

BQ
D 79
(1)

TNO-rapport

**3D-KINEMATISCHE MODELVORMING TEN BE-
HOEVE VAN KWANTITATIEVE BESCHRIJVING
VAN HOUDINGEN EN BEWEGINGEN**

BIBLIOTHEEK NEDERLANDS INSTITUUT VOOR
PRAEVENTIEVE GEZONDHEIDSZORG TNO

20 OKT 1992

POSTBUS 124, 2300 AC LEIDEN

IBISSTAMBOEKNUMMER

9946/000

NIPG-publikatienummer
92.027

April 1992

Alle rechten voorbehouden.
Niets uit deze uitgave mag worden
vermenigvuldigd en/of openbaar gemaakt
door middel van druk, fotokopie, microfilm
of op welke andere wijze dan ook, zonder
voorafgaande toestemming van TNO.

Indien dit rapport in opdracht werd
uitgebracht, wordt voor de rechten en
verplichtingen van opdrachtgever en
opdrachtnemer verwezen naar de
'Algemene Voorwaarden voor Onderzoeks-
opdrachten aan TNO', dan wel de
betreffende terzake tussen partijen
gesloten overeenkomst.
Het ter inzage geven van het TNO-rapport
aan direct belanghebbenden is toegestaan.

© TNO

**W.D. van Driel
N.J. Delleman**

Nederlandse organisatie voor
toegepast-natuurwetenschappelijk onderzoek

TNO-Gezondheidsonderzoek stelt zich ten doel bij te dragen
aan de verbetering van preventie en behandeling van ziekten
en afwijkingen door het toepasbaar maken van kennis op
medisch biologisch, psychosociaal en epidemiologisch
gebied ten behoeve van de volksgezondheid en de
gezondheidszorg.



Op opdrachten aan TNO zijn van toepassing de Algemene
Voorwaarden voor onderzoeksopdrachten aan TNO,
zoals gedeponereerd bij de Arrondissementsrechtbank
en de Kamer van Koophandel te 's-Gravenhage.

Deze uitgave is te bestellen door het overmaken van f 27,85 (incl. BTW) op postbankrekeningnummer 99.889 ten name van het NIPG-TNO te Leiden onder vermelding van bestel-nummer 92.027.

INHOUD	pagina
VOORWOORD	i
SAMENVATTING	iii
1. INLEIDING	1
1.1 Algemeen	1
1.2 Kinematische modelvorming	2
1.3 Leeswijzer	3
2. DE LITERATUUR	4
3. EULER-HOEKEN	5
3.1 Algemene beschrijving	5
3.2 Wiskundige beschrijving	8
3.3 Voorbeeld	19
3.3.1 Inleiding	19
3.3.2 Methode	19
3.3.3 Analyses en resultaten	21
4. SCHROEFASSEN	24
4.1 Algemene beschrijving	24
4.2 Wiskundige beschrijving	27
4.2.1 De eindige schroefasmethode	27
4.2.2 De momentane schroefasmethode	31

	pagina
4.3 Voorbeeld	33
4.3.1 Inleiding	33
4.3.2 Methode	34
4.3.3 Analyses en resultaten	35
5. VERGELIJKING VAN EULER-HOEKEN EN SCHROEFASSEN	37
6. CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN	39
LITERATUUR	41
BIJLAGEN	45

VOORWOORD

Het onderhavige rapport is geschreven in het kader van een stage bij de afdeling Houdings- en Bewegingsonderzoek van het Nederlands Instituut voor Praeventieve Gezondheidszorg (NIPG-TNO). De eerste auteur is student Werktuigkundige Medische Technologie aan de Technische Universiteit Eindhoven (TUE). De stagebegeleiding was in handen van drs. N.J. Delleman (NIPG-TNO), tevens tweede auteur, en dr.ir. A. Sauren (TUE). Ir. C.W. Spoor (Rijksuniversiteit Leiden) en dr.ir. H.J. Woltring hebben het rapport van deskundig commentaar voorzien.

SAMENVATTING

In het kader van het project '*3D-kinematische modelvorming*' om houdingen en bewegingen kwantitatief te beschrijven is een inventarisatie gemaakt van bestaande kinematische modellen. Deze inventarisatie, bestaande uit een literatuuronderzoek, leverde twee hoofdgroepen van modelvorming:

1. de Euler-hoekenmethode;
2. de Schroefasmethode.

De Euler-hoekenmethode maakt gebruik van drie Euler-hoeken. Het voordeel van deze methode is de koppeling van de drie Euler-hoeken, mits goed gedefinieerd, aan functioneel-anatomische termen als flexie/extensie, ab-/adductie en endo-/exorotatie. Nadelen van deze methode zijn:

1. de rotatievolgorde-afhankelijkheid van de drie Euler-hoeken;
2. geen directe mogelijkheid tot vergelijking met resultaten van anderen;
3. het bestaan van twee oplossingen, in de literatuur bekend als Codman's Paradox;
4. het bestaan van een singulariteit, in de literatuur bekend als Gimbal-Lock.

Met de schroefasmethode wordt de beweging van een lichaamssegment beschreven als een beweging om en langs een gegeven lijn in de ruimte. Het voordeel van deze methode is de goede mogelijkheid tot vergelijking met resultaten van onderzoek door anderen. Nadelen van deze methode zijn:

1. geen kwantitatieve koppeling met functioneel-anatomische termen;
2. de onbepaaldheid van de schroefasparameters wanneer de rotatiesnelheid gelijk of ongeveer gelijk aan nul is.

1. INLEIDING

1.1 Algemeen

Het houdings- en bewegingsonderzoek op het Nederlands Instituut voor Praeventieve Gezondheidszorg TNO (NIPG-TNO) is primair gericht op de preventie van arbeidsgebonden aandoeningen van het bewegingsapparaat. Bij het opsporen van oorzaken van aandoeningen en bij het formuleren van preventieve maatregelen zijn de beschrijving en beoordeling van houding en beweging van wezenlijk belang.

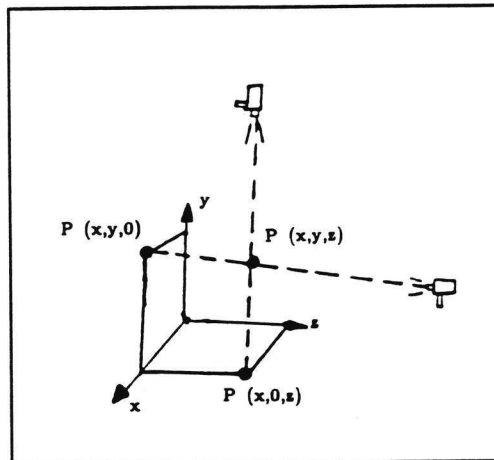
In de periode 1991-1992 loopt op het NIPG-TNO het project '*3D-kinematische modelvorming*'. Het doel van dit project is het verkrijgen van een kinematisch model waarmee houdingen en bewegingen in drie dimensies kwantitatief kunnen worden beschreven.

Het project is onder te verdelen in vier fasen:

1. inventarisatie van bestaande modellen;
2. beschrijving en vergelijking van bestaande modellen;
3. keuze van een model op grond van voor- en nadelen van bestaande modellen;
4. verwerving van computerprogrammatuur.

Dit verslag omvat de eerste twee fasen en is afgebakend tot modellen die aansluiten bij de stereometrische meetmethoden. Dit zijn methoden die de houding en beweging van het lichaam met behulp van licht of ultrageluid meten. Het NIPG-TNO heeft de beschikking over het stereometrische VICON-meetsysteem. Het VICON-systeem bestaat uit vier camera's, computerapparatuur en -programmatuur. Op het lichaam worden kleine markeerpunten aangebracht, die vanuit de camera's beschenen worden met licht. Als gevolg van de retroreflecterende eigenschappen van de markeerpunten worden deze in het videobeeld helderder weergegeven dan de omgeving. Hierdoor is een semi-automatische herkenning van de markeerpunten mogelijk. Indien een markeerpunt door tenminste twee camera's wordt waargenomen kan de driedimensionale positie van het markeerpunt worden bepaald (figuur 1.1).

Figuur 1.1 Ruimtelijke positiebepaling van een markeerpunt met behulp van twee camera's



1.2 Kinematische modelvorming

Binnen de biomechanica is de kinematica de discipline die zich bezig houdt met de beschrijving van houding en beweging. De krachten die deze houding en beweging veroorzaken worden buiten beschouwing gelaten. Bij de kinematische modelvorming worden lichaamssegmenten (bijvoorbeeld onderarm of bovenbeen) als starre lichamen gedefinieerd. Een lichaamssegment is star indien de afstand tussen twee willekeurige punten op dit lichaam ten alle tijde gelijk blijft.

In een kinematisch model worden lichaamssegmenten met elkaar verbonden door middel van gewrichten. Lichaamssegmenten kunnen ten opzichte van elkaar transleren en roteren. De translatoire bewegingsvrijheid in een gewricht is meestal klein en wordt in dit verslag buiten beschouwing gelaten. Aangenomen wordt dat de fysieke belasting tijdens arbeid veroorzaakt wordt door de rotatiestanden van lichaamssegmenten.

De beschrijving van houding en beweging van lichaamssegmenten in het houdings- en bewegingsonderzoek binnen het NIPG-TNO heeft tot op heden een quasi driedimensionaal karakter, gebaseerd op tweedimensionale projecties. Deze projecties zijn veelal een adequate weergave van houding en beweging. Het lichaamssegment wordt beschouwd als een rechte lijn tussen twee markeerpunten

op het lichaamssegment. Echter bij een niet onaanzienlijk aantal werkzaamheden is een quasi driedimensionale voorstelling niet toereikend. In deze gevallen is een volledige driedimensionale voorstelling van de stand van een lichaamssegment gewenst. De stand van een lichaamssegment kan hierbij worden beschreven ten opzichte van verschillende coördinaatstelsels, zoals bijvoorbeeld het bol coördinaatstelsel, het cilindrische coördinaatstelsel of het cartesische coördinaatstelsel. Het meest gebruikte coördinaatstelsel is het cartesische, waarbij de coördinaatassen loodrecht op elkaar staan. Binnen dit coördinaatstelsel kan de stand van het lichaamssegment met behulp van verschillende methoden worden vastgelegd. Dit verslag beschrijft de twee beschikbare methoden, i.c. kinematische modellen.

1.3 Leeswijzer

Het onderzoek uitgevoerd ter invulling van de eerste twee fasen van het project (zie § 1.1) wordt in de volgende hoofdstukken gerapporteerd. De methode van onderzoek wordt in hoofdstuk 2 besproken. De hoofdstukken 3 en 4 doen verslag van de twee methoden van kinematische modelvorming. Elk van deze twee hoofdstukken is opgesplitst in drie delen. In het eerste gedeelte wordt de betreffende methode in begrijpbare taal omschreven voor de niet-wiskundig onderlegde lezer. Het tweede gedeelte bevat voornamelijk formules en is voor de wiskundig onderlegde lezer bedoeld. In het laatste gedeelte wordt een voorbeeld van de methode gegeven. In hoofdstuk 5 worden deze twee methoden vergeleken aan de hand van voor- en nadelen. Hoofdstuk 6 bevat de conclusies van het onderzoek en een aanbeveling voor het te gebruiken kinematische model. De meest voorkomende symbolen en definities zijn in een bijlage opgenomen.

2. DE LITERATUUR

Voor de inventarisatie van de bestaande modellen, fase 1 van het project, is ten eerste een literatuuronderzoek gepleegd. De literatuur werd via onderstaande ingangen verzameld:

1. literatuurbestand van de afdeling Houdings- en Bewegingsonderzoek van het NIPG-TNO;
2. literatuurbestand van de Technische Universiteit Eindhoven;
3. computer-literatuurbestand CD-ROM (trefwoorden kinematics, biomechanics, Codman's Paradox, human segments, helical angles, joint angles, joint motion en three-dimensional movement);
4. tijdschriften Journal of Biomechanics en Human Movement Science (jaargangen 1990 en 1991).

Vervolgens is er contact geweest met deskundigen. Deze deskundigen werd een lijst van geraadpleegde literatuur ter controle en aanvulling voorgelegd.

De inventarisatie leverde twee hoofdgroepen van bestaande modelvorming:

1. de Euler-hoekenmethode;
2. de Schroefasmethode.

Deze twee hoofdgroepen van bestaande modellen worden in de hoofdstukken 3 en 4 beschreven (fase 2 van het project).

3. EULER-HOEKEN

3.1 Algemene beschrijving

De stand van een lichaamssegment kan worden beschreven met behulp van Euler-hoeken. Deze hoeken zijn vernoemd naar de wiskundige L. Euler, die ze in 1748 introduceerde. Geronimo Cardano publiceerde omstreeks 1800 de uitbreiding van Euler's werk, welke hier wordt beschreven. In de meeste publikaties wordt voor deze uitbreiding echter steeds de term Euler-hoeken gebruikt. Om verwarring te voorkomen zal in het vervolg ook deze term worden gehanteerd.

De beschrijving van de houding en beweging van lichaamssegmenten begint met het definiëren van één globaal en twee lokale cartesische coördinaatstelsels. Het globale coördinaatstelsel is ergens willekeurig in de ruimte gedefinieerd. De twee lokale coördinaatstelsels worden elk verbonden met één van de lichaamssegmenten. Eén lokaal coördinaatstelsel is verbonden met het lichaamssegment dat zich distaal van het gewricht bevindt en één is verbonden met het lichaamssegment dat zich proximaal van het gewricht bevindt. Het distale lokale coördinaatstelsel wordt aangeduid met (XYZ), het proximale lokale coördinaatstelsel met (xyz).

De begin- en eindstand van een lokaal coördinaatstelsel worden gemeten ten opzichte van het globale coördinaatstelsel. Deze twee standen meet men met behulp van drie of meer, niet op één lijn liggende, markeerpunten op het lichaamssegment. De onderlinge posities van de markeerpunten leggen het lokale coördinaatstelsel vast (zie § 3.2 voor een nadere beschrijving). Meting van de markeerpuntposities in de begin- en eindstand van het lokale coördinaatstelsel levert de rotatie- en translatiebeweging van het lichaamssegment. Zowel voor het lichaamssegment distaal als het lichaamssegment proximaal van het gewricht berekent men de rotatie- en translatiebewegingen. De rotaties in het gewricht worden berekend uit de relatieve beweging van het distale lichaamssegment ten opzichte van het proximale lichaamssegment. Hiervoor is een definitie van de Euler-hoeken nodig. Euler-hoeken roteren het ene lokale coördinaatstelsel naar het andere lokale coördinaatstelsel. Voor een drie-dimensionale beschrijving van de standen van deze coördinaatstelsels zijn drie Euler-hoeken nodig.

De meest gebruikte naamgeving voor Euler-hoeken is ϕ (phi), θ (theta), en ψ (psi).

