Bij de oplossing van (3.19) zijn wij geïnteresseerd in de mogelijke eigentrillingen of staande golven van het acoustisch systeem. Onder een dergelijke eigentrilling verstaan wij een vrije trillingswijze, waarbij de trilling voor ieder punt van het systeem met eenzelfde frequentie (de eigenfrequentie of resonantiefrequentie) en met dezelfde fase, doch met een van de coördinaten afhankelijke amplitude harmonisch plaats vindt. Alle punten trillen synchroon. Mathematisch betekent dit, dat  $\varphi$  geschreven kan worden als

$$\varphi = \varphi_0 \exp(j\omega t), \quad (3.26)$$

waarin  $\varphi_0$  een reële, alleen van de plaats afhankelijke functie is. (3.19) wordt dan

$$(\Delta + k^2)\varphi_0 = 0, \quad (3.27)$$

waarin  $\varphi_0$  dus een reële plaatsfunctie is.

Het zoeken van de eigentrillingen is dus nu teruggebracht tot het zoeken van die reële, van de plaats afhankelijke functies  $\varphi_0$ , waarvoor dezelfde randvoorwaarden als voor  $\varphi$  moeten gelden. Dit probleem wordt in de handboeken <sup>15)</sup> uitvoerig behandeld en voor vele details van de hierna te bespreken voorbeelden kan daarop verwezen worden.

### III.4 Het parallelipedisch vat

Voor een met vloeistof gevuld vat in de vorm van een rechthoekig parallelipedum (fig. 3.1), waarvoor de ribben, ter lengte  $l_x$ ,  $l_y$ ,  $l_z$ , evenwijdig aan een rechthoekig coördinatenselsel lopen, zijn de oplossingen van (3.27), die gemakkelijk aan de randvoorwaarden uit III.3 aangepast kunnen worden, te schrijven als

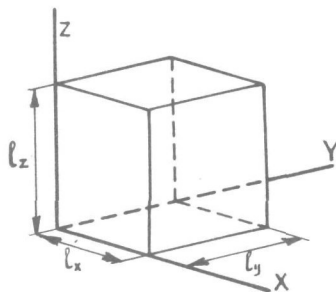


Fig. 3.1

$$\varphi = \varphi_0 \exp(j\omega t) = \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} (k_x x) \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} (k_y y) \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} (k_z z) \exp(j\omega t). \quad (3.28)$$

Hierin zijn  $k_x$ ,  $k_y$  en  $k_z$  nader te bepalen constanten, die de periodiciteit van  $\varphi_0$  in de  $x$ -,  $y$ - en  $z$ -richting bepalen. Tussen deze drie grootheden moet wegens (3.27) de relatie bestaan

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 = \omega^2/c^2. \quad (3.29)$$

De geluidsdruk  $p$  volgt hieruit met (3.16) als

$$p = j \omega \rho \varphi \quad (3.30)$$

Voor de amplitude van deze geluidsdruk  $\hat{p}$  geldt dan

$$\hat{p} = \omega \rho \varphi_0. \quad (3.31)$$

Met de oplossingen (3.28) of een lineaire combinatie daarvan kan aan iedere randvoorwaarde van de vorm van (3.25) voldaan worden.

Voor een volkomen meegevende wand moet gelden

$$\varphi_0 = 0, \quad (3.32)$$

voor  $x = 0, y = 0, z = 0$  en  $x = l_x, y = l_y, z = l_z$ , zodat dan van (3.28) slechts de sinusfunctie gebruikt kan worden en bovendien moet gelden

$$l_x k_x = n_x \pi, \quad l_y k_y = n_y \pi, \quad l_z k_z = n_z \pi, \quad (3.33)$$

waarin  $n_x, n_y$  en  $n_z$  gehele getallen zijn zodanig, dat

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \frac{n_x^2 \pi^2}{l_x^2} + \frac{n_y^2 \pi^2}{l_y^2} + \frac{n_z^2 \pi^2}{l_z^2} = \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (3.34)$$

Bij gegeven afmetingen van het vat kan men dus met (3.34) de eigenfrequenties  $\omega_{n_x, n_y, n_z}$  en  $f_{n_x, n_y, n_z}$  van het acoustisch systeem berekenen.

Op geheel analoge wijze kunnen voor de volledig stijve wand met de cosinusfuncties oplossingen gevonden worden. Voor een vat met zowel stijve als meegevende wanden moeten in (3.28) combinaties van sinus- en cosinusfuncties gekozen worden, terwijl voor wanden met een impedantie  $Z_w$  de oplossingen gevonden kunnen worden als lineaire combinaties van beiden.

### III.5 Het cilindrische vat

Voor het in fig. 3.2 afgebeelde cilindrische vat kiezen wij de oorsprong van het cilindrische coördinatenstelsel in het centrum van het grondvlak. Als oplossing voor  $\varphi_0$ , die aanpasbaar is aan de randvoorwaarden, kunnen wij hier gebruiken

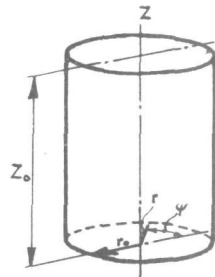


Fig. 3.2

$$\varphi_0 = \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} (k_z z) \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} (m\psi) J_m(r\sqrt{k^2 - k_z^2}). \quad (3.35)$$

Voor de randvoorwaarden nemen wij als voorbeeld (3.24), d.w.z.  $\varphi_0 = 0$  op alle buitenvlakken van de cylinder. Voor de  $z$ -coördinaat betekent dit, dat  $\varphi_0 = 0$  voor  $z = 0$  en  $z = z_0$ . Alleen de



sinusfunctie kan hiëraan voldoen en bovendien moet dan gelden

$$k_z z_0 = n\pi \quad (3.36)$$

met  $n = 1, 2, 3$  enz.

In de uitdrukking  $\left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} (m\psi)$  moet  $m$  een geheel getal zijn.

Voor de  $r$  coördinaat moet gelden voor  $r = r_0$

$$J_m(r_0 \sqrt{k^2 - k_z^2}) = 0. \quad (3.37)$$

Bij iedere gekozen waarde van  $m$  en van  $k_z = n\pi/z_0$  vindt men een aantal wortels  $k_{m,n,s}$  van (3.37), die ieder een eigenfrequentie  $f_{m,n,s}$  voor het systeem leveren.

De situatie is hier moeilijker te overzien dan voor een parallelpipèdum door het optreden van de besselfuncties, waarbij komt, dat in het geval, waarvoor wij ons interesseren, nl. voor eigentrillingen, waarbij de golflengte veel kleiner dan de afmetingen van het vat  $z_0$  en  $r_0$  is, ook de besselfuncties van zeer hoge orde ( $m =$  enige honderden) oplossingen kunnen leveren.

Het is daarom nuttig ter illustratie enige typische gevallen van mogelijke eigentrillingen te bespreken met frequenties en dimensies, zoals die bij onze nagalmmetingen kunnen optreden.

Wij kiezen als voorbeeld een cylinder met  $r_0 = 0,1$  m en  $z_0 = 0,1$  m en zoeken hiervan eigenfrequenties nabij  $10^6$  Hz.

a. *Oplossingen met kleine waarden van  $n$ .*

De kleinste waarde van  $n$ , welke kan voorkomen, is volgens (3.36)  $n = 1$ . Hierbij kunnen oplossingen gevonden worden met waarden van  $m$  van nul tot zeer hoge waarden. Ter illustratie kiezen wij de volgende extreme gevallen

a<sub>1</sub>.  $n = 1, m = 0$ .

Hiervoor wordt

$$\varphi_0 = \sin\left(\frac{\pi}{0,1} z\right) J_0\left(r\sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{0,1}\right)^2}\right). \quad (3.38)$$

Wij zoeken oplossingen nabij  $10^6$  Hz en daarom kan  $\left(\frac{\pi}{0,1}\right)^2 \approx 1000$ . verwaarloosd worden t.o.v.  $k^2 = 4\pi^2 \cdot 10^{12} / 1500^2 \approx 2 \cdot 10^7$ . De besselfunctie luidt dan

$$J_0\left(r\frac{\omega}{c}\right) = J_0\left(r\frac{2\pi f}{1500}\right). \quad (3.39)$$

Er moeten nu waarden voor  $f$  gezocht worden, die (3.39) voor  $r = 0,1$  gelijk nul maken. In dit geval, waar het argument groot is, kan de volgende benaderingsformule toegepast worden ( $x \gg 1$ ):

$$J_0(x) \approx \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right). \quad (3.40)$$

De nulpunten hiervan volgen uit de vergelijking

$$x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + s\pi \quad (3.41)$$

waarin  $s$  een geheel getal  $\gg 1$ . Dit betekent voor (3.39)

$$0,1 \frac{2\pi f}{1500} = s\pi + \frac{3}{4}\pi. \quad (3.42)$$

Een oplossing voor  $f$  nabij  $10^6$  Hz vinden wij voor  $s = 132$ , waar-  
bij

$$f_{0,1,132} = 995,5 \text{ kHz.}$$

Hiermede is nu een complete numerieke oplossing voor  $\varphi$  en de bijbehorende eigenfrequentie gevonden. In dit geval is  $\varphi$  onafhankelijk van  $\psi$ , d.w.z. radiaal-symmetrisch. Van grondvlak tot bovenzvlak van de cylinder doorloopt  $\varphi_0$  waarden volgens een halve sinusfunctie van 0 tot 0, terwijl langs iedere straal  $\varphi_0$  als een besselfunctie van de orde nul oscilleert en in het 132<sup>ste</sup> nulpunt de wand bereikt. Dit beeld is ook geldig voor de geluidsdruk, die volgens (3.30) op een factor na gelijk is aan  $\varphi$ . In fig. 3.3 is voor dit voorbeeld  $\varphi_0$  als functie van  $r$  getekend.

$a_2$ .  $n = 1$ ,  $m$  groot

Hiervoor wordt

$$\varphi_0 = \sin\left(\frac{\pi}{0,1} r\right) \sin(m\psi) J_m \left\{ r \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{0,1}\right)^2} \right\}. \quad (3.43)$$

De grootst mogelijke waarde van  $m$  is die, waarvoor

$$J_m \left\{ r \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \left(\frac{\pi}{0,1}\right)^2} \right\} \approx J_m \left( r \frac{\omega}{c} \right)$$

nog een nulpunt kan hebben bij  $r = r_0 = 0,1$  voor de waarde van de eigenfrequentie van ca.  $10^6$  Hz. Uit Jahnke-Emde, Tables of Functions, 3<sup>e</sup> ed., pag. 168, waar een tabel voor de nulpunten van de besselfuncties van hoge orde gegeven wordt, blijkt, dat voor de hier optredende waarde van het argument

$$r \cdot \omega / c = 0,1 \cdot 2\pi 10^6 / 1500 \approx 418$$

de besselfunctie van de orde  $m = 404$  het eerste nulpunt heeft. Voor hogere waarden van  $m$  kan bij deze eigenfrequentie of een lagere eigenfrequentie niet meer aan de randvoorwaarde, dat  $\varphi_0$  gelijk 0 moet zijn langs de cylindermantel, voldaan worden.

Hiermede is de complete numerieke oplossing gevonden. Langs de  $z$  as doorloopt  $\varphi_0$  wederom een halve sinusfunctie van 0 tot 0. Als functie van  $\psi$  doorloopt  $\varphi_0$  bij eenmaal rondgaan 404 gehele sinusfuncties, terwijl  $\varphi_0$  langs  $r$  volgens een besselfunctie van de orde 404 verloopt tot het eerste nulpunt in de cylindermantel. In fig. 3.3 is  $\varphi_0$  als functie van  $r$  getekend. Het verschil met de oplossing onder  $a_1$  is opvallend.  $\varphi_0$  en dus ook de amplitude van de geluidsdruk neemt bij  $a_1$  sterk af naar de buitenzijde van de cylinder, terwijl bij  $a_2$  deze uitsluitend juist daar een merkbare waarde heeft.

b. Oplossingen met grote waarden van  $n$

Deze zijn eenvoudiger te overzien. De hoogste waarde van  $n$ , die kan voorkomen voor oplossingen met een eigenfrequentie nabij  $10^8$  Hz, is 132. Dit gebeurt voor een waarde van  $m = 0$ . De bijbehorende Besselfunctie  $J_0$  heeft dan één nulpunt, voor  $r = r_0 = 0,1$ .

Deze oplossing luidt

$$\varphi_0 = \sin\left(\frac{132\pi}{z_0}z\right) J_0\left\{r\sqrt{k^2 - \left(\frac{132\pi}{z_0}\right)^2}\right\}. \quad (3.44)$$

De bijbehorende  $k$  is te vinden uit

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \approx \left(\frac{132\pi}{0,1}\right)^2,$$

$$f_{0,132,1} \approx 10^6.$$

Deze oplossing heeft dus in de  $z$  richting een periodiciteit van 132 halve sinusgolven, is onafhankelijk van  $\psi$  en verloopt als een Besselfunctie van de nulde orde langs de straal van de cilinder tot het eerste nulpunt in de cylindermantel (zie fig. 3.3).

Wij hebben nu drie extreme gevallen van mogelijke eigentrillingen in een cilindrisch vat besproken, waarbij achtereenvolgens de periodiciteit als functie van  $r$ , van  $\psi$  en van  $z$  hoog was. In fig. 3.3 zijn deze drie gevallen te vergelijken.

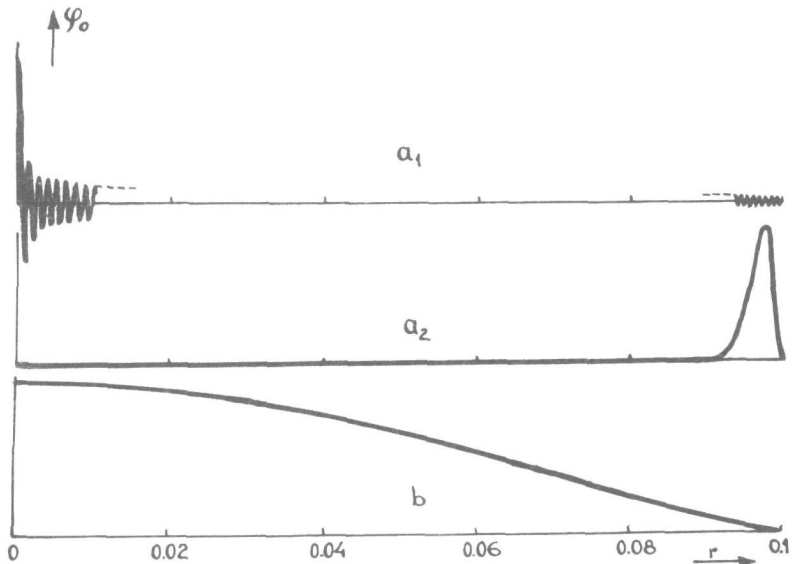


Fig. 3.3

### III.6 Het aantal eigentrillingen

In de voorgaande paragrafen zijn enige voorbeelden besproken van de berekening van de eigentrillingen van acoustische systemen, zoals die voor onze nagalmproeven gebruikt kunnen worden. Het is ook van veel belang te weten, hoeveel eigentrillingen er mogelijk zijn en hoe hun frequenties over de frequentieschaal verdeeld liggen. Bij de nagalmproeven is het om verschillende redenen gewenst, dat een groot aantal eigentrillingen kan medewerken aan het nagalmverschijnsel; in de eerste plaats, omdat dan alleen een gelijkmatige verdeling der acoustische energie over de ruimte te verwachten valt (dit komt verder ter sprake). Bovendien is dit ook noodzakelijk om de in hoofdstuk I genoemde interferentieverschijnselen in voldoende mate te kunnen verminderen.

Het aantal eigentrillingen met eigenfrequenties beneden de frequentie  $f$  zal  $N_f$  genoemd worden. Voor een parallelopipedisch vat is  $N_f$  eenvoudig aan te geven <sup>16)</sup>. Indien  $f$  zo groot wordt, dat de golflengte bij die frequentie zeer klein is vergeleken met de afmetingen van het vat, wordt de uitdrukking voor  $N_f$  als functie van  $f$  onafhankelijk van de vorm van het vat en slechts afhankelijk van het volume hiervan. Deze eigenschap van de asymptotische verdeling der eigenwaarden is door Weyl <sup>17)</sup> algemeen bewezen en wordt ook door Courant en Hilbert <sup>18)</sup> uitvoerig besproken. Voor het asymptotische geval is  $N_f$  eveneens onafhankelijk van de waarde van  $Z_w$  in (3.25) <sup>19)</sup>, dus voor iedere lineaire randvoorwaarde dezelfde. De formule voor  $N_f$  wordt

$$N_f = \frac{4\pi f^3 V}{3c^3}. \quad (3.45)$$

$V$  = volume van het vat.

Voor onze nagalmproeven is de golflengte van de orde van 1 mm, terwijl de afmetingen der vaten in alle richtingen van de orde van 10 cm zijn. Aan de voorwaarde voor asymptotische verdeling is dus ruimschoots voldaan. Voor een cilindrisch, met water gevuld vat met een straal van 0,1 m en een hoogte van 0,1 m vinden wij voor het aantal eigentrillingen met eigenfrequenties beneden  $10^6$  Hz

$$N_{10^6} = \frac{4\pi(0,1)^3 \pi 10^{-3}}{3 \cdot 1500^3} \approx 4 \cdot 10^6.$$

Bij de nagalmproeven, waar wij slechts geïnteresseerd zijn in het aantal eigentrillingen met frequenties binnen het gebruikte frequentie-interval van 10 kHz, is de differentiaal van (3.45) belangrijker. Door differentiatie van (3.45) naar  $f$  vin-

den wij voor het aantal eigentrillingen in een interval  $df$  nabij  $f$  de uitdrukking

$$dN_f = \frac{4\pi f^2 V}{c^3} df. \quad (3.46)$$

Voor het genoemde voorbeeld vinden wij in een interval  $df = 10^4$  Hz

$$dN_f = \frac{4\pi 10^{12} \pi 10^{-3}}{1500^3} \cdot 10^4 \approx 10^5,$$

dus eveneens een groot aantal. Bij alle door ons gebruikte vaten en frequenties was het aantal eigenfrequenties steeds van deze orde.

Een andere vraag is of deze eigentrillingen inderdaad alle aangestoten en met de microfoon waargenomen worden. Dit hangt af van de eigenschappen van de geluidsbron en de microfoon en van het frequentiespectrum van de h.f.generator voor de bron. Wij gebruiken bij de proeven een frequentie-gemoduleerd signaal, waarvan de momentele frequentie 100 à 200 maal per s om de gemiddelde waarde varieert met een amplitude van 5 kHz. Reeds is opgemerkt, dat een dergelijk signaal opgevat kan worden als een superpositie van een aantal signalen van constante frequentie en constante amplitude <sup>9)</sup>. De amplitude van deze componenten is alleen belangrijk voor zover zij gelegen zijn binnen de frequentiezwaaai, i.c. 10 kHz. De afstand tussen de componenten is gelijk aan het aantal malen, dat de frequentie per s varieert, i.c. 100 tot 200 maal. Ieder van deze componenten (in totaal dus ongeveer 10000/200 tot 10000/100 = 50 tot 100) kan een aantal eigentrillingen van het systeem, met eigenfrequenties gelegen in een smal frequentiebandje rondom de frequentie van elke component, in trilling brengen. Het verschijnsel wordt gecompliceerd door mogelijke resonantieverschijnselen in de zenden- en ontvangkristallen en is niet in details na te gaan. Uit (3.46) is echter duidelijk, dat het aantal eigentrillingen van het vloeistofstelsel in deze geen beperking geeft. Experimenteel blijkt het ook inderdaad steeds mogelijk een zeer groot aantal eigentrillingen aan te stoten en met de microfoon te beluisteren.

### III.7 Energie en energieverdeling in het geluidsveld

In de voorgaande paragrafen is een aantal voorbeelden besproken van staande golven, die tezamen het stationnaire geluidsveld in een vloeistofvat van eenvoudige vorm kunnen opbouwen. Aan de hand hiervan zal nu aandacht geschonken worden aan

de vraag, die nog meermalen ter sprake zal komen, nl. welke acoustische energie dit geluidsveld bevat en hoe deze over de ruimte verdeeld is. De geluidsenergie is gelijk aan de som van de geluidsenergieën in de afzonderlijke staande golven en daarom zullen deze eerst ieder voor zich aan een onderzoek onderworpen worden.

De energie in een staande golf is samengesteld uit de kinetische energie, die aan de vloeistofbeweging moet toegekend worden + de potentiële energie, behorende bij de geluidsdruk. Voor een volume-elemente  $dV$  wordt dan de energie

$$dE = (\frac{1}{2}\rho v^2 + \frac{p^2}{2\rho c^2})dV \quad (3.47)$$

Voor een staande golf hangt  $v$  in het geluidsveld overal op dezelfde wijze van de tijd af. Dit geldt eveneens voor  $p$ . Tussen  $p$  en  $v$  bestaat echter een faseverschil van  $90^\circ$ . Dit komt tot uitdrukking in de formules

$$\begin{aligned} p &= j\omega\rho\varphi_0 \exp(j\omega t), \\ v &= -\text{grad } \varphi_0 \exp(j\omega t), \end{aligned} \quad (3.48)$$

waarin  $\varphi_0$ , zoals bekend, een reële, alleen van de plaats afhankelijke functie is. Voor iedere eigentrilling is dus overal in het geluidsveld  $v$  op hetzelfde ogenblik nul, terwijl  $p$  dan juist een extreme waarde bereikt, en omgekeerd.

In de uitdrukking (3.47) is voor een bewegingsknoop  $v$  steeds gelijk nul. De energie bevat daar alleen de term met  $p^2$ .  $dE$  is daar dus periodiek met  $p^2$ . Voor een bewegingsbuik is  $p$  steeds gelijk nul.  $dE$  is daar dus periodiek met  $v^2$ . Wegens het faseverschil tussen  $p$  en  $v$  is dus de energie, die men zich gelocaliseerd kan denken in de buiken, maximaal op het moment, dat deze gelijk nul is in de knopen, en omgekeerd. Dit betekent dus eigenlijk, dat de energie tussen de knopen en buiken heen en weer loopt.

Voor de energie in een gebied, groter dan de golflengte in alle richtingen, kan men schrijven

$$E = \int (\frac{1}{2}\rho v^2 + \frac{p^2}{2\rho c^2})dV. \quad (3.49)$$

Deze uitdrukking moet nu, daar wij de verliezen door wrijving enz. nog buiten beschouwing laten, wegens het behoud van energie onafhankelijk van de tijd zijn. Op het moment dat overal in de ruimte tegelijkertijd  $p=0$  wordt, is deze uitdrukking te schrijven als

$$E = \int \frac{1}{2} \rho \hat{v}^2 dV; \quad (3.50)$$

op het moment, dat overal in het geluidsveld tegelijk  $\mathbf{v} = 0$ , als

$$E = \int \frac{\hat{p}^2}{2\rho c^2} dV. \quad (3.51)$$

De uitdrukkingen (3.50) en (3.51) moeten aan elkaar gelijk zijn.

De vloeistofsnelheid  $\mathbf{v}$  kan ontbonden worden in drie onderling loodrechte componenten. Voor het parallelopipedisch vat kiezen wij hiervoor

$$v_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} \quad \text{en} \quad v_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (3.52)$$

Voor het cilindrisch vat nemen wij

$$v_z = -\frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad v_r = -\frac{\partial \varphi}{\partial r} \quad v_\psi = -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \psi} \quad (3.53)$$

Er geldt verder

$$\begin{aligned} v^2 &= v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \\ v^2 &= v_z^2 + v_r^2 + v_\psi^2. \end{aligned} \quad (3.54)$$

In (3.50) kunnen wij ons nu  $\hat{v}^2$  opgebouwd denken als de som van drie bijdragen. Het is voor de verdere beschouwingen in dit proefschrift van belang de volgende punten te overwegen:

a. Hoe is de energie verdeeld over de door de vloeistof ingenomen ruimte, m.a.w. hoe hangt de energiedichtheid in (3.51) van de plaats af?

b. Hoe zijn de bijdragen van de drie componenten volgens (3.54) in de uitdrukking voor  $E$  volgens (3.50), m.a.w. hoe is de kinetische energie over de coördinaten verdeeld?

### III.8 Energieverdeling in een parallelopipedisch vat

Voor een dergelijk vat vonden wij in (3.28) de uitdrukking voor  $\varphi$  en  $\varphi_0$ , in (3.31) de uitdrukking voor  $\hat{p}$ .

Bediene wij ons nu van (3.51) voor de berekening van de energie in een gebied veel groter dan de golflengte, dan kunnen wij hier voor de energie per volume-eenheid in een dergelijk gebied  $E^*$  schrijven

$$E^* = \frac{\overline{\hat{p}^2}}{2\rho c^2} = \frac{\rho \omega^2 \overline{\varphi_0^2}}{2c^2}. \quad (3.55)$$

Nu is de gemiddelde waarde van  $\varphi_0^2$ ,  $\overline{\varphi_0^2}$ , volgens (3.28) in dit parallelopipedisch vat overal gelijk  $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$ , omdat de gemiddelde waarde van het kwadraat van een sinus resp. cosinus  $\frac{1}{2}$  is. Voor dit geval is dus de energie per volume-eenheid in een gebied

veel groter dan de golflengte voor iedere staande golf constant over het gehele geluidsveld.

Wat betreft de verdeling der kinetische energie van de vloeistofsnelheid over de drie coördinaten geldt het volgende: Met

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= -\text{grad } \varphi_0 \exp(j\omega t), \\ \hat{\mathbf{v}} &= -\text{grad } \varphi_0 \end{aligned}$$

vinden wij uit (3.28)

$$\begin{aligned} \hat{v}_x &= -\frac{\partial \varphi_0}{\partial x} = \mp k_x \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} (k_x x) \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} (k_y y) \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} (k_z z), \\ \hat{v}_y &= -\frac{\partial \varphi_0}{\partial y} = \mp k_y \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} (k_x x) \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} (k_y y) \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} (k_z z), \\ \hat{v}_z &= -\frac{\partial \varphi_0}{\partial z} = \mp k_z \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} (k_x x) \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} (k_y y) \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} (k_z z). \end{aligned} \quad (3.56)$$

Voor de gemiddelde waarde van  $\hat{v}_x^2$ ,  $\hat{v}_y^2$  en  $\hat{v}_z^2$  vinden wij, voor een gebied veel groter dan de golflengte, overal in het geluidsveld

$$\overline{\hat{v}_x^2} = k_x^2/8, \quad \overline{\hat{v}_y^2} = k_y^2/8, \quad \overline{\hat{v}_z^2} = k_z^2/8 \quad (3.57)$$

Bij de nagalmmetingen is het geluidsveld samengesteld uit een groot aantal eigentrillingen met ongelijke eigenfrequenties. De resulterende waarden van  $v_x$ ,  $v_y$  en  $v_z$  zijn dus de som van een groot aantal termen van ieder der afzonderlijke trillingen. In de uitdrukking voor  $\hat{v}_x^2$  enz. vallen de dubbele producttermen gemiddeld over de tijd weg. Indien het geluidsveld bestaat uit  $n$  eigentrillingen, ieder met eigen amplitude  $C_s$  en circulaire golfgetallen  $k_{xs}$ ,  $k_{ys}$  en  $k_{zs}$ , dan vinden wij

$$\overline{\hat{v}_x^2} = \sum_{s=1}^n \frac{1}{8} C_s^2 k_{xs}^2, \quad \overline{\hat{v}_y^2} = \sum_{s=1}^n \frac{1}{8} C_s^2 k_{ys}^2, \quad \overline{\hat{v}_z^2} = \sum_{s=1}^n \frac{1}{8} C_s^2 k_{zs}^2 \quad (3.58)$$

De aequipartitie over de drie coördinaten is aanwezig, indien de drie sommen gelijk zijn.

### III.9 Energieverdeling in een cilindrisch vat

Om tot een beoordeling van de energieverdeling over de ruimte te komen bedienen wij ons wederom van de uitdrukking (3.55). Hieruit zien wij, dat de verdeling door  $\overline{\varphi_0^2}$  bepaald wordt. In (3.35) zagen wij, dat voor een cylinder

$$\varphi_0 = \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} (k_z z) \left\{ \begin{matrix} \sin \\ \cos \end{matrix} \right\} (m\psi) J_m(r\sqrt{k^2 - k_z^2})$$

$\overline{\varphi_0^2}$  is dus als functie van  $z$  en als functie van  $\psi$  een constante



in een gebied groot vergeleken bij de golflengte.

Ten opzichte van  $r$  is de situatie gecompliceerder. Dit kan het beste geïllustreerd worden door wederom de extreme gevallen uit III.5 met elkaar te vergelijken, waarvoor in fig. 3.3  $\varphi_0$  als functie van  $r$  is aangegeven. De bepalende uitdrukking voor de energie per volume-eenheid  $\overline{\varphi_0^2}$  is voor de eigentrillingen met kleine  $m$  langs de as van de cylinder groter dan langs de wanden, terwijl voor de trillingen met grote  $m$  juist het omgekeerde het geval is. Dit betekent, dat voor staande golven, gekarakteriseerd door kleine  $m$ , een energieconcentratie in de as van de cylinder plaats vindt, terwijl voor de golven, gekarakteriseerd door grote  $m$ , juist energieconcentratie langs de cylinderwand plaats heeft.

Een gelijkmatige verdeling van de geluidsenergie over de ruimte kan dus alleen aanwezig zijn in een veld, dat samengesteld is uit een aantal eigentrillingen, zodanig, dat de energieconcentratie nabij de as voor het ene type gecompenseerd wordt door de energieconcentratie langs de wand bij de andere soort.

Wat betreft de bijdragen van de componenten der vloeistofsnelheid in de uitdrukking voor de geluidsenergie als (3.50), valt het volgende op te merken. Er geldt hier

$$\hat{v}^2 = \hat{v}_z^2 + \hat{v}_r^2 + \hat{v}_\psi^2, \quad (3.59)$$

waarin

$$\begin{aligned} \hat{v}_z &= -\frac{\partial \varphi_0}{\partial z} = \mp k_z \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (k_z z) \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} (m\psi) J_m(r \sqrt{k^2 - k_z^2}), \\ \hat{v}_r &= -\frac{\partial \varphi_0}{\partial r} = -\begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} (k_z z) \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} (m\psi) J'_m(r \sqrt{k^2 - k_z^2}) \\ \hat{v}_\psi &= -\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_0}{\partial \psi} = \mp \frac{m}{r} \begin{Bmatrix} \sin \\ \cos \end{Bmatrix} (k_z z) \begin{Bmatrix} \cos \\ \sin \end{Bmatrix} (m\psi) J_m(r \sqrt{k^2 - k_z^2}). \end{aligned} \quad (3.60)$$

De verhouding van de bijdragen van  $\hat{v}_z^2$ ,  $\hat{v}_r^2$  en  $\hat{v}_\psi^2$  in de uitdrukking voor de energie is hier evenals bij het parallelopipedisch vat afhankelijk van het type van de golf, maar bovendien, en dit in tegenstelling met het parallelopipedisch geval, is deze verhouding ook afhankelijk van de plaats in het vat.

Een en ander zal geïllustreerd worden aan de hand van de reeds eerder besproken bijzondere gevallen.

#### *a<sub>1</sub>. Oplossingen met kleine $n$ , kleine $m$ , grote $s$*

Hierin is  $v_r$  de grootste van de drie componenten en deze is maximaal langs de as van de cylinder.

*a<sub>2</sub>. Oplossingen met kleine n, grote m, kleine s*

Hierin overweegt  $v_{\psi}$ , doch deze is practisch alleen van betekenis nabij de cylinderomtrek.

*b. Oplossingen met grote n*

Nu is  $v_z$  groter dan de andere componenten en zelf het grootst nabij de as van de cylinder.

Wat kunnen wij nu bij de nagalmproeven in cilindrische vaten omtrent de gelijkmatigheid der energieverdeling over de ruimte en omtrent de aequipartitie der kinetische energie over de drie richtingen verwachten? Er is met enige voorbeelden aangetoond, dat hierin grote afwijkingen mogelijk zijn. Nu waren dit extreme gevallen, waarbij de periodiciteit in één der drie richtingen zeer groot was vergeleken bij die langs de andere richtingen. Deze bijzondere gevallen zijn echter gering in aantal vergeleken bij het in totaal zeer grote aantal deelnemende eigentrillingen, waarvoor als regel de verdeling gelijkmatiger is. Ook zijn de vaten niet ideaal cilindrisch, het vloeistofniveau is niet precies evenwijdig aan de bodem, die bovendien ook niet nauwkeurig vlak is. Door deze omstandigheden wordt de belangrijkheid dezer extreme gevallen verminderd en worden de vooruitzichten voor een regelmatige verdeling der energie beter. Het probleem kan niet in details worden nagegaan, temeer omdat het door de invloed van zend- en ontvangkristal nog extra gecompliceerd wordt.

Er zijn ook experimentele aanwijzingen, dat bij de nagalmproeven inderdaad een redelijk gelijkmatige verdeling der energie bereikt wordt. Zo is bijv. de plaats van zend- en ontvangkristal (die wij naar believen overal langs de bodem kunnen aanbrengen) van onbetekenende invloed op de nagalmmetingen. In hoofdstuk V zullen de mogelijke afwijkingen van de aequipartitie en de consequenties hiervan nog eens ter sprake komen.

### III.10 Volumedemping der eigentrillingen

Tot hier toe zijn bij de berekening der eigentrillingen de warmtegeleiding en de viscositeit buiten beschouwing gelaten. In III.2 zagen wij, dat deze effecten op twee wijzen hun invloed kunnen doen gelden. Zij zijn de oorzaak van het optreden der (sterk gedempte) thermische- en viscositeitsgolven. Bovendien veroorzaken zij, en dit effect zal eerst beschouwd worden, een (kleine) demping van de compressiegolven, die tot uitdrukking komt in de formule voor  $k$ , het circulair golfgetal in de vergelijking voor de compressiegolven. De volledige vergelijking

hiervoor wordt nu

$$(\Delta + k^2)\varphi = 0, \quad (3.61)$$

$$k = \frac{\omega}{c} + j \frac{\omega^2 (2\eta + \eta')}{c^3 2\rho} - j \frac{\omega^2 \lambda}{c^3 2\rho C_v} \frac{\kappa - 1}{\kappa}. \quad (3.62)$$

Het zoeken van de eigentrillingen voor het ongedempte probleem bestond in het zoeken van oplossingen van de golfvergelijking van de vorm

$$\varphi = \varphi_0 \exp(j\omega t),$$

waarin  $\varphi_0$  een reële plaatsfunctie moest zijn. Dit is echter, zoals uit (3.61) blijkt, alleen mogelijk indien  $k^2$  reëel is.

Wij kunnen echter wel aan de voorafgaande uitdrukking met reële  $\varphi_0$  vasthouden, mits wij de reële  $\omega$  vervangen door de complexe grootte

$$\omega' = \omega + j\delta. \quad (3.63)$$

Dan wordt de bijbehorende  $k'$  reëel en gelijk aan de vroegere  $k$ , dus

$$k' = \frac{\omega'}{c} - j \frac{\omega'^2 (2\eta + \eta')}{c^3 2\rho} - j \frac{\omega'^2 \lambda}{c^3 2\rho C_v} \frac{\kappa - 1}{\kappa} = \frac{\omega}{c} = k, \quad (3.64)$$

indien

$$\delta = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{2\eta + \eta'}{2\rho} + \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\lambda}{2\rho C_v} \frac{\kappa - 1}{\kappa}. \quad (3.65)$$

(De hierbij gemaakte benadering, dat  $\omega'^2 = \omega^2$  is wegens  $\delta \ll \omega$  toegestaan.)

Nu geldt het volgende: Indien

$$\varphi = \varphi_0 \exp(j\omega t)$$

een eigentrilling voorstelt van het ongedempte probleem, dus een oplossing van (3.19) en (3.20), dan is

$$\varphi = \varphi_0 \exp(j\omega' t)$$

een oplossing van het probleem met inachtneming van de demping, dus een oplossing van (3.61) en (3.62).  $\varphi_0$  is in beide gevallen dezelfde plaatsfunctie. Het bewijs volgt door substitutie van (3.65) en (3.63) in (3.62).  $k'$  wordt nu reëel en voor  $\varphi_0$  resulteert eenzelfde vergelijking als voor het ongedempte probleem met dezelfde randvoorwaarden. Wij kunnen hierdoor alle resultaten van het onderzoek naar de eigentrillingen van het ongedempte systeem overnemen. De tijdsfunctie wordt nu echter

$$\exp(j\omega' t) = \exp(j\omega t) \exp(-\delta t). \quad (3.66)$$

De eigentrillingen sterven dus exponentieel uit met een dempingsfactor  $\delta$  (3.65). Deze dempingsfactor hangt op eenvoudige wijze samen met de reeds in de Inleiding genoemde absorptiecoëfficiënt  $\alpha$ . Deze werd gedefinieerd voor lopende golven, dus voor oplossingen van (3.61) en (3.62) van de gedaante bijv.

$$\varphi = \exp j(\omega t - kx). \quad (3.67)$$

Wij vinden hiervoor met (3.61) en (3.62)

$$\varphi = \exp j\left(\omega t - \frac{\omega}{c} x\right) \exp \left[ -\left\{ \frac{\omega^2}{c^3} \frac{(2\eta + \eta')}{2\rho} + \frac{\omega^2}{c^3} \frac{\lambda}{2\rho C_v} \frac{\kappa - 1}{\kappa} \right\} x \right]. \quad (3.68)$$

Volgens de definitie van  $\alpha$  wordt deze dus

$$\alpha = \frac{\omega^2}{c^3} \frac{(2\eta + \eta')}{2\rho} + \frac{\omega^2}{c^3} \frac{\lambda}{2\rho C_v} \frac{\kappa - 1}{\kappa} = \alpha_\eta + \alpha_\lambda. \quad (3.69)$$

Vergelijking van (3.65) en (3.69) levert

$$\delta = \alpha c. \quad (3.70)$$

Hiermede is het bewijs geleverd voor deze reeds in II.1 gebruikte relatie, en tevens is hier een afleiding gegeven van de in de Inleiding gegeven formules van Stokes en Kirchhoff. Deze formules zijn analoog gebouwd; zowel  $\alpha_\eta$  als  $\alpha_\lambda$  is evenredig met het kwadraat van de frequentie.

Het is hier de geschikte plaats de absorptiecoëfficiënt  $\alpha$  en de daarmee samenhangende dempingsfactor  $\delta$  nader te beschouwen. Wij zullen daartoe de bijdragen  $\alpha_\eta$  en  $\alpha_\lambda$  afzonderlijk bespreken. Van deze twee is voor vloeistoffen  $\alpha_\lambda \ll \alpha_\eta$ .

### III.10a De volumedemping door de viscositeit

$$\alpha_\eta = \frac{\omega^2}{c^3} \frac{(2\eta + \eta')}{2\rho} \quad (3.71)$$

Bij vergelijking van bovenstaande formule met de formule van Stokes in de Inleiding valt op, dat deze niet identiek zijn. Dit hangt samen met een oud probleem uit de leer der viscositeit. Men vindt de wrijvingskrachten in een bewegende vloeistof met een stelsel van vergelijkingen, dat geheel analoog is aan het vergelijkingenstelsel voor de spanningen in een elastisch gedeformeerd lichaam. Voor het vaste lichaam treden als variabelen op de deformaties, voor de bewegende vloeistof de veranderingen der deformaties met de tijd = de gradiënten de vloeistofsnelheden. Evenals men voor een isotroop vast lichaam kan aantonen, dat om symmetrieredenen slechts twee onafhankelijke elastische constanten, de Lamé-constanten, bestaan, kan men voor de wrijvingskrachten in een isotrope vloeistof aantonen, dat slechts twee onafhankelijke coëfficiënten in de vergelijkingen overblijven, de viscositeiten  $\eta$  en  $\eta'$ . De eerste  $\eta$  is de normale viscositeit; welke met iedere gangbare viscosimeter gemeten wordt. De tweede viscositeit  $\eta'$ , wordt wel volume- of compressieviscositeit genoemd, omdat deze alleen be-

merkbaar wordt, indien een lichaam volumeveranderingen ondergaat. Tot voor kort was geen methode bekend om deze te bepalen, doch omdat voor ideale gassen theoretisch aangetoond kan worden, dat  $\eta' = -2\eta/3$ , heeft men deze relatie ook voor vloeistoffen aangevaard. Substitueert men deze waarde in (3.71), dan volgt hieruit de bekende vergelijking van *Stokes*.

Experimenteel vindt men als regel aanzienlijk grotere dempingen dan met de formule van *Stokes* te verwachten is. Onder de vele theorieën ter verklaring van deze afwijkingen was ook die, dat  $\eta'$  wel eens niet gelijk aan  $-2\eta/3$  zou kunnen zijn. Voor een aantal vloeistoffen zou  $\eta'$  dan zelfs positief moeten zijn en de waarden moeten hebben, die in Tabel I aangegeven zijn. Deze getallen hadden echter slechts hypothetische waarde, zolang niet vaststond, dat niet geheel andere effecten nog een rol spelen in de geluidsabsorptie.

Kortgeleden is door *Lieberman*<sup>4)</sup> een methode aangegeven en voor enige vloeistoffen ook toegepast, om langs geheel andere weg  $\eta'$  te bepalen. De methode berust op het experimenteel reeds lang bekende verschijnsel, dat een ultrasone geluidsgolf van grote intensiteit in een vloeistof convectiestromen veroorzaakt. Door *Eckart*<sup>20)</sup> is uit de tweede orde vergelijkingen voor het geluidsveld afgeleid, dat deze stromingen in verband staan met  $\eta'$ . Door een meting van bijv. de snelheid van deze stromen als functie van de geluidsintensiteit kan  $\eta'$  bepaald worden. In de tabel I zijn de door *Lieberman* bepaalde waarden voor  $\eta'$  weergegeven. Voor verdere bijzonderheden zij naar de originele publicatie verwezen. Het is nu wel zeker, zoals uit tabel I blijkt, dat inderdaad in zeer vele gevallen hier de verklaring gezocht moet worden voor de tot nu toe gevonden afwijkingen tussen theorie en experiment.