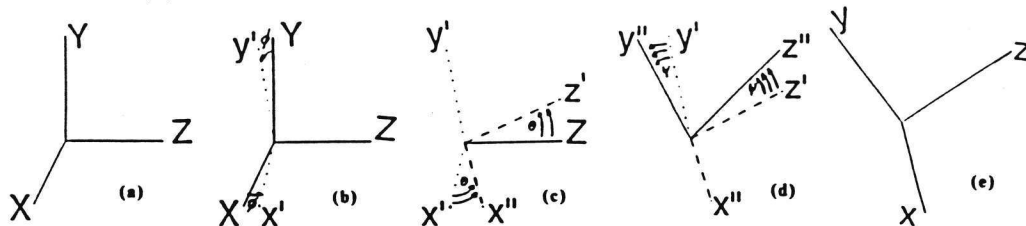
Een veel gebruikte definitie van de Euler-hoeken is (figuur 3.1):

- eerst een rotatie ϕ om de Z-as van het proximale lokale coördinaatstelsel;
- vervolgens een rotatie θ om de geroteerde Y-as (weergegeven door y') van het proximale lokale coördinaatstelsel;
- tenslotte een rotatie ψ om de tweemaal geroteerde X-as (weergegeven door x'') van het proximale coördinaatstelsel.

Na de laatste rotatie valt het proximale coördinaatstelsel (XYZ) samen met het distale coördinaatstelsel (xyz).

Figuur 3.1 Een veel gebruikte definiëring van Euler-hoeken

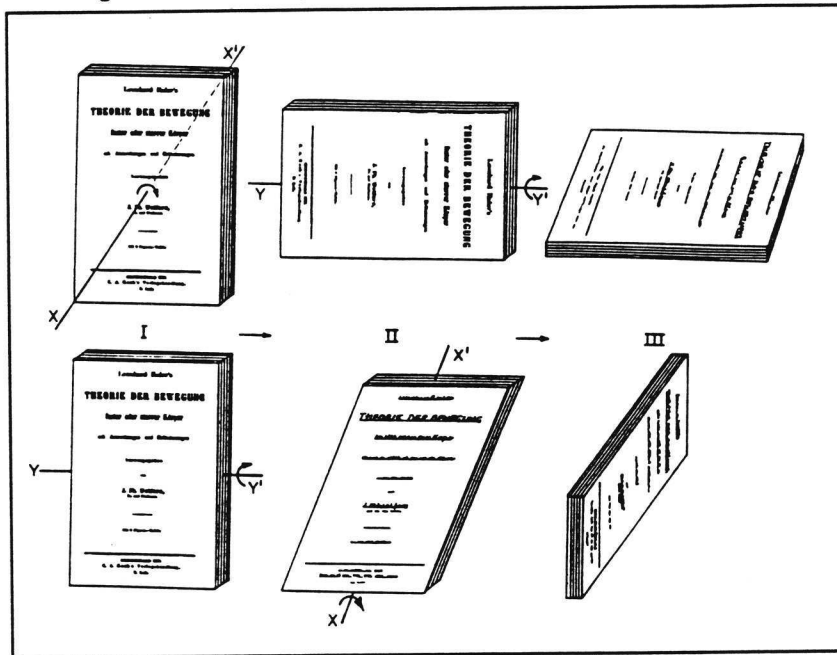
- Het proximale lokale coördinaatstelsel;
- rotatie ϕ om de Z-as;
- rotatie θ om de y' -as;
- rotatie ψ om de x'' -as;
- het distale lokale coördinaatstelsel.



Belangrijk bij de definitie van Euler-hoeken is de volgorde van de drie afzonderlijke rotaties. Figuur 3.2 verklaart dit met behulp van twee rotaties: als men eerst een rotatie van x graden om de x -as uitvoert en daarna een rotatie van y graden om de y -as, dan is de eindpositie anders dan wanneer eerst een rotatie van y graden om de y -as en daarna een rotatie van x graden om de x -as uitvoert.

Als er sprake is van drie rotaties, dan zijn er zes verschillende rotatievolgorden die alle een andere eindstand van het lichaamssegment geven. Van deze zes rotatievolgorden zijn er drie cyclisch en drie niet-cyclisch. De drie cyclische volgorden worden in de wiskunde weergegeven als 123, 231 of 312 en de drie niet-cyclische als 321, 213 of 132 (1, 2 en 3 zijn rotaties om respectievelijk de x -as, y -as en z -as). Er bestaat een wiskundig verband tussen cyclische en niet-cyclische rotatievolgorden. In § 3.2 wordt hierop dieper ingegaan. De meest gebruikte rotatievolgorden zijn de 123-, 312-, 132 en de 213-rotatievolgorde. Verschillen tussen rotatievolgorden kunnen behoorlijk oplopen (zie § 3.2, tabel 3.1).

Figuur 3.2 Volgorde-afhankelijkheid van rotaties



Om nu de drie Euler-hoeken te kunnen berekenen is er een wiskundig verband nodig tussen het distale en het proximale lokale coördinaatstelsel. Dit verband ligt vast met behulp van een rotatiematrix. Deze rotatiematrix is op twee manieren bepaald op basis van:

1. de keuze van de drie Euler-hoeken (ϕ , θ , ψ) met bijbehorende rotatievolgorde (definities);
2. meting van de markeerpuntposities.

De vergelijking van deze twee rotatiematrices geeft dus een verband tussen enerzijds de gekozen definitie van de Euler-hoeken en anderzijds de markeerpuntposities, waaruit men dan de Euler-hoeken kan berekenen (zie § 3.2 voor een nadere verklaring). De drie berekende Euler-hoeken zijn te vertalen naar functioneel-anatomische termen als flexie/extensie, ab-/adductie en endo-/exorotatie (zie § 3.3 voor een voorbeeld). Deze vertaling is afhankelijk van de gekozen definitie van de Euler-hoeken en van de gekozen rotatievolgorde.

3.2 Wiskundige beschrijving

Beschouw coördinaten $\underline{x}_{gl}=(x_{gl}, y_{gl}, z_{gl})^t$ van een punt in een globaal, cartesisch coördinaatstelsel E_{gl} en coördinaten $\underline{x}_{lo}=(x_{lo}, y_{lo}, z_{lo})^t$ van dat punt in een lokaal, lichaamsvast coördinaatstelsel E_{lo} (lokaal is afgekort als lo en globaal als gl). Het verband tussen deze twee coördinaten is:

$$\underline{x}_{gl} = R * \underline{x}_{lo} + \underline{p} \quad (3.1)$$

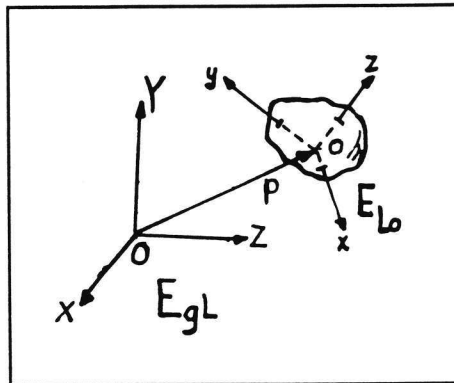
met:

R een (3*3) orthonormale rotatiematrix: $R^t=R^{-1}$ (t betekent getransponeerd en -1 betekent geïnverteerd).

$\underline{p}=(p_x, p_y, p_z)^t$, de positie van de oorsprong van E_{lo} gemeten ten opzichte van E_{gl} .

De positie en stand van het lokale coördinaatstelsel E_{lo} ten opzichte van het globale coördinaatstelsel is in figuur 3.3 weergegeven.

Figuur 3.3 De positie en stand van een lokaal coördinaatstelsel ten opzichte van een globaal coördinaatstelsel



We veronderstellen, net zoals in § 3.1, een lokaal coördinaatstelsel verbonden met het proximale ($E_{lo,p}$) en een lokaal coördinaatstelsel verbonden met het distale ($E_{lo,d}$) lichaamssegment.

Met behulp van formule (3.1) geldt dan:

$$\underline{x}_{gl} = R_p * \underline{x}_p + \underline{p}_p \quad (3.2)$$

met:

$\underline{x}_p = (x_p, y_p, z_p)^t$, coördinaten van een punt in het proximale lokale coördinaatstelsel.

$\underline{p}_p = (p_{p,x}, p_{p,y}, p_{p,z})^t$, de positie van de oorsprong van $E_{lo,p}$ gemeten ten opzichte van E_{gl} .

$$\underline{x}_{gl} = R_d * \underline{x}_d + \underline{p}_d \quad (3.3)$$

met:

$\underline{x}_d = (x_d, y_d, z_d)^t$, coördinaten van een punt in het distale lokale coördinaatstelsel.

$\underline{p}_d = (p_{d,x}, p_{d,y}, p_{d,z})^t$, de positie van de oorsprong van $E_{lo,d}$ gemeten ten opzichte van E_{gl} .

Combinatie van de formules (3.2) en (3.3) levert de beweging van het distale segment ten opzichte van het proximale segment:

$$R_p * \underline{x}_p + \underline{p}_p = R_d * \underline{x}_d + \underline{p}_d \quad \Leftrightarrow \quad \underline{x}_p = R_p^t * R_d * \underline{x}_d + R_p^t * (\underline{p}_d - \underline{p}_p)$$

of:

$$\underline{x}_p = R_{\text{gewricht}} * \underline{x}_d + \underline{p}_{\text{gewricht}} \quad (3.4)$$

met:

$$R_{\text{gewricht}} = R_p^t * R_d$$

$$\underline{p}_{\text{gewricht}} = R_p^t * (\underline{p}_d - \underline{p}_p)$$

De rotaties in het gewricht liggen vast als we bovenstaande rotatiematrix R_{gewricht} weten. Deze rotatiematrix, in het vervolg R genoemd, is te beschouwen als het produkt van drie afzonderlijke rotatiematrices. Vermenigvuldiging van deze drie matrices geeft R in componentvorm:

$$R_{ijk} = R_i(\phi_i) * R_j(\phi_j) * R_k(\phi_k); \quad (3.5)$$

of in matrixvorm:

$$R_{ijk} = \begin{pmatrix} R_{ii} & R_{ij} & R_{ik} \\ R_{ji} & R_{jj} & R_{jk} \\ R_{ki} & R_{kj} & R_{kk} \end{pmatrix}$$

De rotaties om de coördinaatassen worden voorgesteld door ϕ_i , ϕ_j , ϕ_k . De term ijk staat voor de rotatievolgorde, waarbij aan i , j en k het getal 1, 2 of 3 is gekoppeld. Een 1 betekent een rotatie om de x-as, een 2 een rotatie om de y-as en een 3 een rotatie om de z-as. Een hoek ϕ_2 betekent dus een rotatie ϕ om de y-as. Als de rotatievolgorde 231 is, dan wordt de rotatie ϕ_2 als eerste uitgevoerd. Een rotatie om een coördinaatass kan worden weergegeven door een matrix. De drie afzonderlijke rotatiematrices zijn:

$$R_1(\phi_1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi_1 & -\sin\phi_1 \\ 0 & \sin\phi_1 & \cos\phi_1 \end{pmatrix} ; \text{ een rotatie om de x-as}$$

$$R_2(\phi_2) = \begin{pmatrix} \cos\phi_2 & 0 & \sin\phi_2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\phi_2 & 0 & \cos\phi_2 \end{pmatrix} ; \text{ een rotatie om de y-as}$$

$$R_3(\phi_3) = \begin{pmatrix} \cos\phi_3 & -\sin\phi_3 & 0 \\ \sin\phi_3 & \cos\phi_3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} ; \text{ een rotatie om de z-as}$$

(3.6)

Aangezien matrixvermenigvuldiging niet commutatief is, dat wil zeggen $A * B \neq B * A$, zal er bij een andere rotatievolgorde van ϕ_i , ϕ_j en ϕ_k een andere rotatiematrix R ontstaan.

Zoals in § 3.1 al vermeld, bestaat er enige onduidelijkheid over de naamgeving van de drie rotatiehoeken. De hoeken behoren Euler-hoeken genoemd te worden indien in formule (3.5) geldt dat $i=k$ (tweemaal rotatie om dezelfde as). Indien $i \neq k$ is de juiste naam voor de drie hoeken Cardan- of Bryant-hoeken.

Er is een algemene berekening van de componenten R_{ijk} van de rotatiematrix te geven. Een splitsing is hierbij te maken in een cyclische en een niet-cyclische rotatievolgorde. In het cyclische geval is ijk gelijk aan 123, 231 of 312. Een 123 rotatievolgorde wil zeggen: eerst een rotatie ϕ_1 om de x-as, gevolgd door een rotatie ϕ_2 om de (geroteerde) y-as en tenslotte een rotatie ϕ_3 om de (tweemaal geroteerde) z-as.

De componenten van R in het cyclische geval zijn:

$$\begin{aligned}
 R_{kj} + R_{ji} &= (1 + \sin\phi_j) \sin(\phi_i + \phi_k) & R_{kj} - R_{ji} &= (1 - \sin\phi_j) \sin(\phi_i - \phi_k) \\
 R_{jj} - R_{ki} &= (1 + \sin\phi_j) \cos(\phi_i + \phi_k) & R_{jj} + R_{ki} &= (1 - \sin\phi_j) \cos(\phi_i - \phi_k) \\
 R_{ik} &= \sin\phi_j \\
 R_{ii} &= \cos\phi_j \cos\phi_k & R_{ij} &= -\cos\phi_j \sin\phi_k \\
 R_{kk} &= \cos\phi_j \cos\phi_i & R_{jk} &= -\cos\phi_j \sin\phi_i
 \end{aligned}
 \tag{3.7}$$

Om bovenstaande vergelijking overzichtelijk weer te geven, is gebruik gemaakt van goniometrische formules.

Als de rotatievolgorde niet-cyclisch is (ijk is gelijk aan 321, 213 of 132), kan de cyclische beschrijving met de volgende wiskundige operatie verkregen worden:

$$R_{ijk}(\phi_i, \phi_j, \phi_k) = R_{kji}(-\phi_k, -\phi_j, -\phi_i)^t \tag{3.8}$$

Sommige componenten van R zijn gelijk aan nul indien $\phi_j = \pm\pi/2$. In dat geval treed een singulariteit op. Deze singulariteit staat bekend als de Gimbal-Lock. Dichtbij deze singulaire waarden zal een kleine variatie in ϕ_j overeenkomen met een grote variatie in R_{ijk} .

Tevens heeft formule (3.7) in de niet-singulaire gevallen twee oplossingen, te weten $\{\phi_i, \phi_j, \phi_k\}$ en $\{\phi_i \pm \pi, \pi \mp \phi_j, \phi_k \pm \pi\}$. In de anatomie staat dit bekend als Codman's Paradox. De singulariteit in $\phi_j = \pm \pi/2$ is te vermijden door de hoek ϕ_j te koppelen aan kleine rotaties. Denk hierbij bijvoorbeeld aan endo-/exorotatie in het kniegewricht.