TABEL I 20° C

vloeistof	$\eta$ (cp)	$\eta'$ (cp)	$\eta'/\eta$	$\eta'/\eta$ uit absorptiemetingen
water	1	2,4	2,4	2,1
ethylalcohol	1,2	3,8	3,2	3
aceton	0,30	3,1	10	3,5
amylacetaat	0,89	9,9	11	11
benzol	0,65	10,7	160	140
chloroform	0,57	24	48	30

### III.10b De volumedemping door de warmtegeleiding

$$\alpha_\lambda = \frac{\omega^2}{c^3} \frac{\lambda}{2\rho C_v} \frac{\kappa - 1}{\kappa}. \quad (3.72)$$

Bij geluidsabsorptiemetingen treden  $\alpha_\eta$  en  $\alpha_\lambda$  steeds tezamen op. Numeriek is  $\alpha_\lambda$  als regel voor vloeistoffen veel kleiner dan  $\alpha_\eta$ , hetgeen uit Tabel II duidelijk blijkt. In deze tabel zijn voor enige vloeistoffen  $\alpha_\lambda$  en  $\alpha_\eta$  uit (3.71) en (3.72) berekend en aangegeven als  $\alpha_\eta/f^2$  en  $\alpha_\lambda/f^2$ , welke uitdrukkingen niet van de frequentie afhangen. De waarden zijn berekend met behulp van de bekende fysische constanten voor de vloeistoffen, terwijl voor  $\eta'$ , die nog niet algemeen bekend is, de door Lieberman gevonden waarden aangehouden zijn.

Voor die vloeistoffen, waarvoor  $\eta'$  zeer groot is, wordt  $\alpha_\lambda$  relatief extra klein. Voor water is  $\alpha_\lambda$  bijzonder klein wegens de zeer kleine waarde van  $\kappa - 1$ , die hier slechts 0,006 bedraagt in plaats van ca 0,3 bij de andere vloeistoffen.

In verreweg de meeste gevallen kan de invloed van de warmtegeleiding op de volume-absorptie van de geluidsgolven dan ook volledig genegeerd worden. De enige uitzondering is kwik, dat door zijn grote warmtegeleidingsvermogen een bijzondere positie in dit opzicht inneemt.

TABEL II 20° C

vloeistof	$\alpha_\eta/f^2 \times 10^{15}$	$\alpha_\lambda/f^2 \times 10^{15}$
aceton	25	0,5
water	25	0,006
benzol	1100	0,3
kwik	1	4.0

### III.11 De viscositeitsgolf

Een tweede gevolg van de viscositeit van de vloeistof is het optreden van de z.g.n. viscositeitsgolven langs de wand van het vat. Wij zullen nagaan, op welke wijze hierdoor de vloeistofbeweging t.o.v. het ongedempte probleem gewijzigd wordt.

De viscositeitsgolven worden afgeleid van een vectorpotentiaal  $\mathbf{A}$ , waarvoor geldt

$$(\Delta + k_\eta^2)\mathbf{A} = 0, \quad (3.73)$$

met

$$k_\eta = (1-j)\sqrt{\frac{\omega\rho}{2\eta}}. \quad (3.74)$$

Wij zien, dat in deze vergelijkingen alleen  $\eta$  optreedt. Dit hangt samen met het feit, dat dit golfveld, doordat het van een vectorpotentiaal afgeleid wordt, divergentievrij is, waardoor  $\eta'$  niet van belang is.

Als extra randvoorwaarde verschijnt nu de eis, dat de tangentele component van de totale stofsnelheid aan de wand continu moet overgaan in die van de wand, wat er dus voor een stijve wand op neerkomt, dat deze nul moet zijn.

Wij gaan uit van een oplossing van het ongedempte probleem

$$\varphi = \varphi_0 \exp(j\omega t). \quad (3.75)$$

Indien wij hiervoor de uitdrukkingen voor de vloeistofsnelheidscomponenten willen opschrijven, is het doelmatig een coördinatenstelsel in te voeren met een  $x$ -as loodrecht op het gedeelte van de wand, dat wij willen beschouwen en  $y$ - en  $z$ -assen in het grensvlak vloeistof-wand. De bijbehorende eenheidsvectoren zijn  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$  en  $\mathbf{k}$ .

Voor de tangentele component van de vloeistofsnelheid van de compressiegolf langs de wand volgt uit (3.75) met  $\mathbf{v} = -\text{grad } \varphi$

$$(\mathbf{v}_t)_{x=0} = -\left(\mathbf{j} \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial \varphi_0}{\partial z}\right)_{x=0} \exp(j\omega t). \quad (3.76)$$

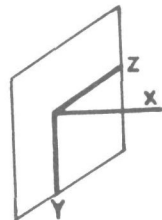


Fig. 3.4

De snelheidscomponenten voor de viscositeitsgolf zullen wij met de index  $\eta$  aanduiden. Aan de randvoorwaarde voor de resulterende tangentele component wordt voldaan indien

$$(\mathbf{v}_{\eta t})_{x=0} = -(\mathbf{v}_t)_{x=0} = \left(\mathbf{j} \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial \varphi_0}{\partial z}\right)_{x=0} \exp(j\omega t). \quad (3.77)$$

De gezochte viscositeitsgolf moet voldoen aan (3.73) en (3.74), wat tevens betekent  $\text{div } \mathbf{v}_{\eta} = 0$ , en aan de randvoorwaarde (3.77). Wij vinden hiervoor

$$\mathbf{v}_{\eta t} = \left(\mathbf{j} \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} + \mathbf{k} \frac{\partial \varphi_0}{\partial z}\right)_{x=0} \exp j(\omega t - k_{\eta} x), \quad (3.78)$$

$$\mathbf{v}_{\eta x} = \mathbf{v}_{\eta n} = -\frac{j}{k_{\eta}} \mathbf{i} \left(\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial z^2}\right)_{x=0} \exp j(\omega t - k_{\eta} x). \quad (3.79)$$

In deze oplossing is een benadering toegepast, die toegelicht dient te worden. Door voor (3.73) de rotatie te nemen, zien wij dat

$$(\Delta + k_{\eta}^2) \mathbf{v}_{\eta} = 0. \quad (3.80)$$

Fchter voldoen (3.78) en (3.79) aan

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k_\eta^2\right) \mathbf{v}_\eta = 0. \quad (3.82)$$

De termen met  $\frac{\partial^2}{\partial y^2}$  en  $\frac{\partial^2}{\partial z^2}$  in (3.80) zijn dus verwaarloosd. Dit is geoorloofd om de volgende redenen:  $\frac{\partial}{\partial x} \mathbf{v}_\eta$  is van de orde  $k_\eta$ ,  $\frac{\partial}{\partial y} \mathbf{v}_\eta$  van de orde  $k$ , waarin  $k_\eta$  en  $k$  resp. de circulaire golfgetallen voor viscositeits- en compressiegolf voorstellen. Nu is, zoals straks numeriek nagegaan zal worden,  $k_\eta \gg k$ , m.a.w. de golflengte der viscositeitsgolven is zeer klein vergeleken bij die der compressiegolven. De termen  $\frac{\partial^2 \mathbf{v}_\eta}{\partial^2 y^2}$  en  $\frac{\partial^2 \mathbf{v}_\eta}{\partial^2 z^2}$  die van de orde  $k^2/k_\eta^2$  t.o.v.  $\frac{\partial^2 \mathbf{v}_\eta}{\partial x^2}$  zijn, mogen dus weggelaten worden in (3.80).

De viscositeitsgolf heeft wegens  $\text{div } \mathbf{v} = 0$  noodzakelijkerwijze een normale component (3.79). Dit betekent, dat aan de randvoorwaarde voor de totale  $\mathbf{v}_n$  slechts voldaan kan blijven, indien de compressiegolf een verandering ondergaat met een component

$$(\delta \mathbf{v}_n)_{x=0} = -(\mathbf{v}_{\eta n})_{x=0}, \quad (3.83)$$

$$(\delta \mathbf{v}_n)_{x=0} = \frac{j}{k_\eta} \mathbf{i} \left( \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial z^2} \right)_{x=0} \exp(j\omega t). \quad (3.84)$$

dus met (3.74)

$$(\delta \mathbf{v}_n)_{x=0} = \frac{(j-1)}{2\sqrt{\frac{\omega \rho}{2\eta}}} \mathbf{i} \left( \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial z^2} \right)_{x=0} \exp(j\omega t). \quad (3.85)$$

Deze wijziging van de normale component van het compressieveld is zeer gering, doch van belang, omdat zij een gedeelte bevat, dat in fase is met  $p$ . Dit betekent, dat energie aan de compressiegolf onttrokken wordt. De geluidsdruk is aan de wand

$$(p)_{x=0} = j\omega \rho (\varphi_0)_{x=0} \exp(j\omega t). \quad (3.86)$$

De door de compressiegolf geleverde arbeid is nu over een tijd  $t$  en een oppervlak van de wand  $S$  gelijk

$$\begin{aligned} & - \iiint_{S_t} \text{Re}(p)_{x=0} \cdot \text{Re}(\delta \mathbf{v}_n)_{x=0} \, dydzdt = \\ & - \iiint_{S_t} \frac{\omega \rho \left[ \varphi_0 \left( \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial z^2} \right) \right]_{x=0}}{2\sqrt{\frac{\omega \rho}{2\eta}}} \, dydz \sin^2(\omega t) \, dt, \end{aligned} \quad (3.87)$$

per tijdseenheid dus



$$-\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega \rho \eta}{2}} \int_s \int [\varphi_0 \left( \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial z^2} \right)]_{x=0} dy dz. \quad (3.88)$$

De in (3.88) voorkomende integraal kan door partiële integratie omschreven worden tot

$$\int_s \int \left[ \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} \right)^2 \right]_{x=0} dy dz, \quad (3.89)$$

waarbij de andere term van de partiële integratie vervalst, indien zij uitgestrekt wordt over een gebied van enige golflengten in alle richtingen. (3.89) nu is

$$\int_s \int (\hat{v}_t^2)_{x=0} dy dz = S \overline{\hat{v}_t^2}. \quad (3.90)$$

Voor de geleverde arbeid per oppervlakte-eenheid en per tijds-eenheid,  $W$  genoemd, volgt dus

$$W = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\omega \rho \eta}{2}} \overline{\hat{v}_t^2} = \overline{v_t^2} \sqrt{\frac{\omega \rho \eta}{2}} \quad (3.91)$$

Deze energie wordt geleverd tot instandhouding van de viscositeitgolven, waarin deze energie in warmte wordt omgezet. De formule (3.91) zal voor onze nagalmproeven gebruikt worden.

Ter toelichting op de hier beschreven viscositeitgolven, zal een numeriek voorbeeld gegeven worden. De factor, welke aangeeft, op welke wijze de amplitude van de golf afhangt van de afstand tot de wand  $x$ , volgt uit (3.78) en (3.79) als

$$\exp j(\omega t - k_\eta x). \quad (3.92)$$

Voor water wordt voor  $\omega = 2\pi \cdot 10^6$

$$k_\eta = (1-j) \sqrt{\frac{2\pi \cdot 10^6 \cdot 10^3}{2 \cdot 10^{-3}}} = (1-j) 10^6 \sqrt{\pi}.$$

(3.92) wordt dus

$$\exp j(\omega t - 10^6 \sqrt{\pi} x) \exp(-10^6 \sqrt{\pi} x).$$

De golflengte van deze viscositeitgolf is dus slechts  $3,5 \cdot 10^{-3}$  mm en over deze afstand wordt de amplitude reeds tot  $\exp(-2\pi)$  gereduceerd. Voor de compressiegolven is de golflengte onder deze omstandigheden 1,5 mm.

Uit dit rekenvoorbeeld blijkt, dat de viscositeitgolven bij onze proeven slechts in een zeer dun laagje langs de wand optreden en bovendien, dat de in (3.80) gemaakte benadering gerechtvaardigd is.

De viscositeitgolven hebben het karakter van transversale golven, die zich echter van de transversale golven in vaste

stoffen onderscheiden, doordat de krachten tussen de vloeistof-elementen niet van elastische aard, doch wrijvingskrachten zijn. Met behulp van bijv. de torsietrillingen van een kwartskristal, in de vorm van een cylinder, kan men in een vloeistof deze viscositeitgolven zonder de complicatie van begeleidende compressiegolven opwekken<sup>21)</sup>. Op deze wijze kan men  $\eta$  voor de vloeistof bepalen en vindt men door de overeenstemming met de op de gebruikelijke wijze bepaalde  $\eta$  een experimentele bevestiging van de voor de golven besproken regels. Als interessante bijkomstigheid zij nog vermeld, dat men bij dergelijke experimenten voor stroperige vloeistoffen duidelijke aanwijzingen vindt, dat behalve de wrijvingskrachten ook elastische krachten tussen de vloeistofelementjes optreden<sup>21)</sup>.

### III.12 De thermische golf

De golfvergelijking hiervoor luidt

$$(\Delta + k_\lambda^2)\varphi_\lambda = 0, \quad (3.93)$$

$$k_\lambda = (1-j) \sqrt{\frac{\kappa\omega\rho C_v}{2\lambda}}. \quad (3.94)$$

Wij gaan wederom uit van een oplossing van het ongestoorde veld

$$\varphi = \varphi_0 \exp(j\omega t).$$

De randvoorwaarde, die nu ter sprake komt, zegt, dat  $\delta\theta$  continu moet zijn op het grensvlak vloeistof - wand. Voor een wand met oneindige warmtecapaciteit en oneindige warmtegeleidbaarheid betekent dit  $(\delta\theta)_{x=0} = 0$ , indien wij weer dezelfde coördinaten invoeren als in de vorige paragraaf.

Dit is voor de compressiegolf alléén in het algemeen niet het geval. Wij voegen dus een thermische golf toe zodanig, dat

$$(\delta\theta)_{x=0} = - (\delta\theta)_{x=0}.$$

Uit (3.17) volgt dan

$$\frac{j(\kappa-1) k^2 (\varphi)_{x=0}}{\omega} = \frac{j k_\lambda^2 (\varphi_\lambda)_{x=0}}{\omega} \quad (3.95)$$

Nu geldt als oplossing van (3.93) met dezelfde benadering als bij de viscositeitgolf

$$\varphi_\lambda = (\varphi_\lambda)_{x=0} \exp(j(\omega t - k_\lambda x))$$

en met (3.95) en (3.94)

$$\varphi_\lambda = j(\varphi_0)_{x=0} \frac{(\kappa-1)\omega\lambda}{\kappa c^2 \rho C_v} \exp j(\omega t - k_\lambda x)$$

De hierbij passende vloeistofsnelheid vinden wij uit

$$v_\lambda = -\text{grad } \varphi_\lambda.$$

Om aan de randvoorwaarde voor  $v_n$  te blijven voldoen moeten wij het compressiegolfveld wijzigen, zodanig dat

$$(\delta v_n)_{x=0} = -(v_\lambda)_{x=0} = -j(\varphi_0)_{x=0} \frac{(\kappa-1)\omega\lambda}{\kappa c^2 \rho C_v} (-jk_\lambda) \exp(j\omega t) \quad (3.96)$$

Deze extra  $\delta v_n$  is in fase verschoven t.o.v.  $v_n$ . Het compressieveld verricht dus arbeid, welke per tijdseenheid en per oppervlakteenheid van de wand gelijk is aan

$$\begin{aligned} W' &= \frac{1}{S} \int_t \int_s \int_t \text{Re}(p)_{x=0} \text{Re}(\delta v_n)_{x=0} \, dydzdt \\ &= \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} \overline{(\varphi_0)_{x=0}^2} \frac{\kappa-1}{\kappa} \sqrt{\frac{\lambda \omega \rho \kappa}{2C_v}} \\ &= \frac{\overline{(p^2)_{x=0}}}{\rho^2 c^2} \frac{(\kappa-1)}{\kappa} \sqrt{\frac{\lambda \omega \rho \kappa}{2C_v}}. \end{aligned} \quad (3.97)$$

In 't algemeen is evenals bij de volumedemping ook hier de oppervlaktedemping door warmtegeleiding te verwaarlozen t.o.v. die door de viscositeit.

\* \* \* \*

## H o o f d s t u k I V

### DE WANDBEWEGING

#### IV.1 Probleemstelling

In het vorige hoofdstuk bleek, dat de eigenschappen van de wanden van het nagalmvat op verschillende wijzen hun invloed op het geluidsveld in het vat doen gelden. Zo bepalen de thermische eigenschappen van de wanden mede de amplitude van de thermische golven. Wij zagen echter, dat deze in ons geval slechts van ondergeschikt belang zijn en daarom zal hieraan verder geen aandacht worden geschonken. Voorts is de bodem van het vat op ingewikkelde wijze betrokken bij het aanstoten van de eigentrillingen van het systeem en bij het waarnemen van de nagalm, zoals dit met de tegen de bodem bevestigde kristallen geschiedt. Ook hierin zullen wij ons niet verdiepen, omdat dit punt niet van belang is, indien wij er slechts in slagen een homogene verdeling van de geluidsenergie in het vat te bewerkstelligen. De eigenschappen van de wand zijn echter belangrijk in die zin, dat zij de randvoorwaarden voor het geluidsveld leveren. Wij moeten daartoe de acoustische impedantie van de wand  $Z_w$ , reeds genoemd in III.3 kennen. Voor één van de wanden, nl. het vloeistofoppervlak, kan  $Z_w = 0$  gesteld worden, doch voor de metalen wanden is deze grootheid niet zo eenvoudig aan te geven. Het zal blijken, dat de impedantie t.o.v. de verschillende eigentrillingen van de vloeistofmassa sterk verschillend kan zijn en praktisch iedere waarde van 0 tot  $\infty$  kan aannemen. De consequenties hiervan voor de nagalmproeven zullen besproken worden.

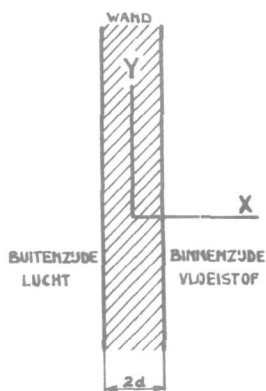


Fig. 4.1  
Metalen wand van  
het nagalmvat

Fig. 4.1. stelt de wand voor, waarvan de beweging nagegaan moet worden. Het blijkt voordelen te hebben de oorsprong van het coördinatenstelsel in dit geval in het midden van de wand te kiezen. Wij beperken ons ter vereenvoudiging tot een beweging uitsluitend in de  $x$  en  $y$  richting. De uitgebreidheid van de plaat in de  $y$  en  $z$  richting denken wij ons zeer groot. Aan de buitenzijde is de plaat in aanraking met de lucht, waarvan wij de acoustische invloed verwaarlozen. Aan de binnenzijde is deze wand onderhevig aan de inwerking van een periodiek drukveld met cirkelfrequentie  $\omega$ . Indien deze druk van de vorm is  $p = \hat{p} \exp(j\omega t)$ , dus onaf-

hankelijk van  $y$ , is het probleem eenvoudig. Men vindt dan voor de acoustische impedantie van de wand t.o.v. dit drukveld

$$Z_w = j(\rho c_1)_{\text{wand}} \operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{c_1} 2d\right), \quad (4.1)$$

waarin  $c_1$  de voortplantingssnelheid voor longitudinale golven in de wand is.

Bij het hier aan de orde zijnde probleem is  $p$  echter van de vorm

$$p = \hat{p}_m \left\{ \begin{array}{l} \sin \\ \cos \end{array} \right\} (k y) \exp(j\omega t) \quad (4.2)$$

en dus behalve in de tijd ook periodiek als functie van  $y$ . (De index  $y$  bij  $k$  wordt in dit hoofdstuk, indien geen verwarring met  $x$  en  $z$  mogelijk is, eenvoudigheidshalve weggelaten). Voor de oplossing van dit probleem vindt men enige aanknopingspunten in de literatuur. R a y l e i g h<sup>22)</sup> heeft de voortplanting van elastische golven langs de oppervlakte van een oneindig uitgebreid isotroop lichaam behandeld. Deze z.g.n. R a y l e i g h golven zijn voor de seismologie van belang. Door L a m b<sup>23)</sup> is als uitbreiding hiervan de voortplanting van elastische golven in een aan weerszijden vrije elastische isotrope plaat bestudeerd en de voortplantingssnelheid van de verschillende trillingswijzen berekend, eveneens voor het geval, dat geen beweging in de  $z$  richting plaats vindt. Het blijkt nu mogelijk deze laatste berekeningen uit te breiden tot het hier beschouwde geval van een gedwongen trilling van de plaat met voorgeschreven frequentie en periodiciteit in  $y$ .