Met behulp van formules (3.5), (3.6), (3.7), en (3.8) kan de rotatiematrix R worden bepaald. Tevens is er met deze formules een vergelijking mogelijk tussen de zes verschillende rotatievolgorden. In tabel 3.1 is het resultaat van enkele vergelijkingen weergegeven. De Euler-hoek ϕ_1 stelt een rotatie om de X-as voor (flexie/extensie), ϕ_2 een rotatie om de Y-as (ab-/adductie) en ϕ_3 een rotatie om de Z-as (endo-/exorotatie). De X-, Y- en Z-as zijn de coördinaatassen van een globaal coördinaatstelsel. Een positieve hoek ϕ_1 staat voor flexie, een positieve hoek ϕ_2 voor abductie en een positieve hoek ϕ_3 voor endorotatie. De drie Euler-hoeken zijn voor de zes verschillende rotatievolgorden bepaald. Uitgangspunt is de 123-rotatievolgorde. De Euler-hoeken voor de andere rotatievolgorden zijn berekend met een computerprogramma (zie bijlage 1). Dit computerprogramma bestaat uit twee subroutines. De eerste subroutine berekent de rotatiematrix, die bij een willekeurige rotatievolgorde behoort. De tweede subroutine berekent vervolgens vanuit deze rotatiematrix de hoeken, die in de overige vijf mogelijke rotatievolgorden dezelfde rotatiematrix zou opleveren. De zes rotatievolgorden zijn aan de hand van de berekende hoeken te vergelijken.

Bij de eerste berekening zijn alle hoeken klein gekozen, terwijl bij de tweede en de derde berekeningen de hoek ϕ_1 groot (in beide gevallen 60.0°) en de hoeken ϕ_2 en ϕ_3 klein zijn gekozen. Bij de vierde berekening zijn alle drie de hoeken groot gekozen.

Tabel 3.1 Vergelijking van de rotatievolgorden aan de hand van berekende Euler-hoeken

berekening	Euler-hoeken (°)	rotatievolgorde					
		123	231	312	213	132	312
1	ϕ_1	5.0	5.1	7.4	4.9	7.7	7.5
	ϕ_2	10.0	8.6	8.4	10.0	10.3	8.3
	ϕ_3	15.0	15.8	14.9	15.9	14.8	16.0
2	ϕ_1	60.0	59.6	60.0	58.5	60.0	60.4
	ϕ_2	10.0	5.0	10.0	19.4	10.0	5.0
	ϕ_3	0.0	8.6	0.0	16.7	0.0	8.7
3	ϕ_1	60.0	63.9	57.5	58.5	63.6	59.7
	ϕ_2	10.0	-13.1	-23.6	19.4	10.6	-12.4
	ϕ_3	20.0	18.2	38.8	36.7	19.7	18.6
4	ϕ_1	30.0	40.0	47.8	22.5	58.3	48.2
	ϕ_2	40.0	10.1	9.0	44.1	47.6	6.0
	ϕ_3	40.0	53.4	47.1	60.4	29.5	53.8

De verschillen tussen de diverse rotatievolgorden zijn klein, indien alle hoeken klein zijn (zie berekening 1). Bij de andere berekeningen zijn er echter grote verschillen waarneembaar, met name indien drie hoeken groot zijn (berekening 4).

De stand van een lichaamssegment kan ook worden beschreven aan de hand van (4*4)-transformatiematrices. Een (4*4)-transformatiematrix [T] 'transformeert' een lokaal coördinaatstelsel naar een globaal coördinaatstelsel. Het wezenlijke verschil tussen deze beschrijving en die van formule (3.1) is dat de positie van de oorsprong van het lokale coördinaatstelsel (gemeten ten opzichte van het globale coördinaatstelsel) én de componenten R_{ijk} van R in één matrix zijn geplaatst. Deze (3*4) matrix wordt dan aangevuld met de vergelijking $l=1$, zodat een (4*4) matrix ontstaat.

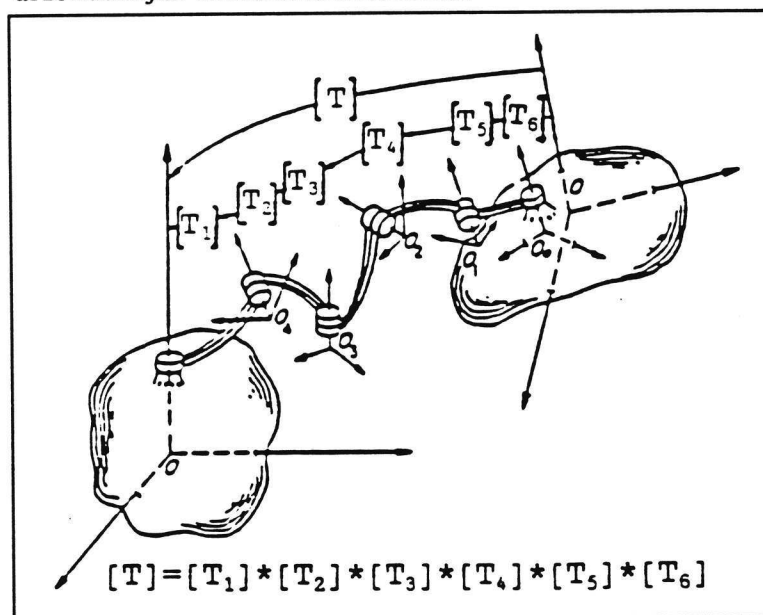
Formule (3.1) ziet er dan als volgt uit:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x_{gl} \\ y_{gl} \\ z_{gl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ p_x & R_{il} & R_{lj} & R_{lk} \\ p_y & R_{ji} & R_{jj} & R_{jk} \\ p_z & R_{ki} & R_{kj} & R_{kk} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ x_{lo} \\ y_{lo} \\ z_{lo} \end{bmatrix} \quad \text{of:} \quad [1, x_{gl}, y_{gl}, z_{gl}]^t = [T] * [1, x_{lo}, y_{lo}, z_{lo}]^t \quad (3.9)$$

Zoals de rotatiematrix R te beschouwen is als het produkt van drie afzonderlijke rotatiematrices, zo kan een transformatiematrix beschouwd worden als het produkt van afzonderlijke transformatiematrices. Deze matrices stellen basis-transformaties voor. Figuur 3.4 verduidelijkt dit.

De beide genoemde beschrijvingsmethoden verschillen alleen in notatie. Het doel van beide is de bepaling van de gewrichtsrotaties in termen van Euler-hoeken.

Figuur 3.4 De relatieve beweging van twee lichaamssegmenten onderverdeeld in afzonderlijke transformatiematrices

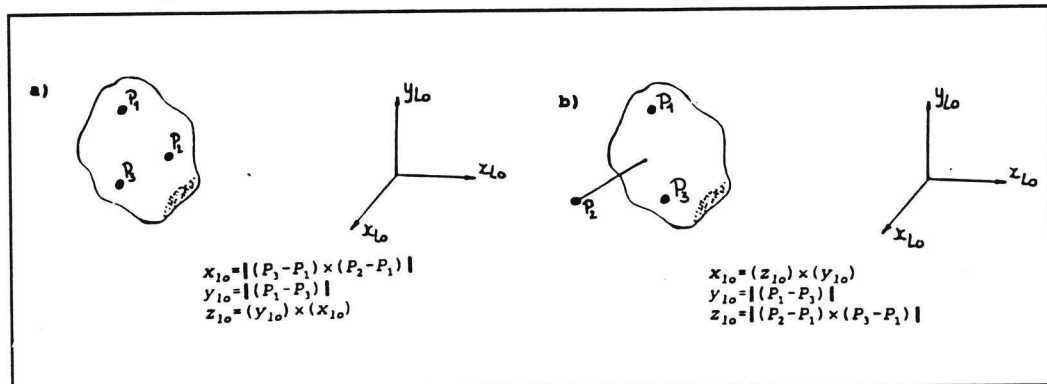


Rest nu de vraag hoe we de rotaties (lees Euler-hoeken) in het gewricht daadwerkelijk bepalen. Dit gaat als volgt. We definiëren ten opzichte van een globaal coördinaatstelsel een coördinaatstelsel vast in het lichaamssegment proximaal als wel een coördinaatstelsel

distaal van het gewricht, elk met behulp van drie of meer markeerpunten. Twee manieren om een lokaal coördinaatstelsel te definiëren met behulp van drie markeerpunten zijn weergegeven in figuur 3.5. Belangrijk is dat minimaal één coördinaat nauwkeurig wordt vastgelegd. De andere twee coördinaatassen kunnen op basis van orthogonaliteit, via het uitwendige vectorproduct, worden berekend.

In het algemeen gaat men er vanuit dat de assen van de lokale coördinaatstelsels in de beginstand van de beweging evenwijdig zijn met die van het globale coördinaatstelsel. In de eindstand zijn de lokale coördinaatstelsel gewoonlijk niet meer evenwijdig aan het globale coördinaatstelsel én niet meer evenwijdig aan elkaar als het gevolg van de relatieve beweging van beide lichaamssegmenten.

Figuur 3.5 Twee manieren ((a) en (b)) om met behulp van drie markeerpunten met bekende posities P_i ten opzichte van het globale coördinaatstelsel de eenheidsvectoren van een lokaal coördinaatstelsel vast te leggen. Hierbij is $\|(\dots)\|$ een genormeerde vector, dat wil zeggen een vector met lengte 1. De y-as is bij beide manieren gericht van markeerpunt 3 naar markeerpunt 1. In (a) staat de x-as loodrecht op het vlak opgespannen door markeerpunten 1, 2 en 3. In (b) staat de z-as loodrecht op genoemd vlak. De derde as kan met het vectorproduct van de twee reeds vastgelegde assen worden berekend



Na meting van de markeerpuntposities van de (geroteerde) lokale coördinaatstelsels kunnen de drie Euler-hoeken worden bepaald. Daarbij worden drie stappen onderscheiden, welke in het resterende deel van de paragraaf worden besproken.

STAP 1. berekening van de rotatiematrix en de positievector met betrekking tot het proximale segment (formule (3.2)) en het distale segment (formule (3.3)).

Bekend bij deze berekening zijn de coördinaten van n markeerpunten, bevestigd op het proximale ($\underline{x}_{p,i}$) als wel het distale ($\underline{x}_{d,i}$) lichaamssegment, in de begin- en eindstand van het betreffende lichaamssegment. De coördinaten in de begin- en eindstand worden weergegeven door $\underline{x}_{10,i}$ respectievelijk $\underline{y}_{10,i}$ ($\underline{x}_{p,i}$ en $\underline{y}_{p,i}$ voor proximaal en $\underline{x}_{d,i}$ en $\underline{y}_{d,i}$ voor distaal), met $i=1,2,\dots,n$ en $n \geq 3$.

Voor de berekening van R_d , \underline{p}_d en R_p , \underline{p}_p moet de onderstaande procedure tweemaal, eenmaal voor het proximale en eenmaal voor het distale lichaamssegment, worden uitgevoerd (Spoor & Veldpaus, 1980; Veldpaus et al., 1988; Söderkvist, 1990).

- berekening van de begin- en eindstandcoördinaten \underline{x}_{10} en \underline{y}_{10} :

$$\underline{x}_{10} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\underline{x}_{10,i})$$

$$\underline{y}_{10} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\underline{y}_{10,i})$$

(3.10)

- berekening van de zogenaamde kruisdispersiematrix Z :

$$Z = \sum_{i=1}^n \{ (\underline{x}_{10,i} - \underline{x}_{10})(\underline{y}_{10,i} - \underline{y}_{10})^t \}$$

(3.11)

- een Singuliere Waarde Decompositie van de kruisdispersiematrix Z in een diagonaalmatrix M en twee orthonormale matrices U en V :

$$Z = U M V^t$$

$$M = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{bmatrix}; V^t = V^{-1}; U^t = U^{-1}$$

(3.12)

Deze decompositie van de matrix Z berust op de volgende stelling uit de lineaire algebra.

Elke $(M \times N)$ matrix A , met het aantal rijen M groter of gelijk aan het aantal kolommen N , kan geschreven worden als het produkt van een $(M \times N)$ orthogonale matrix U , een $(N \times N)$ diagonaal matrix M en een getransponeerde, orthogonale matrix V .

- berekening van de rotatiematrix R :

$$R = UV^t \quad (3.13)$$

- berekening van de positievector p :

$$p = x_{gl} - R * x_{lo} \quad (3.14)$$

Voor een bewijs van deze procedure en eventuele uitzonderingsgevallen wordt verwezen naar de genoemde artikelen.

STAP 2. Berekening van R_{gewricht} en p_{gewricht} met behulp van formule (3.4) en de resultaten van de stap 1.

STAP 3. Vergelijking van de berekende rotatiematrix R_{gewricht} met de gekozen theoretische rotatiematrix. De componenten van de gekozen theoretische rotatiematrix zijn eerder weergegeven in formule (3.7). Voor de duidelijkheid wordt deze formule herhaald:

$$\begin{aligned} R_{kj} + R_{ji} &= (1 + \sin\phi_j) \sin(\phi_i + \phi_k) & R_{kj} - R_{ji} &= (1 - \sin\phi_j) \sin(\phi_i - \phi_k) \\ R_{jj} - R_{ki} &= (1 + \sin\phi_j) \cos(\phi_i + \phi_k) & R_{jj} + R_{ki} &= (1 - \sin\phi_j) \cos(\phi_i - \phi_k) \\ R_{ik} &= \sin\phi_j \\ R_{ii} &= \cos\phi_j \cos\phi_k & R_{ij} &= -\cos\phi_j \sin\phi_k \\ R_{kk} &= \cos\phi_j \cos\phi_i & R_{jk} &= -\cos\phi_j \sin\phi_i \end{aligned} \quad (3.7)$$

De Euler-hoeken zijn nu met onderstaande formules te berekenen.

- in het cyclische geval:

$$\begin{aligned}\phi_i &= \frac{1}{2} * \left\{ \left(\arctan \left[\frac{R_{kj} + R_{ji}}{R_{jj} - R_{ki}} \right] \right) + \left(\arctan \left[\frac{R_{kj} - R_{ji}}{R_{jj} + R_{ki}} \right] \right) \right\} \\ \phi_k &= \frac{1}{2} * \left\{ \left(\arctan \left[\frac{R_{kj} - R_{ji}}{R_{jj} - R_{ki}} \right] \right) - \left(\arctan \left[\frac{R_{kj} - R_{ji}}{R_{jj} + R_{ki}} \right] \right) \right\} \\ \phi_j &= \arctan \left[\frac{2 * R_{ki}}{\cos(\phi_k) * R_{ii} - \sin(\phi_k) * R_{ij} - \sin(\phi_i) * R_{jk} + \cos(\phi_i) * R_{kk}} \right]\end{aligned}\tag{3.15}$$

- in het niet-cyclische geval:

$$\begin{aligned}\phi_i &= -\frac{1}{2} * \left\{ \left(\arctan \left[\frac{R_{jk} - R_{ij}}{R_{jj} + R_{ik}} \right] \right) + \left(\arctan \left[\frac{R_{jk} - R_{ij}}{R_{jj} - R_{ik}} \right] \right) \right\} \\ \phi_k &= \frac{1}{2} * \left\{ \left(\arctan \left[\frac{R_{jk} - R_{ij}}{R_{jj} + R_{ik}} \right] \right) - \left(\arctan \left[\frac{R_{jk} - R_{ij}}{R_{jj} - R_{ik}} \right] \right) \right\} \\ \phi_j &= \arctan \left[\frac{2 * R_{ki}}{\cos(\phi_k) * R_{ii} - \sin(\phi_k) * R_{ji} - \sin(\phi_i) * R_{kj} + \cos(\phi_i) * R_{kk}} \right]\end{aligned}\tag{3.16}$$

Bij deze berekeningen zijn eerst de terminale hoeken ϕ_i en ϕ_k berekend en vervolgens de hoek ϕ_j , de zogeheten 'floating angle'.