#### IV.2 Golfvergelijkingen voor vaste lichamen

De algemene vergelijkingen voor trillingen en golven in vaste lichamen worden in de leerboeken over de elasticiteit<sup>24)</sup> besproken. Het is daar gebruikelijk te rekenen met de verplaatsing van de deeltjes uit de evenwichtsstand. Wij zullen echter om in overeenstemming te blijven met de notaties en berekeningen van hoofdstuk III de stofsnelheid als variabele invoeren. Evenals in III.2 is het doelmatig de stofsnelheid van de deeltjes van de wand te splitsen in een gedeelte, dat behoort bij een rotatieloze beweging, afgeleid van een scalaire potentiaal  $\phi$ , en een gedeelte behorende bij een divergentieloze beweging, afgeleid van een vector potentiaal  $\mathbf{A}$ . Doordat wij ons bepalen tot bewegingen zonder component in de  $z$  richting, vereenvoudigt zich  $\mathbf{A}$  tot een vector met alleen een component in de  $z$  richting,

dus eigenlijk tot een scalaire grootheid  $A$ . Er volgt nu

$$v_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial A}{\partial x}. \quad (4.3)$$

Voor ieder van deze potentialen kan een golfvergelijking afgeleid worden.

a. Voor  $\varphi$  geldt

$$\rho \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \Delta \varphi = (\lambda + 2\mu) \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \varphi, \quad (4.4)$$

waarin  $\lambda$ ,  $\mu$  de elastische constanten van Lamé zijn.

b. Voor  $A$  geldt

$$\rho \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \mu \Delta A = \mu \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) A. \quad (4.5)$$

Zoeken wij de oplossingen, waarvan de periodiciteit als functie van  $y$  en  $t$  van de gedaante is

$$\begin{cases} \sin \\ \cos \end{cases} (ky) \exp(j\omega t) \quad \text{of} \quad \exp j(\omega t \pm ky), \quad (4.6)$$

respectievelijk voor de staande en lopende golven, dan gaan (4.4) en (4.5) over in

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = \alpha^2 \varphi \quad \text{en} \quad \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} = \beta^2 A, \quad (4.7)$$

met

$$\alpha^2 = k^2 - \frac{\rho \omega^2}{\lambda + 2\mu} = k^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2} \quad (4.8)$$

$$\beta^2 = k^2 - \frac{\rho \omega^2}{\mu} = k^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2} \quad (4.9)$$

Hierin zijn  $c_l$  en  $c_t$  resp. de voortplantingssnelheden van de longitudinale en transversale golven in het onbegrensd medium.

### IV.3 Randvoorwaarden

Bij de oplossing van (4.7) moet voor ons probleem aan de volgende voorwaarden voldaan worden

a. Voor de buitenzijde van de plaat ( $x = -d$ ): De wand is hier in contact met de lucht en dit betekent, dat de tangentiële en de normale spanningen ter plaatse gelijk 0 moeten zijn. Uit de elasticiteitstheorie volgt dan

$$\left( \frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{x=-d} = 0 \quad (4.10)$$

$$\left[ \lambda \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + 2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right]_{x=-d} = 0 \quad (4.11)$$

b. Voor de binnenzijde van de plaat ( $x = +d$ ): Aan deze zijde wordt door de vloeistof het drukveld uitgeoefend. Tangentiele spanningen langs dit oppervlak kunnen dus alleen door wrijvingskrachten veroorzaakt worden en deze zullen t.o.v. de elastische krachten verwaarloosd kunnen worden. Dit betekent

$$\left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)_{x=+d} = 0. \quad (4.12)$$

De normale spanning aan de binnenzijde van de plaat is niet gelijk 0, doch gelijk en tegengesteld aan de op de plaat werkende druk  $p$ .

$$-\frac{1}{j\omega} \left[ \lambda \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) + 2\mu \frac{\partial v_x}{\partial x} \right]_{x=+d} = p. \quad (4.13)$$

#### IV.4 Oplossingen van L a m b

Voor het door L a m b behandelde probleem van de voortplanting der elastische golven in een aan weerszijden vrije plaat gelden dezelfde golfvergelijkingen als hier. De afwijking van ons probleem ligt in de randvoorwaarden.

a. Randvoorwaarden (4.10 t/m 12) gelden eveneens, doch voor de aan weerszijden vrije plaat moet in (4.13)  $p = 0$  gesteld worden.

b. In zijn geval is  $k$  niet gegeven, maar een te bepalen grootte.

De door L a m b voor dit probleem gevonden oplossingen zijn hierna voor lopende golven weergegeven, doch kunnen ook als staande golven geschreven worden.

##### A. SYMMETRISCHE GOLVEN

Deze kunnen beschreven worden met (4.14)  
 $\varphi = P \cosh(\alpha x) \exp j(\omega t - ky), \quad A = \varphi \sinh(\beta x) \exp j(\omega t - ky).$   
 $\varphi$  en  $A$  voldoen aan (4.7). De beweging is symmetrisch ten opzichte van het  $y$ - $z$  vlak, omdat

$$v_x(x) = -v_x(-x), \quad v_y(x) = v_y(-x). \quad (4.15)$$

De beweging van de plaat is in fig. 4.2 schematisch aangegeven. Met behulp van de randvoorwaarden voor de aan weerszijden ongehinderde plaat kan  $P$  of  $Q$  uit (4.14) geëlimineerd worden. Zoals L a m b aantoonde volgt dan tevens  $k$  en daarmee de voortplantingssnelheid voor deze golven uit

$$\frac{\operatorname{tgh}(\beta d)}{\operatorname{tgh}(\alpha d)} = \frac{4k^2\alpha\beta}{(k^2 + \beta^2)^2} \quad (4.16)$$

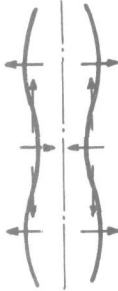


Fig. 4.2  
De symmetrische  
Lamb golf

De gevonden  $k$  hangt af van de dikte van de plaat ( $= 2d$ ). Indien  $k^2 < \frac{\rho\omega^2}{\mu}$ , wordt volgens (4.9)  $\beta^2 < 0$  en  $\beta = j\beta'$ . Indien  $k^2 < \frac{\rho\omega^2}{\lambda+2\mu}$ , wordt bovendien  $\alpha^2 < 0$  en

$\alpha = j\alpha'$ . De oplossingen voor  $\varphi$  en  $A$  veranderen dan respectievelijk in

$$\varphi = P \cosh(\alpha x) \exp j(\omega t - ky),$$

$$A = Q' \sin(\beta' x) \exp j(\omega t - ky), \quad (4.16a)$$

$$\varphi = P' \cos(\alpha' x) \exp j(\omega t - ky),$$

$$A = Q' \sin(\beta' x) \exp j(\omega t - ky), \quad (4.16b)$$

waarin  $\alpha'$  en  $\beta'$  weer reëel zijn.

De gevonden voortplantingssnelheid voor deze golven is afhankelijk van de plaatdikte en kan zowel groter als kleiner dan de voortplantingssnelheid voor transversale golven in het onbegrensde materiaal zijn.

#### B. ASYMMETRISCHE GOLVEN

Deze kunnen beschreven worden met

$$\varphi = P \sinh(\alpha x) \exp j(\omega t - ky), \quad A = Q \cosh(\alpha x) \exp j(\omega t - ky). \quad (4.17)$$

Hiervoor geldt

$$v_x(x) = v_x(-x), \quad v_y(x) = -v_y(-x). \quad (4.18)$$

De golf is in fig. 4.3 weergegeven en heeft het karakter van een buigingstrilling.

L a m b toont aan, dat  $k$  en de voortplantingssnelheid in dit geval volgt uit

$$\frac{\cotgh(\beta d)}{\cotgh(\alpha d)} = \frac{4k^2\alpha\beta}{(k^2 + \beta^2)^2}. \quad (4.19)$$

De voortplantingssnelheid is hier eveneens afhankelijk van  $d$  en nadert voor kleine waarden van  $d$  of lage frequenties tot die van eenvoudige buigingstrillingen.



Fig. 4.3  
De asymmetrische  
Lamb golf

#### IV.5 Gedwongen trillingen

In het geval van een plaat onder invloed van een drukveld met gegeven periodiciteit in de  $y$  richting zal de door L a m b berekende oplossing slechts bij uitzondering bruikbaar zijn.



Dit is nl. alleen dan het geval, indien de voorgeschreven periodiciteit van het drukveld in  $y$  overeenkomt met de voortplantingssnelheid van de symmetrische of asymmetrische golf, m.a.w. indien de gegeven  $k$  gelijk is aan  $k$  uit (4.16) of (4.19). De druk  $p$  wordt dan gelijk 0.

Het zal nu blijken, dat voor andere waarden van  $k$  een beweging, die aan de randvoorwaarden (4.10 t/m 13) voldoet, mogelijk is en die verkregen wordt door superpositie van een symmetrische en een asymmetrische trilling. De gang van zaken bij het vinden van deze beweging is de volgende.

a. Wij kiezen een symmetrische trillingswijze voor de plaat met de voorgeschreven  $k$  (als staande trilling).

$$\varphi = P_1 \cosh(\alpha x) \cos(ky) \exp(j\omega t), \quad A = Q_1 \sinh(\beta x) \sin(ky) \exp(j\omega t). \quad (4.20)$$

Deze uitdrukkingen voldoen aan (4.7). Wij kiezen voorts  $P_1$  en  $Q_1$  zodanig, dat aan de randvoorwaarden (4.10) en (4.12) voldaan wordt, dus zo, dat de tangentiële spanningen langs buiten- en binnenzijde van de wand nul zijn. Aan de randvoorwaarden (4.11) en (4.13) is nu in het algemeen niet voldaan. Deze beweging is slechts mogelijk, indien op de buiten- en binnenzijde van de plaat gelijktijdig een druk uitgeoefend wordt, die gevonden wordt uit (4.13). Deze druk is periodiek in  $y$  met het gegeven circulair golfgetal  $k$  en is voor de beide zijden in fase.

b. Op analoge wijze kiezen wij een asymmetrische trilling

$$\varphi = P_2 \sinh(\alpha x) \cos(ky) \exp(j\omega t), \quad A = Q_2 \cosh(\beta x) \sin(ky) \exp(j\omega t), \quad (4.21)$$

waarin wij  $P_2$  en  $Q_2$  eveneens zo kiezen, dat aan de randvoorwaarden (4.10) en (4.12) voldaan is. Hiertoe is nu echter een gelijktijdig op buiten- en binnenzijde in tegenfase werkende druk vereist, die eveneens uit (4.13) volgt.

c. Hierna tellen wij de bewegingen  $a$  en  $b$  samen, onder vermenigvuldiging met een zodanige factor, dat de totale voor de beweging vereiste druk op de buitenzijde = 0 wordt. Aan de binnenzijde is deze druk dan  $\neq 0$  en kan gelijkgesteld worden aan de in het probleem gegeven druk  $p = \hat{p}_m \sin(ky) \exp(j\omega t)$ . Hiermede is het probleem opgelost. Wij zullen nu de in  $a$ ,  $b$  en  $c$  genoemde bewerkingen achtereenvolgens uitvoeren.

#### IV.5a De symmetrische trilling

Hiervoor geldt

$$\varphi = P_1 \cosh(\alpha x) \cos(ky) \exp(j\omega t), \quad A = Q_1 \sinh(\beta x) \sin(ky) \exp(j\omega t) \quad (4.22)$$

met voorgeschreven  $k$ . Voor de stofsnelheidscomponenten vinden wij met (4.3)

$$v_x = \cos(ky) \{-P_1 \alpha \sinh(\alpha x) + Q_1 k \sinh(\beta x)\} \exp(j\omega t), \quad (4.23)$$

$$v_y = \sin(ky) \{P_1 k \cosh(\alpha x) - Q_1 \beta \cosh(\beta x)\} \exp(j\omega t). \quad (4.24)$$

Aan de randvoorwaarden (4.10) en (4.12) wordt voldaan, indien

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{(\beta^2 + k^2) \sinh(\beta d)}{2 \alpha k \sinh(\alpha d)}. \quad (4.25)$$

Hiermede volgen uit (4.23) en (4.24) voor de buiten- en binnenzijde

$$(v_x)_{x=\pm d} = Q_1 \frac{k^2 - \beta^2}{2k} \cos(ky) \sinh(\pm \beta d) \exp(j\omega t), \quad (4.26)$$

$$(v_y)_{x=\pm d} = Q_1 \sin(ky) \sinh(\beta d) \times \left\{ \frac{\beta^2 + k^2}{2 \alpha} \cotgh(\alpha d) - \beta \cotgh(\beta d) \right\} \exp(j\omega t). \quad (4.27)$$

Met (4.13) volgt nu voor de voor de beweging vereiste gelijktijdig op beide zijden werkende druk, na omwerken met (4.8) en (4.9)

$$p_s = \frac{2\mu k \beta Q_1}{j \omega} \cos(ky) \sinh(\beta d) \left[ \frac{(\beta^2 + k^2)^2}{4k^2 \alpha \beta} \cotgh(\alpha d) - \cotgh(\beta d) \right] \exp(j\omega t). \quad (4.28)$$

De situatie van de grootheden uit (4.26) en (4.28) is nu zoals in fig. 4.4 aangegeven is (de index  $s$  wijst op symmetrisch). Wij zullen nu de verhouding van de gelijktijdig op beide zijden werkende druk  $p_s$  en de daarbij behorende normale snelheid  $v_{ns}$  aan de wand de impedantie van de symmetrische trilling  $Z_s$  noemen.

Hierbij kiezen wij (evenals dit in (4.13) voor  $p$  is geschied) voor  $v_{ns}$  een positief teken, indien  $v_{xs}$  aan de wand naar het inwendige van de wand is gericht.  $v_{ns}$  is dus, eventueel op het teken na, gelijk aan  $(v_{xs})_{x=\pm d}$ .

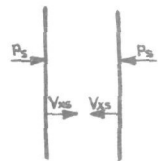


Fig. 4.4

Dan volgt uit (4.28) en (4.26)

$$Z_s = j \frac{4k^2 \mu \beta}{\omega(k^2 - \beta^2)} \left[ \frac{(\beta^2 + k^2)^2}{4k^2 \alpha \beta} \operatorname{cotgh}(\alpha d) - \operatorname{cotgh}(\beta d) \right]. \quad (4.29)$$

Indien  $k^2 < \frac{\rho \omega^2}{\mu}$  en eventueel ook  $k^2 < \frac{\rho \omega^2}{\lambda + 2\mu}$ , worden  $\alpha$  en  $\beta$  imaginair en moeten in deze vergelijking overeenkomstige wijzigingen aangebracht worden als in (4.14) tot (4.16a) en (4.16b).

Deze impedantie zal nu numeriek uitgerekend worden voor een geval, dat aangepast is aan de omstandigheden bij de nagalmproeven. Het drukveld op de wand wordt uitgeoefend als gevolg van de eigentrillingen van de vloeistofmassa. Bezien wij in een parallelpipedisch vat die eigentrillingen, die eveneens alleen van  $x$  en  $y$  afhangen, dan wordt de periodiciteit langs deze coördinaten gegeven door de circulaire golfgetallen  $k_x$  en  $k_y$ , waarvoor geldt

$$k_x^2 + k_y^2 = \frac{\omega^2}{c^2}.$$

Voor de groep eigentrillingen met gelijke eigenfrequentie  $\omega$  wordt dus

$$0 \leq k_y^2 \leq \frac{\omega^2}{c^2}. \quad (4.30)$$

Het op de plaat werkende drukveld kan dus voorgesteld worden met

$$p = \hat{p}_m \sin(ky) \exp(j\omega t),$$

waarin wij wederom bij  $k$  de index  $y$  weglaten. Wij voeren in

$$k^2 = \gamma^2 \frac{\omega^2}{c^2} \quad \text{met } 0 \leq \gamma \leq 1.$$

Wij kiezen nu voor het voorbeeld als materiaal aluminium en hebben dan te maken met de volgende constanten:

$$\begin{aligned} \rho_{al} &= 2700 \text{ kg/m}^3, & c &= 1500 \text{ m/s}, \\ c_l &= 6000 \text{ m/s}, & 2d &= 10^{-3} \text{ m}, \\ c_t &= 3000 \text{ m/s}, & f &= 10^6 \text{ Hz}. \end{aligned}$$

(4.8) en (4.9) worden nu

$$\alpha^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c_l^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \gamma^2 - \frac{\omega^2}{16c^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \left( \gamma^2 - \frac{1}{16} \right), \quad (4.31)$$

$$\beta^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{c_t^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \gamma^2 - \frac{\omega^2}{4c^2} = \frac{\omega^2}{c^2} \left( \gamma^2 - \frac{1}{4} \right) \quad (4.32)$$

Verder zullen wij in de formule voor  $Z_s$  alle eenheden in de specifieke acoustische golfimpedantie van water  $\rho c$  uitdrukken. Wij vinden dan voor  $Z$

$$Z_s = j M [N \cotgh(\alpha d) - \cotgh(\beta d)], \quad (4.33)$$

met

$$M = 160(\rho c) \gamma^2 \sqrt{\gamma^2 - \frac{1}{4}},$$

$$N = \frac{\sqrt{2\gamma^2 - \frac{1}{4}}^2}{4\gamma^2 \sqrt{\gamma^2 - \frac{1}{4}} \sqrt{\gamma^2 - \frac{1}{16}}}$$

$$\alpha = \frac{\omega}{c} \sqrt{\gamma^2 - \frac{1}{16}}, \quad \beta = \frac{\omega}{c} \sqrt{\gamma^2 - \frac{1}{4}}.$$

Indien  $\gamma^2 < \frac{1}{4}$  resp.  $\gamma^2 < \frac{1}{16}$ , worden  $\alpha$  en  $\beta$  imaginair en vervangen door  $j\alpha'$  en  $j\beta'$ .

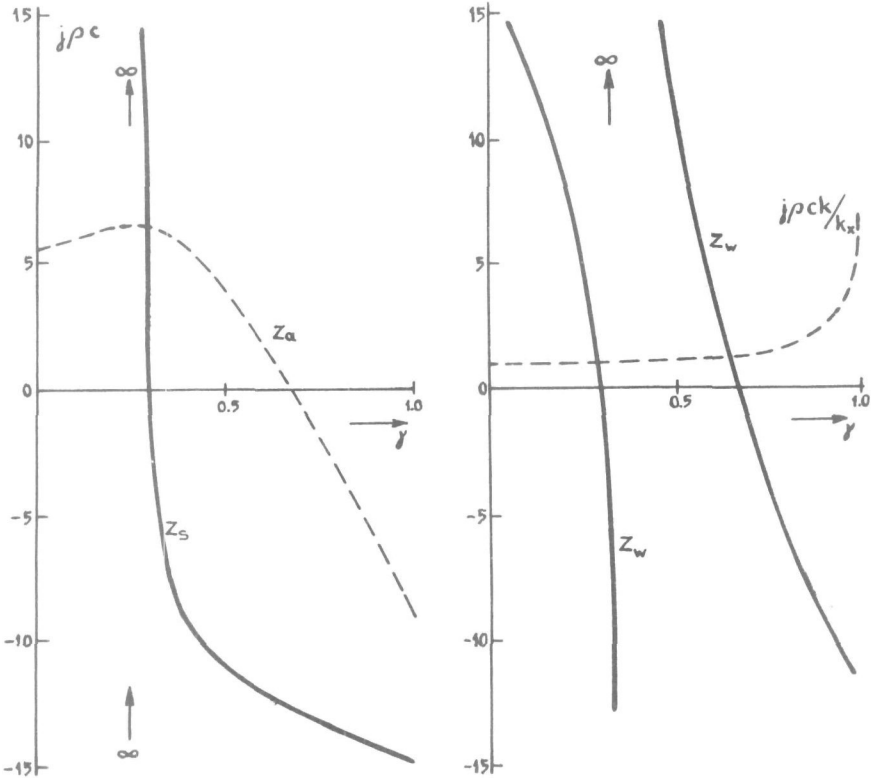


Fig. 4.5

$Z_a$ ,  $Z_s$  en  $Z_w$  voor de in de tekst besproken rekenvoorbeelden  
( $Z_s$  is voor kleine  $\gamma$  zeer groot negatief)

In fig. 4.5. is voor dit rekenvoorbeeld  $Z_s$  als functie van  $\gamma$  uitgezet. Wij zien, dat er één waarde van  $\gamma$  is, waarvoor  $Z_s = 0$ , en één waarde, waarvoor  $Z_s = \infty$ . Indien  $Z_s = 0$ , is de term tussen haken in (4.28) = 0. Dit komt overeen met de voorwaarde, die aan  $k$  gesteld wordt bij de uitbreiding van symmetrische golven in de vrije plaat, zoals in IV.4A is aangegeven.

Zoals reeds werd opgemerkt, is de hier besproken symmetrische trilling alleen mogelijk, indien de druk aan weerszijden van de plaat werkzaam is. Met deze beweging alleen kan dus het drukveld in de vloeistof niet tot overeenstemming worden gebracht.

#### IV.5b De asymmetrische trilling

Hiervoor nemen wij

$$\varphi = P_2 \sinh(\alpha x) \cos(ky) \exp(j\omega t), \quad A = Q_2 \cosh(\beta x) \sin(ky) \exp(j\omega t). \quad (4.34)$$

De berekening verloopt geheel analoog aan die voor het symmetrische geval. Het resultaat luidt hier

$$Z_a = j \frac{4k^2 \mu \beta}{\omega(k^2 - \beta^2)} \left[ \frac{(\beta^2 + k^2)^2}{4k^2 \alpha \beta} \operatorname{tgh}(\alpha d) - \operatorname{tgh}(\beta d) \right]. \quad (4.35)$$

In fig. 4.5 is deze impedantie voor dezelfde omstandigheden als voor het symmetrische geval aangegeven. Er is hier eveneens een nulpunt voor  $Z_a$ , echter geen punt met impedantie  $\infty$ . Deze beweging is alleen mogelijk met een in tegenfase werkende druk op buiten- en binnenzijde van de plaat.