Het is ook mogelijk eerst de 'floating angle' ϕ_j en vervolgens, via deling door $\cos(\phi_j)$, de terminale hoeken te berekenen, mits $\phi_j \neq \pi/2 \pm k\pi$. Deze berekening wordt hier achterwege gelaten.

3.3 Voorbeeld*

3.3.1 Inleiding

De functionele anatomie van de menselijke bovenste extremiteit is complex. Deze extremiteit omvat onder andere het schouder- en ellebooggewricht. Deze twee gewrichten spelen een belangrijke rol bij het positioneren van de hand. De bewegingsmogelijkheden van het schoudergewricht bestaat uit flexie/extensie, ab-/adductie en endo-/exorotatie. De bewegingsmogelijkheden van het ellebooggewricht zijn flexie/extensie en pronatie/supinatie (axiale rotatie van de onderarm). Daarnaast bezit het ellebooggewricht nog een bij velen minder bekende derde bewegingsmogelijkheid, namelijk passieve ab-/adductie. Deze gedwongen beweging gaat gepaard met flexie/extensie: flexie met abductie en extensie met adductie. De standbepaling van de bovenste extremiteit vraagt, gezien zijn bewegingsmogelijkheden, om een drie-dimensionale beschrijving.

3.3.2 Methode

De stand van de bovenste extremiteit wordt gemeten met behulp van twee camera's. Eén camera is evenwijdig aan de X-as en één evenwijdig aan de Z-as van een orthogonaal globaal coördinaatstelsel XYZ. De twee camera's registreren de posities van markeerpunten.

Naast enkelvoudige markeerpunten direct op de huid zijn er ook speciale constructies bevestigd, zogenaamde triades. Drie markeerpunten zijn bevestigd aan de uiteinden van de triade. Eén markeerpunt is bevestigd in het midden van de triade.

De markeerpuntposities zijn (zie figuur 3.6):

- 3 à 4 cm mediaal van het acromion (de schoudertop);
- het midden van de buik van de musculus deltoïdeus (de deltaspier).

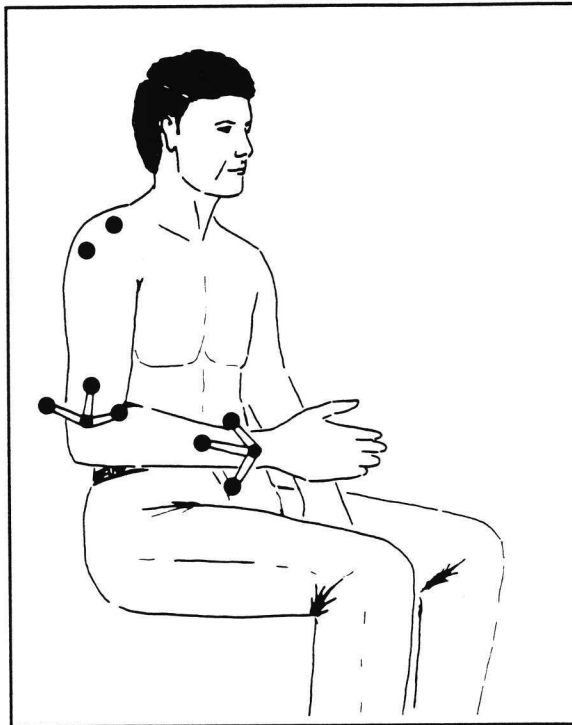
* Uit: Langrana, 1981.

De triadeposities zijn (zie figuur 3.6):

- de distale zijde van de humerus (het opperarmbeen) op de laterale condyl (buitenste knobbel van het ellebooggewricht);
- de dorsale zijde (handrugzijde) van het radiocarpale gewricht (het polsgewricht aan de duimzijde).

De twee triades bepalen twee lichaamsvaste lokale coördinaatstelsels uvw (zie figuur 3.7). In figuur 3.7 zijn de twee triades aangeduid met respectievelijk 345 en 789. De v-as is hierbij evenwijdig met de longitudinale as van het lichaamssegment. Het uw-vlak bevat het gewrichtscentrum.

Figuur 3.6 Positie van de enkelvoudige markeerpunten en de triades

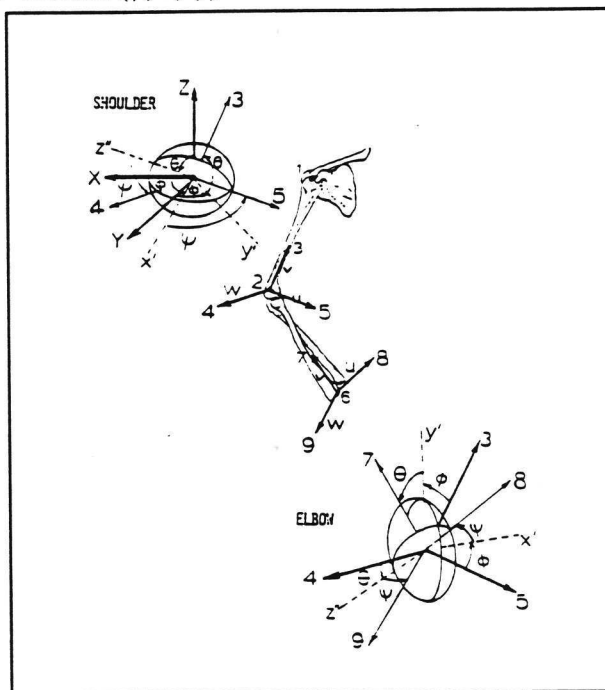


3.3.3 Analyses en resultaten

Het diagonaal reiken naar een voorwerp is geanalyseerd. De proefpersoon reikte vanuit een beginpositie/referentiepositie (als figuur 3.6, maar met de handpalm omhoog gericht) naar een fles op een tafel, de eindpositie.

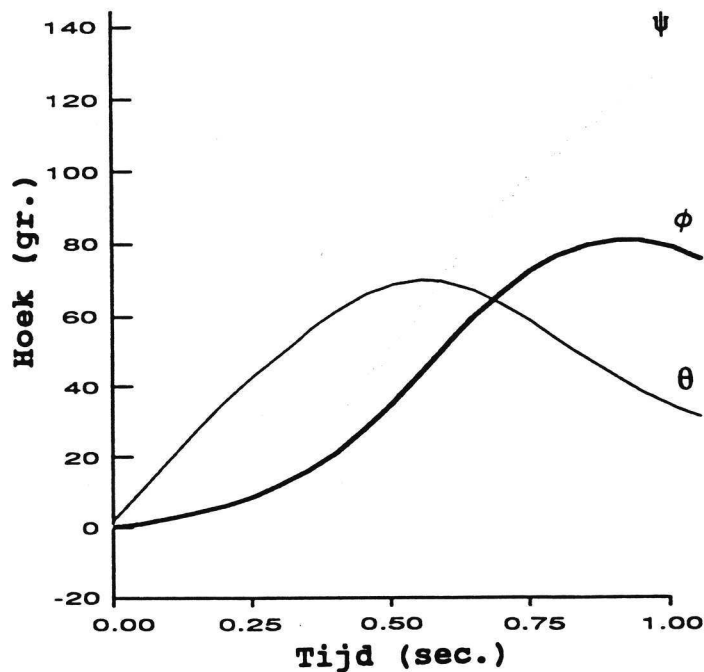
Voor de analyse van de beweging zijn de Euler-hoeken (ϕ , θ , ψ) bepaald. In figuur 3.7 is de definitie van de Euler-hoeken weergegeven. De Euler-hoeken worden berekend uit de posities van de enkelvoudige- en de triademarkeerpunten. De markeerpunten bepalen eenheidsvectoren (i, j, k) in het lichaamsvaste lokale coördinaatstelsel uvw en eenheidsvectoren (I, J, K) in het globale coördinaatstelsel XYZ . Met behulp van de eenheidsvectoren kunnen de Euler-hoeken worden berekend (zie de § 3.1 en § 3.2 voor een nadere beschrijving). Men is uitgegaan van een 312-rotatievolgorde, dat wil zeggen eerst een rotatie ϕ om de w -as, vervolgens een rotatie θ om de (geroteerde) u -as en tenslotte een rotatie ψ om de (tweemaal geroteerde) v -as.

Figuur 3.7 Definitie van de lichaamsvaste lokale coördinaatstelsels uvw en de Euler-hoeken (ϕ , θ , ψ)



In figuur 3.8 zijn de resultaten voor de ellebooggewrichtsrotaties weergegeven.

Figuur 3.8 De rotaties in het ellebooggewricht bij diagonaal reiken



De koppeling tussen de berekende rotatiehoeken (ϕ , θ , ψ) en de anatomische termen is:

1. ϕ , de rotatie om de w-as, in het uv-vlak. Deze rotatie staat voor flexie/extensie in het ellebooggewricht. Een positieve hoek betekent extensie, een negatieve hoek flexie ten opzichte van de beginstand (figuur 3.6). Vanuit deze beginstand is het bewegingsbereik ongeveer gelijk aan $+90^\circ$ tot -80° (Kapandji, 1983);
2. θ , de rotatie om de u-as, in het vw-vlak. Deze rotatie staat voor passieve ab-/adductie in het ellebooggewricht. Een positieve hoek betekent adductie, een negatieve hoek abductie ten opzichte van de beginstand (figuur 3.6). Vanuit deze beginstand is het bewegingsbereik ongeveer gelijk aan $+15^\circ$ tot -15° (Kapandji, 1983);
3. ψ , de rotatie om de v-as, in het uw-vlak. Deze rotatie staat voor supinatie/pronatie in het ellebooggewricht. Een positieve hoek betekent pronatie, een negatieve hoek supinatie ten opzichte van de beginstand (figuur 3.6). Vanuit

deze beginstand is het bewegingsbereik ongeveer gelijk aan $+180^\circ$ tot -10° (Kapandji, 1983).

Indien we aannemen dat de fles op tijdstip $t=0.8$ wordt vastgepakt, bestaat de beweging van het diagonaal reiken uit:

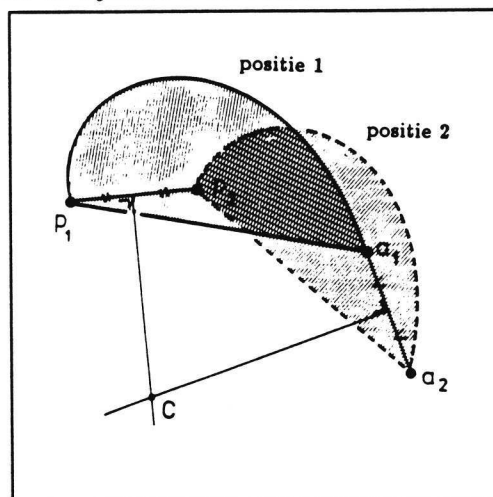
1. 80° Elleboogextensie vanuit de beginstand, gevolg door 10° flexie. Gezien het bewegingsbereik van het ellebooggewricht is dit reëel;
2. 70° Passieve elleboogadductie, gevolgd door 40° abductie. Deze getallen geven aanleiding tot enige discussie, aangezien het bewegingsbereik $+15^\circ$ tot -15° is. Waarschijnlijk zijn de door de auteur gevonden waarden een factor tien te groot;
3. 140° Elleboogpronatie. Gezien het bewegingsbereik van het ellebooggewricht is ook deze beweging reëel.

4. SCHROEFASSEN

4.1 Algemene beschrijving

In hoofdstuk 3 is de beweging van een lichaamssegment beschreven door middel van drie Euler-hoeken. Naast Euler-hoeken zijn schroefassen (ook wel helische assen of assen van rotatie genoemd) beschikbaar voor de beschrijving van de beweging van lichaamssegmenten. De schroefasmethode is de driedimensionale uitbreiding van de tweedimensionale momentane rotatiecentrummethode. De laatste methode beschrijft beweging van een lichaamssegment als een rotatie om een vast punt in de ruimte. Dit vaste punt wordt het momentane rotatiecentrum genoemd en kan met behulp van de Reuleaux-methode worden bepaald (zie figuur 4.1 voor een grafische weergave). Als de beweging van het lichaamssegment ook een translatoire component bezit, dan zal het momentane rotatiecentrum zich verplaatsen. De opeenvolging van momentane rotatiecentra wordt centrode genoemd (figuur 4.4).

Figuur 4.1 Bepaling van het momentane rotatiecentrum met behulp van de Reuleaux-methode. Het draaipunt C is het snijpunt van de twee loodlijnen door het midden van de lijnen P1-P2 respectievelijk A1-A2



De driedimensionale schroefasmethode is onder te verdelen in:

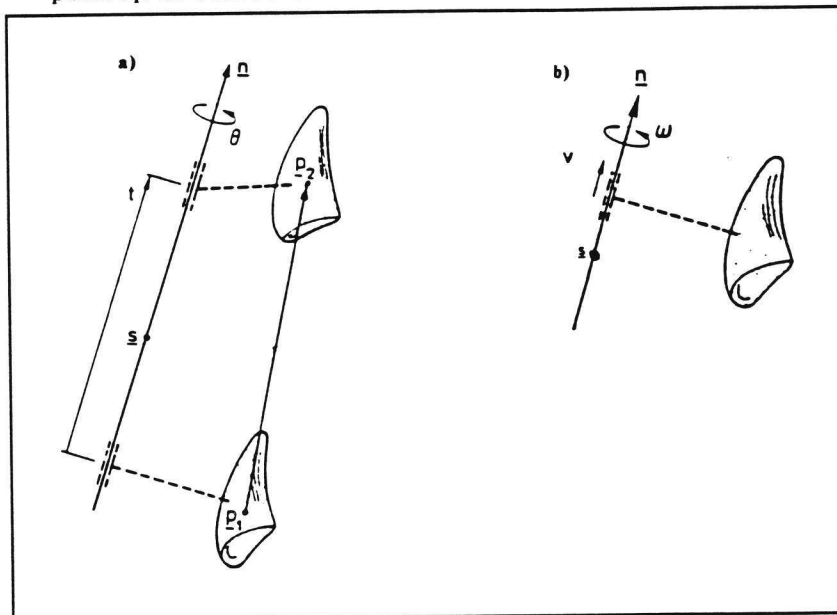
1. de eindige schroefasmethode;

2. de momentane schroefasmethode.

Bij de eerste methode wordt de beweging van een lichaamssegment beschreven als een rotatie om en een translatie langs een gegeven lijn in de ruimte. Deze lijn noemt men de eindige schroefas (figuur 4.2).

Bij de tweede methode wordt de beweging van een lichaamssegment beschreven aan de hand van een rotatiesnelheid om en een translatiesnelheid langs een gegeven lijn in de ruimte. Deze lijn noemt men de momentane schroefas (figuur 4.2).

Figuur 4.2 (a) de eindige schroefas: rotatie θ en translatie t
(b) de momentane schroefas: rotatiesnelheid ω en translatiesnelheid v
 \underline{n} en \underline{s} zijn de richting van de schroefas respectievelijk de positie van een punt op de schroefas



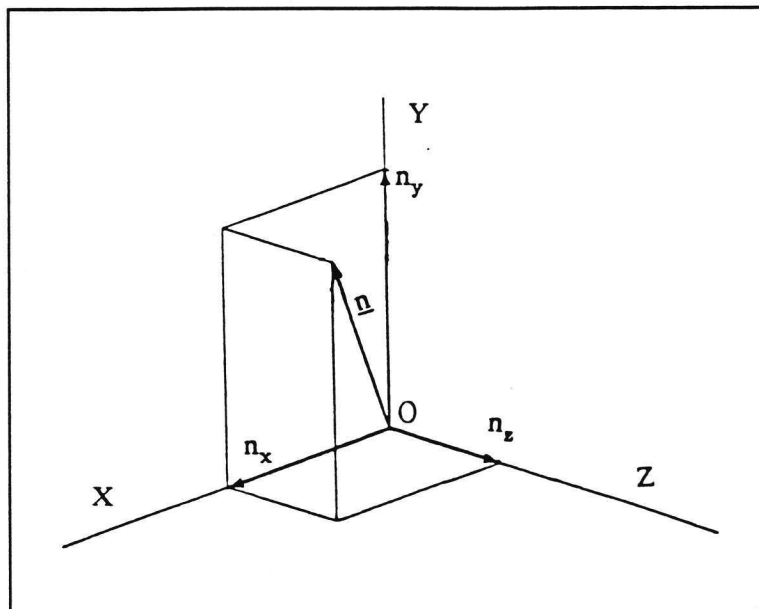
Bij beide beschrijvingen is de beweging van het lichaamssegment met behulp van vier parameters vast te leggen, welke de zes onafhankelijke parameters bevatten die nodig zijn om driedimensionale bewegingen te beschrijven. De parameters die de eindige schroefas vastleggen zijn de rotatie om (θ), de translatie langs (t), de positie van een willekeurig punt op (\underline{s}) en de richting van (\underline{n}) de schroefas.

De parameters die de momentane schroefas vastleggen zijn de rotatiesnelheid om (ω), de translatiesnelheid langs (v), de positie van een willekeurig punt op (\underline{s}) en de richting van (\underline{n}) de schroefas.

De parameters \underline{s} en \underline{n} zijn vectoren. Vanaf nu worden vectoren weergegeven door een onderliggend streepje. Een vector wordt voorgesteld met een lengte en een richting (figuur 4.3). De richting van een vector kan worden ontbonden in elk willekeurig coördinaatstelsel. Dit is in figuur 4.3 weergegeven met:

- n_x : de component van \underline{n} langs de X-as;
- n_y : de component van \underline{n} langs de Y-as;
- n_z : de component van \underline{n} langs de Z-as.

Figuur 4.3 Weergave van een vector \underline{n} en ontbonden componenten in een XYZ-coördinaatstelsel

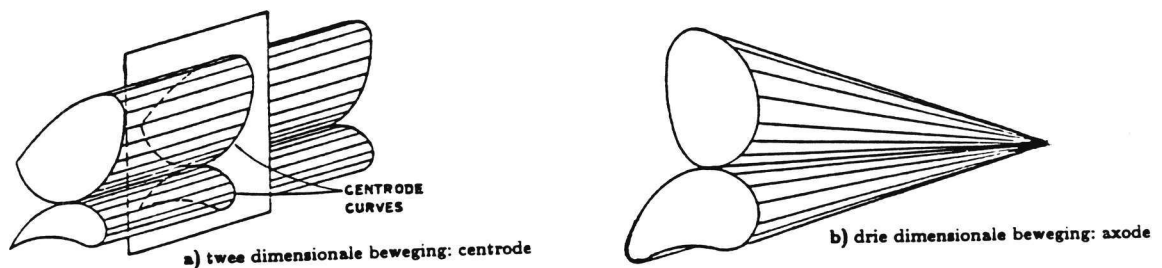


De parameters \underline{n} en \underline{s} bepalen de ruimtelijke positie en stand van een schroefas. Ze kunnen worden bepaald uit de rotatiematrix, die wederom uit de markeerpuntposities is berekend (zie paragraaf 4.2 voor een nadere beschrijving). De parameters voor de rotatie(snelheid) en translatie(snelheid) beschrijven de beweging van het lichaamssegment ten opzichte van de schroefas. De parameters θ en t van de eindige schroefasmethode worden ook bepaald uit de rotatiematrix. De parameters ω en v van de momentane schroefas zijn minder nauwkeurig te bepalen. De reden is dat ω en v differentiële grootheden zijn. Dit betekent dat deze grootheden een verandering in de tijd voorstellen, ω een verandering van de rotatiehoek in de tijd en v een verandering van de

positie in de tijd. De tijdsafhankelijkheid van deze parameters veroorzaakt een hoge gevoeligheid voor meetfouten van markeerpuntposities. De parameters θ , t , ω , v , \underline{s} en \underline{n} kunnen niet worden vertaald naar functioneel-anatomische termen. Wel is het mogelijk om twee bewegingen onderling te vergelijken aan de hand van deze parameters.

Een opeenvolging van schroefassen noemt men een axode (figuur 4.4).

Figuur 4.4 Voorbeeld van een centrode (a) en axode (b)



4.2 Wiskundige beschrijving

4.2.1 De eindige schroefasmethode

De richting \underline{n} van, de positie van een willekeurig punt \underline{s} op, de rotatie θ om en de translatie t langs de schroefas (figuur 4.2) zijn de parameters welke moeten worden bepaald. De rotatie θ om en richting \underline{n} van de schroefas hangen met elkaar samen volgens de kurketrekkerregel. Deze regel zegt dat bij roteren van een kurketrekker met rotatiehoek θ , de richting van \underline{n} gelijk is aan de richting waarin de kurketrekker zich beweegt. De rotatiehoek θ is een rotatie tussen 0 en π radialen (tussen 0° en 180°). In het vervolg wordt het uitwendig produkt van twee vectoren met 'x', het inwendig produkt van twee vectoren met '•' en een vermenigvuldiging met '*' weergegeven. De beschrijving van de beweging van een lichaamssegment met behulp van de vier parameters is (figuur 4.5):

$$\underline{v} = \underline{w} + t\underline{n} + (1 - \cos\theta)\underline{n} \times (\underline{n} \times (\underline{w} - \underline{s})) + \sin\theta(\underline{n} \times (\underline{w} - \underline{s})) \quad \text{voor elke vector } \underline{w} \quad (4.1)$$

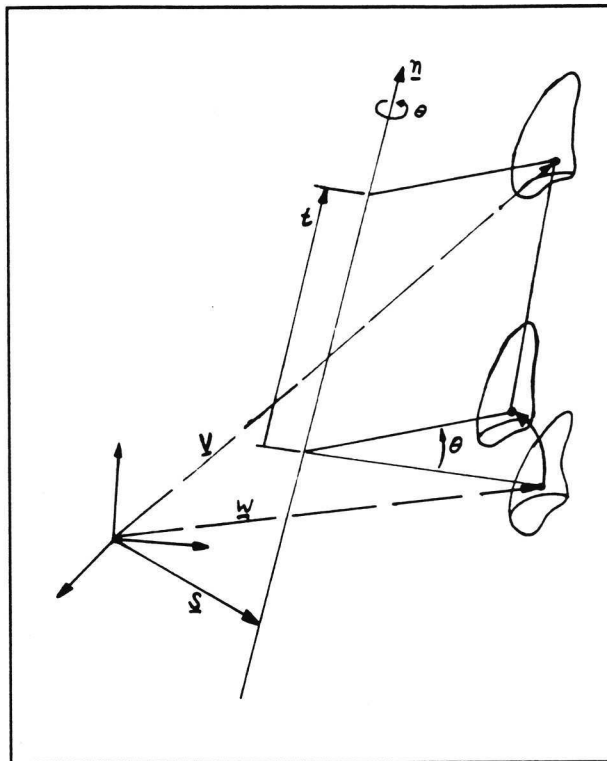
met:

\underline{v} = coördinaten van een willekeurig punt X op het lichaamssegment aan het einde van de beweging.

\underline{w} = coördinaten van een willekeurig punt X op het lichaamssegment aan het begin van de beweging.

t , θ , \underline{n} en \underline{s} de te bepalen parameters, met \underline{n} een orthogonale vector: $\underline{n}^t \underline{n} = 1$.

Figuur 4.5 De beschrijving van de beweging van een lichaamssegment met de eindige schroefasmethode



De beschrijving van de beweging van een lichaamssegment met behulp van de rotatiematrix R en de positie \underline{p} is (analoog aan formule (3.1)):

$$\underline{v} = R * \underline{w} + \underline{p} \quad (4.2)$$

Gelijkstelling van de vergelijkingen (4.1) en (4.2) geeft het verband tussen de vier parameters en R en p :

$$R \cdot \underline{w} + \underline{p} = \underline{w} + \underline{t} + (1 - \cos\theta) \underline{n} \times (\underline{n} \times (\underline{w} - \underline{s})) + \sin\theta (\underline{n} \times (\underline{w} - \underline{s})) \quad \text{voor elke vector } \underline{w} \quad (4.3)$$

Hergroeperen van termen in vergelijking (4.3) en toepassing van $\underline{a} \times (\underline{b} \times \underline{c}) = (\underline{a} \cdot \underline{c}) \underline{b} - (\underline{a} \cdot \underline{b}) \underline{c}$ levert:

$$\underline{p} = \underline{t} + (1 - \cos\theta) \underline{s} - \sin\theta (\underline{n} \times \underline{s}) \quad (4.4)$$

$$R \cdot \underline{w} = \cos\theta \underline{w} + (1 - \cos\theta) \underline{n} \underline{n}^t \underline{w} + \sin\theta (\underline{n} \times \underline{w}) \quad \text{voor elke vector } \underline{w} \quad (4.5)$$

Vergelijking (4.5) is te splitsen in:

$$\frac{1}{2} (R - R^t) \underline{w} = \sin\theta (\underline{n} \times \underline{w}) \quad \text{voor elke vector } \underline{w} \quad (4.6)$$

$$\frac{1}{2} (R + R^t) = \cos\theta I + (1 - \cos\theta) \underline{n} \underline{n}^t \quad (4.7)$$

met I een (3×3) -eenheidsmatrix.

De vier parameters van de eindige schroefasmethode zijn op basis van bovenstaande vergelijkingen te bepalen, waarbij onderscheid te maken is tussen twee oplossingsmogelijkheden, $\theta \neq 0$ en $\theta = 0$:

1. $\theta \neq 0$

De parameters zijn:

$$\theta = \arccos\left(\frac{R_{11} + R_{22} + R_{33} - 1}{2}\right) \quad \text{als } \frac{\pi}{4} < \theta < \frac{3\pi}{4}$$

$$\theta = \arcsin\left(\frac{1}{2} \sqrt{(R_{32} - R_{23})^2 + (R_{13} - R_{31})^2 + (R_{21} - R_{12})^2}\right) \quad \text{als } \theta \leq \frac{\pi}{4} \text{ of } \theta \geq \frac{3\pi}{4}$$

$$\underline{n} = \frac{1}{\sqrt{(R_{32} - R_{23})^2 + (R_{13} - R_{31})^2 + (R_{21} - R_{12})^2}} \begin{bmatrix} R_{32} - R_{23} \\ R_{13} - R_{31} \\ R_{21} - R_{12} \end{bmatrix}$$

$$t = \underline{n}^t \underline{p}$$

$$\underline{s} = \frac{1}{2} \underline{n} \times (\underline{n} \times \underline{p}) + \frac{\sin \theta}{2(1 - \cos \theta)} \underline{n} \times \underline{p}$$

(4.8)

Indien θ groter is dan $\frac{3}{4}\pi$, is het om numerieke redenen verstandiger \underline{n} met behulp van formule (4.7) te berekenen (zie Spoor & Veldpaus (1980) voor een nadere beschrijving).

2. $\theta = 0$

De parameters zijn:

$$t = \sqrt{\underline{p}^t \underline{p}} ; \quad \underline{n} = \frac{1}{t} \underline{p} ; \quad \underline{s} = 0$$

(4.9)

Na meting van de posities van drie of meer markeerpunten per lichaamssegment kunnen de vier parameters nu met de volgende twee stappen worden berekend (Söderkvist, 1990):

STAP 1. Het berekenen van R_{gewricht} en $\underline{p}_{\text{gewricht}}$ volgens de stappen beschreven aan het einde van § 3.2.

STAP 2. Het berekenen van θ , t , \underline{n} en \underline{s} met de formules (4.8) en (4.9).

4.2.2 De momentane schroefmethode

De richting \underline{n} van, de positie van een willekeurig punt \underline{s} op, de rotatiesnelheid ω om en de translatiesnelheid v langs de schroefas (figuur 4.2) zijn de parameters welke moeten worden bepaald. Deze parameters zijn te bepalen door differentiatie van de rotatiematrix R en de positievector \underline{p} . Als uitgangspunt neemt men de rotatievector $\underline{\theta}$ en de rotatiesnelheidsvector $\underline{\omega}$. Deze vectoren zijn respectievelijk de rotatie θ en de rotatiesnelheid ω , welke langs de vector \underline{n} liggen en zijn ontbonden in een globaal coördinaatstelsel:

$$\underline{\theta} = \theta \underline{n} = (\theta_x, \theta_y, \theta_z)^t \quad 0 \leq \theta \leq \pi \quad (4.10)$$

$$\underline{\omega} = \omega \underline{n} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)^t \quad (4.11)$$

Het verband tussen de rotatievector $\underline{\theta}$ en de rotatiematrix R volgt uit de combinatie van de formules (4.6) en (4.7):

$$R(\underline{\theta}) = \cos\theta I + \frac{\sin\theta}{\theta} A(\underline{\theta}) + \frac{1 - \cos\theta}{\theta^2} \underline{\theta} \underline{\theta}^t \quad (4.12)$$

met:

de lengte van de rotatievector gelijk aan de rotatie:

$$\theta = \sqrt{\underline{\theta}^t \underline{\theta}} = \sqrt{\theta_x^2 + \theta_y^2 + \theta_z^2}$$

$A(\underline{\theta})$ een scheefsymmetrische matrix, welke als volgt is gedefinieerd:

$$A(\underline{\theta}) = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_z & \theta_y \\ \theta_z & 0 & -\theta_x \\ -\theta_y & \theta_x & 0 \end{bmatrix}$$

I een (3*3)-eenheidsmatrix.

De rotatiesnelheidsvector $\underline{\omega}$ wordt berekend uit:

$$\mathbf{A}(\underline{\omega}) = \dot{\mathbf{R}}\mathbf{R}^t \tag{4.13}$$

met:

de scheefsymmetrische matrix $\mathbf{A}(\underline{\omega})$ gedefinieerd als $\mathbf{A}(\theta)$ in formule (4.12).
een tijdsafgeleide weergegeven met een bovenliggende punt.