#### IV.5c De volledige oplossing

Een combinatie van de symmetrische en de asymmetrische trilling kan nu de beweging geven, die aan alle randvoorwaarden voor ons probleem voldoet. Aan de voorwaarde, dat de tangentiële spanningen langs buiten- en binnenzijde gelijk 0 moeten zijn, is bij de keuze van de symmetrische en asymmetrische trilling reeds voldaan, zodat dit voor de combinatie ook geldt. In fig. 4.6 ziet men nu, dat de druk op het buitenvlak =  $p_a - p_s$ , op het binnenvlak  $p_a + p_s$ . Voor de combinatie der trillingen geldt als impedantie voor de binnenzijde

$$Z_w = \frac{p_a + p_s}{v_{xs} + v_{xa}} = \frac{p_a + p_s}{\frac{p_a}{Z_a} + \frac{p_s}{Z_s}}$$

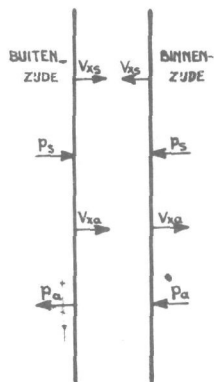


Fig. 4.6

Wij kiezen nu vanwege de gevraagde randvoorwaarde voor de buitentzijde  $p_a = p_s$ , zodat nu geldt

$$Z_w = \frac{2}{\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_s}} = \frac{2Z_a Z_s}{Z_a + Z_s} \quad (4.36)$$

De werkelijke wandimpedantie is dus op eenvoudige wijze uit de reeds bekende deelimpedanties te vinden. In fig. 4.5 is voor de daar geldende omstandigheden  $Z_w$ , berekend uit  $Z_a$  en  $Z_s$ , eveneens uitgezet. Er zijn twee waarden van  $\gamma$ , waarvoor  $Z_w = 0$ .

Een interessante bevestiging van de juistheid van de hier uitgevoerde berekeningen verkrijgen wij, indien in de resultaten  $k = 0$  gesteld wordt, m.a.w. indien het drukveld onafhankelijk van  $y$  is. Wij moeten dan het in (4.1) gegeven eenvoudige resultaat verwachten.

Voor  $Z_s$  vinden wij, indien  $k$  en dus  $\gamma = 0$ , volgens (4.29) (4.8) (4.9)

$$Z_s = -j(\rho\zeta)_w \cotg\left(\frac{\omega}{c}d\right)$$

Voor  $Z_a$  vinden wij in dit geval met (4.35) (4.8) en (4.9)

$$Z_a = j(\rho\zeta)_w \operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{c}d\right).$$

De resulterende impedantie  $Z_w$  vinden wij met (4.36)

$$\begin{aligned} Z_w &= \frac{(\rho\zeta)_w}{j} \frac{2 \operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{c}d\right) \cdot \cotg\left(\frac{\omega}{c}d\right)}{\operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{c}d\right) - \cotg\left(\frac{\omega}{c}d\right)} = \\ &= j(\rho\zeta)_w \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\omega}{c}2d\right), \end{aligned} \quad (4.37)$$

waardoor wij inderdaad de uitdrukking uit (4.1) verkregen hebben.

Tot dusver hebben wij ons beperkt tot het probleem, waarbij het op de wand werkende drukveld alleen periodiek in  $y$  is. Het algemene geval is, dat  $p$  periodiek in  $y$  en  $z$  is, dus bv.

$$p = \hat{p}_m \sin(k_y y) \sin(k_z z) \exp(j\omega t), \quad (4.38)$$

De berekeningen hiervoor lopen langs dezelfde lijnen, doch worden veel omslachtiger, doordat nu in (4.3) alle componenten van grad  $\varphi$  en rot  $\mathbf{A}$  optreden. Zij bieden echter geen nieuwe ge-

zichtspunten en zullen hier dan ook niet uitgevoerd worden. Eveneens zal geen aandacht worden geschonken aan het geval, dat de druk als een besselfunctie van de coördinaten afhangt, zoals dat bv. voor de bodem het geval is. Desgewenst kan dit alles berekend worden aan de hand van de hier gegeven richtlijnen, doch het practisch belang ervan is niet groot.

#### IV.6 Consequenties voor de nagalmproeven

Nu wij in principe in staat zijn de wand-impedantie voor ieder van de eigentrillingen van het vloeistofsysteem te berekenen, gaan wij de invloed op het geluidsveld na. Wij beschouwen een vat in de vorm van een rechthoekigparalelepipedum en een wand loodrecht op de  $x$ -as (fig. 4.7). De oorsprong van het coördinatensysteem kiezen wij nu weer in het grensvlak vloeistof-wand. Uit III.4 weten wij, dat het geluidsveld voorgesteld kan worden door

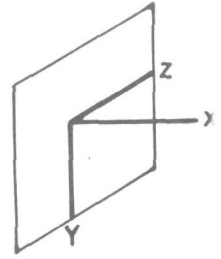


Fig. 4.7

$$\varphi = \sin(k_x x + \zeta) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \exp(j\omega t), \quad (4.39)$$

Hierin vinden wij met III.2

$$p = j\omega\rho\varphi \quad (4.40)$$

$$v_x = -k_x \cos(k_x x + \zeta) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \exp(j\omega t) \quad (4.41)$$

$$v_y = -k_y \sin(k_x x + \zeta) \cos(k_y y) \sin(k_z z) \exp(j\omega t) \quad (4.42)$$

$$v_z = -k_z \sin(k_x x + \zeta) \sin(k_y y) \cos(k_z z) \exp(j\omega t). \quad (4.43)$$

De randvoorwaarde luidt, dat aan de wand

$$\left(\frac{p}{v_x}\right)_{x=0} = -Z_w,$$

$$\frac{\rho\omega}{jk_x} \operatorname{tg}(\zeta) = -Z_w,$$

en met  $k = \frac{\omega}{c}$

$$\rho c \frac{jk}{k_x} \operatorname{tg}(\zeta) = Z_w. \quad (4.44)$$

Bij een bekende  $Z_w$  volgt hieruit  $\zeta$  en de vloeistofsnelheidscomponenten aan de wand uit (4.41 t/m 43) voor  $x = 0$

$$(v_x)_{x=0} = -k_x \cos(\zeta) \sin(k_y y) \sin(k_z z) \exp(j\omega t), \quad (4.45)$$

$$(v_y)_{x=0} = -k_y \sin(\zeta) \cos(k_x x) \sin(k_z z) \exp(j\omega t), \quad (4.46)$$

$$(v_z)_{x=0} = -k_z \sin(\zeta) \sin(k_x x) \cos(k_y y) \exp(j\omega t). \quad (4.47)$$

Voor een volkomen stijve wand ( $Z_w = \infty$ ) wordt volgens (4.44)

$$\zeta = \pi/2 \text{ en } (v_x)_{x=0} = v_n = 0, \quad v_t \neq 0. \quad (4.48)$$

Voor een volkomen meegeevende wand ( $Z_w = 0$ ) wordt

$$\zeta = 0 \quad \text{en} \quad v_t = 0 \quad v_n \neq 0. \quad (4.49)$$

Voor het algemene geval geldt

$$\zeta = \arctg\left(\frac{Z_w}{j\rho c} \frac{k_x}{k}\right). \quad (4.50)$$

In III.11 bleek bij de bespreking der viscositeitsgolven, dat de amplitude dezer golven bepaald wordt door de waarde van de tangente component van de compressiegolf aan de wand, en dat de daarin verbruikte acoustische energie evenredig is met  $v_t^2$ . Aan een volkomen meegeevende wand treden dus geen viscositeitsgolven op, aan een volkomen stijve wand zijn deze maximaal.

Het geluidsveld binnen in het vat is slechts weinig van de waarde van  $Z_w$  afhankelijk. Wij hebben bij onze proeven immers te maken met het asymptotische geval, waarbij de afmetingen van het vat groot zijn in vergelijking met de golflengte, en hiervoor is reeds aan de in III.4 en 5 besproken voorbeelden te zien, dat de waarde van  $Z_w$  onbelangrijk is, terwijl in III.6 reeds vermeld is, dat ook het aantal eigentrillingen hiervan onafhankelijk wordt.

Vergelijken wij dus vaten van gelijke afmetingen, doch verschillende wandimpedantie  $Z_w$ , dan zullen de compressievelen in beide gevallen praktisch gelijk zijn, doch de viscositeitsvelen zijn verschillend.

Het energieverlies in de viscositeitsgolven is volgens III (3.91) evenredig met  $v_t^2$ . Uit (4.45 t/m 48) zien wij

$$v_t^2 = (v_y^2)_{x=0} + (v_z^2)_{x=0} \quad \therefore \sin^2(\zeta)$$

en volgens (4.50)

$$v_t^2 \therefore \frac{1}{1 + \left(\frac{j\rho c}{Z_w} \frac{k_x}{k}\right)^2} \quad (4.51)$$

Deze uitdrukking varieert van 0, voor  $Z_w = 0$ , tot 1, voor  $Z_w = \infty$ .

Wij zien uit (4.50) en (4.51), dat voor de beoordeling van de kwestie, in hoeverre de wand als volkomen stijf beschouwd



mag worden, de verhouding  $Z_w$  tot  $j\rho ck/k_x$  maatgevend is. Voor het in fig. 4.5 aangegeven rekenvoorbeeld is nu  $j\rho ck/k_x$  eveneens ingetekend. Hiervoor gold

$$k_y = \gamma \frac{\omega}{c} = \gamma k,$$

dus

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{1 - \gamma^2}$$

$$j\rho ck/k_x = j\rho c / \sqrt{1 - \gamma^2},$$

Deze functie is in fig. 4.5 getekend.

Wij zien nu in de figuur, dat inderdaad voor het grootste deel der eigentrillingen, dus voor bijna alle voorkomende waarden van  $\gamma$ ,  $|Z_w|$  groot is t.o.v.  $|\rho ck/k_x|$  en dat dus in de noemer van (4.51), waar deze grootheid in het kwadraat voorkomt, de fout klein is, indien deze noemer = 1 gesteld wordt. In de figuur zien wij, dat er drie gebiedjes van  $\gamma$  zijn, waarvoor deze benadering ernstig afwijkt.

a.  $\gamma \rightarrow 1$ . In dit geval nader  $k_y \rightarrow k$  en dus  $k_x \rightarrow 0$  en  $\rho ck/k_x \rightarrow \infty$

Dit geldt voor die extreme gevallen van de eigentrillingen van de vloeistof, waarvoor de periodiciteit in de  $x$  richting gaat ontbreken. Deze zijn echter zeer gering in aantal en daarom is deze uitzondering praktisch van weinig belang. Uit fig. 4.5 zien wij bovendien, dat de functie  $\rho ck/k_x$  nabij  $\gamma = 1$  zeer steil verloopt, zodat reeds voor weinig van 1 afwijkende waarden van  $\gamma$ ,  $|Z_w|$  groot is t.o.v.  $|\rho ck/k_x|$ .

b. Het gebied nabij  $\gamma = 0,7$ . Hier wordt  $Z_w = 0$ , doordat de eigentrilling van de vloeistof in resonantie komt met de asymmetrische  $L a m b$  trilling. In de vloeistof wordt hier dus  $v_t = 0$ . Er treedt hier echter een compenserend effect op om de volgende reden. De normale component van de vloeistofsnelheid aan de wand  $v_n$  wordt hier volgens (4.49)  $\neq 0$ . Nu is echter de beweging van de plaat bij deze  $L a m b$  golf volgens (4.26) en (4.27) zodanig, dat  $v_t$  in de plaat hier ongelijk nul is. Weliswaar wordt dus de tangentele component van de vloeistofsnelheid langs de wand = 0, doch de tangentele snelheid van de plaat niet. Om die reden treedt hier dus toch een viscositeitsgolf op, omdat daarvoor de relatieve snelheid van wand en vloeistof maatgevend is. Bij numeriek uitrekenen blijkt, dat de compensatie inderdaad zodanig is, dat de verliezen door de viscositeitsgolven in het gebied van  $\gamma = 0,7$ , ongeveer gelijk blijven aan die welke daar voor een volkomen stijve wand zouden optreden.

c. Het gebied nabij  $\gamma = 0,3$ . Hier wordt  $Z_w = 0$  wegens de resonantie met de symmetrische L a m b golf. Dit gebied is van minder belang, omdat, zoals uit fig. 4.5 blijkt,  $Z_w$  hier zeer steil verloopt, zodat slechts over een klein gebied van  $\gamma$  en dus voor weinig eigentrillingen van de vloeistof  $Z_w$  klein is. Bij numeriek uitrekenen van het voorbeeld uit de figuur blijkt, dat door het onder *b* genoemde effect zelfs een overcompensatie van de vermindering der wrijvingsverliezen optreedt.

Op grond van de beschouwingen in dit hoofdstuk komen wij voor onze nagalmproeven tot de conclusies:

a. Het probleem of de wand als een stijve of als een meegevende wand beschouwd moet worden, is van belang voor de amplitude van de optredende viscositeitgolven en de daardoor veroorzaakte wrijvingsverliezen.

b. De wandimpedantie kan weliswaar praktisch iedere waarde van 0 tot  $\infty$  aannemen, doch de wand kan met goede benadering als onder bijna alle omstandigheden volkomen stijf beschouwd worden.

\* \* \* \*

## Hoofdstuk V

### EEN FORMULE VOOR DE NAGALM: ENIGE METINGEN

#### V.1 Inleiding

In Hoofdstuk II werden bij de beschrijving van de metingen van de nagalm in cilindrische, met vloeistof gevulde vaten enige regels voor de nagalmtijd besproken. In de mathematische formulering van die regels traden een aantal constanten op, over de grootte waarvan toen geen kwantitatieve voorspellingen gedaan konden worden. In dit hoofdstuk zal getracht worden, aan de hand van de resultaten van de berekeningen over het geluidsveld in het nagalmvat, uitdrukkingen voor deze constanten op te stellen.

De gecompliceerdheid van het geluidsveld is in de vorige hoofdstukken duidelijk gebleken en er zullen benaderingen moeten worden toegepast om tot bruikbare resultaten te komen. Het zal mogelijk blijken een eenvoudige formule voor de nagalmtijd af te leiden, met inachtneming van de extra-absorpties aan de wand, indien ondersteld wordt, dat deze wand volkomen stijf en de geluidsenergie gelijkelijk over de drie coördinaten verdeeld is. De geldigheid van de formule is ook experimenteel getoetst.

#### V.2 Vloeistofsnelheidscomponenten aan de wanden van het vat

Voor de berekening van de absorpties onder invloed van de wanden van het nagalmvat is het nodig de situatie aan deze wanden nog eens na te gaan. Als gevolg van onze in V.1 gemaakte onderstellingen kunnen wij ons tot twee gevallen beperken

*a. De volkomen stijf onderstelde metalen wanden*

De situatie is hier, op grond van hetgeen in IV.6 besproken is, zoals in fig. 5.1 is weergegeven (voor de compressiegolf).

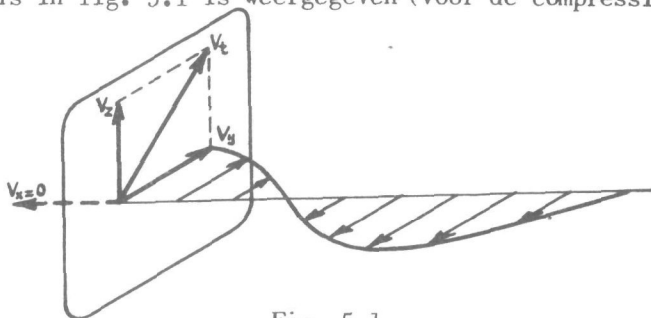


Fig. 5.1

Vloeistofsnelheid aan een volkomen stijve wand

De normale component van de vloeistofsnelheid in de compressiegolf aan de wand  $v_n = v_x = 0$ .

Voor de tangentiële component zien wij, dat de bijdragen  $v_y$  en  $v_z$  beiden als functie van  $x$  aan de wand maximale waarden hebben. Wegens de periodiciteit van  $v_y$  en  $v_z$  als functie van  $x$  betekent dit

$$\begin{aligned} \overline{(v_y^2)}_{\text{wand}} &= \overline{2v_y^2}, \\ \overline{(v_z^2)}_{\text{wand}} &= \overline{2v_z^2}, \end{aligned}$$

waarin  $\overline{(v_y^2)}_{\text{wand}}$  en  $\overline{(v_z^2)}_{\text{wand}}$  de gemiddelde waarden van  $v_y^2$  en  $v_z^2$  aan de wand voorstellen.

Wegens onze onderstelling van de aequipartitie der kinetische energie geldt

$$\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2} = \overline{v^2}/3$$

en dus

$$\overline{v_t^2} = \overline{(v_y^2)}_{\text{wand}} + \overline{(v_z^2)}_{\text{wand}} = 4\overline{v^2}/3 \quad (5.1)$$

$$\overline{v_n^2} = 0$$

#### b. Het vloeistofoppervlak

Dit beschouwen wij als een volkomen meegeevende wand en de situatie is hier dus op grond van **IV.6**, als in fig. 5.2 is aangegeven

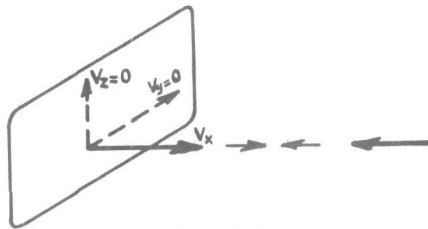


Fig. 5.2

Vloeistofsnelheid aan een volkomen meegeevende wand

Hier zijn  $v_y$  en  $v_z$  beiden nul. Voor  $v_n = v_x$  geldt analogoos aan wat onder a voor  $\overline{v_t^2}$  is afgeleid:

$$\begin{aligned} \overline{v_n^2} &= \overline{(v_x^2)}_{\text{wand}} = \overline{2v^2}/3 \\ \overline{v_t^2} &= \overline{(v_x^2 + v_y^2)}_{\text{wand}} = 0. \end{aligned} \quad (5.2)$$

### V.3 Nagalmformule

De oorzaken, die tot energieverlies in het nagalmvat leiden, zijn:

- a. geluidsabsorptie in de vloeistof,
- b. absorptie in het materiaal van de wand,
- c. absorptie door de tangentiële component van de vloeistofsnelheid langs de wand,
- d. straling in de lucht,
- e. verliezen door geleiding langs kristallen en bevestiging.

Deze factoren kunnen samengevat worden in een reeds eerder gebruikte formule (zie II.4)

$$2\delta' = \frac{\Delta E}{E} = \frac{\Delta_a E + \Delta_b E + \Delta_c E + \Delta_d E + \Delta_e E}{E} = \sum \frac{\Delta_x E}{E}, \quad (5.3)$$

waarin  $\delta'$  de resulterende dempingsfactor voorstelt en  $\Delta E$  de energieverliezen per seconde door de verschillende genoemde oorzaken. Deze zullen nu achtereenvolgens in formule gebracht worden.

#### a. Absorptie in de vloeistof

Hiervoor geldt (zie II.1)

$$\frac{\Delta_a E}{E} = 2\delta,$$

waarin  $\delta$  de dempingscoëfficiënt van de vloeistof alleen voorstelt.