Tijdsdifferentië van \mathbf{R} als functie van θ (formule (4.12)) en substitutie hiervan in formule (4.13) geeft de rotatiesnelheidsvector als functie van de rotatie en de rotatievector:

$$\underline{\omega} = \mathbf{Q}(\theta)\dot{\theta} \tag{4.14}$$

met:

$\mathbf{Q}(\theta)$ als volgt gedefinieerd:

$$\mathbf{Q}(\theta) = \frac{\sin\theta}{\theta} \mathbf{I} + \frac{1 - \cos\theta}{\theta^2} \mathbf{A}(\theta) + \frac{1 - \sin\theta/\theta}{\theta^2} \theta \theta^t$$

\mathbf{I} een (3*3)-eenheidsmatrix.

De vier parameters van de momentane schroefasmethode zijn op basis van bovenstaande vergelijkingen te bepalen:

$$\omega = \sqrt{\underline{\omega}^t \underline{\omega}}$$

$$\underline{n} = \underline{\omega} / \omega$$

$$\underline{v} = \dot{\underline{p}}^t \underline{n}$$

$$\underline{s} = \underline{p} + \underline{\omega} \times \dot{\underline{p}} / \omega^2$$

(4.15)

De vier parameters zijn niet te bepalen voor $\omega = 0$ en problemen treden op voor kleine waarden van ω , omdat deze parameter in de noemer van \underline{n} en \underline{s} is te vinden.

Door het meten van de posities van drie of meer markeerpunten op tijdstippen t_i en t_{i+1} kunnen de parameters van de momentane schroefasmethode met de volgende stappen worden berekend (Woltring et al., 1986; Woltring, 1991b).

STAP 1. Het berekenen van $R_{\text{gewricht}}(t_i)$, $\underline{p}_{\text{gewricht}}(t_i)$ en $R_{\text{gewricht}}(t_{i+1})$, $\underline{p}_{\text{gewricht}}(t_{i+1})$ volgens de stappen beschreven aan het einde van § 3.2.

STAP 2. Het berekenen van $\dot{R}_{\text{gewricht}}$ en $\dot{\underline{p}}_{\text{gewricht}}$ (zie Woltring, 1986).

STAP 3. Het berekenen van $\underline{\omega}$ met formule (4.13).

STAP 4. Het berekenen van ω , v , \underline{n} en \underline{s} met formule (4.15).

4.3 Voorbeeld*

4.3.1 Inleiding

De onderste extremiteit vervult een wezenlijke rol bij de menselijke loopbeweging. Deze extremiteit omvat onder andere het heup- en kniegewricht. De bewegingsmogelijkheden van deze twee gewrichten zijn ante-/retroflexie, endo-/exorotatie en ab-/adductie respectievelijk flexie/extensie en endo-/exorotatie. Het kniegewricht bezit nog een derde bewegingsmogelijkheid, namelijk passieve ab-/adductie (analoog aan de elleboog; zie § 3.3). De standbepaling van de onderste extremiteit vraagt, gezien het aantal bewegingsmogelijkheden, om een driedimensionale beschrijving.

* Uit: Ramakrishnan & Kadaba, 1991.

4.3.2 Methode

De stand van de onderste extremiteit wordt gemeten met behulp van het VICON-meetsysteem, bestaande uit vijf camera's en bijbehorende computerapparatuur en -programmatuur. De vijf camera's registreren de posities van markeerpunten. Naast enkelvoudige markeerpunten direct op de huid zijn er ook speciale constructies bevestigd. Deze constructies bestaan uit een riem met daaraan een 10 cm lang stokje bevestigd. Op het uiteinde van zo'n stokje bevindt zich een markeerpunt. De riem wordt om het lichaamssegment bevestigd, waardoor het paaltje loodrecht op het huidoppervlak komt te staan. Het markeerpunt bevindt zich dan op enige afstand van het lichaamssegment.

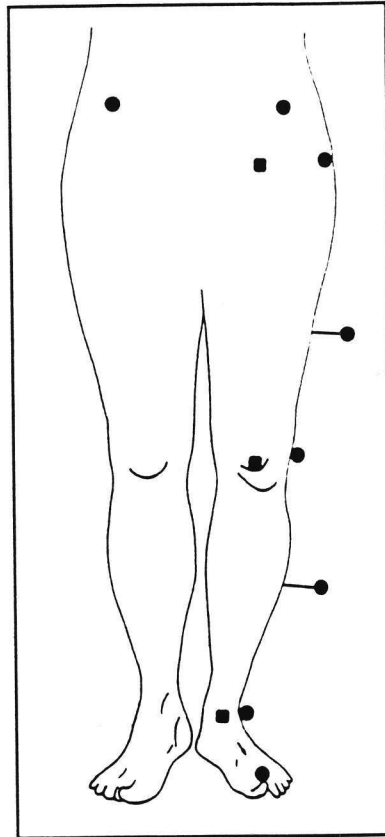
De posities van de enkelvoudige markeerpunten zijn (zie figuur 4.6):

- de linker en rechter spina iliaca anterior superior (botpunt aan de voorzijde van de bekkenkam);
- de linker trochanter major (knobbel van het bovenbeen);
- lateraal van het linker-kniegewrichtscentrum;
- de linker laterale malleolus (enkelknobbel aan de buitenzijde van het been);
- tussen het tweede en derde os metatarsale (middenvoetsbeentje).

De posities van de constructies zijn (zie figuur 4.6):

- L4-L5 tussenwervelschijf (niet in de figuur zichtbaar);
- in het midden aan de laterale zijde van de femur (buitenzijde van het bovenbeen);
- in het midden aan de laterale zijde van de cruris (buitenzijde van het onderbeen).

Figuur 4.6 De markeerpunt- en constructieposities (● = markeerpunt; ■ = gewrichtscentrum)

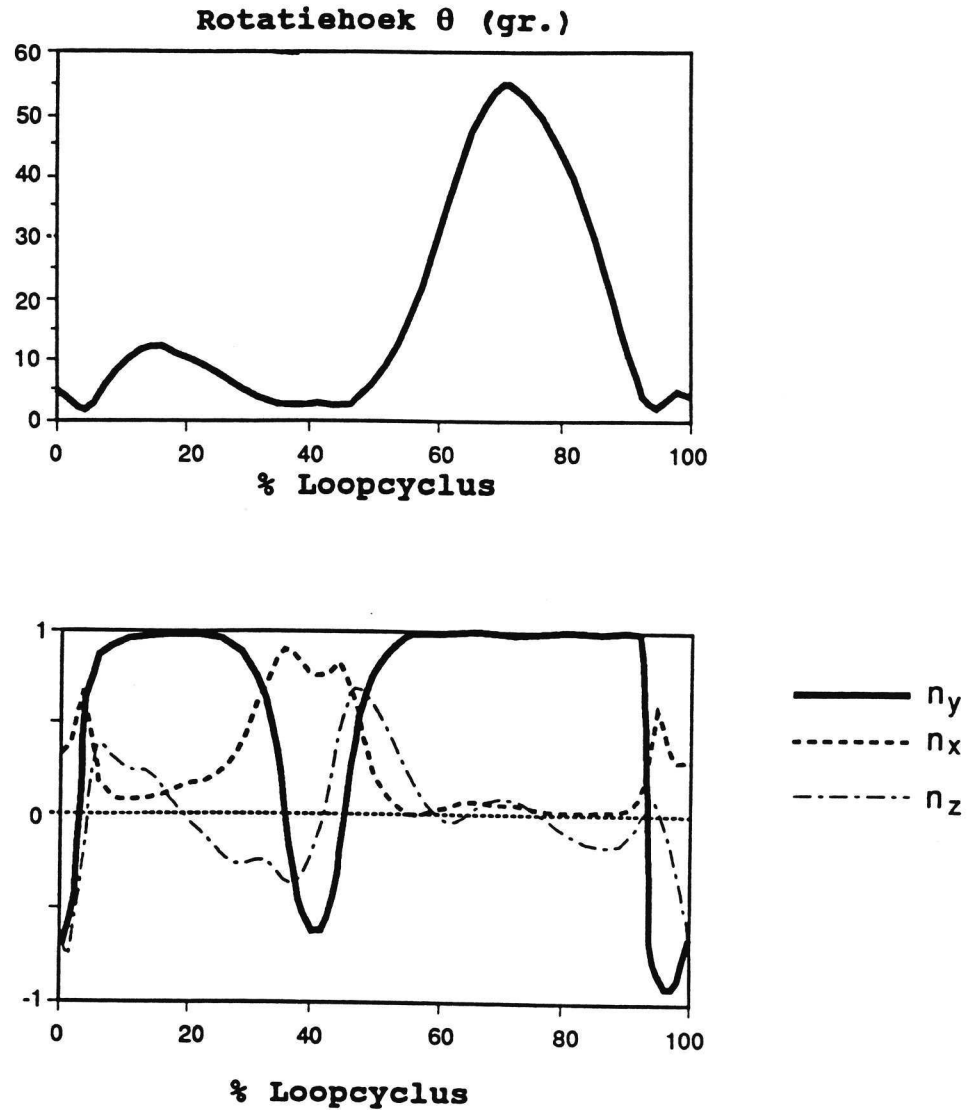


4.3.3 Analyses en resultaten

De loopcyclus is geanalyseerd. De proefpersoon liep met zijn voorkeursnelheid op een trottoir-roulant. De begin-/referentiepositie is weergegeven in figuur 4.6. Voor de analyse zijn de rotatiehoek (θ) om en de richting (\underline{n}) van de eindige schroefas ten opzichte van de referentietoestand voor het heup- en kniegewricht bepaald. De richting van de schroefas is ontbonden langs het globale coördinaatstelsel. De lengten van deze componenten, n_x , n_y en n_z , zijn bepaald (zie § 4.2 voor de berekeningswijze). In figuur 4.7 zijn de resultaten voor de beweging van het kniegewricht weergegeven. Er is geen kwantitatieve koppeling tussen de schroefasparameters en functioneel-anatomische termen. Er is wel een kwalitatieve koppeling:

1. de y-component van \underline{n} (n_y) is positief indien de knie in flexie is en negatief indien de knie in extensie is;
2. de z-component van \underline{n} (n_z) is positief bij endorotatie en negatief bij exorotatie is;
3. de x-component van \underline{n} (n_x) is gedurende de gehele loopcyclus positief, dat wil zeggen de knie is in passieve adductie.

Figuur 4.7 De schroefasparameters θ en \underline{n} (n_x , n_y , n_z) bij een loopcyclus



5. VERGELIJKING VAN EULER-HOEKEN EN SCHROEFASSEN

In de voorgaande hoofdstukken zijn twee methoden van modelvorming beschreven, de Euler-hoekenmethode en de Schroefasmethode. Deze twee methoden hebben elk voor- en nadelen.

Het voordeel van het gebruik van Euler-hoeken is de koppeling van deze hoeken aan functioneel-anatomische termen. De lezer, en de gebruiker, kan zich bewegingen zoals flexie/extensie, ab-/adductie en endo-/exorotatie goed voorstellen. Resultaten van houdings- en bewegingsonderzoek worden ook voor een leek toegankelijk.

Uit de literatuur blijkt dat de parameters van de schroefasmethode geen directe kwantitatieve koppeling met functioneel-anatomische termen hebben, met uitzondering van de berekende translatie t langs de eindige schroefas die de werkelijke translatie in het gewricht is. De andere schroefasparameters hebben een kwalitatieve koppeling met functioneel-anatomische termen.

Het voordeel van de schroefasmethode is de directe mogelijkheid tot vergelijking met onderzoek van anderen. De parameters van de schroefasmethode zijn onafhankelijk van de rotatievolgorde en sommige (rotatie θ , translatie t , translatiesnelheid v en rotatiesnelheid ω) zelfs onafhankelijk van het gekozen coördinaatstelsel. De Euler-hoekenmethode is wel afhankelijk van de rotatievolgorde. Grote verschillen tussen de diverse rotatievolgorden zijn waarneembaar, indien twee of meer hoeken groot zijn (zie tabel 3.1). Een gevolg van deze rotatievolgorde-afhankelijkheid is het ontbreken van een directe mogelijkheid tot vergelijking met resultaten van anderen. Echter met het computerprogramma uit bijlage 1 zijn de rotatievolgorden te vergelijken.

Naast de genoemde voor- en nadelen van de Euler-hoekenmethode zijn er nog enkele kleinere (mogelijke) nadelen:

1. het bestaan van twee oplossingen, namelijk $\{\phi_i, \phi_j, \phi_k\}$ en $\{\phi_i \pm \pi, \phi_j \mp \pi, \phi_k \pm \pi\}$. In de functionele anatomie staat dit bekend als de Codman's Paradox (zie § 3.2);

2. een singulariteit in $\phi_j = \pm\pi/2$, dat wil zeggen geen oplossing (sommige componenten van de rotatiematrix zijn gelijk aan nul) indien de tweede rotatiehoek gelijk aan 90° is. Deze singulariteit staat bekend als de Gimbal-Lock. Deze singulariteit kan men echter vermijden door de rotatiehoek ϕ_j te koppelen aan kleine rotaties (zie § 3.2).

Een nadeel van de schroefasmethode (§ 4.2.2) is de onbepaaldheid van de parameters van de momentane schroefasmethode indien de rotatiesnelheid gelijk of ongeveer gelijk aan nul is.

6. CONCLUSIES EN AANBEVELINGEN

Op grond van de voor- en nadelen met betrekking tot de beschreven methoden van kinematische modelvorming kan worden geconcludeerd dat:

1. de Euler-hoeken methode het voordeel van een goede interpreteerbaarheid heeft;
2. de schroefasmethode het voordeel van een goede vergelijking met resultaten van anderen heeft.

Afhankelijk van de gehanteerde criteria kan men een keuze maken uit één van beide methoden van kinematische modelvorming. Kiest men voor een goede interpreteerbaarheid van de resultaten, dan verdient de Euler-hoekenmethode aanbeveling. Belangrijk is dan wel een goede definitie van de drie hoeken en de rotatievolgorde. Vooral het laatste is van belang aangezien een andere rotatievolgorde een andere stand van het lichaamssegment betekent.

Vindt men de functioneel-anatomische interpreteerbaarheid van de resultaten van minder belang en hecht men veel waarde aan vergelijking met resultaten van anderen, dan verdient de schroefasmethode aanbeveling.