#### b. Absorptie in het materiaal van de wand

Overeenkomstig onze onderstelling, dat de metalen wand van het nagalmvat volkomen stijf is, wordt de energie in de wand nul, althans zeer gering. De energieverliezen in het materiaal van de wand kunnen dus slechts zeer gering zijn, temeer daar de absorptiecoëfficiënt van aluminium zeer klein is. Wij zullen dus hierom stellen

$$\frac{\Delta_b E}{E} = 0.$$

#### c. Absorptie langs de wand

In III.11 is afgeleid dat de energieabsorptie per  $m^2$  per s door de wrijving langs de wand gelijk is aan

$$\overline{v_t^2} \sqrt{\frac{\omega \rho \eta}{2}}$$

Nu is voor de stijve wand  $\overline{v_t^2} = 4v^2/3$ . Het totale met vloeistof

bedekte oppervlak van bodem en cylinderwand is  $\pi R^2 + 2\pi R h$ .  
 Het totale energieverbruik  $\Delta_c E$  wordt dus

$$(\pi R^2 + 2\pi R h) \frac{4}{3} v^2 \sqrt{\frac{\omega \rho \eta}{2}}$$

De energie in de vloeistof  $E = \pi R^2 h \rho \overline{v^2}$ , zodat

$$\frac{\Delta_c E}{E} = \frac{(\pi R^2 + 2\pi R h) 4 \sqrt{\frac{\omega \rho \eta}{2}}}{3\pi R^2 h \rho} = \left(\frac{2}{R} + \frac{1}{h}\right) \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi \eta}{\rho}} = 2.1,18 \left(\frac{2}{R} + \frac{1}{h}\right) \sqrt{\frac{\eta}{\rho}} \quad (5.5)$$

*d. Uitstraling in de lucht*

In principe vindt uitstraling van geluidsenergie rechtstreeks in de lucht plaats doch ook van de buitenzijde van de gehele cylinderwand en bodem. Er is echter ondersteld, dat de wand praktisch stijf is en de amplitude daarvan zeer klein is vergeleken met die in de vloeistof. Hierdoor zal de straling van de wanden veel kleiner zijn dan die van het vloeistofoppervlak en zal deze laatste dan ook alleen in rekening gebracht worden. In het algemeen is de energie, die per s per oppervlakte-eenheid uitgestraald wordt, gelijk aan

$$\operatorname{Re}(Z_l) v_n^2 \quad (5.6)$$

waarin  $v_n$  de normale component van de vloeistofsnelheid aan het oppervlak voorstelt en  $Z_l$  de impedantie van de lucht, die in dit geval een reële grootte blijkt te zijn. Indien een vlakke golf wordt uitgestraald, dan is deze impedantie  $Z_l = \rho_l c_l$ , waarin  $\rho_l$  en  $c_l$  resp. voorstellen de dichtheid en de voortplantingssnelheid voor het geluid van lucht. De situatie is hier echter gecompliceerder doordat geen vlakke golf uitgestraald wordt

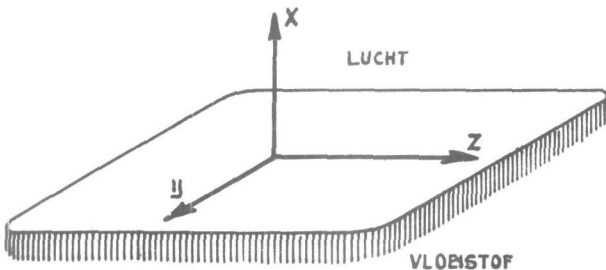


Fig. 5.3  
 Vloeistofoppervlak

Fig. 5.3 geeft een voorstelling van het grensvlak vloeistof - lucht. Wij kiezen een  $x$ -as loodrecht op het vloeistofoppervlak. Aan dit oppervlak is  $v_x$  van de vorm  $\sin(k_y y) \sin(k_z z) \exp(j\omega t)$

waarin  $k_y$  en  $k_z$  de circulaire golfgetallen van de staande golf in de vloeistof  $z$  aangeven. De situatie in de lucht kan beschreven worden met een snelheidspotential  $\varphi$  van de gedaante

$$\varphi = \varphi_0 \sin(k_y y) \sin(k_z z) \exp j(\omega t - k_x' x)$$

waarin  $k_x'$  het circ. golfgetal van de uitgestraalde lopende golf in de lucht is. Deze  $\varphi$  moet voldoen aan

$$\Delta\varphi = \frac{1}{c_l^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2},$$

$$k_y^2 + k_z^2 + k_x'^2 = \omega^2/c_l^2,$$

$$k_x'^2 = \omega^2/c_l^2 - k_y^2 - k_z^2.$$

Hieruit volgt voor de geluidsdruk  $p$  en de snelheidscomponent  $v_x$

$$p = j\omega\rho_l\varphi, v_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x}$$

$$Z_l = \frac{p}{v_x} = \frac{\rho_l\omega}{k_x'} = \frac{\rho_l\omega}{\sqrt{\omega^2/c_l^2 - k_y^2 - k_z^2}} = \frac{(\rho c)_l}{\sqrt{1 - \frac{k_y^2 + k_z^2}{\omega^2}}} c_l^2 \quad (5.7)$$

Voor een uitgestraalde vlakke golf ( $k_y = 0, k_z = 0$ ) gaat deze uitdrukking over in de reeds genoemde waarde  $Z_l = (\rho c)_l$ .

Voor het geluidsveld in de vloeistof geldt  $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = \omega^2/c^2$ . De maximale waarde, die  $k_y^2 + k_z^2$  kan aannemen, wordt bereikt als  $k_x = 0$ . In dat geval is dus  $k_y^2 + k_z^2 = \omega^2/c^2$  en  $Z_l = \rho_l c_l / \sqrt{1 - c_l^2/c^2}$ . Nu is  $c = 1500$  m/s,  $c_l = 340$  m/s, dus  $c_l^2/c^2 \approx 1/20$ .

De afwijking van  $Z_l$  van de waarde voor een vlakke golf is zo gering, zelfs in het uiterste geval, dat wij, waar deze stralingsverliezen in totaal slechts gering zijn voor  $Z_l$  zonder merkbare fout  $\rho_l c_l$  kunnen aanhouden.

Wij zagen in V.2, dat voor het vloeistof-oppervlak  $\overline{v_n^2} = 2\overline{v^2}/3$ . Het totale oppervlak van de vloeistof is  $\pi R^2$  en hiermede is volgens (5.6)

$$\Delta_d E = \pi R^2 2\overline{v^2} Z_l/3.$$

Nu is  $E = \pi R^2 h\rho\overline{v^2}$ , dus  $\Delta_d E/E = 2Z_l/3\rho h$ .

Substitueren wij hierin  $Z_l = \rho_l c_l$ , dan vinden wij

$$\frac{\Delta_d E}{E} = \frac{2 \cdot 1,2 \cdot 340}{3\rho h} \approx \frac{2,140}{\rho h} \quad (5.8)$$

e. Verliezen door geleiding e.d

Hiervoor kan geen berekening gegeven worden. In II. 11 is deze kwestie reeds besproken. Indien de energie, die per s door deze oorzaken verdwijnt, samengevat wordt in een term  $2q E^*$ , dan geldt

$$\frac{\Delta_e E}{E} = \frac{2q E^*}{\pi R^2 h E^*} = \frac{2q}{V} \quad (5.9)$$

$q$  zal afhangen van de aard van de wand, het kristal enz., doch bij de vergelijking van gelijksoortige pannen zal  $q$  dezelfde zijn, zodat de term van (5.9) met het vloeistofvolume afneemt en voor grote vaten verwaarloosbaar wordt.

Wij vinden tenslotte voor de dempingsfactor in het nagalmvat

$$\delta' = \frac{1}{T} = \delta + 1,18 \left( \frac{2}{R} + \frac{1}{h} \right) \cdot \sqrt{\frac{f\eta}{\rho}} + \frac{140}{\rho h} + \frac{q}{V}, \quad (5.10)$$

waarin  $\delta = \alpha c$  en bovendien voor niet te kleine vaten  $q/V \approx 0$ .

#### V.4 Experimentele controle van de formule

Indien (5.10) geldig is, kan de dempingsfactor van een vloeistof en daarmee de absorptiecoëfficiënt voor geluidsgolven eenvoudig bepaald worden. Hiertoe moet dan de nagalmtijd in één vat slechts voor één vulhoogte gemeten worden en na het aanbrengen van de correcties volgens (5.10) is  $\alpha$  bekend. Behalve  $q$ , die meestal verwaarloosd kan worden, treden in de formule op de straal  $R$  en de vulhoogte  $h$  van de vaten, de frequentie en de dichtheid en de normale viscositeit van de vloeistof. Voor de meeste vloeistoffen zijn deze grootheden nauwkeurig bekend of anders eenvoudig te bepalen. Er wordt aan herinnerd, dat hier de normale viscositeit bedoeld wordt, zoals die met een gangbare viscositeitsmeter gemeten kan worden en niet de schijnbare waarde, die met de formule van Stokes voor de geluidsabsorptie in vloeistoffen gevonden wordt.

a. Als eerste controle van (5.10) werd de dempingsfactor voor water bij drie frequenties gemeten (bij twee temperaturen) en hieruit  $\alpha$  bepaald met deze formule, waarna het resultaat vergeleken werd met dat van Hoofdstuk II en van verschillende onderzoekers. Voor de metingen werden twee aluminium vaten gebruikt van praktisch gelijke afmetingen,  $R = 14$  cm,  $h = 10$  cm, met een wanddikte van resp. 1 en 2 mm. De gemeten nagalmtijden waren binnen de meetnauwkeurigheid van enige procenten gelijk, hetgeen in overeenstemming is met (5.10), waarin de wanddikte niet voorkomt. In de tabel zijn de meetresultaten gegeven, verder de drie berekende correctietermen volgens (5.10) en de resulterende waarden van  $\delta$ ,  $\alpha$  en  $\alpha/f^2$ .



	eenheden-	18°C			kHz	25°C		
		750	1010	1500		750	1010	1500
gemeten nagalmtijd $T$	ms	21,6	14,6	8,4		24,3	17,1	9,8
$1/T$	$s^{-1}$	46,0	68,5	118,5		41,0	58,5	102,0
$1,18(2/R+1/h)\sqrt{\eta/\rho}$	$s^{-1}$	24,5	28,0	35,0		22,5	26,0	32,0
$140/\rho h$	$s^{-1}$	1,5	1,5	1,5		1,5	1,5	1,5
$q/V$	$s^{-1}$	0	0	0		0	0	0
$\delta = \alpha c$	$s^{-1}$	20,0	39,0	82,0		17,0	31,0	68,5
$\alpha \cdot 10^{-2}$	$m^{-1}$	1,33	2,60	5,5		1,17	2,06	4,45
$\alpha/f^2 \cdot 10^{15}$	$m^{-1}s^2$	25,0	25,5	25,5		21,0	20,5	20,0

Bij de berekening zijn de volgende constanten gebruikt:

$$R = 0,14 \text{ m}, \quad \eta = 0,89 \cdot 10^{-3} \text{ N m}^{-2} \text{ s bij } 25^\circ\text{C},$$

$$h = 0,10 \text{ m}, \quad \eta = 1,05 \cdot 10^{-3} \text{ N m}^{-2} \text{ s bij } 18^\circ\text{C},$$

$$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3, \quad c = 1500 \text{ m/s}.$$

De gevonden waarden van  $\alpha$  en  $\alpha/f^2$  komen overeen met die van Hoofdstuk II en met de resultaten van verschillende onderzoekers bij hogere frequentie.

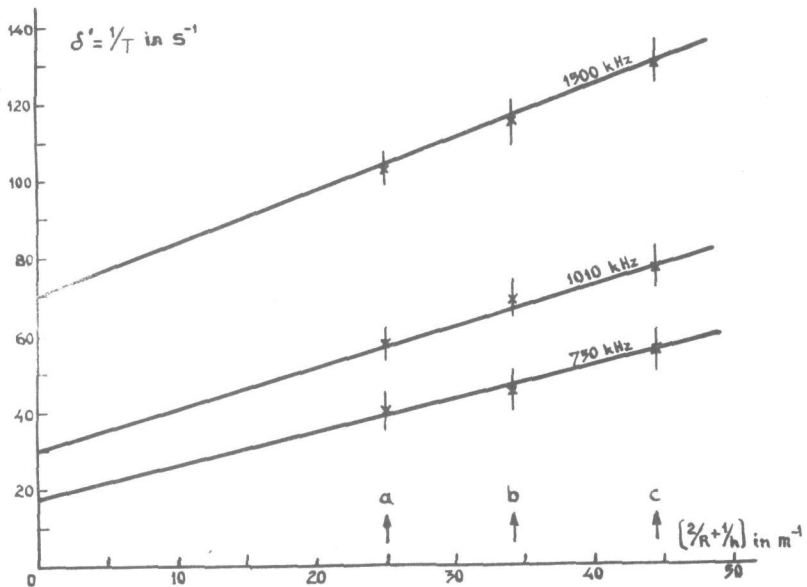


Fig. 5.4

$1/T$  voor vaten van verschillende afmetingen, gevuld met gedestilleerd water van  $25^\circ\text{C}$  als functie van  $(2/R+1/h)$

— berekend volgens (5.10)

b. De correctietermen hangen volgens (5.10) af van de straal der meetvaten en de vulhoogte. Ter controle hiervan is in een drietal aluminium vaten van verschillende diameter (in ieder voor één vulhoogte) bij drie frequenties de nagalmtijd gemeten met een vulling van gedestilleerd water van 25°C. Uit de formule blijkt, dat niet  $R$  en  $h$  afzonderlijk, doch de combinatie  $(2/R + 1/h)$  maatgevend voor de correctieterm is (afgezien van de kleine bijdrage  $140/\rho h$ ). Daarom is in figuur 5.4 de gemeten dempingsconstante  $\delta' = 1/T$  uitgezet als functie van de parameter  $(2/R + 1/h)$  en vergeleken met de berekende afhankelijkheid van  $\delta'$  van deze parameter volgens (5.10) voor water van 25°C. ( $\alpha/f^2 = 21 \cdot 10^{-16}$ ).

Om een later te bespreken reden is voor de drie gevallen steeds de vulhoogte ongeveer gelijk aan  $R$  gekozen. Uit de figuur blijkt goede overeenstemming.

### V.5 Critiek

De formule (5.10) is onder vergaande vereenvoudigingen afgeleid. Het is daarom noodzakelijk na te gaan in hoeverre deze gerechtvaardigd zijn.

a. Volgens de eerste onderstelling was het geluidsveld zodanig, dat  $v_x^2 = v_y^2 = v_z^2$  m.a.w. er is equipartitie der energie over de drie coördinaatassen. In III.9 is dit probleem besproken. Wij zullen nagaan, wat de gevolgen kunnen zijn van een eventuele afwijking en een mogelijkheid aangeven de invloed hiervan op onze metingen alsnog te elimineren

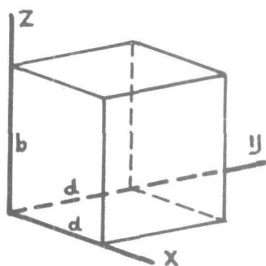


Fig. 5.5  
Parallelopipedisch vat

Stellen wij ons, als in fig. 5.5 is aangegeven, een parallelopipedisch vat met volkomen stijve wanden voor (zonder bovenvlak)

dat geheel met vloeistof gevuld is. Het  $x$ - $y$  vlak is de bodem. De afmetingen van de bodem zijn  $d, d$ , de hoogte is  $b$ . De energieverliezen door de tangentiële component van de vloeistofsnelheid langs de wand worden bepaald door  $\overline{v_t^2}$ . Voor het  $y$ - $z$  vlak is  $\overline{v_t^2}$  evenredig met  $(\overline{v_y^2} + \overline{v_z^2})$ , voor de bodem met  $(\overline{v_y^2} + \overline{v_x^2})$  en voor het  $x$ - $z$  vlak met  $(\overline{v_x^2} + \overline{v_z^2})$ .

De energie, die per  $s$  langs alle wanden tezamen verbruikt wordt, is

$$2 db(\overline{v_x^2} + \overline{v_z^2}) C + 2 db(\overline{v_z^2} + \overline{v_y^2}) C + d^2(\overline{v_y^2} + \overline{v_x^2}) C = \overline{v_z^2} 4db C + \overline{v_y^2}(2 db + d^2) C + \overline{v_x^2}(2 db + d^2) C, \quad (5.11)$$

waarin  $C :: \sqrt{\omega \rho \eta / 2}$ .

De totale energie in het vat wordt bepaald door  $\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = \overline{v^2}$ . Tot dusver hebben wij de bijdragen  $\overline{v_x^2}$ ,  $\overline{v_y^2}$  en  $\overline{v_z^2}$  gelijk genomen. Wijken wij van deze onderstelling af, dan wordt  $\Delta_c E/E$  uit (5.6) van de vorm

$$\frac{\Delta_c E}{E} = C' \frac{\overline{v_z^2} 4 db + \overline{v_y^2}(2 db + d^2) + \overline{v_x^2}(2 db + d^2)}{(\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2})}. \quad (5.12)$$

In het algemeen hangt de uitkomst van (5.12) van de verhouding van  $\overline{v_x^2}$ ,  $\overline{v_y^2}$  en  $\overline{v_z^2}$  af. Er is echter één toestand, waarbij deze uitkomst hiervan onafhankelijk wordt nl. indien  $2 db = d^2$  of  $d = 2b$ . Door substitutie van deze voorwaarden in (5.12) is dit onmiddellijk te zien. Het resultaat wordt dan

$$\Delta_c E/E = 2C'^2$$

en dus onafhankelijk van de verhouding van  $\overline{v_x^2}$ ,  $\overline{v_y^2}$  en  $\overline{v_z^2}$ . Dit betekent, dat als de afmetingen van het vat zo gekozen worden dat  $d = 2b$ , een eventuele afwijking van de equipartitie der energie geen invloed op de geldigheid van (5.10) heeft. Onder die omstandigheden is het oppervlak van de bodem  $d^2$  en het totale oppervlak van de zijwanden  $4 db = 2 d^2$  m.a.w. het totale oppervlak van de zijwanden is het dubbele van de bodem. Dit resultaat zullen wij zonder bewijs transponeren naar het geval van een cilindrisch vat, in welk geval we dus  $\pi R^2 = \frac{1}{2}(2\pi R h)$  of  $R = h$  moeten kiezen. In dat geval hebben wij dus invloed van de ongelijke verdeling der energie over de drie richtingen geëlimineerd.

De vraag rijst na deze berekening of er inderdaad een ongelijke verdeling der energie optreedt en of de voorzorgen ter eliminatie hiervan nodig zijn. Het antwoord hierop is uit enige meetresultaten van Hoofdstuk II af te lezen. Wij roepen hiertoe

in herinnering, dat de nagalmtijd als functie van vulhoogte en straal van het meetvat daar op de volgende wijze in formule gebracht is

$$\begin{aligned}\delta'h &= C_1 + (\delta + a/R) h \\ \delta' &= C_1/h + \delta + a/R.\end{aligned}\quad (5.13)$$

Stellen wij (5.10) hiernaast, dan zien wij, dat deze identiek zijn als

$$\begin{aligned}C_1 &= 1,18 \sqrt{\frac{f\eta}{\rho}} + \frac{140}{\rho} + \frac{g}{\pi R^2} \\ a &= 2 \cdot 1,18 \sqrt{\frac{f\eta}{\rho}}\end{aligned}\quad (5.14)$$

Door de in dit Hoofdstuk uitgevoerde berekeningen zijn dus de coëfficiënten van (2.3) bepaald.

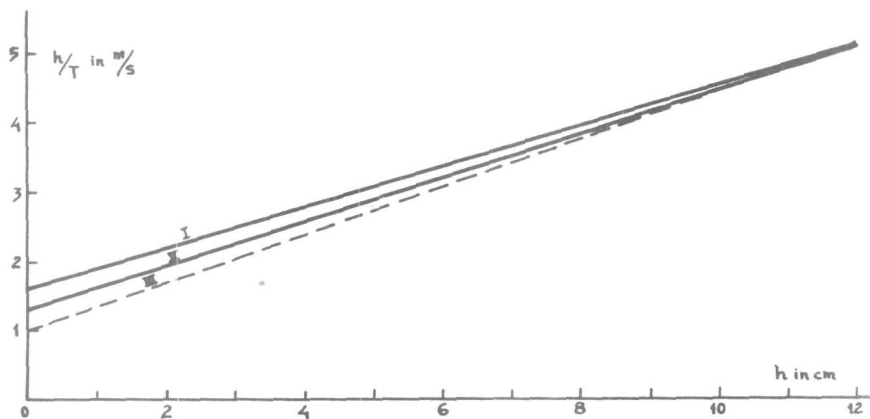


Fig. 5.6

Vulling gedestilleerd water 20°C,  $f = 750$  kHz  
 I aluminium 1 mm dik; II aluminium 2 mm dik;  
 III berekend volgens (5.13)

In fig. 5.6 is  $\delta'h$  uitgezet als functie van  $h$  voor 2 vaten van gelijke afmetingen, doch van verschillende wanddikte. Tevens is  $\delta'h$  ingetekend, zoals die uit (5.13) zou volgen, als daarin de coëfficiënten volgens (5.14) ingevoerd worden.

Uit de figuur blijkt, dat de drie lijnen bij een hoogte van 12 cm samenvallen, dus inderdaad ongeveer bij een waarde van  $h$ ,

die gelijk is aan  $R$ . Volgens het hier besprokene, kan de afwijking van deze lijnen verklaard worden uit het feit, dat niet aan de aequipartitie voldaan is en wel in die zin, dat de verliezen per  $m^2$  langs de bodem groter zijn dan langs de zijwand. De afwijkingen zijn bij het 2 mm vat blijkbaar het kleinst. Uit een en ander blijkt, dat de wanddikte invloed kan hebben op de verdeling der kinetische energie over de coördinaten. Dit kan verklaard worden uit het feit, dat de bodem betrokken is bij het aanstoten en waarnemen van de eigentrillingen in de vloeistof, omdat de kristallen via deze bodem met de vloeistof gekoppeld zijn.

b. De tweede onderstelling was, dat de wand als volkomen stijf t.o.v. de vloeistof beschouwd werd. In de eerste plaats was deze onderstelling de reden, dat de verliezen in het materiaal van de wand verwaarloosd werden. Een eindige energie in de wand betekent tevens een energieverbruik. Deze invloed is echter gering. In Hoofdstuk II is reeds gevonden, dat deze energie voor een gevulde pan in de orde van 1 % van de vloeistofenergie is. De absorptiecoëfficiënt van aluminium is bovendien zeer gering, zodat deze invloed op het totale resultaat klein is.

In de tweede plaats heeft het niet geldig zijn van de onderstelling van de stijve wand ten gevolge, dat de berekening van de verliezen door de tangentele component van de vloeistofsnelheid langs de wanden op losse schroeven komt te staan, door het niet meer geldig zijn van de in V.2 gebruikte relaties. Hierover is in het vorige hoofdstuk uitvoerig gesproken, waar plausibel gemaakt werd, dat voor de berekening van de wrijvingsverliezen de wand als stijf beschouwd mocht worden. Thans is deze conclusie ook experimenteel bevestigd.

## V.6 Verdere meetresultaten

Uit formule (5.10) blijkt, dat de verliezen door de tangentele wrijving langs de wand afhangen van de viscositeit van de vloeistof. Dit wordt gedemonstreerd aan een meting, waarvan de resultaten in fig. 5.7 zijn aangegeven. De  $h/T$  lijn voor een frequentie van 750 kHz is opgenomen in de eerste plaats voor een vulling van gedestilleerd water, verder voor een verdunde oplossing van zinkacetaat en voor een mengsel van water en ca. 25 % alcohol. In beide laatste gevallen is de demping aanzienlijk groter dan voor water, maar er is een typisch onderscheid tussen de lijnen. De lijnen voor water en zinkacetaatoplossing gaan door hetzelfde punt van de ordinaatas. Dit is ook inderdaad te verwachten, omdat de viscositeit en de dichtheid van

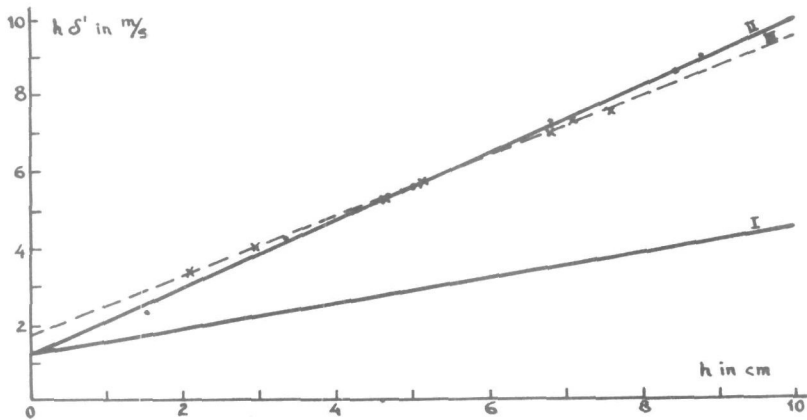


Fig. 5.7  
 Frequentie 750 kHz, 20°C  
 I gedestilleerd water; II zinkacetaatoplossing 10 gr/5 l  
 III alcohol-water mengsel, 25 % alcohol

water en de zinkacetaatoplossing practisch dezelfde zijn en daarmee  $C_1$  uit (5.14). Bij het alcohol-water mengsel daarentegen is de viscositeit aanzienlijk groter, zodat  $C_1$  groter wordt.

### V.7 Nauwkeurigheid

De in dit hoofdstuk beschreven methode om de geluidsabsorptie in vloeistoffen te meten is veel eenvoudiger dan die, welke in Hoofdstuk II besproken werd. Beide berusten op een aantal onderstellingen, die onmogelijk in detail nagerekend kunnen worden. Bij de methode volgens Meyer biedt de meting zelf de mogelijkheid de geldigheid van de onderstellingen te controleren. Bij de laatste methode is dit niet het geval. Weliswaar bleek bij de controlemetingen met vloeistoffen van bekende absorptie, dat de afwijkingen van de formule (5.10) gering zijn, maar in principe blijft bij iedere meting een onzekerheid bestaan, die moeilijk te schatten is. Belangrijk is echter de omstandigheid, dat deze onzekerheid veel geringer wordt, indien vergelijkende metingen met verschillende vloeistoffen uitgevoerd worden, speciaal indien deze vloeistoffen weinig in dichtheid, viscositeit en voortplantingssnelheid van het geluid verschillen. In het volgende hoofdstuk zal hiervan gebruik gemaakt worden.

## H o o f d s t u k VI

### METINGEN MET OPLOSSINGEN VAN ELECTROLYTEN

#### VI.1 Inleiding

In dit hoofdstuk zullen een aantal voorbeelden besproken worden van nagalmmetingen in vaten, gevuld met verdunde oplossingen van electrolyten. De metingen worden als regel op de volgende wijze uitgevoerd: In een nagalmvat wordt eerst met een vulling van ontluicht gedestilleerd water de nagalmtijd gemeten bij de gewenste temperatuur en frequenties. Vervolgens wordt een bekende hoeveelheid van de te onderzoeken electrolyt in vaste vorm of in sterk geconcentreerde oplossing toegevoegd en door roeren zorgvuldig in het water verspreid. Daarna wordt de nagalmtijd voor dezelfde temperatuur en frequenties als voor het zuiver water opnieuw gemeten. Hoewel de metingen beperkt bleven tot verdunde oplossingen, kon toch voor bepaalde electrolyten een aanzienlijke vermindering van de nagalmtijd en dus een toeneming van de geluidsabsorptie geconstateerd worden. Voor deze verdunde oplossingen zijn de dichtheid, de viscositeit en de voortplantingssnelheid van het geluid weinig verschillend van die voor zuiver water. Dit betekent, dat na het toevoegen van de electrolyt het geluidsveld in het nagalmvat practisch niet veranderen zal. Ook de correctietermen uit (5.10) zullen dus heel weinig veranderen, welke verandering eventueel door de slechts kleine wijziging van  $\eta$  en  $\rho$  nog gemakkelijk en nauwkeurig in rekening gebracht kan worden.

Deze wijze van doen biedt voordelen boven het rechtstreeks vullen van het nagalmvat met de te meten oplossing. In de eerste plaats geeft de meting met zuiver water, die dus bij alle metingen steeds herhaald wordt, een controle voor de juiste werking van de toestellen, voor het goed ontluicht zijn van het water enz., doch bovendien worden afwijkingen van (5.10), die onder bijzondere omstandigheden, speciaal bij kleine vaten kunnen optreden, geëlimineerd. Ondanks eventuele afwijkingen van (5.10) blijft nl. het verschil in demping tussen de meting met water en met de oplossing met grote nauwkeurigheid gelijk aan de demping, die door de opgeloste stof veroorzaakt wordt. Deze verschilwaarde nu is juist belangrijk.

## VI.2 Metingen met $\text{MgSO}_4$ -oplossingen

Met oplossingen van magnesiumsulfaat in water werden metingen verricht, waarvan in fig. 6.1 de resultaten weergegeven zijn. Fig. 6.1a geeft de gemeten dempingsconstante  $\delta' = 1/T$  als functie van de frequentie voor zuiver water en voor een 0,04 mol oplossing van  $\text{MgSO}_4$ . De meting werd uitgevoerd in een aluminiumvat, wanddikte 2 mm, inhoud ca 4 liter bij een temperatuur van  $16^\circ\text{C}$ . Met deze resultaten werd  $\alpha$  volgens (5.10) berekend. De hierbij gebruikte fysische constanten zijn respectievelijk:

water	0,04 mol $\text{MgSO}_4$ opl.
$c = 1480 \text{ m/s}$ ,	1485 m/s,
$\eta = 1,11 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}^{-2}\text{s}$ ,	$1,14 \cdot 10^{-3} \text{ Nm}^{-2}\text{s}$ ,
$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,	$1000 \text{ kg/m}^3$ .

In fig. 6.1b is de aldus berekende waarde van  $\alpha/f^2$  uitgezet. Voor water vinden wij hiervoor de reeds bekende constante waarde, voor de  $\text{MgSO}_4$ -oplossing stijgt deze voor lager wordende frequenties.

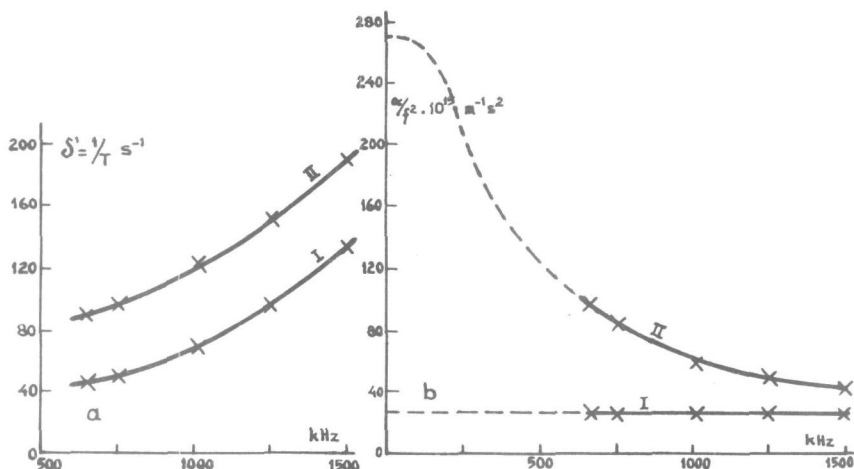


Fig. 6.1

Fig. 6.1a.  $\delta' = 1/T$  voor zuiver water (I) en voor 0,04 mol  $\text{MgSO}_4$  (II) in aluminiumvat van ca 4 l inhoud.

Fig. 6.1b.  $\alpha/f^2$  voor 6.1a



De concentratie van het magnesiumsulfaat is zodanig gekozen, dat bij de hoogste frequentie (1500kHz) de nagalmtijd ca. 5 ms bedroeg en nog met goede nauwkeurigheid gemeten kon worden. Er werd verder geconstateerd, dat bij successieve toevoegingen van kleine hoeveelheden  $MgSO_4$  aan zuiver water  $\delta'$  en dus ook  $\delta$  lineair met de concentratie aan  $MgSO_4$  toenam tot de grootste gebruikte concentratie van 0,04 mol.

De wijze, waarop  $\alpha$  van de frequentie afhangt, wijst erop, dat in deze oplossing een relaxatieverschijnsel optreedt. Voor enige vloeistoffen, zoals azijnzuur, doch vooral voor gassen zijn dergelijke verschijnselen uitvoerig onderzocht. De theorie hiervan is speciaal door K n e s e r<sup>3)</sup> behandeld en hiervan zal een kort exposé gegeven worden.

### VI.3 Acoustische relaxatieverschijnselen

In een geluidsgolf vinden periodieke drukvariatiën plaats, waarmede periodieke dichtheids- en temperatuurvariatiën gepaard gaan. Het verband tussen deze variatiën wordt gegeven door de toestandsvergelijking, i.c. voor adiabetische veranderingen. Deze toestandsvergelijking geldt onder voorwaarde van thermisch evenwicht binnen ieder klein volume-elementje van het medium. Nu kunnen echter, bij snelle wisselingen, zoals die bij ultracoustische golven voorkomen, complicaties ontstaan, doordat dit evenwicht niet bereikt wordt. Immers, hiertoe is het nodig, dat de energie, die bv. bij compressie aan een volume-elementje wordt toegevoerd, de gelegenheid krijgt, zich over de mogelijke vrijheidsgraden te verdelen. De vrijheidsgraden zijn in dit opzicht niet gelijkwaardig. Voor een aantal ervan, die de uitwendige vrijheidsgraden genoemd worden, geschiedt deze energietoevoer in zeer korte tijd, voor andere, de z.g.n. inwendige vrijheidsgraden, is hiervoor een langere tijd nodig. Voor geluidsgolven in gassen is het mechanisme voor deze processen in vele gevallen bekend. In een gas als bv.  $CO_2$  is de energie aanwezig in de eerste plaats als translatie- en rotatie-energie der moleculen. Deze vrijheidsgraden stellen zich zeer snel in en vallen dus onder de uitwendige vrijheidsgraden. Echter is ook nog energie aanwezig in de trillingen binnen het  $CO_2$  molecuul. Deze energie komt pas in een veel langere tijd in evenwicht met de translatie- en rotatie-energie der moleculen, zodat wij deze vrijheidsgraden tot de inwendige vrijheidsgraden rekenen. De evenwichtstoestand wordt exponentieel bereikt, d.w.z. het energietekort of -teveel van de inwendige vrijheidsgraad ten opzichte van de evenwichtstoestand neemt af volgens een exponen-

tieel met de tijd verminderende functie. De tijdconstante van deze exponentiele functie wordt de relaxatietijd van het verschijnsel genoemd en met  $\tau$  aangeduid.

Dit relaxatieverschijnsel, waarvan hier het geval  $\text{CO}_2$  als voorbeeld gegeven is, kan ook van geheel andere aard zijn en bij vloeistoffen is dit zeker het geval. De invloed van dit effect op de geluidsvoortplanting kan echter mathematisch steeds op dezelfde wijze tot uitdrukking worden gebracht. Daarbij ontstaan overzichtelijke formules, indien er slechts één met relaxatie behepte vrijheidsgraad en dus één relaxatietijd  $\tau$  optreedt. De invloed van het relaxatie-verschijnsel op de voortplanting van de geluidsgolven is tweeledig. In de eerste plaats wordt de voortplantingssnelheid afhankelijk van de frequentie, er treedt dus dispersie op, en verder heeft het fase-verschil tussen druk en verdichting in de golf ten gevolge, dat er bij compressie meer arbeid op het volume-deeltje verricht wordt dan er bij de dilatatie teruggeleverd wordt, zodat er mechanische energie in warmte wordt omgezet en er dus absorptie optreedt.

De dispersie wordt dan gekenmerkt door de uitdrukking

$$\frac{c^2}{c_0^2} = 1 + \frac{\omega^2 \tau^2 \gamma}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (6.1)$$

De absorptie per golflengte, aangeduid met  $\mu$ , die door dit relaxatieverschijnsel veroorzaakt wordt, is

$$\alpha \cdot \lambda = \frac{\alpha c}{f} = \mu = \frac{\pi \omega \tau \gamma}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (6.2)$$

Hierin stelt  $\gamma$  een getal voor, dat aangeeft, welk gedeelte van de bij compressie toegevoerde energie bij thermisch evenwicht in de inwendige vrijheidsgraad terecht zou komen.  $c_0$  stelt voor de voortplantingssnelheid bij  $\omega = 0$ .

Wij kunnen (6.2) ook schrijven als

$$\frac{\alpha}{f^2} = \frac{2\pi^2 \tau \gamma}{c} \cdot \frac{1}{1 + \omega^2 \tau^2} = \frac{A}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (6.3)$$

De absorptie per golflengte wordt maximaal, indien  $\omega\tau=1$ , waarbij

$$\mu_m = \frac{\pi \gamma}{2}.$$

De voortplantingssnelheid nadert voor hoge frequentie tot een waarde  $c_\infty$ , zodanig, dat  $c_\infty^2/c_0^2 = 1 + \gamma$ . (6.4)

Tussen de absorptie en de dispersie bestaat het volgende verband

$$\frac{c_{\infty}^2 - c_0^2}{c_0^2} = \frac{2\mu_m}{\pi} \quad (6.5)$$

#### VI.4 Absorptie in $\text{MgSO}_4$ -oplossing

Uit de metingen blijkt, dat de extra-absorptie, die ontstaat bij oplossen van  $\text{MgSO}_4$  in water, evenredig is met de concentratie aan  $\text{MgSO}_4$ . Dit betekent, dat de absorptie door het water en het opgeloste  $\text{MgSO}_4$  additief zijn. Indien wij nu voor deze extra-absorptie de theorie van K n e s e r toepassen, dan moet dus gelden

$$\frac{\alpha'}{f^2} = \frac{A}{1 + \omega^2 \tau^2} = \frac{A}{1 + (f/f_m)^2}, \quad (6.6)$$

waarin  $\alpha' = \alpha(\text{oplossing}) - \alpha(\text{water})$ ,

$\tau =$  de relaxatietijd van het relaxatiemechanisme,

$f_m = 1/2\pi\tau$

Voor deze formule kan ook geschreven worden

$$1/\alpha' = 1/A [1/f^2 + 1/f_m^2]. \quad (6.7)$$

Er moet dus een lineair verband bestaan tussen  $1/\alpha'$  en  $1/f^2$ .

In fig. 6.2 is de gemeten  $1/\alpha'$  van de 0,04 mol  $\text{MgSO}_4$ -oplossing als functie van  $1/f^2$  uitgezet. Inderdaad wijst de grafiek erop, dat het lineair verband bestaat. Voor een nauwkeuriger controle ware een uitbreiding van het meetgebied naar lager frequenties gewenst. Uit de figuur vinden wij voor  $f_m \approx 400$  kHz en  $A = 250 \cdot 10^{-15} \text{m}^{-1} \text{s}^2$ . Volgens (6.6) wordt voor  $f/f_m \ll 1$ ,  $\alpha'/f^2 = A$  en dus constant, terwijl voor  $f/f_m \gg 1$ ,  $\alpha'/f^2$  tot 0 nadert. Voor een onderzoek van het relaxatieverschijnsel is het dus gewenst metingen te verrichten in een frequentiegebied nabij  $f_m$ . Dit is voor deze oplossing inderdaad mogelijk.

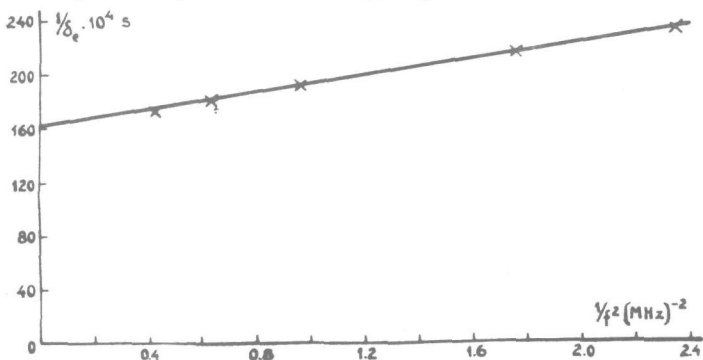


Fig. 6.2  
 $1/\alpha'$  van 0,04 mol  $\text{MgSO}_4$  als functie van  $1/f^2$   
 $(\sigma_e = \alpha'c)$

Wat is nu de aard van het relaxatiemechanisme, dat voor deze verschijnselen verantwoordelijk is? Het  $Mg^{++}$  of het  $SO_4^{//}$  ion ieder voor zich kunnen de oorzaak niet zijn. Immers een  $MgCl_2$ -oplossing, zowel als een  $Na_2SO_4$ -oplossing van aequivalente concentraties bleken ten opzichte van zuiver water een verwaarloosbare extra-absorptie te vertonen. Het is dus blijkbaar de combinatie  $MgSO_4$ , die hier werkzaam is. Dit zou kunnen zijn een verstoring van het evenwicht  $MgSO_4 \rightleftharpoons Mg^{++} + SO_4^{//}$  of een reactie met het ongesplitste  $MgSO_4$ .

Een soortgelijk verschijnsel is besproken in een artikel van L. N. L i e b e r m a n n<sup>25)</sup>. Hierin beschrijft de auteur absorptiemetingen in zoet water en zeewater. Deze metingen werden verricht volgens de directe methode met behulp van 2 schepen voor een traject, respectievelijk in een groot zoetwaterreservoir en in de oceaan. Het frequentiegebied was 120 - 1000 kHz. In zoet water werd voor  $\alpha/f^2$  een constante waarde gevonden, die in overeenstemming is met de laboratoriummetingen voor hogere frequenties en met de in dit proefschrift beschreven resultaten. In de oceaan werd een  $\alpha/f^2$  gevonden, die niet constant was doch beneden 1000 kHz opliep. De schrijver roemt hier als mogelijke oorzaak een verstoring van het evenwicht  $NaCl \rightleftharpoons Na^+ + Cl^-$ . In een geluidsgolf heersen nl. periodieke temperatuursvariaties en de instelling van dit evenwicht verandert met de temperatuur. Een hierbij optredend relaxatieverschijnsel zou dus inderdaad een verklaring voor de abnormaliteit van de geluidsabsorptie in de oceaan kunnen geven. Echter is de verklaring in dit speciale geval beslist onjuist, omdat ons bleek, dat een  $NaCl$ -oplossing, overeenkomend met de concentratie hiervan in zeewater (3%), geen merkbare extra-absorptie ten opzichte van zuiver water in dit frequentiegebied vertoonde. Het is zeer waarschijnlijk, dat het in zeewater aanwezige  $MgSO_4$  de oorzaak van deze extra-absorptie is. Recente aanwijzingen in de literatuur bevestigen dit vermoeden<sup>26)</sup>.

Hoewel dus de verklaring, die door L i e b e r m a n n van de absorptie in de oceaan gegeven wordt, waarschijnlijk niet juist is, zou het door hem vermoede effect wel degelijk een verklaring kunnen geven voor de absorptie in  $MgSO_4$ -oplossingen. Een verder onderzoek door ter zake kundige physico-chemici zou dan ook gewenst zijn.

## VI.5 Andere relaxatie-effecten voor ultrageluid in vloeistoffen

a. Voor azijnzuur<sup>8)</sup> zijn uitvoerige metingen over de geluidsabsorptie verricht bij verschillende frequenties en temperatu-

ren. Deze metingen geven een zeer mooie bevestiging van de theorie van K n e s e r. Het relaxatieverschijnsel wordt daar toegeschreven aan een evenwicht tussen het molecuul azijnzuur en een complex molecuul, bestaande uit 2 moleculen azijnzuur. De relaxatiefrequentie ligt bij ca. 400 kHz. De absorpties zijn in absolute maat vele malen groter dan de bij water en  $MgSO_4$ -oplossingen optredende waarden.

b. Door B e y e r en S m i t h <sup>27)</sup> zijn metingen beschreven over de absorptie van ultrageluid in oplossingen van cupri-acetaat. Deze metingen zijn verricht volgens de directe methode. De schrijvers zijn zich er blijkbaar niet van bewust geweest, dat de resultaten op de voor onze metingen beschreven wijze eveneens met de theorie van K n e s e r in overeenstemming gebracht kunnen worden.

De schrijvers vinden voor de absorptie de in de tabel gegeven waarden.

#### T A B E L

Waarde van  $2\alpha$  voor cupri-acetaat oplossingen van verschillende concentraties bij verschillende frequenties volgens B e y e r en S m i t h <sup>27)</sup>. Temperatuur 20° C.

mol	frequentie			
	7,5 MHz	9,86 MHz	13,41 MHz	16,77 MHz
0,005	9,5 m <sup>-1</sup>	13,5 m <sup>-1</sup>	19,8 m <sup>-1</sup>	26,5 m <sup>-1</sup>
0,010	17,2 ,,	18,7 ,,	26,8 ,,	42,4 ,,
0,05	19,6 ,,	30,0 ,,	49,7 ,,	65,0 ,,
0,10	28,4 ,,	50,6 ,,	75,3 ,,	90,7 ,,
0,30	69,9 ,,	96,5 ,,	144,0 ,,	188 ,,

Hiervan trekken wij nu de absorptie voor het zuivere water af. Deze wordt bij 20°C gevonden uit  $2\alpha/f^2=50 \cdot 10^{-15} m^{-1} s^2$ . Voor de vier gebruikte frequenties vinden wij voor  $2\alpha$  aldus respectievelijk 2,8 4,85 9,0 en 14,0 m<sup>-1</sup>.