LITERATUUR

- ALEXANDER, M.J.L. & J. COLBOURNE. A method of determination of the angular velocity vector of a limb segment. *J. Biomech.* 13 (1980) 1089-93.
- AN, K.N. & E.Y. CHAO. Kinematic analysis of human movement. *Ann. Biomed. Eng.* 12 (1984) 585-97.
- ANDREWS, J.G. & Y. YOUM. A biomechanical investigation of wrist kinematics. *J. Biomech.* 12 (1979) 83-93.
- APKARIAN, J., S. NAUMANN & B. CAIRNS. A three-dimensional kinematic and dynamic model of the lower limb. *J. Biomech.* 22 (1989) 2: pp. 143-55.
- BLACHARSKI, P.A. A 3d study of the kinematics of the human knee. *J. Biomech.* 8 (1975) 375-84.
- BLANKEVOORT, L., R. HUISKES & A. DE LANGE. An in-vitro study of the passive kinematic behavior of the human knee-joint. In: R.L. Spilker (ed.). *Advances in Bioengineering*. New York, The American Society of Mechanical Engineers, 1984. Pp. 57-8.
- BLANKEVOORT, L., R. HUISKES & A. DE LANGE. The envelope of passive knee joint motion. *J. Biomech.* 21 (1988) 705-20.
- BLANKEVOORT, L., R. HUISKES & A. DE LANGE. Helical axes of passive knee joint motions. *J. Biomech.* 23 (1990) 1219-29.
- BRUMBAUGH, R.B. et al. An in-vivo study of normal wrist kinematics. *J. Biomech. Eng.* 104 (1982) 176-81.
- CHAO, E.Y. Justification of triaxial goniometer for the measurement of joint rotation. *J. Biomech.* 13 (1980a) 989-1006.
- CHAO, E.Y. et al. Electrogoniometer for the measurement of human elbow joint rotation. *J. Biomech. Eng.* 102 (1980b) 301-10.
- CHAO, E.Y., J.D. OPGRADE & F.E. AXMEAR. Three-dimensional force analysis of finger joints in selected isometric hand functions. *J. Biomech.* 9 (1976) 387-96.
- DENAVID, J. Displacement analysis of mechanisms based on (2*2) matrices of dual numbers VDI-Berichte Bd. 29 (1958) 81-9.
- DENAVID, J. & R.S. HARTENBERG. A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices. *J. Appl. Mech.* (1955) 215-21.
- DUL, J. & G.E. JOHNSON. A kinematic model of the human ankle. *J. Biomed. Eng.* 7 (1985) 137-43.
- ERDMAN, A.G. et al. Kinematic and kinetic analysis of the human wrist by stereoscopic instrumentation. *J. Biomech. Eng.* 101 (1979) 124-33.
- EULER, L. De immutatione coordinatarum. Caput IV, Appendix de Superficiebus. Lausanna, Introductio in Analysin Infinitorum, 1748.
- GOLDSTEIN, G. *Classical Mechanics*. Addison-Wesley, 1980.
- GROOD, E.S. & W.J. SUNTAY. A joint coordinate system for the clinical description of three-dimensional motions; application to the knee. *J. Biomech. Eng.* 105 (1983) 136-44.
- HUISKES, R., R. VAN DIJK, A. DE LANGE ET AL. Kinematics of the human knee joint. In: N. Berme, A.E. Engin & K.M. Correia Da Silva (eds). *Biomechanics of normal and pathological human articulating joints*. [z.pl.], 1985. Pp. 165-87.

- KADABA, M.P., H.K. RAMAKRISHNAN & M.E. WOOTTEN. Measurement of lower extremity kinematics during motions; application to the knee. *J. Biomech. Eng.* 105 (1990) 136-44.
- KAPANDJI, I.A.. *Bewegingsleer; deel I. De bovenste extremiteit.* Utrecht etc., Bohn, Scheltema & Holkema, 1983. (Vertaling van de oorspronkelijke engelse editie door J.M.G. Kauer et al.)
- KINZEL, G.L. et al. Measurement of the total motion between two body segments; 1. Analytical development. *J. Biomech.* 5 (1972a) 93-105.
- KINZEL, G.L. et al.. Measurement of the total motion between two body segments; 2. Description of application. *J. Biomech.* 5 (1972b) 283-93.
- KINZEL, G.L. & L.J. GUTKOWSKI. Joint models, degrees of freedom, and anatomical motion measurement. *J. Biomech. Eng.* 105 (1983) 55-62.
- KONSTANTINOV, M.S. & M.D. MAVKOV. Discrete positions method in kinematics and control of spatial linkages. *Mechanics and Machine Theory* 15 (1980) 47-60.
- KOOGLE, T.A. et al. A motion transducer for use in the intact in-vitro human lumbar spine. *J. Biomech. Eng.* 99 (1977) 160-5.
- LANGE, A. DE, J.M.G. KAUER & R. HUISKES. A roentgenstereophotogrammetric analysis of human wrist-joint kinematics. Las Vegas, Nevada, Abstracts 31st Annual ORS, 1985. Pp. 21-4.
- LANGE, A. DE, C. VAN LEEUWEN, J. KAUER et al. A 3-D kinematic evaluation of a human wrist-joint specimen. In: P. Ducheyne, G. van der Perre & A.E. Aubert (eds). *Biomaterials and Biomechanics 1983.* Amsterdam, Elsevier, 1984. Pp. 91-6.
- LANGRANA, N.A. Spatial kinematic study based on a video-taping method. *Proceedings 9th Northeast Conference* (1981a) 238-41.
- LANGRANA, N.A. Spatial kinematic analysis of the upper extremity using a biplanar video-taping method. *J. Biomech. Eng.* 103 (1981b) 11-7.
- LEWIS, J.L. & W.D. LEW. A note on the description of articulating joint motion. *J. Biomech.* 10 (1977) 675-8.
- LEWIS, J.L. & W.D. LEW. A method for locating an optimal "fixed" axis of rotation for the human knee joint. *J. Biomech. Eng.* 100 (1978) 187-93.
- MILLER, A., R. SHAPIRO & T.M. MCLAUGHLIN. A technique for obtaining spatial kinematic parameters of biomechanical systems from cinematographic data. *J. Biomech.* 13 (1980) 535-47.
- NEDERLANDS INSTITUUT VOOR PRAEVENTIEVE GEZONDHEIDSZORG TNO (NIPG-TNO) Jaarverslag 1990. Leiden, NIPG-TNO, 1991.
- NEDERLANDS NORMALISATIE INSTITUUT (NNI). *Menselijke fysieke belasting - termen en definities.* Delft, NNI, 1989. (NEN 2738)
- PANJABI, M.M. et al. A note on defining body parts configurations. *J. Biomech.* 7 (1974) 385-7.
- PATWARDHAN, A.G., A.H. SONI & J.A. SULLIVAN. Technology transfer in biokinematics of the human spine. *Transactions of the ASME* 101 (1979) 594-603.
- PRESS, W.H. et al. *Numerical recipes; the art of scientific computing.* Cambridge, Cambridge University Press, 1989.
- RAMAKRISHNAN, H.K. & M.P. KADABA. On the estimation of joint kinematics during gait. *J. Biomech.* 24 (1991) 969-77.

- REULEAUX, F. The kinematics of machinery; outline of a theory of machines. New York, Dover, 1963. (Translation from the original German edition of 1875).
- ROY, P. VAN, H.J. WOLTRING, M. HEBBELINCK et al. 3-D kinematic study of the screw-home of the knee joint using magnetic resonance imaging and rigid body calculus. Third congress of the European Society of Knee Surgery and Arthroscopy, Mei 16-20, 1988. Amsterdam, 1988. Pp. 64-6.
- ROZENDAL, R.H. et al. Inleiding in de kinesiologie van de mens. Amsterdam, Educaboek, 1983.
- SAMMARCO, G.J., A.H. BURSTEIN & V.H. FRANKEL. Biomechanics of the ankle: a kinematic study. *Orthop. Clin. North Am.* 4 (1973) 1: pp. 75-97.
- SHIAVI, R. et al. Helical motion analysis of the knee: 1. Methodology for studying kinematics during locomotion. *J. Biomech.* 20 (1987) 459-69.
- SÖDERKVIST, I. Some numerical methods for kinematical analysis. Umeå (Sweden), University of Umeå, 1990. (Licentiat Thesis)
- SOMMER III, H.J. & N.R. MILLER. A technique for kinematic modeling of anatomical joints. *J. Biomech. Eng.* 102 (1980) 311-7.
- SOMMER, H.J. & N.R. MILLER. A technique for the calibration of instrumented spatial linkages used for biomechanical kinematic measurement. *J. Biomech.* 14 (1981) 91-8.
- SONI, A.H., J.A. SULLIVAN, A.G. PATWARDHAN et al. Kinematic analysis and simulation of vertebral motion under static load: 1. Kinematic analysis. *J. Biomech. Eng.* 104 (1982a) 105-11.
- SONI, A.H., J.A. SULLIVAN, A.G. PATWARDHAN et al. Kinematic analysis and simulation of vertebral motion under static load: 2. Simulation study. *J. Biomech. Eng.* 104 (1982b) 112-8.
- SPOOR, C.W. Explanation, verification and application of helical-axis error propagation formulas. *Human Movement Science* 3 (1984) 95-117.
- SPOOR, C.W. & F.E. VELDPAUS. Rigid body motion calculated from spatial co-ordinates of markers. *J. Biomech.* 13 (1980) 391-3.
- STOKES, V.P. A method for obtaining the 3D kinematics of the pelvis and thorax during locomotion. *Human Movement Science* 3 (1984) 77-94.
- THURSTON, A.J. & J.D. HARRIS. Normal kinematics of the lumbar spine and pelvis. *Spine* 8 (1983) 2: pp. 199-205.
- TOWLE, J.A. The precise measurement of knee joint kinematics as an aid in clinical assessment. *Clin. Biomech.* 1 (1986) 214-5.
- TUPLING, S.J. & M.R. PIERRYKOWSKI. Use of cardan angles to locate rigid bodies in three-dimensional space. *Med. Biol. Eng. Comput.* 25 (1987) 527-32.
- VELDPAUS, F.E., H.J. WOLTRING & L.J.M.G. DORTMANS. A least-squares algorithm for the equiform transformation from spatial marker co-ordinates. *J. Biomech.* 21 (1988) 45-54.
- WOLTRING, H.J. Representation and calculation of 3-d joint movement. *Human Movement Science* 10 (1991a) 603-16.
- WOLTRING, H.J. Definition and calculus of attitude angles; instantaneous helical axes and instantaneous centres of rotation from noisy position and attitude data. *International symposium on 3-D analysis of human movement, Canada, 1991b.*

WOLTRING, H.J. et al. Instantaneous helical axis estimation via natural, cross-validated splines, In: G. Bergmann et al. (eds). Biomechanics: Basic and Applied Research, Proceedings of the European Society of Biomechanics (Berlin 1986). Dordrecht, Martinus Nijhoff, 1986. Pp. 121-8.

WOLTRING, H.J., R. HUISKES & A. DE LANGE. Finite centroid and helical axis estimation from noisy landmark measurements in the study of human joint kinematics. J. Biomech. 18 (1985) 379-89.

YEADON, M.R. The simulation of aerial movement: 1. The determination for orientation angles from film data. J. Biomech. 23 (1990) 59-66.

YOUM, Y. Instantaneous center of rotation by least square method. J. Bioengineering 2 (1978) 129-37.

YOUM, Y. & Y.S. YOON. Analytical development in investigation of wrist kinematics. J. Biomech. 12 (1979) 613-21.

BIJLAGEN

	pagina
BIJLAGE 1 Het PRP-FORTRAN testprogramma	47
BIJLAGE 2 Symbolen- en definitielijst	57
BIJLAGE 3 Bronnen van de figuren	63

BIJLAGE 1

**Het PRP-FORTRAN
testprogramma**

In deze bijlage is het testprogramma, dat de Euler-hoeken van de verschillende rotatievolgorden. Uitleg van de te volgen berekening is achter de regels die beginnen met een C of een D geplaatst. Dit testprogramma heb ik ontvangen van dhr. H.J. Woltring via electronic mailing, en is afkomstig uit:

WOLTRING, H.J. One Hundred Years Photogrammetry in Biocomotion, In: V. Tosi & A. Cappozzo (eds). Proceedings of the Symposium on Biocomotion: a Century of Research Using Moving Pictures. Formia Italy, 1989. (In print).


```

C PRP.FOR, Woltring 1988-02-22
C
C*****
C
C PRP
C
C Purpose:
C *****
C
C Testprogramme PRP for subroutines HCPR and RPHC, for conversion
C between helical or cardanic attitude angles and attitude matri-
C ces. The values PHI1, PHI2, and PHI3 denote the input angles,
C and IJK denotes the chosen attitude convention. If IJK.eq.0,
C the helical convention is chosen, if IJK.eq. +1, +2, or +3, a
C cyclic cardan convention i,j,k, with i=IJK is adopted,
C
C 
$$R_{ijk} = R_i(\text{PHI}_i) * R_j(\text{PHI}_j) * R_k(\text{PHI}_k)$$

C
C and if IJK.eq. -1, -2, or -3, an anticyclic cardan convention
C k,j,i, with i=-IJK is adopted,
C
C 
$$R_{kji} = R_k(\text{PHI}_k) * R_j(\text{PHI}_j) * R_i(\text{PHI}_i)$$

C
C PRP types the 7 attitude conventions and returns to accept new
C input. If all angles are zero, PRP terminates.
C
C Reference:
C *****
C
C H.J. Woltring (1989), One Hundred Years Photogrammetry in Bio-
C locomotion. In: V. Tosi & A. Cappozzo (Eds), Proc. of the Sympo-
C sium on Biocomotion: a Century of Research Using Moving Pictu-
C res (Formia, Italy, April 1989; in print).
C
C*****
C
C PROGRAM PRP
C
C PARAMETER (PI=3.1415926535898, DEGRAD=PI/180.0, RADDEG=180.0/PI)
D REAL*8 DSUM, DBLE
D DIMENSION P(3), PP(3), R(3,3), Q(3,-3:3)
C
10 TYPE 700
700 FORMAT('$ phi1, phi2, phi3; ijk = ') !in degrees
ACCEPT 710, P, IJK
710 FORMAT(3E15.0,I5)
IF ( (P(1).eq.0.0).and.(P(2).eq.0.0).and.(P(3).eq.0.0) )
1 STOP 'PRP: ready'
DO 20 I=1,3
PP(I) = DEGRAD * P(I) !convert degrees to radians
20 CONTINUE
C
CALL HCPR(IJK,PP,R)
C
D DSUM = -3D0
D DO 50 I=1,3
D DO 40 J=1,3
D DO 30 K=1,3
D DSUM = DSUM + DBLE(R(K,I))*R(K,J)
D 30 CONTINUE
D 40 CONTINUE
D 50 CONTINUE
D RNORM = ABS( SNGL(DSUM) ) / 9.0
D TYPE 720, RNORM, ((R(I,J),J=1,3),I=1,3)
D 720 FORMAT('0||R''R||' =',1PE10.3/'0 R:',0P3F9.5,2(/4X,3F9.5))