Voor  $2\alpha'$ , de bijdrage van het opgeloste cupri-acetaat, vinden wij nu de hieronder aangegeven waarden (aangegeven volgens eenzelfde schema als in de vorige tabel). Verder is ook  $1/\alpha'$  uitgerekend.

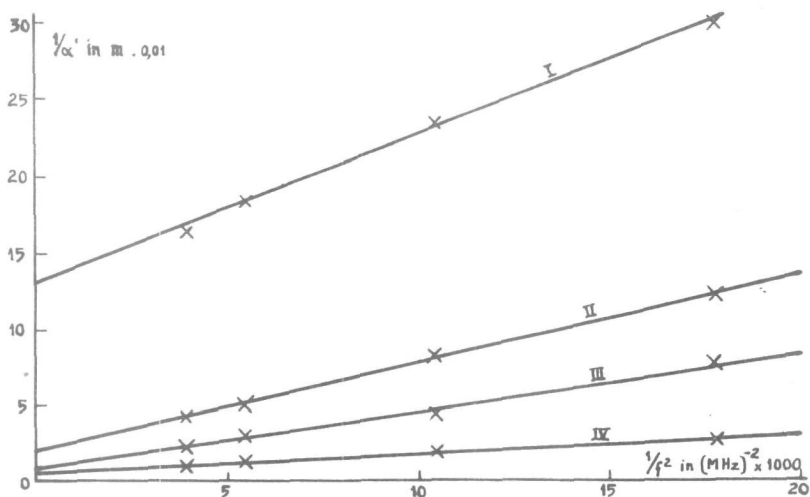


Fig. 6.3  
 Absorptie in cupri-acetaat oplossing  
 I 0,005 mol II 0,05 mol III 0,10 mol IV 0,3 mol

mol	$2\alpha'$ in $m^{-1}$				$1/\alpha'$ in m			
0,005	6,7	8,7	10,8	12,5	0,30	0,23	0,185	0,16
0,01	14,4	13,9	17,8	28,4	0,14	0,145	0,11	0,070
0,05	16,8	25,2	40,7	51	0,12	0,080	0,049	0,039
0,10	25,6	45,8	66,3	76,7	0,078	0,043	0,030	0,026
0,30	67,1	91,7	135,4	174	0,030	0,022	0,015	0,011

In de grafiek is  $1/\alpha'$  als functie van  $1/f^2$  uitgezet. De figuur wijst er inderdaad op, dat weer aan de theorie van K n e s e r voldaan is en dat met één relaxatietijd een verklaring gegeven kan worden. Deze laat zich uit fig. 6.3 berekenen. Een open vraag blijft, of deze relaxatietijd voor alle concentraties eenzelfde waarde heeft. De nauwkeurigheid van de meting laat hierover geen beslissing toe. In ieder geval ligt de relaxatiefrequentie  $f_m = 1/2\pi$  volgens de grafiek 6.3 in de buurt van 10 MHz. Daarom is het niet mogelijk met de in dit proefschrift beschreven opstelling deze metingen te herhalen. De hoogste frequentie, waarvoor het toestel op het ogenblik te gebruiken is, ligt bij 1,5 MHz. Bij deze frequentie is van enige invloed van de relaxatie nog niets te verwachten, immers de term  $1 + (f/f_m)^2$  uit (6.7) wordt dan  $\approx 1 + 0,02$  en dus praktisch constant = 1. Wel bleek bij metingen van de absorptie met onze nagalmethode, dat cupri-acetaat inderdaad nabij 1 MHz een sterke extra-absorptie vergeleken met water vertoont, echter geringer dan uit de extrapolatie van de hier genoemde resultaten zou volgen.

\* \* \* \*

## AANHANGSEL

**Het R-C filter ter vermindering der fluctuaties (zie I.4)**

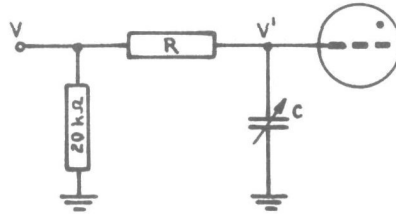


Fig. A  
Fluctuatiefilter

De met de fluctuaties behepte gelijkgerichte uitgangsspanning  $V$  van de microfoonversterker komt te staan over de ingangsweerstand van  $20\text{ k}\Omega$  van het toestel voor het meten van de nagalm-tijd. Via het hier te bespreken filter komt nu de spanning  $V'$  op het rooster van de thyatron in het toestel, zoals in fig. A aangegeven is. De vraag is nu, hoe  $V'$  ten opzichte van  $V$  veranderd is.

Om de invloed van het filter na te gaan, onderzoeken wij eerst wat gebeurt, indien  $V$  een zuiver exponentieel dalend signaal is zonder fluctuaties, van de vorm  $V = V_0 \exp(-t/T)$ . De tijdconstante van het R-C filter,  $RC$  zij  $T'$ . Wij hebben nu dus te maken met twee tijdconstantes, die van hetingangssignaal  $T$  en die van het filter  $T'$ .

Voor het circuit van fig. A geldt de differentiaalvergelijking

$$V = CR \frac{dV'}{dt} + V' = T' \frac{dV'}{dt} + V' \quad (I)$$

met de beginvoorwaarde, dat voor  $t = 0$ ,  $V' = V_0$ .

De oplossing voor dit probleem luidt

$$V' = \frac{V_0}{1-s} \left\{ \exp(-t/T) - s \exp(-t/T') \right\},$$

waarin  $s = T'/T$ .

Hieruit blijkt dat  $V'$  t.o.v.  $V = V_0 \exp(-t/T)$  vervormd is door het optreden van een bijkomende term met  $\exp(-t/T')$ . Indien echter  $T \gg T'$ , bv.  $T = 5 T'$ , is de invloed van deze tweede term na korte tijd reeds verdwenen en daarna is  $V'$  inderdaad ook een met de tijdconstante  $T$  uitstervend signaal.

Zouden wij met ons tijdmeetapparaat de tijdconstante van de spanning  $V$  willen meten bij gebruik van het hier besproken R-C filter, dan zullen wij juiste resultaten verkrijgen, indien wij de meting aanvangen op een tijdstip, waarop de spanning  $V$  bv.

tot de halve waarde gezakt is. Dit is reeds in Hoofdstuk I opgemerkt, en wordt bij de metingen als regel aangehouden.

In het juist besproken voorbeeld is aangetoond, dat het tussenschakelen van het R-C filter niet tot meetfouten aanleiding behoeft te geven. Er was echter ook niet de minste reden om het filter daar te gebruiken. Het nut van het filter blijkt bij de bespreking van het volgende voorbeeld, waar wij de invloed ervan zullen nagaan, indien de ingangsspanning exponentieel daalt maar bovendien met fluctuaties behept is. Een dergelijke spanning kunnen wij bv. voorstellen in de vorm

$$V = V_0 \{1 + \alpha \cos(\omega t)\} \exp(-t/T).$$

De fluctuaties komen tot uitdrukking in de term  $\alpha \cos(\omega t)$ . Hierin is  $\alpha$  een maat voor de diepte van de fluctuaties en  $\omega$  voor hun snelheid.

Benutten wij de complexe schrijfwijze, dan wordt  $V$

$$V = V_0 \{1 + \alpha \exp(j\omega t)\} \exp(-t/T).$$

De oplossing van (I) luidt nu

$$V' \approx \frac{V_0}{1-s} \cdot [1 + \alpha' \exp(j\omega t)] \exp(-t/T) - s \exp(-t/T').$$

Wij zien evenals in het vorige voorbeeld het optreden van een term met een tijdconstante  $T'$ , die een factor  $T'/T$  kleiner is dan de hoofdterm en snel uitsterft ( $T \gg T'$ ). De hoofdterm bevat evenals  $V$  fluctuaties. De diepte van deze fluctuaties wordt nu door de factor  $\alpha'$  aangegeven. Deze volgt uit

$$\alpha' \approx \alpha / (1 + j\omega T').$$

De fluctuaties in  $V'$  zijn dus t.o.v. die in  $V$  in grootte en fase veranderd. De faseverandering is van weinig belang, doch voor de modulus van  $\alpha'$  kunnen wij schrijven  $|\alpha'| \approx |\alpha| / \sqrt{1 + \omega^2 T'^2}$ .

Dit betekent, dat voor een fluctuatiefrequentie, zodanig dat  $\omega T' = 1$ , de fluctuaties door het inschakelen van het filter een factor  $1/\sqrt{2}$  verkleind worden. Voor een  $T'$  van 2 ms is dan  $\omega = 500$  of  $f = 80$ . Onder deze omstandigheden worden dus fluctuaties met een frequentie 80 tot 0,7 gereduceerd. Bij onze metingen met het frequentiegemoduleerd signaal als geluidsbron zijn in  $V$  fluctuaties tot een frequentie van 10 - 15000 Hz (de bandbreedte van het frequentiegemoduleerd signaal) te verwachten. Voor hoge waarden van  $\omega$  wordt  $\omega T' \gg 1$  en dus

$$|\alpha'| \approx |\alpha| / \omega T'.$$

Voor  $f = 15\,000$ ,  $\omega = 2\pi \cdot 15\,000$  is dus  $|\alpha'| \approx |\alpha| / 200$  en voor  $f = 1000$  wordt  $|\alpha'| \approx |\alpha| / 12$ , dus een grote verzwakking.

\* \* \* \*



De in dit proefschrift beschreven experimenten zijn voor het belangrijkste deel uitgevoerd in het laboratorium, dat thans de naam draagt van 'Physisch Laboratorium der Rijksverdedigingsorganisatie T.N.O.'. De gebruikte kristallen zijn op het Radiolaboratorium der P.T.T. ontworpen en vervaardigd.

## SUMMARY

In this thesis measurements of the ultrasonic absorption in liquids are described, using the phenomenon of the reverberation of ultrasonic waves in a vessel, filled with the liquid.

Chapter I gives the experimental procedure and the apparatus used for the measurements.

Chapter II deals with the complication, appearing in the measurements, from the fact that the walls of the vessel also give rise to sound-absorption. This extra-absorption is a disturbing factor in the determination of the sound-absorption by the liquid. It can be eliminated experimentally from the results by a procedure, due to E. Meyer. The rules, given by him, were checked and a determination of the sound-absorption in water along these lines was made in a frequency region near 1 MHz.

In Chapter III the sound-field in the vessel is calculated from the general hydrodynamical equations. This field consists mainly of an ordinary compressional field, which is computed for some cases. In this field there occurs an attenuation, due to viscosity and heat-conduction. In a small region near the walls, moreover, viscosity- and thermal waves are generated.

Chapter IV deals with the motion of the wall. This motion appears to be a superposition of symmetrical and asymmetrical Lamb waves. The question is discussed in how far the walls may be regarded as rigid.

Chapter V. With the aid of the formulae for the sound-field in the liquid a numerical calculation of the disturbing wall-effects, discussed in Chapter II, can be made, using only well-known physical constants of the liquids. On this basis a much simpler method for the determination of sound-absorption in the liquid is possible. The method has been checked experimentally.

Chapter VI. In some solutions of electrolytes in water an important increase in sound-absorption, compared to the absorption in pure water, has been found. The relaxation-effect in  $MgSO_4$ -solutions is discussed.

The reader is also referred to:

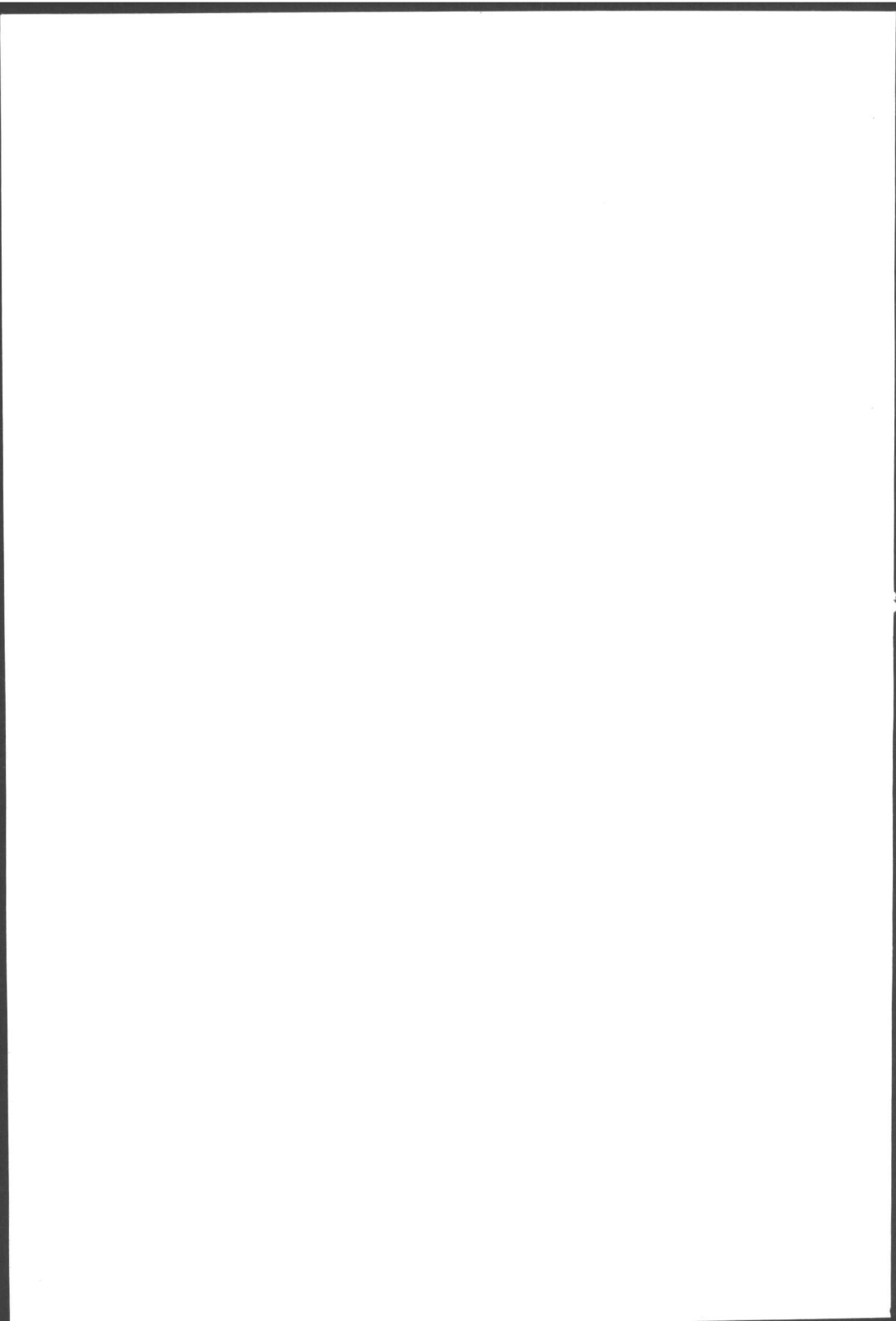
- Appl.sci.Res. B 1 (1948) 149: Ultrasonic reverberation measurements in liquids (part I)  
Appl.sci.Res. B 1 (1950) 341: (part II)  
Nature 164 (1949) 347: Ultrasonic absorption in water in the region of 1 mc/s.

## L I T E R A T U U R

1. *Stokes, G.G.*, Trans. Camb. phil. Soc. 8 (1845) 297.
2. *Kirchhoff, G.*, Ann. Physik 134 (1868) 177.
3. *Kneser, H.O.*, Ann. Physik 11 (1931) 761.
4. *Liebermann, L.N.*, Phys. Rev. 75 (1949) 1415.
5. *Pinkerton, J.M.M.*, Nature 160 (1947) 128.  
*Fox, F.E., Rock, G.*, J. acoust. Soc. Amer. 12 (1941) 505.  
 Van recente datum is  
*v. Itterbeek, A., Sloomakers, P.*, Physica 15 (1949) 897.
6. *Knudsen, V.*, J. acoust. Soc. Amer. 3 (1931) 126.
7. *Meyer, E. e.a.*, Schallausbreitung im Wasser, pag. 43 e.v.  
 Arbeitstagung Amtsgruppe Mar. Rüst /O.K.M.  
 in Rankenheim 20 - 21 Mai 1943.
8. *Lamb, J., Pinkerton, J.M.M.*, Proc. roy. Soc. A 199 (1949) 114.
9. *v.d. Pol, Balth.*, Proc. I.R.E. 18 (1930) 1194.
10. *Cady, G.*, Proc. Phys. Soc. 49 (1937) 646.
11. *Meyer, E.*, zie 7.
12. *Mason, W.P., Mc Skimin, H.J.*, J. acoust. Soc. Amer.  
 19 (1947) 764.
13. *Labaw, L., Williams, A.*, J. acoust. Soc. Amer. 19 (1947) 30.
14. *Korringa, J., Kronig, R., Smit, A.*, Physica 11 (1945) 209.
15. zie bv. *Morse, Ph.*, Vibration and Sound, 2' ed. Ch. VIII.
16. *Morse, Ph.*, Vibration and Sound, 2' ed. pag. 394.
17. *Weyl, H.*, J. f. d. reine u. ang. Math. 141 (1912) 163;  
 143 (1913) 177.
18. *Courant, R., Hilbert, D.*, Methoden der mathematischen Physik,  
 1924; deel I, hfdst. VI, par. 4.
19. als 18 pag. 349.
20. *Eckart, C.*, Phys. Rev. 73 (1948) 68.
21. *Mason, W.P.*, J. of coll. Sc. 3 (1948) 147.
22. *Rayleigh, Lord*, Proc. London Math. Soc. 17 (1887) 3.
23. *Lamb, H.*, Proc. roy. Soc. 93 (1917) 114.
24. zie bv. *Timoshenko, S.*, Theory of Elasticity (1934) par.119.
25. *Liebermann, L.N.*, J. acoust. Soc. Amer. 20 (1948) 868.
26. *Leonard, R.W., Comb, P.C., Skidmore, L.R.*,  
 J. acoust. Soc. Amer. 21 (1949) 63.
27. *Beyer, R.T., Smith, M.C.*, J. acoust. Soc. Amer. 18 (1946) 424.

## STELLINGEN

1. Het experimentele feitenmateriaal, dat K n e s e r gebruikt bij zijn beschouwingen over de geluidsabsorptie in waterige oplossingen van electrolyten, is onbetrouwbaar.  
H i e d e m a n n, E., Ultraschallforschung (1939) pag. 154.
2. Het systematisch onderzoek van de ultrasone absorptie van electrolytische oplossingen kan een belangrijk hulpmiddel worden bij de bestudering van het gedrag van sterke electrolyten.
3. Ultrasone nagalmmetingen kunnen een methode zijn van niet-destructief materiaalonderzoek.
4. Het is wenselijk de tweede viscositeit te bestuderen van vloeibare gassen bij zeer lage temperaturen.
5. In tegenstelling met de bewering van F r y is de waarschijnlijkheid, dat Kerstmis op een bepaalde dag van de week valt, niet voor alle dagen der week gelijk in de Gregoriaanse tijdrekening.  
F r y, Probability and its engineering uses. pag. 2.
6. De bij de berekeningen over de trillingen van piezo-electrische kristallen gebruikelijke beschouwingen over 'gekoppelde trillingswijzen' zijn in beginsel onjuist.  
zie bv. C a d y Piezoelectricity Ch. V par. 53.
7. Het is onmogelijk over absolute luidheid te spreken.
8. Bij het ontwerpen van gebouwen, woonhuizen enz. dient men er zich rekenschap van te geven, dat uit een oogpunt van comfort en geschiktheid voor het beoogde doel de acoustische eigenschappen als even belangrijk moeten beschouwd worden als verlichting, verwarming enz.
9. Het gebruik van 'fritterstroom' ter verbetering van de kwaliteit van electricische contacten is ongewenst.



10. De formule, die D o n o h u e voorstelt voor de warmte-overdracht in warmtewisselaars, is onjuist.  
D o n o h u e, D., Ind. and Eng. Chem. 41 (1949) 2499.
11. De berekening van W a l l o t over de plotselinge inschakeling van een sinusvormige e.m.k. op een filter is onvolledig.  
W a l l o t, J., Theorie der Schwachstromtechnik, par. 390.
12. Het naast elkaar in gebruik zijn van de termen 'arbeidsvermogen' en 'vermogen', als aanduiding van grootheden van verschillende dimensies, geeft aanleiding tot verwarring. Het verdient aanbeveling de uitdrukking arbeidsvermogen te vermijden en te vervangen door energie.
13. Het nut van het gebruik der complexe rekenwijze in de wisselstroomtheorie bij de opleiding van radiotechnici is problematisch.
14. Bij het publiceren van mathematische en fysieke artikelen dient men zich te realiseren, welke moeilijkheden aan het zetten van mathematische formules verbonden zijn.

\* \* \* \*