```

```

C
DO 60 I=-3,3
    CALL RPHC(I,R,Q(1,I))
60 CONTINUE
C
TYPE 730, (I,I=-3,3), ((RADDEG*Q(J,I),I=-3,3),J=1,3)
730 FORMAT('0 I :',15,619/
1      ' phi1:',7F9.3/' phi2:',7F9.3/' phi3:',7F9.3/)
GO TO 10
C
END

C HCPR.FOR, Woltring 1988-02-22
C
C*****
C
C Subroutine HCPR
C
C Function:
C *****
C
C Subroutine to convert a given helical or cardanic set of attitude
C angles into an orthonormal attitude matrix.
C
C Calling convention:
C *****
C
C CALL HCPR ( IJK, PHI, R )
C
C Meaning of parameters:
C *****
C
C IJK (I) Attitude convention switch:
C 0 : Finite helical rotation angles
C +1,+2,+3: Cyclic cardanic convention, i=IJK
C Rijk = Ri(PHII) * Rj(PHIj) * Rk(PHIk)
C -1,-2,-3: Anticyclic cardanic convention, i=-IJK
C Rkji = Rk(PHIk) * Rj(PHIj) * Ri(PHII)
C PHI(3) (I) Input attitude angles
C R(3,3) (O) Output attitude matrix
C*****
C
SUBROUTINE HCPR ( IJK, PHI, R )
C
PARAMETER (SQRTOL=1E-4) !SQRT(relative machine tolerance)
DIMENSION PHI(3), R(3,3)
SQ(SI) = SI * SI
C
IF (IJK.EQ.0) THEN
C Finite Helical Rotations
SK = SQRT( SQ(PHI(1)) + SQ(PHI(2)) + SQ(PHI(3)) ) !theta
CI = COS(SK) !cos(theta)
SI = SIN(SK) !sin(theta)
IF (ABS(SK).LE.SQRTOL) THEN
CJ = 0.5
SJ = 1.0
ELSE
CJ = 2.0 * SQ( SIN(0.5*SK) / SK ) ! (1 - cos(theta))/theta**2
SJ = SI / SK ! sin(theta) / theta
ENDIF
R(3,2) = SJ * PHI(1)
R(1,3) = SJ * PHI(2)
R(2,1) = SJ * PHI(3)
R(2,3) = -R(3,2)

```

```

R(3,1) = -R(1,3)
R(1,2) = -R(2,1)
DO 20 I=1,3
  CK = CJ * PHI(I)
  R(I,I) = CI
  DO 10 J=1,I
    SI = CK * PHI(J)
    R(I,J) = R(I,J) + SI
    IF (I.ne.J) R(J,I) = R(J,I) + SI
10  CONTINUE
20  CONTINUE
C   End of Finite Helical Rotations
C   ELSE
C   Cardanic Rotations
I = MOD(1ABS(IJK)-1,3) + 1
J = MOD(I,3) + 1
K = MOD(J,3) + 1
IF (IJK.gt.0) THEN
C   Cyclic: ijk
SI = SIN( PHI(I))
SJ = SIN( PHI(J))
SK = SIN( PHI(K))
ELSE
C   Anticyclic: kji
SI = SIN(-PHI(I))
SJ = SIN(-PHI(J))
SK = SIN(-PHI(K))
ENDIF
CI = COS( PHI(I))
CJ = COS( PHI(J))
CK = COS( PHI(K))
SISK = SI * SK
CISK = CI * SK
SICK = SI * CK
CICK = CI * CK
R(I,I) = CJ * CK
R(J,J) = CICK - SJ*SISK
R(K,K) = CI * CJ
IF (IJK.gt.0) THEN
C   Cyclic: ijk
R(J,I) = CISK + SJ*SICK
R(K,I) = SISK - SJ*CICK
R(I,J) = -CJ*SK
R(K,J) = SICK + SJ*CISK
R(I,K) = SJ
R(J,K) = -SI*CJ
ELSE
C   Anticyclic: kji
R(I,J) = CISK + SJ*SICK
R(I,K) = SISK - SJ*CICK
R(J,I) = -CJ*SK
R(J,K) = SICK + SJ*CISK
R(K,I) = SJ
R(K,J) = -SI*CJ
ENDIF
C   End of Cardanic Rotations
ENDIF
C   RETURN
C   END

C RPHC.FOR, Woltring 1988-02-19
C
C*****
C

```

```

C Subroutine RPHC
C
C Function:
C *****
C
C     Subroutine to convert a given orthonormal attitude matrix into a
C     helical or cardanic set of attitude angles.
C
C Calling convention:
C *****
C
C     CALL RPHC ( IJK, R, PHI )
C
C Meaning of parameters:
C *****
C
C     IJK      (I)   Attitude convention switch:
C                   0   : Finite helical rotation angles
C                   +1,+2,+3: Cyclic cardanic convention, i=+IJK
C                       Rijk = Ri(PHII) * Rj(PHIj) * Rk(PHIk)
C                   -1,-2,-3: Anticyclic cardanic convention, i=-IJK
C                       Rkji = Rk(PHIk) * Rj(PHIj) * Ri(PHIi)
C
C     R(3,3)  (I)   Input attitude matrix
C     PHI(3)  (O)   Output attitude angles
C *****
C
C     SUBROUTINE RPHC ( IJK, R, PHI )
C
C     PARAMETER ( TOL=1E-8, SQRTOL=1E-4 )      !machine tolerances
C     DIMENSION R(3,3), PHI(3)
C     SQ(SI) = SI * SI
C
C     IF (IJK.EQ.0) THEN
C         Finite Helical Rotations
C         PHI(1) = 0.5 * ( R(3,2) - R(2,3) )
C         PHI(2) = 0.5 * ( R(1,3) - R(3,1) )
C         PHI(3) = 0.5 * ( R(2,1) - R(1,2) )
C         SI = SQRT( SQ(PHI(1)) + SQ(PHI(2)) + SQ(PHI(3)) )
C         CI = AMAX1( -1.0, 0.5*(R(1,1)+R(2,2)+R(3,3)-1.0) )
C         SK = ATAN2(SI,CI)      !theta
C         IF (SI+CI.gt.0.0) THEN
C             0 .le. theta .lt. 3*PI/4
C             IF (SI.gt.SQRTOL) THEN
C                 CK = SK / SI      !theta / sin(theta)
C                 DO 10 I=1,3
C                     PHI(I) = CK * PHI(I)
C             10 CONTINUE
C             ENDIF
C         ELSE
C             3*PI/4 .le. theta .le. PI
C             K = 0
C             CK = 0.0
C             DO 20 I=1,3
C                 IF (ABS(PHI(I)).ge.ABS(CK)) THEN
C                     K = I
C                     CK = PHI(I)
C                 ENDIF
C             20 CONTINUE
C             DO 30 I=1,3
C                 IF (I.eq.K) THEN
C                     PHI(I) = R(I,K) - CI
C                 ELSE
C                     PHI(I) = 0.5 * ( R(I,K) + R(K,I) )
C                 ENDIF
C             ENDIF

```

```

30      CONTINUE
      CK = SK/SIGN( SQRT(SQ(PHI(1))+SQ(PHI(2))+SQ(PHI(3)) ),CK)
      DO 40 I=1,3
        PHI(I) = CK * PHI(I)
40      CONTINUE
      ENDIF
      End of Finite Helical Rotations
C
ELSE
      Cardanic Rotations
      I = MOD(IABS(IJK)-1,3) + 1
      J = MOD(I,3) + 1
      K = MOD(J,3) + 1
      IF (IJK.gt.0) THEN
C
        Cyclic: ijk
        SIPK = R(K,J) + R(J,I)      ! (1+sj)*sin(Pi+Pk)
        CIPK = R(J,J) - R(K,I)      ! (1+sj)*cos(Pi+Pk)
        SIMK = R(K,J) - R(J,I)      ! (1-sj)*sin(Pi-Pk)
        CIMK = R(J,J) + R(K,I)      ! (1-sj)*cos(Pi-Pk)
      ELSE
C
        Anticyclic: kji
        SIPK = R(J,K) + R(I,J)      ! (1+sj)*sin(Pi+Pk)
        CIPK = R(J,J) - R(I,K)      ! (1+sj)*cos(Pi+Pk)
        SIMK = R(J,K) - R(I,J)      ! (1-sj)*sin(Pi-Pk)
        CIMK = R(J,J) + R(I,K)      ! (1-sj)*cos(Pi-Pk)
      ENDIF
      IF (SQ(SIPK)+SQ(CIPK).gt.TOL) THEN
        PIPK = ATAN2(SIPK,CIPK)
      ELSE
        PIPK = 0.0
      ENDIF
      IF (SQ(SIMK)+SQ(CIMK).gt.TOL) THEN
        PIMK = ATAN2(SIMK,CIMK)
      ELSE
        PIMK = 0.0
      ENDIF
      IF (IJK.gt.0) THEN
C
        Cyclic: ijk
        PHI(I) = 0.5 * ( PIPK + PIMK )
        PHI(K) = 0.5 * ( PIPK - PIMK )
        PHI(J) = ATAN2( 2.0*R(I,K),
1          COS(PHI(K))*R(I,I) - SIN(PHI(K))*R(I,J) -
2          SIN(PHI(I))*R(J,K) + COS(PHI(I))*R(K,K) )
      ELSE
C
        Anticyclic: kji
        PHI(I) = -0.5 * ( PIMK + PIPK )
        PHI(K) = 0.5 * ( PIMK - PIPK )
        PHI(J) = ATAN2(-2.0*R(K,I),
1          COS(PHI(K))*R(I,I) + SIN(PHI(K))*R(J,I) +
2          SIN(PHI(I))*R(K,J) + COS(PHI(I))*R(K,K) )
      ENDIF
      End of Cardanic Rotations
C
ENDIF
      RETURN
      END

```


BIJLAGE 2

**Symbolen- en
definitielijst**

Symbolenlijst

A^t	getransponeerde van een matrix A
A^{-1}	inverse van een matrix A
\underline{a}^t	getransponeerde van een vector a
\dot{a}	tijdsgeïntegreerde van a
$\underline{a} \times \underline{b}$	uitwendig produkt van twee vectoren
$\underline{a} \cdot \underline{b}$	inwendig produkt van twee vectoren
$a \cdot b$	produkt van a en b
E_{gl}	het globale coördinaatstelsel
E_{lo}	het lokale coördinaatstelsel; proximaal $E_{lo,p}$ en distaal $E_{lo,d}$
I	(3*3)-eenheidsmatrix
M	diagonaal matrix
n	aantal markeerpunten
\underline{n}	richtingsvector van een schroefas
\underline{p}	positie van de oorsprong van E_{lo} ten opzichte van E_{gl}
R	rotatiematrix
\underline{s}	positievector van een willekeurig punt op de schroefas
$[T]$	transformatiematrix
t	translatie langs de schroefas
U, V	orthonormale matrices
v	translatiesnelheid langs de schroefas
\underline{v}	coördinaten van een willekeurig punt X op het lichaamssegment aan het einde van de beweging
\underline{w}	coördinaten van een willekeurig punt X op het lichaamssegment aan het begin van de beweging
\underline{x}_{gl}	coördinaten van een punt in het globale coördinaatstelsel
\underline{x}_{lo}	coördinaten van een punt in het lokale coördinaatstelsel; proximaal \underline{x}_p en distaal \underline{x}_d
$\underline{x}_{lo,i}$	markeerpuntcoördinaten in de beginstand; proximaal $\underline{x}_{p,i}$ en distaal $\underline{x}_{d,i}$
$\underline{y}_{lo,i}$	markeerpuntcoördinaten in de eindstand; proximaal $\underline{y}_{p,i}$ en distaal $\underline{y}_{d,i}$
Z	kruisdispersiematrix
$A(\theta)$	scheefsymmetrische matrix als functie van θ

$A(\underline{\omega})$ scheefsymmetrische matrix als functie van $\underline{\omega}$
 θ rotatie om de schroefas
 $\underline{\theta}$ rotatievector
 ω rotatiesnelheid om de schroefas
 $\underline{\omega}$ rotatiesnelheidsvector

Definitielijst

abductie	beweging naar het lichaam toe
adductie	beweging van het lichaam af
beweging	een verandering van plaats ten opzichte van een bepaald referentie punt
coördinaatstelsel	een systeem om de houding en beweging van lichaamssegmenten in de ruimte te definiëren.
distaal	verder van de romp verwijderd liggend
dorsaal	rugwaarts
eenheidsvector	vector met lengte 1
extensie	strekking
flexie	buiging
gewricht	verbinding tussen twee lichaamssegmenten
globaal coördinaatstelsel	willekeurig in de ruimte gelegen coördinaatstelsel
houding	wijze waarop men het lichaam houdt
kinematica	het deelgebied van de mechanica waarin de beweging en houding wordt beschreven, waarbij de krachten die deze beweging en houding veroorzaken buiten beschouwing worden gelaten
lateraal	van het midden af
lichaamssegment	deel van het lichaam (bijvoorbeeld hand, onderbeen, been, etc.)
lokaal coördinaatstelsel	coördinaatstelsel, dat vast met een lichaamssegment is verbonden
mediaal	naar het midden toe
markeerpunt	punt op het lichaamssegment
positie	ligging in de ruimte
pronatie	rotatie naar binnen gericht
proximaal	naar de bevestiging van de ledematen aan de romp toe
rotatie	cirkelvormige beweging om een as of een punt
stand	wijze waarop men het lichaamssegment houdt

star lichaam	lichaam waarvan de geometrie gedurende zijn beweging constant is
supinatie	rotatie naar buiten gericht
translatie	rechtlijnige beweging
vector	grootte die niet alleen een getalwaarde (grootte), maar ook een richting heeft

BIJLAGE 3

Bronnen van de figuren

1.1 Ruimtelijke positiebepaling van een markeerpunt met behulp van twee camera's	eigen maak
3.1 Een veel gebruikte definiëring van Euler-hoeken	eigen maak
3.2 Volgorde-afhankelijkheid van rotaties	Woltring, 1991a
3.3 De positie en stand van een lokaal coördinaatstelsel ten opzichte van een globaal coördinaatstelsel	Shiavi, 1978
3.4 De relatieve beweging van twee lichaamssegmenten onderverdeeld in afzonderlijke transformatiematrices	Kinzel, 1972a
3.5 Twee manieren om met behulp van drie markeerpunten een lokaal coördinaatstelsel vast te leggen	eigen maak
3.6 Positie van de enkelvoudige markeerpunten en de triades	Langrana, 1981b
3.7 Definitie van de lichaamsvaste coördinaatstelsels u _v en de Euler-hoeken	Langrana, 1981b
3.8 De rotaties in het ellebooggewricht bij diagonaal reiken	Langrana, 1981b
4.1 Bepaling van het momentane rotatiecentrum met behulp van de Reuleaux-methode	Woltring, 1985
4.2 De schroefas	Woltring, 1985
4.3 Weergave van een vector \underline{n} en ontbonden componenten in een XYZ-coördinaatstelsel	eigen maak
4.4 Voorbeeld van centrode en axode	Kinzel, 1983
4.5 De beschrijving van de beweging van een lichaamssegment met de eindige schroefasmethode	eigen maak
4.6 De markeerpunt- en constructieposities	Kadaba, 1990
4.7 De schroefasparameters θ en $\underline{n}(\underline{n}_x, \underline{n}_y, \underline{n}_z)$ bij een loopcyclus	Ramakrishnan, 1991

Reprografie NIPG-TNO
Projectnummer: 5034